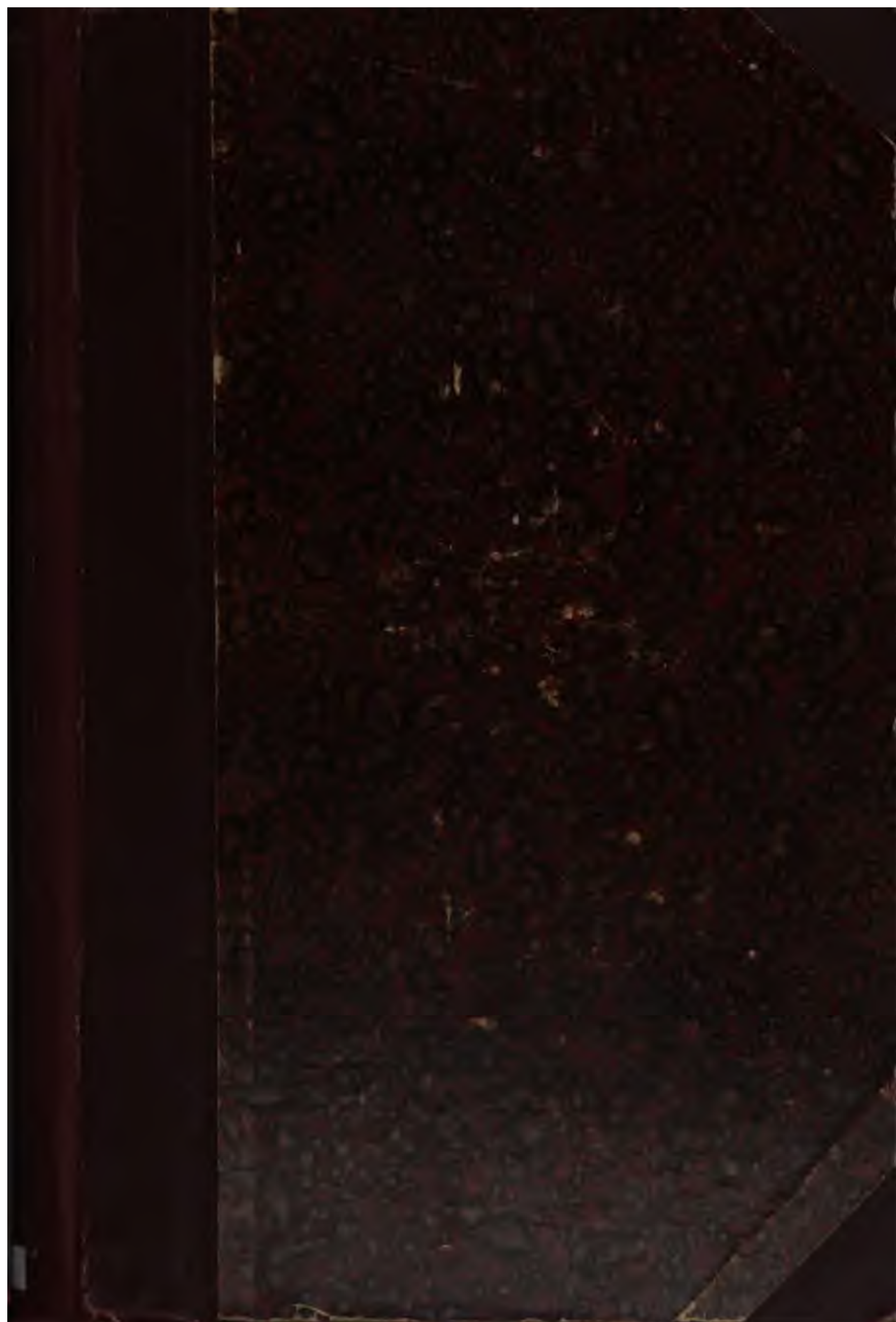




LEIDDRAAL

BIJ HET ONDERWIJS IN DE

NATUURKUNDE

DOOR

DR. J. SCHÜNGEL,

Leeraar aan de Rijks Hoogere Burgerschool en het Gymnasium te 's-Hertogenbosch.

EERSTE DEEL.

EVENWICHT EN BEWEGING BIJ VASTE, VLOEIBARE
EN GASVORMIGE LICHAMEN.

Tweede druk.

's-HERTOGENBOSCH,
FIRMA ROBIJNS & Co.
1901.

VOORWOORD

TOT DEN TWEEDEN DRUK.

Bij het verschijnen van dezen tweeden druk betuig ik gaarne mijnen dank voor de welwillende beoordeelingen, die ik van velen mijner Collega's over de practische en paedagogische waarde van het werkje mocht ontvangen.

Wel gaven enkelen mij in overweging, de leerstof eenigszins te besnoeien; doch ik geloof niet, dat dit eene verbetering wezen zou. Werd alles weggelaten, wat de leerling voor zijn eind-examen niet bepaald noodig heeft, de logische ontwikkeling der behandelde stof zou zeker niet tot haar recht komen. Wie zal daarenboven aanwijzen wat al of niet „bepaald noodig" mag genoemd worden? Zeker is het, dat daaromtrent groot verschil van gevoelen bestaat; terwijl van den anderen kant als eisch aan een leerboek mag gesteld worden, dat het den leerling niet in den steek late, wanneer hij bij zijne herhaling wil aanvullen, wat bij den geringen voor Natuurkunde beschikbaren tijd op de lessen niet of niet uitvoerig kon behandeld worden. Ik achtte het daarom plicht, althans in zooverre naar volledigheid te streven, dat de „Leiddraad" den leerling voldoende hulp kan verschaffen, wanneer hij bij zijn huiswerk het verband der op school behandelde verschijnselen en wetten wil nagaan.

Dat enkele onderwerpen) behandeld zijn, welke niet tot de leerstof behooren, aangewezen voor de Hoogere Burgerschool en het Gymnasium, geschiedde met het oog op die leerlingen, welke voor hunne verdere studie, voorbereiding b.v. tot het eerste academisch examen, de kennis dier onderwerpen niet kunnen missen. Evenzoo is eene uitgebreide behandeling van onderwerpen, welke het grensgebied*

*) In dit deel worden zij aangeduid door een of twee sterretjes.

—

vormen tusschen Natuurkunde en Werktuigkunde, mij wenschelijk voorgekomen ten behoeve van scholen, waar geen afzonderlijk onderwijs in Werktuigkunde gegeven wordt.

Uit het voorgaande blijkt voldoende, dat ook ik niet van meening ben, dat alles *wat in den „Leiddraad" besproken wordt, bij het onderwijs op de H. Burgerschool en het Gymnasium dient behandeld te worden; zelf laat ik bij mijn onderwijs heel wat achterwege, en uit ondervinding kan ik verzekeren, dat het boek daardoor in bruikbaarheid niet verliest.*

Nogmaals veroorloof ik mij op het groote nut der opgeloste vraagstukken te wijzen; het zijn voorbeelden ter opheldering van het geleerde, welke telkens na de klassikale behandeling van een onderwerp door de leerlingen thuis dienen bestudeerd en daarna bij de herhaling in de les besproken te worden. — Onder de niet opgeloste vraagstukken, die voor schriftelijk huiswerk bestemd zijn, zal men gemakkelijke en minder gemakkelijke vinden. Hun aantal is in elk geval zóó groot, dat de leeraar niet in verlegenheid zal geraken, ook al moest hij bij eene minder ontwikkelde klasse zich uitsluitend aan de meer gemakkelijke houden.

Dat de orthographie in dezen druk iets gewijzigd en in overeenstemming gebracht is met die van het intusschen verschenen „Groot Woordenboek der Nederlandsche taal, 4de *druk," zal men niet afkeuren.*

S.

'S-HERTOGENBOSCH, April 1901.

INHOUD.



Beteekenis en uitspraak der Grieksche letters, die in dit boek gebruikt worden.

α	a	alpha	λ,Λ	l,L	lambda
β	b	bêta	μ	m	mu
γ,Γ	g,G	gamma	ν	n	nu
δ,Δ	d,D	delta	ξ	x	ksi
ε	ĕ	epsilon	π,Π	p,P	pi
ζ	z	zêta	ρ	r	rho
η	ē	êta	ς,Σ	s,S	sigma
ϑ,Θ	th,Th	thêta	τ	t	tau
ι	i	iota	Φ	ph	phi
κ	k	kappa	ω,Ω	ō,O	omĕga.



ERRATA.

---

pag. 22, reg. 6. v. b.	staat 25	lees 26
§ 77, r. 2 en 4	» middenstof	» middelstof
pag. 222, r. 12 v. b. .	» der buis	» van het vat.



INHOUD.

GELUID.

WARMTE.

—

———

Bladz. 23, regel 12 v. o. staat $^1/_5$. Men leze $^1/_4$.

INHOUD.

Licht.

INHOUD.

Magnetisme en Electriciteit.

ERRATA.

bl.	23	r.	1	v. o.	staat	is.	lees	is,
„	76	„	11	v. o.	„	dat	„	dat tot
„	118	„	10	v. b.	„	r_0	„	r_1
„	142	„	3	v. o.	„	van	„	door
„	170	„	13	v. b.	„	I_1	„	I_0

Men voege bij § 1170 het volgende:

— Werkt een met een electroscoop verbonden geladen geleider (plaat) inducecrend op een anderen niet-geïsoleerden geleider, dan toont de electroscoop eene vermindering van den potentiaal aan, zoodra en zoolang men eene eboniet-plaat tusschen de beide geleiders houdt.

INLEIDING.

1. Door *waarneming* van *natuurverschijnselen*, die buiten ons toedoen plaats hebben, en door *proefneming*, waarbij wij een verschijnsel nagaan onder opzettelijk door ons bepaalde omstandigheden, trachten wij de *natuurwetten* te vinden, d. i. het verband tusschen de veranderingen, die de natuurvoorwerpen ondergaan, en de oorzaken van die veranderingen.

Inductie; inductieve wetenschappen.

Weersveranderingen kan men slechts waarnemen. — Als men een stuk zwavel verhit, om te bepalen, bij welke temperatuur het smelt, doet men eene proef.

2. Dikwijls is men genoodzaakt, voor de *verklaring* van een natuurverschijnsel zijne toevlucht te nemen tot eene veronderstelling, *hypothese*. Hypothesen mag men niet als bewezen waarheden beschouwen; zij winnen echter aan waarschijnlijkheid, naarmate zij gesteund worden door andere verschijnselen of door de uitkomsten van proeven, waartoe zij aanleiding geven, en indien geen feit bekend is, dat haar tegenspreekt. Alsdan wordt op grond der hypothese eene *theorie* verkregen.

Hypothesen over de samenstelling der lichamen (§ 7 en 8). — Wezen der warmte.

3. *Stof*, *materie*, noemt men alles, wat ruimte inneemt. Onderscheidt men aan de stof nog grootte en vorm, dan spreekt men van een *lichaam*. De hoeveelheid stof, in een lichaam begrepen, noemt men zijne *massa*.

4. De veranderingen, welke de lichamen kunnen ondergaan, zijn van tweeërlei aard:

a. natuurkundige veranderingen, waarbij de natuur of het wezen der stof niet verandert.

Een lichaam verandert stoffelijk niet, als het bewogen of verwarmd wordt. — Een magnetisch stuk staal heeft alle eigenschappen van gewoon staal behouden.

b. scheikundige veranderingen, waarbij door samenstelling of ontbinding van stoffen nieuwe stoffen met andere eigenschappen optreden.

Bij eene bepaalde temperatuur raakt een mengsel van 7 gewichtsdeelen ijzerpoeder en 4 gewichtsdeelen zwavelpoeder van zelve aan het gloeien. Er wordt een nieuw lichaam gevormd, waarin de samenstellende deelen, ijzer en zwavel, nog wel aanwezig zijn, maar hunne eigenaardige natuur verloren hebben; het gevormde lichaam kan niet verbranden, zoo als zwavel, noch wordt het door een magneet aangetrokken, zoo als ijzer.

5. De oorzaken, waaraan men zulke veranderingen toeschrijft, noemt men *krachten*.

Het vallen der lichamen schrijft men toe aan eene kracht, waarmede de aarde de lichamen aantrekt; het aantrekken van ijzer door een magneet aan magneetkracht.

6. De stof is, omdat zij ruimte inneemt, *ondoordringbaar*, d. w. z. waar zich één stofdeeltje bevindt, kan zich niet tegelijk een ander bevinden.

7. De lichamen zijn *deelbaar*.

De mechanische verdeeling der stof kan soms zeer ver gaan. Goudblad. Kleurstoffen. Verspreiding van reukstoffen.

Zekere natuur- en scheikundige verschijnselen nopen ons echter aan te nemen, dat de deelbaarheid der stof eene grens heeft, dat er dus kleinste deeltjes van elke stof bestaan, die men niet verder kan verdeelen, zonder de natuur der stof te wijzigen. Deze deeltjes noemt men *moleculen* (verkleinwoord van *moles* = last).

Eene molecule keukenzout is het kleinste deeltje keukenzout, dat bestaan kan; het kan dus niet meer in twee deeltjes keukenzout verdeeld worden.

8. Daar keukenzout samengesteld is uit Chloor en Natrium, moet ook eene molecule keukenzout uit deze stoffen bestaan. Zoo zijn de moleculen weer uit kleinste deeltjes van enkelvoudige stoffen samengesteld. Aan deze, de kleinste deeltjes eener enkelvoudige stof, die in eene molecule kunnen voorkomen, geeft men den naam van *atomen* (*atomos* = ondeelbaar). Dezen naam hebben zij te danken aan de hypothese, dat zij volstrekt ondeelbaar zijn.

Ofschoon nieuwere onderzoekingen uitkomsten opgeleverd hebben, die met deze hypothese in strijd schijnen te zijn, willen wij haar voorloopig vasthouden.

De moleculen van stoffen, die uit twee of meer andere samengesteld zijn, bevatten dus minstens twee atomen. Ook de moleculen van enkelvoudige stoffen bestaan, met enkele uitzonderingen, uit atomen, nu echter van dezelfde soort.

9. Alle lichamen zijn *samendrukbaar* en *uitrekbaar*.

10. Daar de moleculen ondoordringbaar zijn, besluit men uit de samendrukbaarheid en uitrekbaarheid, dat zij niet de geheele ruimte vullen, die een lichaam schijnt in te nemen, maar dat zij op kleine afstanden van elkaar verwijderd zijn. Deze eigenschap der lichamen noemt men *poreusheid.*

In het dagelijksch leven verstaat men door poreusheid iets anders: de aanwezigheid in sommige lichamen van toevallige holten, kanalen, enz. Spons, hout, de menschelijke huid.

De moleculen en de afstanden tusschen de moleculen zijn in elk geval zoo klein, dat men ze niet kan waarnemen.

11. De laatstgenoemde eigenschap maakt het noodzakelijk, werkingen tusschen naburige moleculen aan te nemen, die de moleculen *op hunne afstanden houden*, zoolang de omstandigheden, waaronder de lichamen verkeeren, dezelfde blijven. Men neemt dus het bestaan van *moleculaire krachten* aan en schrijft aan hare werking verschillende eigenschappen der stof (samenhang, hardheid, enz.) toe.

De moleculen van een lichaam moeten aantrekkende werkingen op elkaar uitoefenen. Deze worden daardoor tegengewerkt, dat de moleculen van alle lichamen (zoo als uit de theorie der Warmte blijkt) voortdurend in beweging zijn, en daardoor trachten zich van elkaar los te maken. Naarmate de aantrekkende werkingen hierdoor meer of minder verzwakt worden, bezitten de lichamen verschillende graden van *samenhangskracht*, *cohaesie*.

12. Op het optreden der moleculaire krachten berust de onderscheiding van drie zoogenoemde *aggregaatstoestanden* (aggregare = ophoopen), waarin de stof kan voorkomen.

In den *vasten* toestand bieden de moleculaire krachten grooten weerstand tegen verandering van volumen en vorm.

In den *vloeibaren* toestand bieden zij grooten weerstand tegen verandering van volumen, daarentegen kleinen weerstand tegen verandering van vorm. De moleculen zijn bewegelijk.

In den *gasvormigen* toestand is de weerstand tegen verandering van volumen en vorm gering. De moleculen zijn nog bewegelijker dan bij vloeistoffen.

13. De moleculen der gasvormige lichamen trachten zich zoo ver mogelijk van elkaar te verwijderen; eene uitwendige kracht is noodig om dit te beletten. Tengevolge daarvan oefent een gas tegen naburige lichamen of tegen de wanden van het vat, waarin het besloten is, eene drukking uit; de gassen bezitten *spanning*.

Daarmede is niet gezegd, dat de gasmoleculen niet nog eene geringe aantrekkende werking op elkaar uitoefenen. Toch wordt de waarneming daarvan in den regel door andere invloeden bemoeilijkt.

14. De drie aggregaatstoestanden zijn niet scherp van elkaar gescheiden. Er komen *overgangstoestanden* voor tusschen den vasten en den vloeibaren, alsmede tusschen den vloeibaren en den gasvormigen toestand.

IJs wordt week, eer het smelt. Geleiachtige stoffen.

15. *Het overbrengen* van een lichaam uit den vasten in den vloeibaren en uit den vloeibaren in den gasvormigen toestand wordt meestal bewerkt door verwarming; de tegenovergestelde overgangen door afkoeling.

Vele lichamen kan men in de drie toestanden brengen, b. v. ijs, water, stoom. Dat dit niet met alle lichamen het geval is, moet toegeschreven worden aan de omstandigheid, dat men den vereischten warmtegraad niet kan bereiken (koolstof), of dat samengestelde lichamen zich bij verwarming ontbinden (hout).

16. Het verschijnsel van *veerkracht*, *elasticiteit*, wordt voortgebracht door den weerstand, dien de moleculaire krachten bieden tegen verandering van *vorm* of *volumen*. Na het ophouden der van buiten op de lichamen werkende krachten trachten deze in 't algemeen den vroegeren vorm of het vroegere volumen weer aan te nemen.

17. Bij *vaste* lichamen kan veerkracht opgewekt worden door verandering van volumen en door verandering van vorm. Bij *vormverandering van vaste lichamen* treedt de veerkracht slechts binnen zekere grenzen op. Wordt de *grens van veerkracht* overschreden, dan breekt het lichaam (*broosheid;* glas) of het behoudt den nieuwen vorm, waarin het gebracht is (*taaiheid;* koperdraad).

De binnen de grenzen der veerkracht verkrijgbare vormveranderingen zijn afhankelijk van de soort en den vorm van het lichaam.

De veerkracht van lood is te gering, om daarvan in de practijk gebruik te maken. — Laat men een ivoren bolletje op eene met lampzwart bedekte glazen plaat vallen, dan wordt het lampzwart in een klein rond vlakje weggenomen; het bolletje is dus tijdelijk afgeplat geweest. — De vorm-

verandering eener dunne stalen veer valt meer in het oog, dan die van eene dikkere stalen staaf. -- Een dun glazen buisje kan tot een ring gebogen worden.

Blijvende veranderingen van vorm kunnen slechts bij taaie, niet bij broze lichamen verkregen worden. Slaan van munten.

18. Bij *vloeistoffen* en *gassen* treedt de veerkracht wegens de beweeglijkheid der moleculen niet op bij verandering van vorm, wel echter bij *verandering van volumen* (samendrukking). Houdt de samendrukkende kracht op, dan hernemen vloeistoffen en gassen steeds het vorige volumen. Eene grens van veerkracht bestaat niet; vloeistoffen en gassen noemt men daarom volkomen veerkrachtig.

19. Ook tusschen moleculen van *verschillende* lichamen treden moleculaire krachten op, mits zij slechts dicht genoeg bij elkander gebracht kunnen worden. Men noemt de aantrekking, die moleculen van verschillende lichamen op elkaar uitoefenen, *adhaesie*, *aanklevingskracht*.

Een waterdruppel blijft aan een glazen staafje hangen. Lijmen. Soldeeren.

HOOFDSTUK I.

Leer der bewegingen. Evenwicht en beweging bij vaste lichamen.

I. Beweging van een stoffelijk punt.

20. Bij de beschouwing der beweging zal aanvankelijk aangenomen worden, dat wij te doen hebben met een vast lichaam, en verder dat de afmetingen van het te bewegen lichaam verwaarloosd kunnen worden, m. a. w. dat het lichaam een *stoffelijk* (*materieel*) *punt* voorstelt.

21. *Beweging* is verandering van plaats. De plaats, die een punt inneemt, bepaalt men ten opzichte van andere punten, die men zich in rust denkt. De verbindingslijn der achtereenvolgens door een lichaam ingenomen plaatsen heet zijne *baan*. Deze kan *rechtlijnig* of *kromlijnig* zijn. In het laatste geval wordt de *richting* der beweging aangewezen door de raaklijn aan de kromme baan getrokken in het punt, waar het lichaam zich bevindt.

Plaatsbepaling in een vlak of in de ruimte door middel van coördinaten. Beweging is steeds *betrekkelijk* (*relatief*); over *volstrekte* (*absolute*) beweging hebben wij geen oordeel. — Een gebouw is ten opzichte van de aarde in rust. — De beweging van een vallend lichaam, van een trein enz., beschouwen wij ten opzichte van het oppervlak der aarde.

22. Door vergelijking van de afstanden, die verschillende lichamen in gelijke tijden afleggen, of van de tijden, die zij noodig hebben, om gelijke afstanden te doorloopen, komt men tot de voorstelling van *snelheid*. Men verstaat daaronder den bepaalden bewegingstoestand, waarin een lichaam verkeert, dat zekeren weg in zekeren tijd aflegt. Hoe grooter deze afstanden of hoe kleiner deze tijden zijn, des te grooter noemt men de snelheid der lichamen.

De bepaling der snelheid zal dus in 't algemeen neerkomen op de bepaling van eenen weg en van eenen tijd.

23. Als *eenheid van weg* heeft men gekozen den *centimeter*.

De *Meter* is de lengte van eene in de archieven van Parijs bewaarde staaf van platina. Volgens de oorspronkelijke bedoeling zou de Meter 1 : 40 000 000 van den meridiaan der aarde zijn; feitelijk heeft de meridiaan de lengte van 40 003 424 M.

Voor zeer kleine lengten zijn nog gebruikelijk de *micron* (μ) = 0.001 mM en de *millimicron* ($\mu\mu$) = 0.001 micron = 0.000 001 mM (*mikros* = klein).

Meetstaven. Schuifpasser. Micrometer.

De *kathetometer* dient, om het verschil in hoogte van twee punten te bepalen; een kijker met horizontale vizierlijn, die om eene verticale as draaibaar is en langs eene verticale verdeelde lat kan verschoven worden, wordt achtereenvolgens op beide punten ingesteld; de lengte der verschuiving is gelijk aan het hoogteverschil der beide punten.

Juiste instelling der meetwerktuigen door micrometerschroeven en microscopen.

fig. 1.

De *nonius* dient om nog onderdeelen van de kleinste afdeelingen eener schaal te kunnen bepalen. Langs de schaal, die in millimeters verdeeld is, kan een plankje of plaatje verschoven worden, waarop eene lengte van 9 mM in 10 gelijke deelen verdeeld is. Elke afdeeling van het plankje is alzoo 0.9 mM lang en dus 0.1 mM kleiner dan eene afdeeling der schaal. Om eene lengte *AB* te meten, legt men de schaal langs *AB*, zoodat haar nulpunt met *A* samenvalt. Daarna verschuift men het plankje zoo, dat zijn nulpunt met *B* samenvalt. De lengte *AB* is nu gelijk aan een geheel aantal millimeters (in de figuur 20) en nog een deel van een millimeter. Valt nu b.v. de deelstreep 3 van het plankje samen met een van de deelstrepen (23) der schaal, dan is het verschil tusschen

deelstreep	3	van	het	plankje	en	deelstreep	23	van de schaal	= 0	mM
„	2	„	„	„	„	„	22	„ „ „	= 0.1	„
„	1	„	„	„	„	„	21	„ „ „	= 0.2	„
„	0	„	„	„	„	„	20	„ „ „	= 0.3	„

De bij te voegen breuk heeft dus tot teller het cijfer der deelstreep van het plankje, die samenvalt met een van de deelstrepen der schaal; de noemer is 10. — Op dezelfde wijze kan men, door op het plankje 19 (49) mM in 20 (50) deelen te verdeelen, de nauwkeurigheid bij de aflezing brengen op $^1/_{20}$ ($^1/_{50}$) mM (Vernier, 1631).

24. De *eenheid van tijd* is de *seconde*.

De seconde is 1 : (24 × 60 × 60) van den middelbaren zonnedag. Uurwerken. Chronometers. Chronoscopen.

25. De beweging van een lichaam heet *eenparig*, als in gelijke tijden, hoe klein die ook genomen worden, steeds gelijke wegen worden afgelegd. De snelheid verandert dus niet. Men is overeengekomen, haar te meten door den weg, dien het lichaam in ééne seconde aflegt.

26. Is de beweging niet eenparig, worden alzoo in gelijke tijden, hoe klein die ook genomen worden, ongelijke wegen afgelegd, dan heet de beweging *veranderlijk*. Hierbij moet de snelheid van

oogenblik tot oogenblik veranderen. Als maat voor de snelheid *op een bepaald oogenblik* of *in een bepaald punt der baan* dient de weg, dien het lichaam in de volgende seconde zou afleggen, indien op dit oogenblik of in dit punt de *verandering* der snelheid plotseling ophield.

Men mag dus niet zonder meer spreken van de snelheid eener veranderlijke beweging.

27. De eenheid van snelheid, waarvoor men in den laatsten tijd den naam *kine* (*kineo* = ik beweeg) ingevoerd heeft, is die, waarmede bij eenparige beweging een weg van 1 cM per sec. afgelegd wordt.

De eenheid van snelheid is de kine (1 cM per sec.).

Dat een lichaam eene snelheid van c kines bezit, beteekent dus, dat het bij eenparige beweging een weg van c cM per seconde aflegt of, bij veranderlijke beweging, zou afleggen, als zijne snelheid verder constant bleef.

28. Indien bij eene veranderlijke beweging de verandering der snelheid in gelijke tijden van willekeurig te kiezen duur steeds even veel bedraagt, dan is de beweging *eenparig veranderlijk;* en wel *eenparig versneld,* als de snelheid evenredig met den tijd aangroeit, en *eenparig vertraagd*, als zij evenredig met den tijd afneemt.

De standvastige vermeerdering der snelheid per seconde heet *versnelling*, de standvastige vermindering *vertraging*.

De versnelling, en evenzoo de vertraging, wordt dus bepaald door het verschil van twee snelheden, namelijk die bij het einde en het begin eener seconde.

Daaruit volgt:

De *eenheid van versnelling en vertraging* is de *kine per seconde*.

Dat de versnelling of vertraging a kines per sec. bedraagt, beteekent dus, dat de snelheid gedurende elke seconde gelijkmatig met a kines vermeerderd of verminderd wordt.

29. Is bij eene veranderlijke beweging de verandering der snelheid niet evenredig met den tijd, dan noemt men de beweging „*niet eenparig versneld* of *vertraagd*." (Verg. § 96).

Eenparige rechtlijnige beweging.

30. Bij de *eenparige rechtlijnige beweging* verandert noch de richting, noch de snelheid van het lichaam. Is de snelheid c kines, de tijd t sec. en de weg s cM, dan geldt de betrekking (§ 25):

$$s = c\,t. \qquad 1$$

De beteekenis dezer formule is: het aantal centimeters van den doorloopen weg is gelijk aan het product van het aantal kines der snelheid en het aantal seconden van den tijd. Gebruikelijk is ook de minder juiste uitdrukking: weg = snelheid × tijd.

Eene beweging is eenparig, als de wegen zich verhouden als de tijden, waarin zij afgelegd worden.

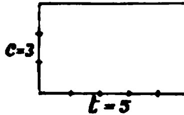


fig. 2.

De formule $s = ct$ geeft aanleiding tot de volgende meetkundige voorstelling van den weg. Men passe op eene lijn zooveel centimeters af, als het aantal seconden van den tijd bedraagt, en richte op deze lijn eene loodlijn op, waarvan de lengte in centimeters gelijk is aan het aantal kines der snelheid, dan is *het aantal* vierkante centimeters van den met beide lijnen als zijden geconstrueerden rechthoek gelijk aan het aantal centimeters van den weg.

31. Vergelijkt men twee eenparige bewegingen met elkaar, waarvoor de formules $s = ct$ en $s_1 = c_1 t_1$ gelden, dan kunnen volgende bijzondere gevallen zich voordoen:

$$c = c_1; \qquad s : s_1 = t : t_1,$$
$$t = t_1; \qquad s : s_1 = c : c_1,$$
$$s = s_1; \qquad c : c_1 = t_1 : t.$$

Bij gelijke snelheden zijn de wegen evenredig met de tijden; bij gelijke tijden zijn de wegen evenredig met de snelheden; bij gelijke wegen zijn de snelheden omgekeerd evenredig met de tijden.

Eenparige beweging langs een cirkelomtrek.

32. Bij de *eenparige beweging langs een cirkelomtrek* verandert alleen de richting; de snelheid en dus ook de in gelijke tijden afgelegde wegen blijven gelijk. De *snelheid* in kines wordt gemeten door de lengte van den boog in centimeters, dien het lichaam in ééne seconde doorloopt.

Is de omtrek des cirkels $2\pi r$ cM, de omloopstijd t sec., dan is de snelheid in kines (formule 1)

$$c = \frac{2\pi r}{t}. \qquad 2$$

33. Veelvuldig wordt in plaats van de snelheid opgegeven de *hoeksnelheid.* Denkt men zich het rondloopende lichaam door eenen mededraaienden straal steeds met het middelpunt des cirkels verbonden, dan verstaat men door hoeksnelheid het aantal eenheden van hoek, die de mededraaiende straal per seconde beschrijft. Alsdan is men gewoon als eenheid van hoek niet den hoek van 1° te nemen, maar den middelpuntshoek (van $57^\circ 17' 44'',8$), waarvan de boog gelijk is aan den straal des cirkels. De cirkelomtrek bevat 2π van deze hoekeenheden; is de omloopstijd van het lichaam t sec., dan is de hoeksnelheid in hoekeenheden

$$h = \frac{2\pi}{t}. \qquad 3$$

De getalwaarde van h geeft dus aan, hoeveel hoekeenheden (elk van 57° 17′ 44″,8) de mededraaiende straal per seconde beschrijft.

Een lichaam, dat n omwentelingen per seconde volbrengt, bezit eene hoeksnelheid van

$$h = n \times 2\pi \text{ hoekeenheden.}$$

De hoeksnelheid h is in graden uitgedrukt $h \times 57°\,17'\,44'',8$.

De aarde draait in 86164 sec. om hare as. Hare hoeksnelheid is dus $h = \frac{2 \times 3.1416}{86164} = 0.000\,072\,921\,4$ hoekeenheden. In de gewone hoekmaat uitgedrukt is dit $0.000\,072\,9214 \times 57°\,17'\,44'',8 = 15'',0412$.

34. Daar als eenheid van hoek genomen wordt de hoek, waarvoor de boog gelijk is aan den straal, zoo zal het punt van den mededraaienden straal, dat 1 cM van het middelpunt des beschreven cirkels verwijderd is, per seconde een boog van zooveel centimeters doorloopen, als de hoeksnelheid aanwijst. Het over den omtrek van den cirkel, wiens straal r cM is, rondloopende punt zal dus r maal zoo veel centimeters per seconde doorloopen, als de hoeksnelheid bedraagt; de snelheid van het rondloopende punt is dus in kines

$$c = h \times r. \qquad 4$$

Snelheid = hoeksnelheid × straal. — Men vergelijke form. 2 en 3.

Daar de straal van den evenaar der aarde 637 700 000 cM is, zal dus de omwentelingssnelheid van een punt van den evenaar zijn $c = 0.000\,072\,921\,4 \times 637\,700\,000 = 46\,502$ kines.

Eenparig versnelde (rechtlijnige) beweging.

35. Als een lichaam uit den toestand van rust overgaat tot eene eenparig versnelde beweging, dan is de *beginsnelheid* = 0. Is de versnelling a kines per sec., de na t sec. verkregen *snelheid* c kines, dan is (§ 28)

$$c = at. \qquad 5$$

36. De in t sec. afgelegde *weg* wordt op de volgende wijze gevonden. Men verdeelt de t seconden in n gelijke deelen, zoodat de duur van elk dier tijdsdeelen $\frac{t}{n}$ sec. is. Is na t seconden de snelheid c kines, dan is zij na $\frac{1}{n}$ van t seconden $\frac{1}{n}c$ kines, na $\frac{2}{n}$ van t seconden $\frac{2}{n}c$ kines enz. De volgende tabel bevat voor elk der n tijdsdeelen de beginsnelheid en de eindsnelheid:

Tijdsdeel	Beginsnelheid	Eindsnelheid
1e	0	$\frac{1}{n}c$
2e	$\frac{1}{n}c$	$\frac{2}{n}c$
3e	$\frac{2}{n}c$	$\frac{3}{n}c$
—	—	—
ne	$\frac{n-1}{n}c$	$\frac{n}{n}c$

Had het lichaam zich gedurende elk dier tijdsdeelen *eenparig* bewogen en wel telkens met eene snelheid gelijk aan de *beginsnelheid* der eenparig versnelde beweging voor het respectieve tijdsdeel, dan zouden de wegen voor de enkele tijdsdeelen zijn (form. 1):

Tijdsdeel	Weg
1e	0
2e	$\frac{1}{n}c \times \frac{t}{n}$
3e	$\frac{2}{n}c \times \frac{t}{n}$
—	—
ne	$\frac{n-1}{n}c \times \frac{t}{n}$

De som dezer wegen

$$S_1 = \{1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1)\} \frac{ct}{n^2}$$
$$= \frac{(n-1)\,n}{2} \times \frac{ct}{n^2}$$
$$= \frac{(n-1)\,n}{n^2} \times \frac{1}{2}\,ct = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \times \frac{1}{2}\,ct,$$

is blijkbaar kleiner dan de met eenparig versnelde beweging afgelegde weg.

Had men echter voor de snelheid der eenparige beweging gedurende elk tijdsdeel genomen de *eindsnelheid* der eenparig versnelde beweging voor het respectieve tijdsdeel, dan zouden de wegen zijn:

Tijdsdeel	Weg
1e	$\frac{1}{n}c \times \frac{t}{n}$
2e	$\frac{2}{n}c \times \frac{t}{n}$
3e	$\frac{3}{n}c \times \frac{t}{n}$
—	—
ne	$\frac{n}{n}c \times \frac{t}{n}$

De som dezer wegen

$$S_2 = \{1 + 2 + 3 + \ldots + n\}\frac{ct}{n^2}$$
$$= \frac{n(n+1)}{2} \times \frac{ct}{n^2}$$
$$= \frac{n(n+1)}{n^2} \times \frac{1}{2}ct = \left(1 + \frac{1}{n}\right) \times \frac{1}{2}\,ct,$$

is blijkbaar grooter dan de met eenparig versnelde beweging afgelegde weg.

Voor den gevraagden weg s geldt dus de betrekking $S_1 < s < S_2$. Nu zullen blijkbaar de waarden van S_1 en S_2 des te minder van elkander verschillen, naarmate men n grooter, dus elk tijdsdeel kleiner neemt. Laat men n steeds grooter worden, dan naderen de beide factoren $\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ en $\left(1 + \frac{1}{n}\right)$ tot 1 [1]), dus S_1 en S_2 tot $\frac{1}{2}ct$. Deze waarde stelt dus den gevraagden weg voor. Substitueert men nog voor c de waarde at (form. 5), dan is:

$$s = \frac{1}{2}at^2. \qquad 6$$

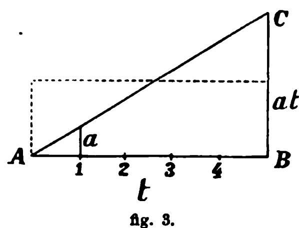


fig. 3.

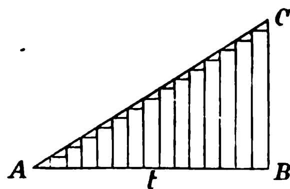


fig. 4.



fig. 5.

De afgelegde weg is evenredig met het vierkant van den tijd.

Men vergelijke met bovenstaande herleiding de volgende meetkundige voorstelling van den weg. Men stelt den tijd van t sec. voor door eene lijn AB van t cM lengte, zoodat elk punt dier lijn een bepaald moment der beweging aanwijst, en richt in het uiteinde B eene loodlijn BC op, waarvan de lengte, at cM, de eindsnelheid in kines voorstelt. Verbindt men nu het uiteinde dezer loodlijn met het punt A, dan zal deze verbindingslijn de uiteinden van alle loodlijnen bevatten, die, in een punt der lijn AB opgericht, de snelheid in het daarmede overeenkomende moment uitdrukken. De inhoud van driehoek ABC bevat evenveel vierkante centimeters als de weg centimeters. — De gedeeltelijke wegen van som S_1 worden voorgesteld door de inhouden der rechthoeken in fig. 4, die van S_2 door de inhouden der rechthoeken in fig. 5.

37. Uit formule 5 vindt men $t = \frac{c}{a}$.

[1]) Voor $n = 2, 3, 4$ enz. worden de beide factoren achtereenvolgens $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$ enz., $1^1/_2$, $1^1/_3$, $1^1/_4$ enz.

Door deze waarde voor t in formule 6 te substitueeren, verkrijgt men

$$c = \sqrt{2as}. \qquad 7$$

De snelheid is evenredig met den wortel uit den weg.

38. Den weg in eene bepaalde, b. v. de t^{de} seconde afgelegd, vindt men door den weg in t sec. te verminderen met den weg in $(t - 1)$ sec.

$$s' = \frac{1}{2}at^2 - \frac{1}{2}a(t-1)^2$$

$$= \frac{1}{2}a(2t - 1). \qquad 8$$

39. Vergelijkt men den in § 36 gevonden vorm van de formule voor den weg

$$s = \frac{1}{2}ct, \qquad 9$$

met formule 1, dan blijkt, dat formule 9 kan aangezien worden als de formule eener *eenparige* beweging met de snelheid $\frac{1}{2}c$. Daaruit volgt: de weg eener eenparig versnelde beweging gedurende t sec. is gelijk aan dien eener eenparige beweging in denzelfden tijd met eene snelheid gelijk aan de helft der eindsnelheid van de eenparig versnelde beweging.

De inhoud van driehoek ABC, fig. 3, is gelijk aan dien van een rechthoek van dezelfde basis AB en de halve hoogte.

40. Voorbeeld. Bij eene versnelling van 20 kines per seconde is

na	de snelheid	de weg	in de	de weg
1 sec.	20 kines	10 cM	1e sec.	10 cM
2 „	40 „	40 „	2e „	30 „
3 „	60 „	90 „	3e „	50 „

Men merke op:

de in 1, 2, 3 enz. seconden verkregen snelheden verhouden zich als de getallen 1, 2, 3 enz. (form. 5);

de in 1, 2, 3 enz. seconden afgelegde wegen verhouden zich als de getallen 1, 4, 9 enz. (form. 6);

de in de 1e, 2e, 3e enz. seconden afgelegde wegen verhouden zich als de getallen 1, 3, 5 enz. (form. 8);

de waarde der versnelling is gelijk aan die der snelheid op het einde der eerste seconde (form. 5);

de waarde van den weg in de eerste seconde afgelegd is gelijk aan de helft van die der versnelling (form. 6);

bij het einde der tweede seconde is de waarde der verkregen snelheid gelijk aan die van den afgelegden weg (form. 5 en form. 6).

---

41. Als het lichaam bij den aanvang der eenparig versnelde beweging eene *beginsnelheid* van c_0 kines heeft, dan wordt de *snelheid* na t sec.

$$c = c_0 + at. \qquad 10$$

De *aangroeiing* der snelheid is evenredig met den tijd.

42. Om den in t sec. afgelegden *weg* te vinden, handelt men als in § 36. Na elk der n tijdsdeeltjes is de snelheid met $\frac{1}{n}$ *at vermeerderd.* De volgende tabel geeft voor elk tijdsdeeltje begin- en eindsnelheid, alsmede de gedeeltelijke wegen.

Tijdsdeel	Beginsnelheid	Eindsnelheid	Gedeeltelijke wegen, afgelegd met beginsnelheid	met eindsnelheid
1e	c_0	$c_0 + \frac{1}{n} at$	$c_0 \times \frac{t}{n}$	$(c_0 + \frac{1}{n} at) \times \frac{t}{n}$
2e	$c_0 + \frac{1}{n} at$	$c_0 + \frac{2}{n} at$	$(c_0 + \frac{1}{n} at) \times \frac{t}{n}$	$(c_0 + \frac{2}{n} at) \times \frac{t}{n}$
3e	$c_0 + \frac{2}{n} at$	$c_0 + \frac{3}{n} at$	$(c_0 + \frac{2}{n} at) \times \frac{t}{n}$	$(c_0 + \frac{3}{n} at) \times \frac{t}{n}$
—	—	—	—	—
ne	$c_0 + \frac{n-1}{n} at$	$c_0 + \frac{n}{n} at$	$(c_0 + \frac{n-1}{n} at) \times \frac{t}{n}$	$(c_0 + \frac{n}{n} at) \times \frac{t}{n}$

De weg ligt wederom tusschen

$$S_1 = n \times c_0 \frac{t}{n} + \{1 + 2 + \ldots + (n-1)\} a \frac{t^2}{n^2} = c_0 t + \left(1 - \frac{1}{n}\right) \times \frac{1}{2} at^2$$

$$\text{en } S_2 = n \times c_0 \frac{t}{n} + \{1 + 2 + \ldots + n\} a \frac{t^2}{n^2} = c_0 t + \left(1 + \frac{1}{n}\right) \times \frac{1}{2} at^2,$$

zoodat men, door n steeds grooter te nemen, als grenswaarde vindt

$$s = c_0 t + \frac{1}{2} at^2. \qquad 11$$

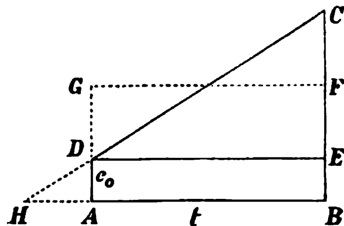


fig. 6.

De weg kan dus beschouwd worden als de som van twee wegen: één die in *eenparige* beweging met de gegeven beginsnelheid afgelegd is, en een tweede, die in *eenparig versnelde* beweging *zonder* beginsnelheid afgelegd is (verg. form. 1 en form. 6).

Meetkundige voorstelling van den weg door inhoud van trapezium $ABCD$ of door inhoud rechthoek $ABED$ + inhoud driehoek DEC.

Men kan de eenparig versnelde beweging met beginsnelheid c_0 ook beschouwen als het gedeelte eener eenparig versnelde beweging *zonder beginsnelheid*, dat afgelegd wordt, *nadat* de snelheid bij laatstbedoelde beweging c_0 is geworden. Vergelijk trapezium $ABCD$ met driehoek HBC.

43. Uit formule 10 vindt men $t = \frac{c - c_0}{a}$. Door deze waarde voor t in formule 11 te substitueeren, verkrijgt men

$$c = \sqrt{c_0^2 + 2\,as}. \qquad 12$$

44. Den *weg in eene bepaalde*, b. v. de t^{de} *seconde* afgelegd, vindt men door den weg in t sec. te verminderen met den weg in $(t - 1)$ sec.:

$$s' = c_0 t + \frac{1}{2} at^2 - \left\{c_0 (t - 1) + \frac{1}{2} a (t - 1)^2\right\}$$

$$= c_0 + \frac{1}{2} a (2t - 1). \qquad 13$$

Deze weg kan wederom beschouwd worden als de som van twee wegen: die van eene eenparige beweging met de snelheid c_0 gedurende 1 sec. en die van eene eenparig versnelde beweging zonder beginsnelheid in de t^{de} sec. (form. 1 en form. 8).

45. Uit formule 10 vindt men $a = \frac{c - c_0}{t}$. Door deze waarde voor a in formule 11 te substitueeren, verkrijgt men

$$s = \frac{1}{2} (c_0 + c)\, t. \qquad 14$$

Daar dit de formule eener *eenparige* beweging met de snelheid $\frac{1}{2} (c_0 + c)$ is, zoo volgt: de weg eener eenparig versnelde beweging met beginsnelheid is gelijk aan dien eener eenparige beweging gedurende denzelfden tijd met eene snelheid gelijk aan de halve som van beginsnelheid en eindsnelheid.

Meetkundig is (fig. 6) inhoud trapezium $ABCD$ = inhoud rechthoek $ABFG$, als $EF = \frac{1}{2}\, EC$ is.

Eenparig vertraagde (rechtlijnige) beweging.

46. De *beginsnelheid* zij c_0 kines, de *vertraging* a kines per sec. Na t sec. is de *snelheid* met at kines verminderd; zij bedraagt dus

$$c = c_0 - at. \qquad 15$$

De *vermindering* der snelheid is evenredig met den tijd.

47. Den in t seconden afgelegden *weg* vindt men op overeenkomstige wijze als in § 42. Als men in de tabel van § 42 in plaats

van de som het verschil der beide snelheden neemt, dan blijkt, dat

$$s = c_0 t - \frac{1}{2} at^2. \qquad 16$$

48. Evenzoo vindt men (verg. § 43, 44 en 45) de betrekkingen

$$c = \sqrt{c_0^2 - 2as}; \qquad 17$$

$$s' = c_0 - \frac{1}{2} a (2t - 1); \qquad 18$$

$$s = \frac{1}{2} (c_0 + c)\, t. \qquad 19$$

De in t seconden afgelegde weg (form. 16) alsmede de in de t^{de} seconde afgelegde weg (form. 18) kan beschouwd worden als het verschil van den weg eener eenparige en dien eener eenparig versnelde beweging zonder beginsnelheid (form. 1, 6, 8).

fig. 7.

Verder blijkt uit formule 19, dat de weg gelijk is aan dien eener eenparige beweging in denzelfden tijd met eene snelheid gelijk aan de halve som van beginsnelheid en eindsnelheid. Vergelijke fig. 7 met fig. 6.

49. De eenparig vertraagde beweging is uit den aard der zaak *geëindigd*, als de snelheid $=$ 0 geworden is. Zet men in formule 15 voor c deze waarde, dan vindt men den *geheelen duur* der beweging uit $0 = c_0 - at$:

$$t = \frac{c_0}{a}. \qquad 20$$

Den *geheelen weg* vindt men, door deze waarde voor t in formule 16 te substitueeren:

$$s = c_0 \times \frac{c_0}{a} - \frac{1}{2} a \times \frac{c_0^2}{a^2} = \frac{c_0^2}{2a};$$

of ook, door in formule 17 $c = 0$ te zetten; uit $0 = \sqrt{c_0^2 - 2as}$ vindt men:

$$s = \frac{c_0^2}{2a}. \qquad 21$$

II. Samenstelling van bewegingen.

50. Als een stoffelijk punt P zich beweegt ten opzichte van een lichaam L, terwijl dit lichaam tegelijk eene beweging heeft ten opzichte van een tweede lichaam L_1, dan zegt men, dat het punt P ten opzichte van het lichaam L_1 eene *samengestelde beweging* (*resulteerende beweging*) heeft, terwijl men de bewegingen van P ten op-

zichte van L en van L ten opzichte van L_1 de *samenstellende bewegingen*, *componenten*, noemt.

51. Een punt bewege zich gedurende t seconden langs eene lat van P naar Q (fig. 8), terwijl gelijktijdig de lat over eene tafel verschoven wordt, zoodat bij het einde dezer beweging de punten P en Q de plaatsen P_1 en Q_1 innemen; dan heeft het punt zich ten opzichte van de tafel eveneens gedurende t seconden bewogen over eene baan, waarvan het beginpunt door P en het eindpunt door Q_1 wordt aangewezen.

Tot de plaats Q_1 zal het punt blijkbaar ook komen, als men eerst het punt langs de stilliggende lat den weg PQ laat afleggen en daarna de lat uit haren oorspronkelijken stand verplaatst naar dien, welken zij bij het einde der beweging inneemt.

Voor de plaats, die een punt in samengestelde beweging bereikt, is het onverschillig of de bewegingen gelijktijdig of na elkaar plaats hebben.

Twee eenparige (rechtlijnige) bewegingen.

52. Hebben de samenstellende bewegingen *dezelfde* richting, dan heeft de samengestelde beweging eveneens in dezelfde richting plaats en is eenparig met eene snelheid gelijk aan de som van de snelheden der componenten.

De weg der resulteerende beweging is evenredig met den tijd.

53. Hebben de samenstellende bewegingen *tegenovergestelde* richtingen, dan valt de richting der samengestelde beweging samen met die der snellere van beide componenten; de beweging is eenparig met eene snelheid gelijk aan het verschil van de snelheden der componenten.

54. Hebben de samenstellende bewegingen *verschillende* richtingen, dan is de resulteerende beweging eveneens eenparig; hare grootte en richting zijn die van de — door het uitgangspunt der beweging getrokken — diagonaal van een parallelogram, waarvan de aanliggende zijden de samenstellende bewegingen zijn. **Parallelogram van bewegingen.**

Als het lichaam L (de lat van § 51) evenwijdig met zich zelve en eenparig over het lichaam L_1 (de tafel) verschoven wordt, dan is duidelijk, dat het punt P zich na t sec. zal bevinden aan het uiteinde Q_1 der diagonaal van het parallelogram, beschreven op de

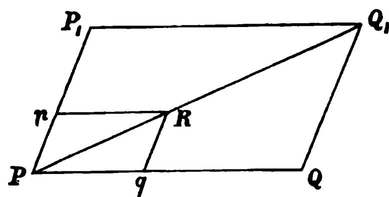


fig. 8.

samenstellende bewegingen PQ en PP_1 als zijden. Nu bewijst men, dat het zich ook op elk ander oogenblik, b.v. t_1 sec. na het begin der beweging, op de diagonaal zal bevinden. Op de stilliggende lat PQ zou het punt alsdan gekomen zijn van P tot q, zoodat

$$Pq : PQ = t_1 : t.$$

Het punt P der lat echter is intusschen gekomen in p, zoodat

$$Pp : PP_1 = t_1 : t.$$

Dus $$Pq : PQ = Pp : PP_1.$$

Verder is $$\angle pPq = \angle P_1PQ.$$

Trekt men dus door p eene lijn evenwijdig aan PQ en door q eene lijn evenwijdig aan PP_1, dan ontstaat een parallelogram $PpRq$, dat gelijkvormig is met parallelogram PP_1Q_1Q. Het punt R, waar het bewegende punt zich na t_1 *sec.* zal bevinden, ligt dus op diagonaal PQ_1. Verder is:

$$PR : PQ_1 = Pq : PQ = t_1 : t;$$

m. a. w.: de wegen langs de diagonaal zijn evenredig met de tijden; de beweging is dus eenparig (§ 30).

55. Construeert men het parallelogram van bewegingen voor den tijd van *ééne* seconde, dan zijn de samenstellende wegen de maat voor de samenstellende snelheden (§ 25). Evenzoo is de resulteerende weg de maat voor de resulteerende snelheid. Het parallelogram van bewegingen behelst dus ook het **parallelogram van snelheden**:

De snelheid der resulteerende beweging wordt in grootte en richting voorgesteld door de uit het uitgangspunt der beweging getrokken diagonaal van een parallelogram, waarvan de aanliggende zijden in grootte en richting de samenstellende snelheden voorstellen.

Twee eenparig versnelde (rechtlijnige) bewegingen zonder beginsnelheid.

56. Hebben de beide samenstellende bewegingen *dezelfde* richting, dan heeft de samengestelde beweging eveneens in dezelfde richting plaats en is *eenparig versneld zonder beginsnelheid* met eene versnelling gelijk aan de som der versnellingen van de beide samenstellende bewegingen.

De weg der resulteerende beweging is evenredig met het vierkant van den tijd.

57. Hebben de samenstellende bewegingen *tegenovergestelde* richtingen, dan valt de richting der samengestelde beweging samen met die van de snellere van beide bewegingen; de beweging is *eenparig versneld zonder beginsnelheid* met eene versnelling gelijk aan het verschil der versnellingen van de beide samenstellende bewegingen.

58. Hebben de samenstellende bewegingen *verschillende* richtingen, dan geldt weer het *parallelogram van bewegingen;* de samenstellende beweging is *eenparig versneld zonder beginsnelheid;* hare grootte en richting zijn die van de — door het uitgangspunt der beweging getrokken — diagonaal van een parallelogram, waarvan de aanliggende zijden de samenstellende bewegingen zijn.

Als (fig. 8) PQ en PP_1 de samenstellende bewegingen zijn, voor t sec. en Pq en Pp die voor t_1 *sec.*, dan is (form. 6) op overeenkomstige wijze als in § 54:

$$Pq : PQ = t_1^2 : t^2;$$
$$Pp : PP_1 = t_1^2 : t^2;$$
$$Pq : PQ = Pp : PP_1;$$
$$\angle pPq = \angle P_1PQ;$$

dus parallelogram $PpRq$ gelijkvormig met parallelogram PP_1Q_1Q. Het punt R, waar zich het bewegende punt na t_1 sec. zal bevinden, ligt dus op de diagonaal PQ_1. Verder is:

$$PR : PQ_1 = Pq : PQ = t_1^2 : t^2;$$

m. a. w.: de langs de diagonaal afgelegde wegen zijn evenredig met de vierkanten der tijden; de beweging is dus eenparig versneld zonder beginsnelheid (§ 36).

59. Construeert men het parallelogram van bewegingen voor den tijd van *éène* seconde, dan zijn de op de zijden afgelegde wegen in getalwaarde gelijk aan de helft der respectieve versnellingen (form. 6); evenzoo is de in éène seconde op de diagonaal afgelegde weg in getalwaarde gelijk aan de helft der resulteerende versnelling. Het parallelogram van bewegingen behelst dus ook het **parallelogram van versnellingen:**

De versnelling der resulteerende beweging wordt in grootte en richting voorgesteld door de — uit het uitgangspunt der beweging getrokken — diagonaal van een parallelogram, waarvan de aanliggende zijden in grootte en richting de samenstellende versnellingen voorstellen.

60. Men kan ook meer dan twee gelijksoortige bewegingen samenstellen, door de resulteerende beweging van twee componenten samen te stellen met de derde enz.

Ontbinding eener beweging in twee andere van dezelfde soort.

61. Gelijk men twee bewegingen kan samenstellen tot eene resulteerende beweging, kan men ook omgekeerd zich elke beweging vervangen denken door twee andere gelijksoortige bewegingen, mits deze en de gegevene beweging in verhouding staan van de — door een zelfde hoekpunt gaande — zijden en diagonaal van een parallelogram. De beide gevonden bewegingen heeten de *ontbondenen* der gegeven beweging.

Hetzelfde geldt voor snelheid en versnelling.

De *ontbinding* is blijkbaar op oneindig vele wijzen mogelijk. Het meest komt voor de ontbinding in twee op elkaar loodrechte richtingen.

Eene eenparige rechtlijnige en eene eenparig versnelde rechtlijnige beweging zonder beginsnelheid.

62. Hebben de beide componenten *dezelfde* richting, dan heeft de resulteerende beweging ook in deze richting plaats. De snelheid der eenparige componente zij c_1 kines, de versnelling der eenparig versnelde a kines per sec. De weg der resulteerende beweging in t sec. is gelijk aan de som van de wegen der eenparige en der eenparig versnelde componente, beide voor t sec.

$$s = c_1 t + \frac{1}{2} at^2. \qquad 22$$

De samengestelde beweging is, zooals uit vergelijking dezer formule met formule 11 blijkt, eenparig versneld met eene beginsnelheid gelijk aan de snelheid der eenparige componente, en eene versnelling gelijk aan de versnelling der eenparig versnelde componente.

De snelheid na t sec. vindt men dus door de formule

$$c = c_1 + at. \qquad 23$$

63. Hebben de beide componenten *tegenovergestelde* richtingen, dan is aanvankelijk de snelheid der eenparige componente grooter dan die der eenparig versnelde, waarvan de beginsnelheid immers $= 0$ is. De richting der resulteerende beweging is dus aanvankelijk die der eenparige. De weg is het verschil van de wegen der eenparige en der eenparig versnelde componente, beide voor t sec.

$$s = c_1 t - \frac{1}{2} at^2. \qquad 24$$

Aanvankelijk is dus, zooals uit vergelijking dezer formule met

formule 16 blijkt, de resulteerende beweging *eenparig vertraagd* met eene beginsnelheid gelijk aan de snelheid der eenparige componente, en eene vertraging gelijk aan de versnelling der eenparig versnelde componente.

De snelheid na t sec. vindt men dus door de formule:

$$c = c_1 - at. \qquad 25$$

64. Daar echter de snelheid der eenparig versnelde componente voortdurend aangroeit, zal er een oogenblik komen, waarop zij gelijk wordt aan de constante snelheid der eenparige componente. Voor dit oogenblik is de snelheid der samengestelde beweging $= 0$; het lichaam staat een moment stil. Den tijd, *wanneer* dit plaats heeft, vindt men, door in formule 25 $c = 0$ te stellen. Alsdan wordt

$$t_1 = \frac{c_1}{a}. \qquad 26$$

Deze waarde voor t in formule 24 substitueerende vindt men, dat het lichaam tot op het oogenblik van stilstand den weg heeft afgelegd

$$s_1 = c_1 \times \frac{c_1}{a} - \frac{1}{2} a \times \frac{c_1^2}{a^2} = \frac{c_1^2}{2a}. \qquad 27$$

Vergelijk de voorstaande beschouwing met die van § 49.

65. Blijven de samenstellende bewegingen nog voortduren, dan wordt van dit oogenblik af de *snelheid* der eenparig versnelde componente grooter dan die der eenparige; de verplaatsing volgens de eerste dus grooter dan die volgens de tweede; het lichaam gaat op zijne baan terug. De waarde van s, d. i. *de afstand, dien het punt van het uitgangspunt der beweging verkrijgt* (niet het sedert het begin der beweging afgelegde aantal centimeters), wordt kleiner. De waarde der snelheid wordt *negatief*, hetgeen dus de beteekenis heeft, dat de snelheid van richting veranderd is.

66. Na deze omkeering is de samengestelde beweging *eenparig versneld* met de versnelling der eenparig versnelde componente. Immers in elke volgende seconde wordt de snelheid in den zin der nu aangenomen richting met a kines vermeerderd, en dit blijft zoo, hoe lang de bewegingen ook duren. De beginsnelheid van dit (eenparig versnelde) deel der resulteerende beweging is 0.

67. Verder gaande zal het lichaam het uitgangspunt weer bereiken, als namelijk de *weg* der eenparig versnelde componente op een bepaald oogenblik even groot geworden is als die der eenparige componente. Den tijd, *wanneer* dit plaats heeft, vindt men door in formule 24 $s = 0$ te stellen:

$$0 = c_1 t_2 - \frac{1}{2} a \times t_2^2 = (c_1 - \frac{1}{2} a t_2) \times t_2.$$

Aan deze vergelijking wordt voldaan, als $t_2 = 0$ is of als $c_1 - \frac{1}{2}at_2 = 0$ is, dus als $t_2 = \frac{2c_1}{a}$ is. De waarde $t_2 = 0$ zegt niets anders, dan dat het lichaam bij het begin der beweging zich in het uitgangspunt bevond; de hier gezochte tijd is de andere:

$$t_2 = \frac{2c_1}{a}. \qquad 28$$

Door vergelijking dezer formule met formule 25 vindt men, dat het lichaam voor de teruggaande beweging tot aan het uitgangspunt denzelfden tijd noodig heeft, waarin het met eenparig vertraagde beweging den weg van het uitgangspunt tot het punt van stilstand afgelegd heeft.

68. Duren de bewegingen daarna nog voort, zoo wordt de weg der eenparig versnelde componente grooter dan die der eenparige. In formule 24 wordt de waarde van s negatief, hetgeen dus beteekent, dat de verplaatsing nu naar den anderen kant van het uitgangspunt, d. i. in de richting der eenparig versnelde componente geschiedt.

69. Voorbeeld. De snelheid der eenparige componente zij 60 kines, de versnelling der eenparig versnelde 20 kines per sec.

Tijd	Snelheid (form. 25)	Aard en richting der beweging	Weg (form. 24).	Verplaatsing ten opzichte van het uitgangspunt.
0 sec.	60 kines		—	
1 „	$60-20\times1=$ 40 „	eenparig vertraagd; richting die der eenparige componente.	$60\times1-\frac{1}{2}\times20\times1=$ 50 cM	in den zin der eenparige componente.
2 „	$60-20\times2=$ 20 „		$60\times2-\frac{1}{2}\times20\times4=$ 80 „	
3 „	$60-20\times3=$ 0 „		$60\times3-\frac{1}{2}\times20\times9=$ 90 „	
4 „	$60-20\times4=-$ 20 „	eenparig versneld; richting die der eenparig versnelde componente.	$60\times4-\frac{1}{2}\times20\times16=$ 80 „	
5 „	$60-20\times5=-$ 40 „		$60\times5-\frac{1}{2}\times20\times25=$ 50 „	
6 „	$60-20\times6=-$ 60 „		$60\times6-\frac{1}{2}\times20\times36=$ 0 „	
7 „	$60-20\times7=-$ 80 „		$60\times7-\frac{1}{2}\times20\times49=-$ 70 „	in den zin der eenparig versnelde componente.
8 „	$60-20\times8=-100$ „		$60\times8-\frac{1}{2}\times20\times64=-$ 160 „	

70. Hebben de beide componenten *verschillende* richtingen, is b. v. de beweging van het lichaam langs de lat PQ eenparig versneld, terwijl gelijktijdig de lat evenwijdig met zich zelve eenparig over de tafel verschoven wordt uit den stand PQ in dien van

P_1Q_1, dan kan men de plaats Q_1, die het lichaam na t sec. op de tafel inneemt, weer vinden, door eerst het lichaam gedurende t sec. zich langs de stilliggende lat van P naar Q te laten bewegen, en daarna de lat t sec. hare beweging over de tafel te laten maken.

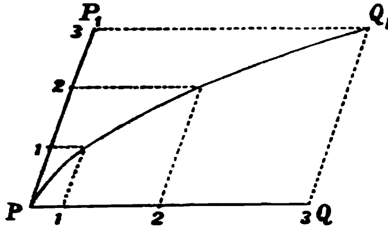


fig. 9.

Bepaalt men aldus de plaatsen, die het lichaam in de opvolgende momenten gedurende de beweging inneemt, dan vindt men, dat de resulteerende beweging voortdurend van richting en snelheid verandert.

In fig. 9 zijn de plaatsen van het lichaam na 1, 2 en 3 sec. aangewezen.

De baan der resulteerende beweging heet *parabool;* zij zal later in een bijzonder geval nader beschouwd worden.

---

71. Uit bovenstaande beschouwingen over samenstelling van bewegingen blijkt, dat de beweging van een lichaam *onafhankelijk* is van andere bewegingen, waaraan het lichaam moet deelnemen, omdat het behoort tot, of zich bevindt op een ander lichaam. De beweging van het eerste lichaam heeft ten opzichte van het tweede lichaam op dezelfde wijze plaats, onverschillig of het tweede lichaam in rust of in beweging is.

De beweging van een over het dek van een schip rollenden bol is onafhankelijk van het stilliggen of vooruitgaan van het schip. Evenzoo zal een losgelaten voorwerp het dek in beide gevallen in hetzelfde punt treffen. — Of men in een stilstaanden of in een voortgaanden trein een lichaam verticaal omhoog werpt, in beide gevallen valt het op de stilgehouden hand terug.

De onafhankelijkheid eener beweging van eene andere in dien zin, dat het voor de baan van het eerste lichaam ten opzichte van het tweede onverschillig is, of het tweede lichaam in rust of in beweging is, geldt slechts voor de voortgaande beweging van het tweede lichaam, maar niet meer, als het tweede lichaam eene *draaiing om eene as* maakt.

Dat de bedoelde onafhankelijkheid voor lichamen, die zich op de draaiende aarde bewegen, toch schijnt te bestaan, is een gevolg van de geringe hoeksnelheid der aarde (§ 33). Feitelijk zal bij eene beweging in de richting Noord-Zuid of omgekeerd eene schijnbare afwijking optreden, omdat de meridiaan zelve gedurende de beweging van richting veranderd is.

III. Bewegingen en krachten.

72. Als een lichaam uit den toestand van rust overgaat in dien van beweging, dan laat zich voor deze verandering steeds eene oorzaak vinden. Aan deze oorzaak geeft men in 't algemeen den naam *kracht*. De richting, waarin het lichaam zich tracht te bewegen, noemt men de *richting der kracht*.

De beweging van een biljartbal wordt veroorzaakt door onze spierkracht; de beweging van eenen kogel door de kracht, die van de verbrandingsproducten van het buskruit uitgaat; het vallen van een losgelaten lichaam door de kracht, waarmede de aarde het lichaam aantrekt; de beweging der raderen van een uurwerk door de veerkracht eener opgewonden veer enz.

73. De ondervinding leert, dat men, om de snelheid van een lichaam, dat zich in beweging bevindt, te vermeerderen of te verminderen, of om zijne richting te veranderen, op het lichaam eene werking, b.v. eene drukking of trekking, moet uitoefenen. Zoodanige werking zou een rustend lichaam in beweging kunnen brengen. Er is dus weer eene oorzaak, eene *kracht* noodig om verandering van snelheid of richting te bewerken. Hoe minder sterk zulke oorzaken werken, des te geringer is de verandering. Hieruit besluit men, dat, als deze werkingen niet plaats hadden, het lichaam geene verandering in snelheid of richting zou ondergaan, m. a. w. dat het zich eenparig en rechtlijnig zou bewegen.

74. De lichamen behouden dus hun toestand van rust of beweging, zij blijven de eenmaal aangenomen richting volgen, zoolang niet krachten optreden, die daarin verandering brengen. *Beginsel van traagheid* (volhardingsvermogen, inertie) der stof (Galilei, 1638).

Bewegingen der reizigers bij het plotseling in beweging geraken en stilstaan van een spoortrein. Eene plotselinge verandering van richting bij snellen loop of schaatsenrijden is onmogelijk.

75. Verandert dus op zeker moment snelheid of richting van een lichaam, dan kan dit slechts daardoor gebeuren, dat aan het lichaam nog eene andere snelheid medegedeeld wordt, die met de snelheid, die het lichaam reeds had, eene resulteerende snelheid oplevert.

Heeft de bijgevoegde snelheid gelijke of tegenovergestelde richting met die van het lichaam, dan wordt alleen de *snelheid* grooter of kleiner.

Heeft de bijgevoegde snelheid echter eene andere richting, dan veranderen in 't algemeen *snelheid* en *richting*, in een bijzonder geval alleen de *richting*.

Een lichaam bewege zich langs de lijn AB. In B gekomen zou het door de traagheid met de snelheid BC verder gaan. Als het zich echter met de snelheid en in de richting BE verder beweegt, dan moet het in B nog eene snelheid BD verkregen hebben. Immers men kan zich BE samengesteld denken uit BC en BD (§ 55). Naar gelang van grootte en richting van BD wordt naast de verandering der richting ook de snelheid grooter (fig. 10 en 11) of kleiner (fig. 12), of zij blijft onveranderd (fig. 13).

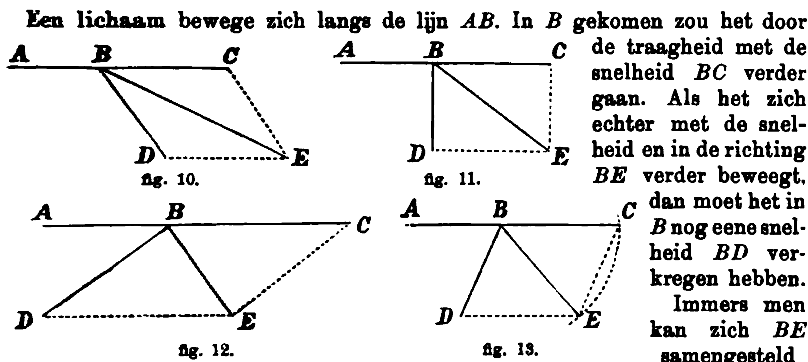


fig. 10. fig. 11. fig. 12. fig. 13.

76. De bijgevoegde snelheid is de uitwerking eener kracht, waarvan de *richting* wederom overeenkomt met die der bijgevoegde snelheid.

77. Als men bij de beweging van een lichaam over een vlak of door eene middenstof (lucht, water) de snelheid gaandeweg ziet verminderen, dan vindt men de oorzaak daarvan in de *wrijving* of den *weerstand der middenstof*, die het lichaam ondervindt. Hoe meer men de wrijving (en den weerstand) vermindert (b.v. door wegnemen der oneffenheden van den weg), des te langer duurt de beweging.

Wrijving en weerstand werken dus als krachten, die aan het lichaam eene snelheid mededeelen in eene richting tegengesteld aan de richting der beweging.

Beweging van een voortgeworpen gladden bol over een zandweg, een harden grintweg, een gladde ijsvlakte. — De draaiing van een tol in het luchtledige duurt langer dan in de lucht.

78. Beschouwt men den toestand van rust als dien eener beweging met de snelheid $= 0$, dan kan men dus in 't algemeen zeggen: *de oorzaak van elke verandering in den bewegingstoestand van een lichaam noemt men kracht.*

79. Niet altijd behoeft eene op een lichaam werkende kracht werkelijk beweging voort te brengen. Dikwijls blijken twee krachten op een lichaam te werken zonder dat daardoor de bewegingstoestand van het lichaam veranderd wordt. In dit geval zijn de krachten *gelijk* en tegenovergesteld gericht; men zegt dan, dat zij *evenwicht maken.*

Als een lichaam op eene tafel rust, dan heeft aanvankelijk de kracht, waarmede het lichaam door de aarde aangetrokken wordt, eene geringe vormverandering der tafel teweeg gebracht. De daardoor in de tafel opgewekte veerkracht houdt de aantrekkingskracht der aarde in evenwicht.

Indien beweging als uitwerking eener kracht verhinderd wordt, dan vindt men de werking der kracht in eene *drukking* of eene *spanning* binnen het lichaam.

De uitgetrokken pees van een boog, eene uitgerekte of samengedrukte veer, samengeperste lucht verkeeren in een toestand van spanning.

80. Werken meer dan twee krachten op een lichaam, en wordt daardoor geene verandering in den bewegingstoestand van het lichaam verkregen, dan moet *elke dier krachten* geacht worden, *alle andere in evenwicht te houden.*

81. Uit het voorgaande volgt:

Als een lichaam *in rust* of *in beweging* is, en er werken *geene krachten* of *gelijke en tegengesteld gerichte krachten* op, dan blijft de toestand van rust of die van beweging behouden. De beweging is *rechtlijnig en eenparig.*

Op een lichaam, dat *in rust of in rechtlijnige eenparige beweging* is, werken of *geene krachten*, of *de krachten, die er op werken, maken evenwicht.*

Bij een eenparig voortloopenden trein moet de stoomkracht op elk oogenblik even groot zijn als wrijving en weerstand; de trein blijft doorgaan tengevolge van de traagheid.

Is de beweging van een lichaam *veranderlijk* of *kromlijnig*, zoo moet *minstens ééne kracht* op het lichaam werken.

Indien de kracht of de krachten plotseling ophouden te werken, dan gaat de beweging over in eene eenparige rechtlijnige met de snelheid en in de richting, die het lichaam op dat oogenblik heeft.

82. Het punt van een lichaam (hier geen stoffelijk punt!), waarop eene kracht direct werkt, heet het *aangrijpingspunt der kracht.*

Verschil der werking eener zelfde kracht bij verschillende aangrijpingspunten. Biljartspel.

83. Tot onderlinge vergelijking der *grootte* van krachten dient de *dynamometer* (krachtmeter, veerbalans), een veerkrachtig lichaam (b.v. stalen spiraalveer), uit welks vormverandering men besluit tot de grootte der krachten, die op het lichaam werkende, deze vormveranderingen teweegbrengen.

Bij het gebruik van eenen dynamometer is men gewoon, de werking der verschillende krachten op den toestel te vergelijken met de werking van een der meest algemeene krachten, de *zwaartekracht*, waardoor elk lichaam in *verticale* richting tot de aarde wordt aangetrokken met eene kracht, die men het *gewicht van het lichaam*

noemt (zie § 170). Men is overeengekomen, als *eenheid van gewicht* te nemen het gewicht van 1 *Liter water* (van 4° C in de luchtledige ruimte) en heeft daaraan den naam *Kilogram* gegeven. Laat men achtereenvolgens de veer van eenen dynamometer uitrekken door het gewicht van 1, 2 enz. KG en teekent de grootte der uitrekking aan, dan verkrijgt men eene *proefondervindelijke* (*empirische*) *schaal* tot meeting van krachten in kilogrammen. — Over de definitie van kilogram zie § 105.

De eenheid van gewicht wordt meestal in de leer der Werktuigen als eenheid van kracht gebruikt; zij is echter niet de in de Natuurkunde gebruikelijke eenheid van kracht; deze zal later bepaald worden.

84. Door grootte, richting en aangrijpingspunt is eene kracht *volkomen bepaald.*

85. Krachten kunnen daarom voorgesteld worden door *lijnen:* een der uiteinden der lijn wijst het aangrijpingspunt der kracht aan; de richting der lijn stelt die der kracht voor, en de lengte der lijn in cM (of in eene andere maat) maakt men gelijk aan het aantal eenheden der kracht.

Massa, kracht, versnelling.

86. Bij de werking eener kracht op een lichaam wordt de hoeveelheid stof, waaruit het lichaam bestaat, dus de *massa*, bewogen; tengevolge van de werking der kracht krijgt die massa eene *snelheid*, die grooter wordt, naarmate de kracht er langer op werkt. Er moet dus nagegaan worden, welke snelheid de massa van een lichaam verkrijgt, als eene bepaalde kracht zekeren tijd — b.v. ééne seconde — daarop werkt.

87. De *massa* van een lichaam mag niet verward worden met zijn *gewicht.*

De stof, waaruit een lichaam bestaat, behoort tot het wezen van een lichaam; wij kunnen ons dus geen lichaam voorstellen zonder eene bepaalde *massa. Gewicht* echter bezit een lichaam alleen, omdat het door de aarde, waarop het zich bevindt, aangetrokken wordt. Indien er in de geheele wereld niets bestond dan één enkel lichaam, zou dit geen gewicht bezitten, omdat het niet door een ander lichaam (de aarde) kon aangetrokken worden.

Later zal blijken, dat het gewicht van hetzelfde lichaam op verschillende plaatsen der aarde niet even groot is. Hangt men een lichaam aan de veer van een gevoeligen dynamometer, dan zal deze niet overal even sterk uitgerekt worden.

Men dient de begrippen *massa* en *gewicht* van een lichaam ook daarom goed uit elkander te houden, omdat de woorden „gewicht", „wegen", in het dagelijksch leven veelvuldig gebruikt worden, waar men eene massa en de bepaling eener massa bedoelt. Het woord *Kilogram* (*Gram*) kan een gewicht (kracht) en eene massa aanwijzen en wordt ook in de wetenschap in beide beteekenissen gebruikt.

„Twee kilogram zout" beteekent eene *massa* zout, die door de aarde even sterk aangetrokken wordt als twee Liter water. Dat men „15 kilogram kan optillen" heet, dat men eene spierkracht kan ontwikkelen even groot als de *kracht*, waarmede 15 Liter water door de aarde worden aangetrokken.

In dit boek zal door het woord „gewicht" steeds eene kracht aangeduid worden.

Twee lichamen hebben gelijke gewichten, als zij (op dezelfde plaats der aarde) de veer van eenen dynamometer even sterk uitrekken. Meestal echter wordt de balans gebruikt, om de gelijkheid van twee gewichten te constateeren. Twee lichamen hebben gelijke gewichten, als zij — elk in eene der schalen eener balans geplaatst — den horizontalen stand van het juk niet veranderen. Over de balans zie § 195.

88. Dat het *gewicht* van een lichaam niets te maken heeft met de snelheid, die de massa van het lichaam door de werking eener kracht verkrijgt, zal later aangetoond worden (§ 117). Hier zij er slechts op gewezen, dat de ondervinding steeds geleerd heeft, dat dezelfde kracht aan hetzelfde lichaam overal dezelfde snelheid in gelijke tijden medegedeelt, al is het gewicht van het lichaam niet overal even groot.

89. Ten opzichte van lichamen van dezelfde soort vindt men licht, dat hunne *massa's evenredig zijn met hunne gewichten* (op dezelfde plaats der aarde).

Twee massa's van dezelfde soort zijn dus gelijk, als zij gelijke gewichten hebben. Dit geldt vooreerst niet voor ongelijksoortige lichamen.

---

90. Voor het in § 86 bedoelde onderzoek zou men elke soort van kracht kunnen gebruiken, mits men het aantal eenheden der kracht kan bepalen. Zeer gemakkelijk gaat dit met die kracht, die men gewicht noemt. Daarom zal bij de volgende beschouwingen als kracht het gewicht van een lichaam dienen.

91. *De toestel van Atwood*, waarvan men zich voor dit onderzoek kan bedienen, bestaat uit eene verticale, in centimeters verdeelde lat, waarop boven een licht katrolletje zoo geplaatst is, dat het met geringe wrijving om zijne as in een verticaal vlak kan draaien. Over het katrolletje is een dun, buigzaam koord geslagen, aan welks uiteinden twee lichamen M en M_1 hangen, elk bestaande uit een gelijk aantal, b. v. 18 koperen schijfjes van (gelijk gewicht en dus van)

gelijke massa. Als men het gewicht van het koord verwaarloozen kan, zijn de gewichten dezer beide massa's op elke hoogte in evenwicht, daar zij het koord in tegengestelde richtingen trachten te verplaatsen.

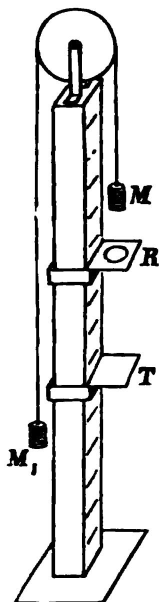


fig. 14.

Aan den kant der lat, waar zich de éène massa, M, bevindt, zijn langs de lat verplaatsbaar een ring R, wijd genoeg, om M door te laten, en een tafeltje T, waartegen M bij het dalen aanslaan moet. Verder is aan de lat nog aangebracht een toestel (hefboom met wig), om de as der katrol vast te zetten; alsmede een secondeslinger, die bij elke schommeling een duidelijk hoorbaren tik geeft, en die, als hij in beweging gezet wordt, bij den *eersten* tik den hefboom van de as wegstoot en deze vrij maakt (beide in fig. 14 weggelaten).

92. *Eerste proef.* Men plaatst de massa M boven aan de lat, zoodat het bovenvlak van M met het nulpunt der verdeeling samenvalt, zet de as der katrol vast en legt op M nog een stukje koper, waarvan de massa m even zwaar is als elk der schijfjes, maar van langwerpigen vorm, zoodat het, als M bij het dalen den ring passeert, daarop zal blijven liggen. Het gewicht van dit stukje m, het *overwicht*, is nu de *standvastige* kracht, die, als de as vrij komt, de massa's M en M_1 alsmede zijn eigene massa m in beweging zal brengen, waarbij M daalt en M_1 stijgt. De te bewegen massa is nu $(18 + 18 + 1)$ maal die van één stukje. Stoot men den slinger aan, dan begint de beweging bij den eersten tik. Men gaat nu achtereenvolgens na, waar men den ring moet plaatsen, om bij den tweeden, derden enz. tik, dus 1, 2 enz. seconden na het begin der beweging het langwerpige stukje op den ring te hooren neerkomen. Daarmede heeft men den weg in 1, 2 enz. seconden gevonden.

De proef geeft b. v.:

Duur der beweging	Afgelegde weg
1 sec.	10 cM $= 10 \times 1^2$ cM;
2 „	40 „ $= 10 \times 2^2$ „ ;
3 „	90 „ $= 10 \times 3^2$ „ .

De uitkomsten kan men samenvatten in de formule $s = 10 \times t^2$. *Dit is echter de formule eener eenparig versnelde beweging* (form. 6), waarbij $\frac{1}{2} a = 10$ is.

93. *Tweede proef.* Tot hetzelfde resultaat komt men, als men de

snelheden bepaalt, die aan het einde der eerste, tweede enz. seconde verkregen zijn. Men richt den toestel weer in als bij de vorige proef en plaatst den ring op deelstreep 10. Bij den tweeden tik (na 1 seconde) wordt het langwerpige stukje tegengehouden. Daarmede is echter ook de bewegende kracht weggenomen; er kan dus verder geene verandering van snelheid plaats grijpen (§ 73, 81); de beweging zal eenparig worden met de verkregen snelheid. Om deze te vinden, gaat men na, waar men het tafeltje T moet plaatsen, om de massa M bij den derden tik (2 seconden na het begin der beweging) er op te hooren neerkomen. Vindt men de plaats van het tafeltje zooveel beneden deelstreep 30, als M hoog is, dan is *na het ophouden der kracht* de weg in 1 sec. 30—10 of 20 cM. Even groot is ook de snelheid der beweging in kines op het einde der eerste seconde geweest.

Evenzoo bepaalt men de snelheid op het einde der tweede enz. seconde. Uit het volgende tafeltje kan het verloop der proeven blijken:

Ophouden der bewegende kracht na	Plaats van den ring	Plaats van het tafeltje	Verkregen snelheid in kines
1 sec.	10	30	20 kines $= 20 \times 1$ kin.
2 „	40	80	40 „ $= 20 \times 2$ „
3 „	90	150	60 „ $= 20 \times 3$ „

De uitkomsten kan men samenvatten in de formule $c = 20 \times t$. *Dit is echter de formule eener eenparig versnelde beweging* (form. 5), waarbij $a = 20$ kines per sec. is.

Vergelijk met deze proeven het voorbeeld in § 40.

94. Uit de voorafgaande proeven volgt: de *beweging, veroorzaakt door eene standvastige kracht, werkende in de richting der beweging, is eenparig versneld.*

Dit moet evenzeer in gevallen gelden, waar de duur van de inwerking der kracht zeer klein is. Als een lichaam door een korten stoot uit den toestand van rust in beweging gebracht wordt, en men mag aannemen, dat de stootende kracht in elk moment even sterk werkt, dan zal gedurende den stoot het lichaam eene eenparig versnelde beweging maken; zijne snelheid zal intusschen alle mogelijke waarden hebben van 0 tot de snelheid, waarmede het lichaam verder gaat, nadat de stoot geëindigd is. — Evenzoo bij het afschieten van een geweer.

De Werktuigkunde leert, dat de *wrijving* onafhankelijk is van de snelheid der beweging en beschouwd moet worden als eene kracht, die op het lichaam werkt in eene richting, tegengesteld met die der beweging. Kan dus de wrijving niet verwaarloosd worden, dan heeft de beweging van een lichaam onder de werking eener standvastige kracht zoo plaats, alsof het lichaam gedreven werd door eene kracht, gelijk aan het verschil der standvastige kracht en der wrijving. (Zie § 112, *b*). Daar dit verschil eveneens standvastig is, blijft de beweging eenparig versneld; de versnelling is echter geringer dan zonder wrijving. (Zie volgende proef).

Bij de *beweging in eene weerstandbiedende stof* kan men aannemen, dat de weerstand aangroeit met het vierkant der snelheid; bij tweemaal zoo groote snelheid wordt tweemaal meer van de stof verplaatst, en aan deze tweemaal zoo groote hoeveelheid moet eene tweemaal zoo groote snelheid medegedeeld worden.

Eene beweging onder de werking eener standvastige kracht moet dus in eene weerstandbiedende stof ten slotte eenparig worden, als namelijk de weerstand even groot geworden is als de bewegende kracht. — Regendruppels.

Proef: Als men een lichaam, dat in een diepen met water gevulden cilinder zweeft, achtereenvolgens met lichamen bezwaart, waarvan de gewichten zich verhouden als 1 : 4, dan verhouden zich de snelheden — nadat de beweging eenparig is geworden — als 1 : 2.

95. *Derde proef.* Men verdeelt de massa's zoo, dat aan weerskanten van het koord 17 stukjes hangen, voegt aan den éénen kant (bij M) het langwerpige stukje bij en legt daarop nog de beide overgebleven stukjes; dan is de totale massa weer even groot als bij de proef § 92, namelijk $(20 + 17) = 37$ stukjes; het overwicht is echter nu het gewicht van drie (20—17) stukjes, dus driemaal zoo groot als bij de eerste proeven. Herhaalt men nu de in § 92 en 93 beschreven proeven, dan vindt men, dat de getallen voor den afgelegden weg en de snelheid, dus ook de versnelling, nu juist driemaal zoo groot zijn geworden.

96. Uit deze proeven volgt: *krachten verhouden zich als de versnellingen, die zij aan dezelfde massa of aan gelijke massa's van dezelfde soort mededeelen.*

Afhankelijkheid der snelheid eens kogels van de sterkte der lading.

Werkt op een lichaam in de richting der beweging eene kracht, die *veranderlijk* is, dan moet dus de aangroeiing der snelheid voor elk oogenblik in dezelfde rede veranderen als de kracht, en zal de beweging zijn „niet eenparig versneld" (verg. § 29). Hoe kleiner het deel der beweging is, dat men beschouwt, des te eer kan men de *verandering* der kracht verwaarloozen, m. a. w. voor een (oneindig) klein deel eener *niet eenparig* versnelde beweging kan men aannemen, dat de beweging *eenparig versneld* is met de versnelling, die de kracht aan het lichaam zou geven, indien zij verder constant bleef. Men kan dus bij eene niet eenparig versnelde beweging spreken van de versnelling in een bepaald punt der baan of op een bepaald oogenblik. Blijkbaar komt deze beschouwing geheel overeen met die van § 26, waar van de snelheid bij eene veranderlijke beweging gesproken wordt.

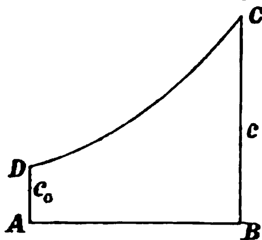


fig. 15.

Op dezelfde wijze als wij (§ 36 en 42) de eenparig versnelde beweging door een driehoek of een rechthoekig trapezium voorgesteld hebben, kan men ook eene niet eenparig versnelde beweging graphisch voorstellen. De hellende zijde DC (verg. fig. 6) is echter krom.

De voorstaande beschouwing komt dan hierop neer, dat men een uiterst klein deeltje dezer kromme lijn als recht kan beschouwen.

97. *Vierde proef.* Men neemt voor de beide massa's M en M_1 elk 36 schijfjes en plaatst op M twee langwerpige stukjes, elk wederom van de zwaarte van één der schijfjes. De totale massa is nu $(36 + 36 + 2) = 74$ schijfjes, dus tweemaal zoo groot als bij de proeven § 92 en 93; de bewegende kracht is het gewicht van twee schijfjes, dus eveneens tweemaal zoo groot, als bij de genoemde proeven. Herhaalt men nu de in § 92 en § 93 beschreven proeven, dan vindt men voor de wegen, snelheden en versnellingen dezelfde waarden als bij de eerste en tweede proef. [1])

98. Uit deze proeven volgt: *krachten verhouden zich als de massa's van dezelfde soort, waaraan zij gelijke versnellingen mededeelen.*

Verschil der ladingen, die aan een geweerkogel en aan een kanonskogel gelijke snelheden zullen geven.

99. *Vijfde proef.* Men herhaalt de proeven § 92 en 93, nadat men een of meer van de koperen schijfjes door evenvele en even zware van eene andere stof vervangen heeft. De uitkomsten voor weg, snelheid, versnelling veranderen daardoor niet. Hieruit besluit men, dat ook de totale massa door deze vervanging niet veranderd is, m. a. w. dat ook ongelijksoortige lichamen van gelijk gewicht gelijke massa hebben, of dat *de massa's van alle lichamen evenredig zijn met hunne gewichten* (op dezelfde plaats der aarde).

Een koperen „gewichtstuk," dat evenveel (1 KG) weegt als 1 L water, heeft dus ook dezelfde massa als 1 L water en kan weer dienen, om bij gelijkmaking van gewicht, ook gelijke massa's van andere lichamen te bepalen.

100. De betrekkingen van § 96 en 98 zijn dus niet beperkt tot gelijksoortige lichamen, maar gelden algemeen:

Krachten verhouden zich als de versnellingen, die zij aan gelijke massa's mededeelen; krachten verhouden zich als de massa's, waaraan zij gelijke versnellingen mededeelen.

101. Hieruit volgt voor ongelijke massa's en ongelijke versnellingen:

---

[1]) De proef geeft de genoemde uitkomst slechts bij benadering. Immers het katrolletje wordt in beide gevallen (proef § 92 en proef § 97) mede bewogen; en al is zijne massa gering, zij kan toch niet geheel verwaarloosd worden. Daarom is de verhouding der te bewegen massa's niet juist als 37 : 74; die der krachten is zooals in den tekst opgegeven. Zie § 149 en 185. — Een strenger bewijs voor de stelling van § 98 levert de slinger; zie § 227.

Krachten zijn samengesteld evenredig met de massa's, waarop zij werken, en de versnellingen, die zij daaraan mededeelen.

Eenheden van kracht, massa en versnelling.

102. Men is overeengekomen, de *eenheden voor kracht, massa en versnelling* zoo te kiezen, dat de eenheid van kracht aan de eenheid van massa de eenheid van versnelling mededeelt. De kracht, die aan m (b. v. 4) eenheden van massa a (b. v. 3) eenheden van versnelling mededeelt, heeft dan $m \times a$ (d. i. 12) krachtseenheden. Dus bestaat tusschen kracht, massa en versnelling steeds de betrekking

$$k = ma. \qquad 29$$

Het aantal eenheden eener kracht is gelijk aan het product van het aantal eenheden van massa, waarop zij werkt, en het aantal eenheden van versnelling, dat zij aan die massa mededeelt.

Deelen de krachten k_1, k_2 enz. aan de massa m de versnellingen a_1, a_2 enz. mede, dan is dus

$$m = \frac{k_1}{a_1} = \frac{k_2}{a_2} = \text{enz.}$$

Deze betrekking leidt er toe, de vroegere definitie van massa (de hoeveelheid stof) te vervangen door de volgende:

Massa is die eigenschap van een lichaam, waardoor het onder de werking van krachten bepaalde, met de grootte der krachten evenredige versnellingen verkrijgt.

103. Van de drie *eenheden* voor kracht, massa en versnelling kunnen er dus slechts twee willekeurig gekozen worden; de derde is dan tevens bepaald. Nu is als *eenheid der versnelling* de *Kine per sec.* aangenomen (§ 29); als *eenheid van massa* het *Gram*, d. i. de massa van 1 cM^3 water (van 4^0 C) [1]) of volgens § 99 de massa van elk lichaam, dat 1 G weegt. Als *eenheid van kracht* moet dus genomen worden de kracht, die aan de massa van 1 G de versnelling van 1 kine per sec. geeft. De *eenheid van kracht* noemt men *Dyne*.

---

[1]) Men heeft als standaard een cilinder van platina vervaardigd, het „archief-kilogram," wiens massa men zoo nauwkeurig mogelijk gelijk heeft willen maken aan die van 1 dM^3 zuiver water van 4^0 C. Daar hierbij echter eene kleine onnauwkeurigheid begaan is, is de massa van 1 KG streng genomen niet die van 1 dM^3 zuiver water van 4^0 C, maar die van het archief-kilogram.

Dynamis = (bewegende) kracht. Als men deze eenheid van kracht de *dynamische* noemt, beteekent dit, dat zij afgeleid is uit de beweging, die zij aan een lichaam kan geven.

Het *aantal massa-eenheden* van een lichaam wordt door weging gevonden; het getal, dat aangeeft, hoeveel *Gram* een lichaam *weegt*, wijst tevens aan, hoeveel *Gram* zijne *massa* bedraagt.

104. De keuze van de kine per sec. als eenheid van versnelling is het gevolg van de keuze van den centimeter als *eenheid van weg* en van de seconde als *eenheid van tijd* (§ 28). De eenheden van weg, massa en tijd zijn de eenige eenheden, die *willekeurig* aangenomen moeten worden; alle andere natuurkundige eenheden kunnen, zooals reeds met de eenheden van snelheid, van versnelling en van kracht geschiedde, uit de drie *grondeenheden* Centimeter, Gram, Seconde afgeleid worden. Daarom heet het stelsel van natuurkundige eenheden het *Centimeter-Gram-Seconde-stelsel* (C-G-S-stelsel).

Het gebruik van dit stelsel eischt dus, dat steeds uitgedrukt worden:
wegen, afstanden, lengten in centimeters;
tijden in seconden;
massa's in grammen;
snelheden in kines;
versnellingen in kines per sec.;
krachten in dynes.

Dit sluit niet uit, dat men zich soms gemakshalve van de eenheden uit het dagelijksch leven kan bedienen. Wil men b.v. slechts de gewichten van lichamen met elkaar vergelijken (bepaling van het soortelijk gewicht), dan is het gemakkelijker, ze uit te drukken in de algemeen gebruikelijke gewichtseenheden, dan in dynes. Moet echter het gewicht van een lichaam dienen als kracht, die aan eene massa versnelling zal geven, dan moet het gewicht in dynes uitgedrukt worden. (Vergelijk § 107).

105. In de Werktuigkunde wordt meestal, in het dagelijksch leven altijd, als *eenheid van kracht* gebruikt de eenheid van gewicht, het *Kilogram* (§ 83).

In aansluiting aan de aanmerking van § 103 vindt men, dat de *juiste* definitie van de kracht van 1 KG is: het *gewicht van het archief-kilogram* (in de luchtledige ruimte).

Het gewicht van 1 L water (§ 83) is feitelijk = 1,000 013 KG.

Deze eenheid van kracht (KG) heet de *statische*, omdat zij bepaald wordt door den druk, dien een gewicht uitoefent, als het door eene andere kracht (veerkracht van het steunvlak) in evenwicht gehouden wordt. Statica = leer van het evenwicht.

In § 87 is er reeds op gewezen en later zal uitvoerig aangetoond worden, dat het gewicht van een lichaam, dus ook de kracht, die men 1 KG noemt, *niet overal op aarde gelijk is*. Streng genomen

mist dus de statische eenheid van kracht het eerste vereischte eener eenheid, namelijk de onveranderlijkheid. De verschillen zijn echter te gering, om bezwaar voor het practisch gebruik op te leveren; over het Kilogram als wetenschappelijke eenheid van kracht zie § 107.

106. Bij gebruik van het Kilogram als eenheid van kracht is men gewoon als *eenheid van weg* den *Meter* aan te nemen. Daaruit volgt dan als *statische eenheid van snelheid* die snelheid, waarbij in eenparige beweging een weg van 1 M per seconde wordt afgelegd; en als *statische eenheid van versnelling* die versnelling, waardoor de snelheid per seconde met de genoemde eenheid van snelheid vermeerderd wordt. — Afzonderlijke namen voor de statische eenheden van snelheid en versnelling bestaan niet.

Dat een lichaam eene versnelling van *a* statische eenheden heeft, wil dus zeggen: als de bewegende kracht, na 1 sec. lang op het lichaam gewerkt te hebben, ophoudt, zal dit verder in eenparige beweging per sec. *a* M afleggen.

Als *statische eenheid van massa* dient dan (§ 102) genomen te worden de massa, die door eene kracht van 1 KG eene versnelling gelijk aan de statische eenheid van versnelling verkrijgt. Daar nu de massa's evenredig zijn met de krachten, waardoor zij *gelijke* versnelling krijgen (§ 100), zoo moet de statische eenheid van massa — de massa, die door de veranderlijke statische eenheid van kracht (1 KG) de statische eenheid van versnelling krijgt — in dezelfde rede veranderen als de eenheid van kracht.

Later zal blijken, dat op den evenaar, *in Nederland*, in de nabijheid der polen lichamen, die respectievelijk de massa's 9.781, 9.812, 9.832 KG hebben of 9.781, 9.812, 9.832 KG wegen, *de statische eenheid van massa* bezitten (zie § 192).

Het *aantal statische massa-eenheden* van een lichaam wordt dus in Nederland gevonden, *door zijne massa in kilogrammen of zijn gewicht in kilogrammen te deelen door* 9.812.

107. Uit de medegedeelde getallen volgt de *betrekking tusschen de statische en de dynamische eenheden:*

1 stat. eenheid v. weg	= 100	dynam.	eenheden	v.	weg;
1 „ „ „ snelheid	= 100	„	„	„	snelheid;
1 „ „ „ versnelling	= 100	„	„	„	versnelling;
1 „ „ „ massa	= 9812	„	„	„	massa;
1 „ „ „ kracht	= 981200	„	„	„	kracht;

immers:	1 Dyne	geeft	aan 1	G	de	versnelling van	1 Kine	p.	sec.
	1 KG	„	„ 9.812	KG	„	„	„ 100 Kines	„	„
	1 „	„	„ 9812	G	„	„	„ 100	„	„ „

Terwijl dus in Nederland 1 KG = 981200 Dynes is, vindt men voor den evenaar 1 KG = 978100 Dynes en voor de polen 1 KG = 983200 Dynes. — De verschillende waarden van hetgeen men op verschillende plaatsen het gewicht of de kracht van 1 KG noemt (de plaatselijke gewichten van 1 L water) kan men dus vergelijken, door ze in de onveranderlijke Dynes uit te drukken.

Het gewicht van p G is in Nederland $p \times 981.2$ *dynes*. — 1 *dyne* = $\frac{1}{981.2}$ G = 1.02 mG.

Dichtheid en soortelijk gewicht.

108. Door vergelijking van de *massa's*, die lichamen van verschillende soort bij gelijk volumen bezitten, komt men tot de voorstelling van *dichtheid*. Hoe grooter die massa's zijn, des te *dichter* noemt men de lichamen. Men is overeengekomen, de dichtheid van een lichaam te meten door het aantal massa-eenheden, dat begrepen is in de eenheid van volumen:

$$D = \frac{m}{v}. \qquad 30$$

De eenheid van massa is het gram, de eenheid van volumen de kubieke centimeter. Als 2 cM³ ijzer eene massa van 15 G hebben, dan is de dichtheid van ijzer $D = \frac{15}{2} = 7.5$.

Daar 1 cM³ water (van 4° C) tevens de eenheid van massa — 1 G — bevat, is de dichtheid van water dus = 1. Daarom kan de dichtheid van een lichaam ook bepaald worden als het getal, dat aanwijst, hoeveel maal de massa van het lichaam die van een gelijk volumen water overtreft:

$$D = \frac{m}{m_1}. \qquad 31$$

De bepaling der dichtheid komt dus neer op de bepaling van twee massa's of op de bepaling van eene massa en een volumen. De bepaling der massa geschiedt door weging (§ 103); de bepaling van het volumen kan bij lichamen van regelmatigen vorm door meting geschieden. Hoe men het volumen van onregelmatig gevormde lichamen vindt, zal in de leer der vloeistoffen blijken, waar de bepaling van de dichtheid der lichamen behandeld wordt.

109. Men kan ook de *gewichten* van lichamen van verschillende soort bij gelijk volumen vergelijken en schrijft aan de zwaardere lichamen een grooter *soortelijk gewicht* toe. Men is overeengekomen, het soortelijk gewicht van een lichaam te meten door het aantal

der in het dagelijksch leven gebruikelijke gewichtseenheden (Grammen) van 1 cM^3 der stof:

$$S = \frac{p}{v}. \qquad 32$$

Als 2 cM^3 ijzer 15 G wegen, dan is het soortelijk gewicht van ijzer $S = \frac{15}{2} = 7.5$.

Daar 1 cM^3 water (van 4° C) tevens de gebruikelijke eenheid van gewicht — 1 G — heeft, is het soortelijk gewicht van water = 1. Het soortelijk gewicht van een lichaam kan dus ook bepaald worden als het getal dat aanwijst, hoeveelmaal het gewicht van het lichaam dat van een gelijk volumen water overtreft:

$$S = \frac{p}{p_1}. \qquad 33$$

Dichtheid en soortelijk gewicht zijn onbenoemde grootheden.

Ofschoon de kracht, waarmede een lichaam door de aarde wordt aangetrokken, voor verschillende plaatsen niet gelijk is, heet toch overal het gewicht van 1 cM^3 water 1 Gram, en wordt overal het gewicht van hetzelfde lichaam door hetzelfde aantal Grammen uitgedrukt. Het soortelijk gewicht eener stof is dus overal op aarde gelijk.

Daar het aantal massa-eenheden (Grammen) van een lichaam overal gelijk is aan het aantal zijner (gebruikelijke) gewichtseenheden (Grammen), zoo worden dichtheid en soortelijk gewicht door hetzelfde getal uitgedrukt.

De proefondervindelijke bepaling van het soortelijk gewicht valt dus samen met die van de dichtheid.

Is de dichtheid of het soortelijk gewicht van een lichaam bekend, dan kunnen de formules 30 of 32 dienen, om met groote nauwkeurigheid het volumen van een lichaam te vinden uit zijn gewicht.

Kracht, massa, snelheid, weg en tijd. Hoeveelheid beweging.

110. Substitueert men de waarde voor de versnelling a uit elke der formules 5, 6 en 7 in de formule $k = ma$, dan verkrijgt men de formules

$$kt = mc; \qquad 34$$

$$ms = \frac{1}{2} kt^2; \qquad 35$$

$$ks = \frac{1}{2} mc^2; \qquad 36$$

welke met de formule $k = ma$ de *betrekkingen geven tusschen kracht, massa, snelheid, versnelling, weg en tijd voor de eenparig versnelde (rechtlijnige) beweging eener massa onder de werking eener constante kracht.*

Het product van massa en snelheid (mc) heet *hoeveelheid beweging.*

Krachten zijn evenredig met de hoeveelheden beweging, die zij in gelijke tijden voortbrengen (form. 34).

Naarmate de massa en de snelheid van een lichaam grooter zijn, is het moeilijker tot stilstand te brengen.

IV. Samenstelling en ontbinding van krachten.

Krachten met gemeenschappelijk aangrijpingspunt.

111. Uit form. 35 volgt, dat krachten zich verhouden als de wegen, die zij dezelfde massa in gelijke tijden doen afleggen. Twee krachten, die gelijktijdig op een lichaam werken, zullen dus trachten, aan het lichaam twee eenparig versnelde bewegingen te geven, waarvan de wegen in denzelfden tijd evenredig met de krachten zijn en in hare richtingen liggen.

De beide bewegingen kunnen volgens § 56—58 samengesteld worden tot ééne eenparig versnelde beweging. Deze nu kan ook beschouwd worden als voortgebracht door eene enkele kracht, die de richting der resulteerende beweging heeft en zich tot de beide gegeven krachten verhoudt als de resulteerende beweging tot de beide samenstellende bewegingen. *Men kan dus twee krachten* (*componenten*) *samenstellen tot eene resultante.*

112. Bij de *samenstelling van twee krachten* doen zich drie gevallen voor:

a) Is de *richting* der samenstellende krachten *dezelfde*, dan is de richting der resultante die der samenstellende krachten en hare grootte gelijk aan de som der beide.

b) Zijn de *richtingen* der beide krachten *tegengesteld*, dan is de richting der resultante die der grootere van de beide samenstellende krachten en hare grootte gelijk aan het verschil van beide.

De resultante kan = 0 worden; de krachten maken dan evenwicht.

c) Zijn de *richtingen* der beide krachten *verschillend*, dan wordt de resultante in grootte en richting voorgesteld door de uit het gemeenschappelijke aangrijpingspunt getrokken diagonaal van het parallelogram, waarvan de aanliggende zijden in grootte en richting de samenstellende krachten voorstellen. **Parallelogram van krachten.** (Stevin 1586).

De resultante is kleiner dan de som, grooter dan het verschil der beide componenten; hare richting wijkt minder af van die der grootere, dan van die der kleinere componente.

Een schuitje, dat men dwars over een rivier roeit, drijft af.

113. Dat twee krachten eene resultante hebben, wordt *proefondervindelijk* steeds bewezen door aan te toonen, dat er ééne kracht is, die de beide krachten samen kan *in evenwicht houden*. Deze kan dan wederom door eene andere enkele kracht, die gelijk en tegengesteld met haar is, in evenwicht gehouden worden. Deze laatste is de resultante der gegeven krachten, omdat zij dezelfde uitwerking heeft.

Uit een stel latten kan men parallelogrammen vormen van veranderlijke lengte der zijden en der diagonaal. Men plaatst de diagonaallat verticaal, slaat een koord over twee katrolletjes, die zich aan de zijdelingsche hoekpunten van het gevormde parallelogram bevinden, en hangt aan de uiteinden van dit koord twee massa's, waarvan de gewichten evenredig zijn met de lengten der aangrenzende onderste zijden van het parallelogram. Hangt men nu in een punt P van het koord tusschen de beide katrolletjes nog eene massa, waarvan het gewicht evenredig is met de lengte der diagonaal, dan zal er evenwicht zijn, als het gemeenschappelijke aangrijpingspunt P van de drie gewichten zich verplaatst heeft naar het onderste hoekpunt van het parallelogram.

114. Ook *meer dan twee krachten*, die op één punt werken, kunnen tot eene resultante samengesteld worden.

a) Werken alle krachten in dezelfde richting, zoo is de resultante gelijk aan de som der krachten en van dezelfde richting.

b) Werken sommige krachten in tegengestelde richting van de andere, dan zoekt men (volgens *a*) de resultanten van beide groepen en stelt die samen (§ 112, *b*).

c) Hebben de krachten verschillende richtingen, dan zoekt men de resultante van twee der krachten, stelt deze samen met de derde (§ 112, *c*) enz.

In de gevallen *b* en *c* kan de resultante van alle krachten $= 0$ worden, d. w. z. de krachten kunnen elkander in evenwicht houden. Heeft men in dit geval $(n - 1)$ van de n krachten tot eene resultante samengesteld, zoo moet deze gelijk en tegengesteld gericht zijn met de n^{de} kracht.

In het laatste geval is de samenstelling ook uitvoerbaar, als de richtingen der krachten niet alle in hetzelfde vlak liggen.

115. Elke kracht kan door twee andere krachten vervangen worden, die op hetzelfde punt werkende, te zamen dezelfde uitwerking hebben, als de gegeven kracht. Men zegt dan, dat men deze in hare *componenten ontbonden* heeft.

a) Eene kracht kan ontbonden worden in twee andere *in de richting der gegeven kracht* werkende krachten, waarvan de som gelijk is aan de gegeven kracht.

b) Eene kracht kan ontbonden worden in twee andere, waarvan

de ééne *gelijke*, de andere *tegengestelde* richting heeft met de gegeven kracht. Het verschil der eerste en der tweede moet gelijk zijn aan de gegeven kracht.

c) Eene kracht kan ontbonden worden in twee andere, waarvan de richtingen onderling en met die der gegeven kracht *verschillen*. De componenten zullen dan voorgesteld worden door de uit het aangrijpingspunt getrokken zijden van een parallelogram, waarvan de diagonaal de gegeven kracht voorstelt.

Daar elke der componenten wederom in twee andere krachten kan ontbonden worden, is ook de ontbinding eener kracht in *meer dan twee* krachten mogelijk.

Een schip zal in een kanaal voortgetrokken worden door een langs den oever loopend paard. De in schuine richting werkende kracht van het paard ontbindt men in ééne componente in de richting van het kanaal en eene andere loodrecht daarop. De tweede componente wordt bij passenden stand van het stuur door den weerstand van het water opgeheven; het schip beweegt zich in de richting der eerste componente.

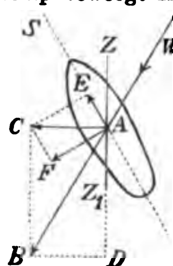


fig. 16.

Een voorbeeld van herhaalde ontbinding komt voor bij het zeilen in andere richting dan die van den wind. Het zeil ZZ_1 is zoo geplaatst, dat zijn vlak den hoek WAS tusschen de richting WA van den wind en de gewenschte richting AS van het schip middendoor deelt. De windkracht, voorgesteld door AB, wordt ontbonden in AC, loodrecht op het zeil, en AD, evenwijdig daarmede. De laatste heeft op de beweging van het schip geen invloed. AC wordt weer ontbonden in AE, vallende in de richting der gewenschte beweging en AF loodrecht op de lengte-as van het schip. De laatste wordt door den weerstand van het water grootendeels opgeheven; de eerste brengt beweging voort.

116. Het meest voorkomende geval van ontbinding eener kracht is dat, waarbij de *richtingen* der ontbondenen gegeven zijn. Het vinden der componenten komt dan neer op de constructie van een parallelogram uit de diagonaal en de hoeken, welke de diagonaal met de beide zijden maakt; of ook op de constructie van eenen driehoek uit eene zijde en de beide aanliggende hoeken.

Soms wordt ook de ontbinding eener kracht gevraagd, terwijl grootte en richting van ééne der ontbondenen gegeven zijn.

Voor grootte en richting eener kracht r en der beide componenten k_1 en k_2, bestaan dezelfde betrekkingen, die de Meetkunde en de Trigonometrie aangeven voor de lijnen en hoeken van eenen driehoek.

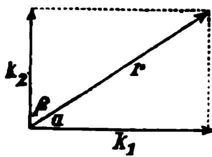


fig. 17.

In het gewone geval, als k_1 en k_2 een hoek van 90° maken, is b.v.

$$r^2 = k_1^2 + k_2^2;$$
$$k_1 = r\, cos\, \alpha = r\, sin\, \beta;$$
$$k_2 = r\, cos\, \beta = r\, sin\, \alpha;$$
$$k_2 = k_1\, tang\, \alpha;$$
$$k_1 = k_2\, tang\, \beta.$$

---

117. De uitkomsten der beschouwingen over het gelijktijdig werken van twee krachten drukt men wel eens uit door te zeggen, dat de uitwerking eener kracht *onafhankelijk* is van die eener andere kracht, die gelijktijdig op het lichaam werkt. De zin dezer uitdrukking is: als twee krachten gelijktijdig t sec. op een lichaam gewerkt hebben, dan zal het lichaam zich van het punt, dat het zou bereikt hebben, als de eerste kracht alleen gewerkt had, zoo ver in de richting der tweede kracht verwijderd bevinden, als het zich onder de werking der tweede kracht alleen van het uitgangspunt zou verwijderd hebben (verg. § 56—59).

De werking eener kracht op een lichaam, dat zich in rust of in eenparige beweging bevindt, omdat de andere op dit lichaam werkende krachten evenwicht maken (§ 81), is mede onafhankelijk van deze krachten. In het geval, dat het lichaam zich eenparig beweegt, heeft men: als de kracht t sec. gewerkt heeft, bevindt het lichaam zich van het punt, dat het zonder de werking der kracht zou bereikt hebben, even ver in de richting der kracht verwijderd, als de weg bedraagt, dien het alleen door de werking der kracht zou afgelegd hebben (verg. § 62—70).

De werking eener kracht is dus onafhankelijk van de *snelheid*, die het lichaam reeds heeft (verg. § 71).

118. Het komt dikwijls voor, dat een lichaam zich niet in de richting der werkende kracht kan bewegen, b.v. als op een lichaam, dat op een vast horizontaal vlak ligt, eene kracht werkt, die noch horizontaal, noch verticaal is. Men ontbindt dan de kracht in twee krachten, waarvan de eene evenwijdig met, en de andere loodrecht op het vlak gericht is. De eerste ontbondene (bewegingscomponente) zal dan beweging langs het vlak bewerken, de tweede (drukcomponente) zal in het vlak eene spanning (veerkracht) opwekken, die gelijk en tegengesteld gericht is met deze componente.

Eene loodrecht op het vlak werkende kracht heeft geene bewegingscomponente, eene evenwijdig met het vlak werkende geene drukcomponente.

119. Als twee krachten gelijktijdig op een lichaam werken, zonder dat eene van beide beweging kan voortbrengen, dan zal er in het lichaam eene spanning ontstaan, die evenwicht maakt met de resultante der beide krachten. Dit geeft aanleiding tot de voorstelling, dat in het lichaam twee spanningen in de richting der gegeven krachten kunnen samengesteld worden tot eene resulteerende spanning volgens het parallelogram van krachten.

Krachten met verschillende aangrijpingspunten.

120. Voor deze samenstelling bedient men zich van de stelling, *dat men het aangrijpingspunt eener kracht, die op een vast lichaam werkt, in de richting der kracht kan verplaatsen.*

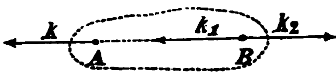


fig. 18.

De werking eener kracht k op een vast lichaam wordt niet gewijzigd, door in een punt B, gelegen in de richting der kracht, twee krachten k_1 en k_2 te laten aangrijpen, waarvan elke de grootte van k, de eene dezelfde en de andere tegengestelde richting heeft. Nu zullen k en k_2 elkaar in evenwicht houden; de overblijvende kracht k_1 heeft dus dezelfde uitwerking als de oorspronkelijke kracht k.

Het is voor de beweging onverschillig of een lichaam voortgetrokken of voortgeduwd wordt.

121. *Twee evenwijdige en gelijk gerichte krachten* hebben eene resultante, waarvan de grootte gelijk is aan de som der krachten, de richting dezelfde is als die der componenten, terwijl als aangrijpingspunt kan genomen worden het punt op de verbindingslijn van de aangrijpingspunten der componenten, dat deze lijn in stukken verdeelt, die omgekeerd evenredig zijn met de aanliggende krachten.

De werking der in A en B aangrijpende krachten k_1 en k_2 wordt niet gewijzigd door bijvoeging in A en B van twee gelijke en tegengesteld gerichte krachten p_1 en p_2 (werkende in de richtingen BA en AB).

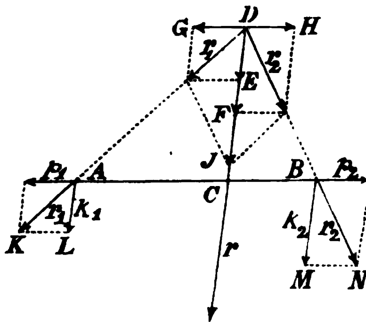


fig. 19.

Men stelt k_1 en p_1 samen tot de resultante r_1, evenzoo k_2 en p_2 tot r_2, en verplaatst de aangrijpingspunten van deze naar het snijpunt harer richtingen D. In plaats van hier r_1 en r_2 nu samen te stellen tot de resultante DJ, ontbindt men haar wederom in de componenten $DE = k_1$ en $DF = k_2$ in de richting der oorspronkelijke krachten, en in $DG = p_1$ en $DH = p_2$ in de richting der bijgevoegde krachten. Daar DG en DH

elkaar in evenwicht houden, is dus de werking der oorspronkelijke krachten zoo, alsof zij (DE en DF) met onveranderde richting in D aangrepen. Hare resultante in D is dus $DJ = k_1 + k_2$; het aangrijpingspunt kan men weer verplaatsen naar het snijpunt C harer richting met de lijn AB.

De constructie geeft onmiddellijk de grootte ($r = k_1 + k_2$) en de richting $r \parallel k_1 \parallel k_2$) der resultante. Voor de bepaling van het aangrijpingspunt C heeft men

$$\triangle KAL \sim \triangle ADC; \text{ waaruit volgt } p_1 : k_1 = AC : CD;$$
$$\text{en } \triangle NBM \sim \triangle BDC; \quad „ \quad „ \quad p_2 : k_2 = BC : CD.$$

Omdat de producten der uiterste termen dezer evenredigheden gelijk zijn, is dit ook het geval met die der middelste termen, dus

$$k_1 \times AC = k_2 \times BC, \text{ of } k_1 : k_2 = BC : AC.$$

Eene verandering in de richting der evenwijdige krachten k_1 en k_2 zou ook dezelfde verandering in de richting der resultante ten gevolge hebben; de grootte echter en het op de lijn AB gelegen aangrijpingspunt C zouden daardoor niet veranderen. Dit is ook de reden, waarom men steeds C als aangrijpingspunt beschouwt.

122. Ook *meer dan twee evenwijdige krachten van dezelfde richting* kan men samenstellen, door eerst de resultante van twee dier krachten samen te stellen met de derde kracht, de aldus verkregen resultante met de vierde kracht enz.

De resultante van alle krachten is gelijk aan de som der krachten, hare richting is dezelfde als die der krachten; haar aangrijpingspunt, het *middelpunt van evenwijdige krachten* is, zooals de Werktuigkunde leert, steeds hetzelfde punt van het lichaam, onverschillig, bij welke twee krachten men de samenstelling begint.

Was dit laatste niet het geval, dan zou hetzelfde stel krachten (wegens de verschillende aangrijpingspunten der resultante) verschillende werkingen op het lichaam kunnen uitoefenen, hetgeen in strijd is met de ervaring.

123. Twee *evenwijdige tegengesteld gerichte krachten* hebben in 't algemeen eene resultante. Deze is gelijk aan het verschil der krachten; hare richting is evenwijdig met die der krachten en wel dezelfde als die der grootere kracht; haar aangrijpingspunt kan genomen worden op het verlengde (naar de zijde der grootere kracht) van de verbindingslijn der aangrijpingspunten der beide krachten in het punt, waarvan de afstanden tot de aangrijpingspunten dier krachten omgekeerd evenredig zijn met deze krachten.

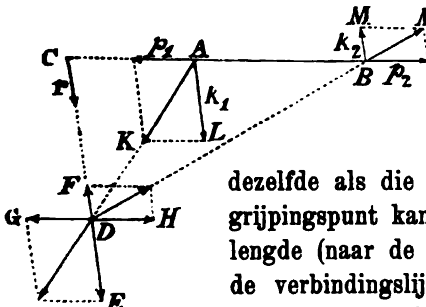


fig. 20.

Eene constructie, geheel overeenkomstig met die van § 121 geeft de genoemde betrekkingen. Het daar gevoerde bewijs geldt ook hier; men vindt

$$r = k_1 - k_2;$$
$$r \parallel k_1 \parallel k_2;$$
$$k_1 \times AC = k_2 \times BC \text{ of } k_1 : k_2 = BC : AC.$$

124. Ook *meer dan twee* evenwijdige krachten, waarvan de ééne groep eene richting heeft tegengesteld met die der tweede groep, kan men samenstellen door de resultanten van elke groep samen te stellen.

125. Twee **gelijke,** *evenwijdige* en *tegenovergesteld gerichte krachten hebben geene resultante.* Immers de formule $r = k_1 - k_2$ zou voor de resultante de waarde 0 geven; terwijl men op het verlengde van AB geen punt C kan opgeven, dat voldoet aan de evenredigheid $k_1 : k_2 = BC : AC$.

Een stel van gelijke, evenwijdige en tegengesteld gerichte krachten noemt men een *koppel. Een koppel tracht het lichaam, waarop het werkt, te draaien.*

Daar een koppel geene resultante heeft, kan het ook niet door een enkele kracht in evenwicht gehouden worden.

126. Als *proefondervindelijk bewijs* voor de samenstelling van evenwijdige krachten kan het volgende dienen. Een over een katrol R geslagen koord draagt aan het uiteinde C de in een beugel liggende draaiingsas eener lat LL, aan het andere uiteinde eene massa M, waarvan het gewicht evenwicht maakt met dat der lat. Hangt men in twee punten der lat, A en B, zware massa's en tracht men hare gewichten p_1 en p_2 bij horizontalen stand der lat in evenwicht te houden door het gewicht p eener massa, die men nog aan het andere einde van het koord plaatst, dan blijken 1) de betrekkingen van § 121, wanneer men de in C werkende kracht als gelijk en tegengesteld gericht beschouwt met de resultante van p_1 en p_2; 2) de betrekkingen van § 123, wanneer men ééne der beide krachten, b. v. p_1, als gelijk en tegengesteld gericht beschouwt met de resultante der in C aangrijpende kracht p en der kracht p_2 (§ 80).

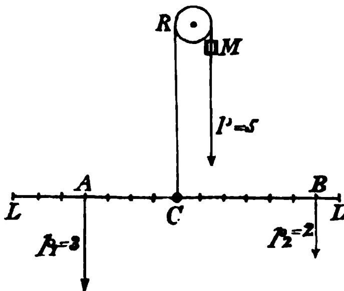


fig. 21.

127. Twee *verschillend gerichte krachten,* die *in verschillende*

punten van een lichaam *aangrijpen*, hebben eene resultante, die dezelfde grootte en dezelfde richting heeft, alsof de beide krachten (met behoud harer richtingen) in hetzelfde punt aangrepen. Haar aangrijpingspunt kan bepaald worden op de verbindingslijn van de aangrijpingspunten der beide krachten.

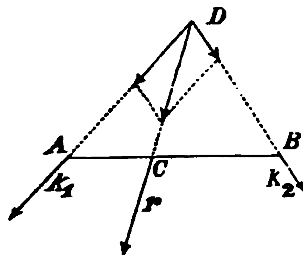


fig. 22.

Men zoekt door verlenging der lijnen, welke de krachten k_1 en k_2 voorstellen, het snijpunt D van de richtingen der beide krachten. Men neemt aan, dat beide krachten in D aangrijpen, stelt ze samen tot de resultante r en kan dan het aangrijpingspunt van deze weer naar C op de lijn AB verplaatsen.

128. Ook *voor meer dan twee* krachten, waarvan de richtingen verschillen en die in verschillende punten van een lichaam aangrijpen, kan men door achtereenvolgende samenstellingen eene resultante vinden.

129. Eene kracht kan men ook in twee met hare richting evenwijdige of niet evenwijdige krachten, die in verschillende punten van het lichaam aangrijpen, *ontbinden*. Men behoeft slechts grootte en richting der ontbondenen zoo te kiezen, dat zij zich tot de gegeven kracht verhouden (volgens de § 121, 123 en 127) als componenten tot hare resultante.

V. Werking van krachten op lichamen, die om eene vaste as kunnen draaien.

130. Als eene kracht k aangrijpt in een punt van een lichaam, dat draaibaar is om eene *vaste as*, dan zal in 't algemeen de kracht het lichaam om de as trachten te *draaien*. De afstand d van de richting der kracht tot de as heet *arm der kracht;* het product van kracht en arm kd heet het *moment der kracht ten opzichte van de as*.

De *draaiingsrichting* heet *positief* (*rechtsdraaiend*) of *negatief* (*linksdraaiend*), naarmate zij al of niet samenvalt met de richting, waarin de wijzers van een uurwerk zich bewegen.

131. Het moment eener kracht ten opzichte van de as bepaalt het *draaiingsvermogen* der kracht.

Proefondervindelijk kan aangetoond worden, dat de werking eener kracht dezelfde is als die eener andere kracht met anderen arm, indien slechts

de momenten gelijk zijn. Balansarm met ruiter-gewichten. Hefboomen.
De werking eener rechtsdraaiende kracht kan opgeheven worden door die eener linksdraaiende van gelijk moment; de krachten en evenzoo de armen der krachten behoeven niet gelijk te zijn. In fig. 21 kan de lat om de as C draaien; het moment der rechtsdraaiende kracht p_2 is 2×6, dat der linksdraaiende p_1 is 3×4; de lat blijft onder de werking der beide krachten in rust.

Eene kracht van k dynes en den arm d cM kan vervangen worden door eene kracht $k \times d$ dynes en den arm 1 cM.

132. Eene kracht, waarvan de richting *door de vaste as* gaat, kan geene draaiing voortbrengen, maar slechts in de richting der kracht eene spanning in het lichaam opwekken.

Alsdan is de arm $= 0$, dus ook het moment ten opzichte der as $= 0$.

***133.** Voor eene as, die loodrecht op het vlak van twee krachten door een punt P der resultante dier krachten gaat, zijn de momenten der componenten gelijk.

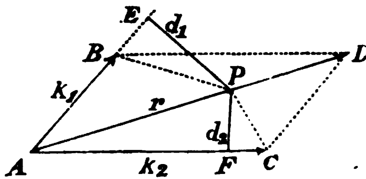


fig. 23.

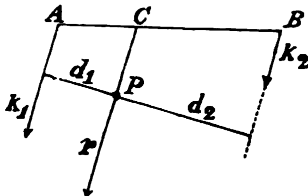


fig. 24.

a) (fig. 23) $\triangle ABP = \triangle ACP$ (gelijke basis AP en gelijke hoogten);
$\triangle ABP = \frac{1}{2} AB \times PE = \frac{1}{2} k_1 d_1$;
$\triangle ACP = \frac{1}{2} AC \times PF = \frac{1}{2} k_2 d_2$;
dus $k_1 d_1 = k_2 d_2$.

b) (fig. 24) $k_1 : k_2 = BC : AC$ (§ 121);
$BC : AC = d_2 : d_1$;
$k_1 : k_2 = d_2 : d_1$ of $k_1 d_1 = k_2 d_2$.

c) Het bewijs voor evenwijdige, tegengesteld gerichte krachten komt nagenoeg overeen met het vorige (*b*).

d) Het bewijs voor krachten van verschillende richtingen en verschillende aangrijpingspunten is gemakkelijk terug te brengen tot geval *a*.

Daar de momenten der beide krachten tegengesteld van richting zijn, zal in dit geval geene draaiing van het lichaam plaats hebben (Verg. § 132). Van deze stelling is ook het omgekeerde waar: heeft geene draaiing plaats om eene vaste as, die loodrecht op het vlak van twee (of meer) krachten staat, dan gaat de as door de resultante der krachten.

***134.** Gaat de richting der resultante van twee krachten niet door eene loodrecht op het vlak der krachten staande vaste as, dan is ten opzichte van die as het moment der resultante gelijk aan de algebraïsche som van de momenten der krachten.

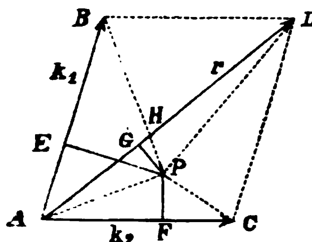


fig. 25.

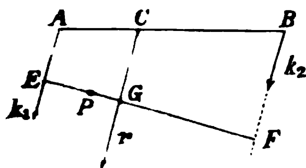


fig. 26.

a) (fig. 25) $\triangle\, ABD = \frac{1}{2}\, parall.\, ABDC$;
$\triangle\, PBD + \triangle\, PAC = \frac{1}{2}\, parall.\, ABDC$;
$\triangle\, ABD = \triangle\, PBD + \triangle\, PAC$;
aftr. $\triangle\, BDH = \triangle\, BDH$;
$\triangle\, ABH = \triangle\, PHD + \triangle\, PAC$;
opt. $\triangle\, PAH = \triangle\, PAH$;
$\triangle\, PAB = \triangle\, PAD + \triangle\, PAC$;
$\frac{1}{2}\, AB \times PE = \frac{1}{2}\, AD \times PG + \frac{1}{2}\, AC \times PF$;
$k_1 \times d_1 = r \times d + k_2 d_2$.

b) (fig. 26) $k_1 \times GE = k_2 \times GF$ (§ 132);
$k_1 \times (PE + PG) = k_2 \times (PF - PG)$;
$k_1 \times (d_1 + d) = k_2 \times (d_2 - d)$;
$(k_1 + k_2) \times d = k_2 d_2 - k_1 d_1$;
$r \times d = k_2 d_2 - k_1 d_1$.

c) Het bewijs voor evenwijdige tegengesteld gerichte krachten komt nagenoeg overeen met het vorige (*b*).

d) Het bewijs voor krachten van verschillende richtingen en verschillende aangrijpingspunten is gemakkelijk terug te brengen tot *a*.

***135.** De beide krachten zullen in dit geval eene draaiing om de as bewerken, waarvan grootte en richting bepaald worden door het *moment der resultante*.

136. Voor elke as, die loodrecht op het vlak van een *koppel* door een lichaam gaat, waarop dit koppel werkt, is de algebraïsche som der momenten van beide krachten standvastig en wel gelijk aan het product van eene der krachten *k* en den afstand *d* der krachten.

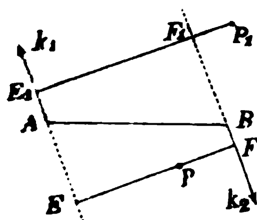


fig. 27.

Voor het punt *P* is de algebraïsche som $k_1 \times PE + k_2 \times PF = k \times EF$; voor het punt P_1 is zij $k_1 \times P_1E_1 - k_2 \times P_1F_1 = k \times E_1F_1$.

Het product *kd* heet het *moment van het koppel*, *d* de *arm van het koppel.*

137. Daar het *draaiingsvermogen van een koppel* samengesteld is uit de draaiingsvermogens der beide krachten, moet de algebraïsche som van de momenten der beide krachten of het moment van het koppel het draaiingsvermogen van het koppel bepalen.

138. De algebraïsche som van deze twee momenten stelt wederom een moment voor. Men kan dit laatste en dus ook het moment van een koppel, dat op een lichaam *met vaste as* werkt, *in evenwicht houden* door *ééne* kracht, die men zoo op het lichaam laat werken, dat haar moment ten opzichte van de as gelijk is en tegen-

gestelde draaiingsrichting heeft met het moment van het koppel.

Een koppel, waarvan elke kracht k dynes en de arm d cM is, kan men b.v. in evenwicht houden door eene kracht $k \times d$ dynes, werkende aan den arm van 1 cM, en die rechts- of linksdraaiend is, als het koppel links- of rechtsdraaiend is.

Indien hierboven (§ 125) gezegd is, dat een koppel niet door eene enkele kracht in evenwicht gehouden kan worden, dan geldt dat voor koppels, die op lichamen werken, welke geheel vrij zijn (geene vaste as bezitten).

139. Koppels komen in *twee gevallen* voor, waarin de aangrijpingspunten dezelfde punten van het lichaam blijven, dus met het lichaam mededraaien:

1) de krachten behouden bij draaiing van het lichaam hare richtingen *in de ruimte* onveranderd. Alsdan verandert door de draaiing van het lichaam de arm van het koppel, tot hij 0 wordt. Het moment van het koppel is dus eveneens 0 geworden. Onder de werking van het koppel neemt het lichaam een evenwichtsstand aan.

Het aardmagnetisme werkt op eene magneetnaald met een koppel, waarvan de beide krachten steeds naar het Noorden en het Zuiden gericht zijn. In dezelfde richting komt de naald tot rust.

2) de krachten behouden hare richtingen *ten opzichte van het draaiende lichaam*. Alsdan blijft bij draaiing van het lichaam de arm en dus ook het moment van het koppel onveranderd. De draaiende beweging blijft aanhouden.

De wind werkt op elke der wieken van een molen met eene bewegingscomponente, die hare richting ten opzichte van de wiek, wanneer deze draait, behoudt.

** Traagheidsmoment.

****140.** Men stelle zich een *stoffelijk punt* van de massa m G voor, dat om eene door een punt P (fig. 28) loodrecht op het vlak van teekening gestoken as kan draaien, dus in dit vlak een cirkel met den straal van r cM kan beschrijven. Het stoffelijk punt denke men zich door eenen onrekbaren straal zonder massa (welke met het punt mededraait) met de as verbonden. De draaiing zal plaats hebben onder de werking eener kracht van k dynes, die voortdurend in het stoffelijk punt blijft aangrijpen, en waarvan de richting steeds samenvalt met de raaklijn aan den door m beschreven cirkel, onverschillig waar het punt zich op den cirkelomtrek bevindt. De kracht heeft dan ten opzichte van de as het moment $k \times r$.

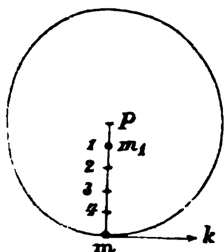


fig. 28.

**141. Als men aanneemt, dat er geen wrijving of weerstand is, dan moet de beweging van m eene *eenparig versnelde* worden, omdat de standvastige kracht k elk oogenblik werkt in de richting, die de beweging heeft. De versnelling, die het stoffelijk punt dan op den cirkelomtrek zou verkrijgen, is $a = \frac{k}{m}$ kines per sec.

Kan men wrijving en weerstand niet verwaarloozen, dan geldt hier hetgeen in § 94 voor de rechtlijnige eenparig versnelde beweging gezegd is.

**142. Zoo als men gewoon is, bij een eenparig rondloopend lichaam van hoeksnelheid te spreken, kan men, als de beweging eenparig versneld is, ook van *hoekversnelling* spreken; men verstaat daardoor de standvastige vermeerdering der hoeksnelheid per seconde uitgedrukt in hoekeenheden (§ 33); of, hetgeen op hetzelfde neerkomt, de standvastige vermeerdering der snelheid (in kines) per seconde, die dat punt van den mededraaienden straal ondergaat, dat 1 cM van de as verwijderd is (§ 34).

De hoekversnelling α der massa m is dus, in kines of hoekeenheden per sec. uitgedrukt:

$$\alpha = \frac{a}{r} = \frac{k}{mr}. \qquad 37$$

**143. Men kan de massa m van een lichaam door eene andere massa m_1, *op een afstand van* 1 *cM van de as verwijderd*, vervangen, zóó dat m_1 onder de werking der gegeven kracht k *dezelfde hoekversnelling* α verkrijgt als m. De grootte van m_1 vindt men door de kracht k met den arm r te vervangen door eene kracht $(k_1 =)$ $k \times r$ met den arm 1. Deze werkt dan op de massa m_1 en zal haar de versnelling α mededeelen. Dus

$$\alpha = \frac{k_1}{m_1} = \frac{kr}{m_1}, \qquad 38$$

waaruit door gelijkstelling der voor α gevonden waarden (form. 37 en 38) volgt:

$$\frac{k}{mr} = \frac{kr}{m_1} \text{ of } m_1 = mr^2. \qquad 39$$

Eene massa $m = 4$ G op den afstand $r = 5$ cM van de as kan men vervangen door eene massa $m_1 = (4 \times 5^2 =) 100$ G op den afstand 1 cM. Werkte op de eerste massa eene kracht $k = 2$ dynes steeds in de richting van de raaklijn aan den cirkel, dan zou de versnelling zijn $a = \frac{k}{m} = \frac{2}{4} = 0.5$

kine per sec.; dit geeft de hoekversnelling $\alpha = \frac{a}{r} = \frac{0.5}{5} = 0.1$ kine per sec. (of 0.1 hoekeenheid van 57°17′44″,8). De werking eener kracht van 2 dynes met den arm 5 cM is dezelfde als die eener kracht $k_1 = 10$ dynes met den arm 1 cM. Werkt deze nu op de massa $m_1 = 100$ G, dan wordt de versnelling $\alpha = \frac{k_1}{m_1} = \frac{10}{100} = 0.1$ kine per sec. of hoekeenheid per sec.

****144.** Het product mr^2 der massa van een stoffelijk punt met het vierkant van haren afstand tot de draaiingsas heet het *traagheidsmoment dier massa ten opzichte van de as.* Het traagheidsmoment eener massa stelt dus voor eene andere massa, die, geplaatst op den afstand van 1 cM van de as, door de draaiende kracht dezelfde hoekversnelling verkrijgt.

Het woord „traagheidsmoment" geeft te kennen, dat men in de aldus aangewezen grootheid eene maat vindt voor den weerstand, dien de traagheid biedt aan de werking eener kracht op de massa van het wentelende lichaam.

****145.** Het behandelde geval van een *enkel wentelend stoffelijk punt* is denkbeeldig. In werkelijkheid heeft men met een lichaam te doen, dat beschouwd kan worden als te bestaan uit zeer vele op verschillende afstanden van de as verwijderde stoffelijke punten; terwijl de kracht k in een bepaald punt van het lichaam aangrijpt, zoodat haar arm r, haar moment kr is. Door den samenhang der deeltjes van het vaste lichaam wordt de werking der in één punt aangrijpende kracht op alle stoffelijke punten van het lichaam overgebracht. Om nu te kunnen overzien, hoe de kracht op het *geheele* lichaam werkt, vervangt men elk stoffelijk punt door zijn traagheidsmoment, alzoo door de massa, die men zonder verandering van hoeksnelheid daarvoor op 1 cM afstand van de as zou kunnen plaatsen. De som dezer massa's, Σmr^2, geeft dan blijkbaar de massa, waardoor men die van het lichaam op 1 cM afstand van de as kan vervangen. De gevonden massa noemt men het traagheidsmoment van het lichaam ten opzichte van de as. $T = \Sigma mr^2$.

Invloed van de verdeeling der massa op de grootte van het traagheidsmoment. Vliegwiel.

****146.** Uit het voorgaande blijkt, dat de algemeene formule $k = ma$, toegepast op de wentelende beweging van een lichaam om eene as, onder de werking eener kracht van bepaald moment, de betrekking geeft:

moment der kracht = traagheidsmoment × hoekversnelling,

$$(k \times r) = T \times \alpha. \qquad 40$$

Voor het proefondervindelijk bewijs dezer betrekking kan een eenvoudige toestel van F. Müller dienen. Een licht hol klosje kan om eene fijne verticale spits draaien. Aan het klosje zijn vier dunne zijden draden bevestigd met haakjes aan de uiteinden. In deze haakjes plaatst men een metalen ring. Om het klosje is een dun draadje gewonden, dat men in horizontale richting over een katrolletje voert en aan het uiteinde met een lichaam van het gewicht p G bezwaart. Dit gewicht zal nu het klosje en daardoor den ring doen draaien. De wrijving is uiterst gering en kan verwaarloosd worden, evenals de massa van klosje, draad en haakjes ten opzichte van de massa van den ring.

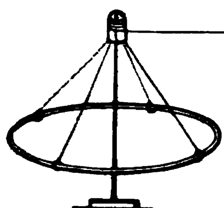


fig. 29.

Het traagheidsmoment van een ring ten opzichte der as door zijn middelpunt is gemakkelijk te bepalen: $T = \Sigma mR^2 = R^2 \Sigma m = MR^2$, als de massa van den ring M G en zijn straal R cM is. De kracht (van p G) is $p \times 981.2$ dyne (§ 107); is de halve dikte van het klosje r cM, dan is het moment der kracht $p \times 981.2 \times r$; men kan haar vervangen door eene kracht $p \times 981.2 \times r$ dynes, die — op 1 cM van de as aangrijpende op de massa, die het traagheidsmoment van den ring voorstelt, — daaraan de versnelling α geeft. De versnelling wordt dus gevonden uit de vergelijking $p \times 981.2 \times r = MR^2 \times \alpha$.

Voor eene geheele omdraaiing is de weg, dien een punt van 1 cM afstand van de as doorloopt, 2π cM; men vindt dus den hiervoor benoodigden tijd uit $2\pi = \frac{1}{2}\alpha t^2$ (zie form. 6). Het blijkt, dat de berekende en de waargenomen omwentelingstijd zeer nauwkeurig overeenstemmen.

Door ringen van verschillende massa en grootte door hetzelfde gewicht te laten draaien, vindt men, dat de traagheidsmomenten evenredig zijn met de vierkanten der omwentelingstijden, dus ook omgekeerd evenredig met de hoekversnellingen, enz. [1])

Hoe grooter het traagheidsmoment van een lichaam is, des te meer kracht (weerstand) is er noodig, om de beweging van het lichaam in een bepaalden tijd te doen ophouden. Vliegwiel.

**147. De Werktuigkunde leert, dat en hoe men voor *homogene* lichamen van *regelmatigen vorm* en bekende massa het traagheidsmoment kan *berekenen*. Zoo is b.v.:

het traagheidsmoment eener prismatische (balkvormige) staaf, die wentelt om eene as, door het middelpunt evenwijdig met één der ribben (hoogte): $\frac{l^2 + b^2}{12} \times M$, als l en b de beide andere ribben (lengte en breedte) in centimeters en M de massa der staaf in grammen is;

het traagheidsmoment eener cilindervormige staaf, lang l cM,

[1]) Deze toestel is tevens zeer geschikt, om de in § 100 en 101 uitgesproken betrekking tusschen kracht, massa en versnelling proefondervindelijk aan te toonen.

dik $2r$ cM en van de massa M G, die wentelt om eene door het midden der cilinderas loodrecht daarop gerichte draaiingsas: $\left(\frac{l^2}{12}+\frac{r^2}{4}\right)\times M$;

het traagheidsmoment eener cirkelvormige schijf (straal R cM, massa M G), die wentelt om eene as door het midden loodrecht op de schijf: $\frac{1}{2}MR^2$;

het traagheidsmoment van eenen bol (straal R cM, massa M G), die wentelt om eene as door het middelpunt: $\frac{2}{5}MR^2$.

****148.** Verder kan men voor alle vaste lichamen, ook die van *onregelmatigen vorm*, het traagheidsmoment *proefondervindelijk bepalen* door gebruik te maken van form. 40. Men laat eene kracht van bekend moment (ten opzichte van de as) op het lichaam werken, bepaalt zijne hoekversnelling en leidt daaruit zijn traagheidsmoment af.

De berekening is overeenkomstig met die in het voorbeeld van § 146.

****149.** Ten slotte nog een *voorbeeld* voor de toepassing van het traagheidsmoment.

In § 97 is er op gewezen, dat de daar bedoelde proeven geen nauwkeurige uitkomst kunnen geven, omdat men er niet op gelet heeft, dat de massa der katrol gedraaid moet worden. Is de katrol eene cirkelvormige schijf van m G massa en r cM straal, dan kan men haar vervangen door de haar traagheidsmoment (§ 147) voorstellende massa $m_1 = \frac{1}{2}mr^2$. Daar echter de kracht aan den omtrek der katrol werkt, vervangt men m_1 weer door eene massa m_2, die aan den omtrek (r cM van de as verwijderd) geplaatst, hetzelfde traagheidsmoment bezit. Men vindt m_2 uit $m_2 r^2 = m_1 = \frac{1}{2}mr^2$, waaruit $m_2 = \frac{1}{2}m$. Bij den genoemden vorm der katrol kan men dus aannemen, dat in plaats van hare massa de helft daarvan aan den omtrek der katrol is aangebracht; d. i. men brengt de beweging der katrol in rekening, als men bij de massa's der gebezigde schijfjes nog de halve massa der katrol voegt.

VI. Wederkeerigheid van krachten.

150. Als een lichaam A op een lichaam B eene kracht uitoefent, dan werkt het lichaam B op A met eene even groote

kracht terug; met elke *werking* is eene gelijke en tegengesteld gerichte *terugwerking* verbonden; *actie* en *reactie* zijn steeds gelijk en tegengesteld (Newton 1642—1727).

Een zwaar lichaam drukt op zijn steunvlak met eene kracht, gelijk aan zijn gewicht; de in het steunvlak opgewekte spanning werkt op het lichaam terug en houdt het gewicht in evenwicht. — Als men door een goed sluitenden zuiger lucht in eenen cilinder samengeperst heeft, dan zijn de krachten, die de zuiger op de lucht en die de lucht op den zuiger uitoefent, gelijk en tegengesteld. — Een magneet trekt een stuk ijzer aan; wederkeerig kan men aantoonen dat het ijzer den magneet met eene gelijke kracht aantrekt. Zijn de magneet en het stuk ijzer elk op een kurk geplaatst, die op water drijft, dan bewegen zich beide lichamen naar elkaar toe; daar de bewegende krachten gelijk zijn, zijn ook de hoeveelheden van beweging der beide lichamen gelijk (§ 110); de in zekeren tijd verkregen snelheden verhouden zich omgekeerd als de massa's der lichamen. — Terugslag bij het afschieten van een geweer of kanon. Was het kanon zonder wrijving over den grond beweeglijk, dan zouden zich de door het schot verkregen snelheden van kogel en kanon omgekeerd verhouden als de massa's van beide.

VII. Centripetale kracht.

151. Als een lichaam, dat zich *eenparig* beweegt, van richting verandert, *zonder van snelheid te veranderen*, dan moet op het oogenblik der verandering aan het lichaam eene snelheid van bepaalde grootte medegedeeld worden, waarvan de richting den hoek tusschen de beide deelen der gebroken baan middendoor deelt (verg. § 75).

In fig. 13 is $BC = BE$; de bijgevoegde snelheid is BD. Verder is $\angle ABD = \angle BCE = \angle CEB = \angle EBD$. Was de bijgevoegde snelheid grooter of kleiner dan BD, dan kon nooit diagonaal BE = zijde BC zijn.

152. Beweegt zich een lichaam *eenparig* langs den omtrek van een regelmatigen *veelhoek*, dan moet in elk hoekpunt (b. v. B) eene snelheid van bepaalde grootte BD bijgevoegd worden, gericht naar het middelpunt van den omgeschreven cirkel.

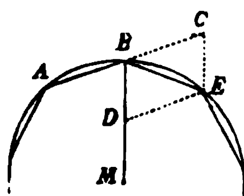


fig. 30.

Van A (fig. 30) in B aangekomen zou het lichaam door de traagheid den weg $BC = AB$ in denzelfden tijd afleggen, waarin het AB heeft afgelegd. De straal BM deelt $\angle ABE$ middendoor.

153. Als men het aantal zijden van den veelhoek laat toenemen, dan nadert de veelhoek tot een *cirkel*. De verandering van richting van een lichaam, dat den *cirkelom-*

trek eenparig doorloopt, heeft dan in elk punt plaats: overal wordt eene snelheid van dezelfde grootte bijgevoegd, die gericht is naar het middelpunt des cirkels.

De straal staat overal loodrecht op den cirkelomtrek.

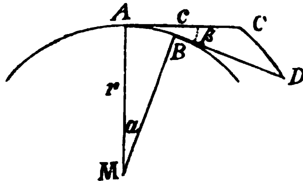


fig. 31.

Bij de eenparige beweging langs een cirkelomtrek is dus de richting der in elk oogenblik bij te voegen snelheid loodrecht op de richting van het lichaam.

154. In de punten A en B (fig. 31) zijn de richtingen van het zich bewegende lichaam AC en BD, waarbij $AC = BD$ de snelheid c van het lichaam voorstelt. De verandering van richting (β), die het lichaam tusschen A en B ondergaat, is even groot als de middelpuntshoek α, behoorende bij den boog AB van den doorloopen cirkel. Geeft men voor alle tusschen A en B gelegen punten richting en grootte der snelheid van het lichaam door raaklijnen c aan, dan liggen de uiteinden dezer lijnen op den met den doorloopen cirkel concentrischen boog CD. Hoe dichter men B bij A neemt, des te kleiner wordt de boog CD en des te meer nadert de figuur $ACDBA$ tot eenen kleinen om A met c als straal beschreven cirkelsector. Om dus *in het punt* A van den cirkelomtrek de snelheid AC (fig. 32) te doen overgaan in de even groote snelheid AD moet men eene naar het middelpunt (M) des cirkels gerichte snelheid AA_1 bijvoegen, die gelijk gesteld kan worden aan den kleinen boog CD.

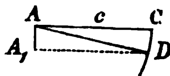


fig. 32.

Nu is het voor de *waarde der* **som** *van alle, gedurende een geheelen omloop van het lichaam bij te voegen snelheden*, onverschillig, of men voor elk punt van den doorloopen cirkelomtrek zich het kleine boogje CD geconstrueerd denkt, of dat men zich voorstelt dat alle richtingsveranderingen in hetzelfde punt (A) plaats hadden. In het laatste geval is de som van alle bij te voegen snelheden gelijk aan de som van alle op elkaar volgende boogjes CD, m. a. w. de gedurende den geheelen omloop van het lichaam bij te voegen snelheid wordt voorgesteld door den omtrek $2 \pi c$ van een *met* c als straal beschreven cirkel.

155. Is de straal des cirkels, dien het lichaam doorloopt, r cM, zijn omloopstijd t sec., dan is zijne snelheid (form. 2) $c = \frac{2 \pi r}{t}$

kines. Dit in de uitkomst van § 154 gesubstitueerd, geeft voor gedurende den geheelen omloop bij te voegen snelheid de waarde $2\pi \times \frac{2\pi r}{t}$ of $\frac{4\pi^2 r}{t}$ kines en voor de *in de eenheid van tijd* bij te voegen snelheid de waarde $\frac{4\pi^2 r}{t^2}$ kines.

Deze standvastige vermeerdering der snelheid per seconde is nu weer, zooals bij de rechtlijnige beweging, de versnelling, die het lichaam in de richting naar het middelpunt des doorloopen cirkels verkrijgt. Voor deze *middelpuntzoekende* (*centripetale*) *versnelling* vindt men dus:

$$a = \frac{4\pi^2 r}{t^2}. \qquad 41$$

Na vermenigvuldiging van teller en noemer met r, vindt men gemakkelijk, dat men hiervoor ook schrijven kan

$$a = \frac{c^2}{r}. \qquad 42$$

156. Deze versnelling moet de uitwerking zijn eener op het lichaam in de richting naar het middelpunt des doorloopen cirkels werkende *middelpuntzoekende* (*centripetale*) *kracht*. De grootte dezer kracht is, als de massa van het rondloopende lichaam m G is, volgens formule $k = ma$, in dynes

$$k = \frac{4\pi^2 rm}{t^2}, \qquad 43$$

of

$$k = \frac{mc^2}{r}. \qquad 44$$

De centripetale kracht is die kracht, die het lichaam belet, in de richting der raaklijn verder te gaan en zich zoodoende ten gevolge der traagheid van het middelpunt des cirkels te verwijderen.

157. Men kan zich dus de eenparige cirkelvormige beweging in elk punt *samengesteld* denken uit twee bewegingen, eene eenparige in de richting der raaklijn en eene door de (constante) centripetale kracht veroorzaakte eenparig versnelde in de richting naar het middelpunt.

Ten opzichte der eenparige beweging geldt het vroeger gezegde: is er geen weerstand, dan moet de kracht, die oorzaak is der beweging in de richting der raaklijn, opgehouden hebben te werken; is er weerstand, dan moet in de richting der beweging eene kracht blijven werken, die elk oogenblik evenwicht maakt met den weerstand.

158. De beweging langs een cirkelomtrek onder de werking eener *standvastige* centripetale kracht is noodzakelijk *eenparig*. Werd in een punt der baan de snelheid van het lichaam grooter of kleiner

$c = \sqrt{ar}$ (form. 42), dan zou de verdere baan in het eerste geval liggen tusschen cirkelomtrek en raaklijn; in het tweede geval binnen den cirkelomtrek.

Doorloopt een lichaam den *omtrek van een cirkel* met *veranderlijke* snelheid, dan kan dit alleen daardoor gebeuren, dat met de snelheid ook de centripetale kracht verandert, zóó dat de betrekking $a = \frac{c^2}{r}$ op elk oogenblik blijft gelden [1]).

Slingert men een aan eene caoutchoucbuis bevestigden steen rond, dan zal bij vermeerdering der snelheid van den steen ook de caoutchoucbuis meer uitgerekt worden. De vermeerdering der uitrekking bewijst eene vermeerdering der centripetale kracht (spierkracht). — Had men den steen aan een niet rekbaren draad bevestigd, dan zou toch de spanning in den draad (het gevolg der centripetale kracht) met de snelheid veranderen.

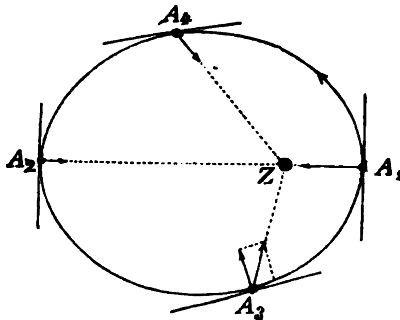
159. *Voorbeelden en proeven.*

a) Bij eene roulette werkt de weerstand, waarmede zich de ronde zijwand der doos tegen de rechtlijnige voortbeweging van het bolletje verzet, als centripetale kracht.

b) Aan den rand eener schijf, die om haar middelpunt kan gedraaid worden, kleeft een stuk stopverf. Bij de draaiing doet de

---

[1]) De beweging van een lichaam om een buiten het lichaam gelegen punt, waarvan eene het lichaam aantrekkende kracht uitgaat, behoeft niet cirkelvormig te zijn. Zoo beweegt zich de aarde onder de werking der aantrekkende (centripetale) kracht der zon in eene ellips om de zon. Hierbij is echter 1) de centripetale kracht veranderlijk, 2) de centripetale kracht alleen in de beide punten A en A_1 loodrecht op de richting der aarde



(raaklijn aan de ellips) en 3) de snelheid der aarde veranderlijk. — Tusschen A_1 en A_2 wordt de centripetale kracht steeds kleiner, tusschen A_2 en A_1 steeds grooter. Evenzoo vermindert de snelheid der aarde tusschen A_1 en A_2, terwijl zij tusschen A_2 en A_1 weer aangroeit. Ontbindt men de in A_2 werkende centripetale kracht in twee componenten, waarvan de eene *loodrecht op* de richting der baan en de andere *in* de richting der baan ligt, dan kan men zich voorstellen, dat de eerste de verandering der richting bewerkt, terwijl de tweede de snelheid vermeerdert. Evenzoo blijkt, dat in A_4 de snelheid vermindert. — Dat de aarde, als zij in een der punten A_1 en A_2 gekomen is, waar de centripetale kracht wel loodrecht op hare baan gericht is, nu verder geen cirkel beschrijft, is het gevolg daarvan, dat in A_1 de snelheid der aarde grooter, in A_2 kleiner is, dan met de voor de cirkelvormige beweging vereischte voorwaarde $c = \sqrt{ar}$ overeenkomt.

adhaesie tusschen schijf en stopverf dienst als centripetale kracht voor het laatstgenoemde lichaam; de adhaesie wordt evenveel minder als de centripetale kracht bedraagt. Daar deze laatste met de omwentelingssnelheid aangroeit (form. 44), zal bij eene bepaalde snelheid de geheele adhaesie als zoodanig verdwijnen, om als centripetale kracht dienst te doen. Het stuk stopverf laat los en gaat in de richting der raaklijn aan den beschreven cirkel verder.

c) Laat men een ring van dun veerkrachtig staalband om een zijner middellijnen als as wentelen, dan zullen de deelen van den ring zich door de traagheid van de as trachten te verwijderen; de ring wordt in de richting der as afgeplat. Ten gevolge der vormverandering ontstaan in den ring krachten, die elk deeltje weer naar de as terugtrekken en de centripetale kracht vormen.

d) Een paard, dat in een cirkel rondloopt, moet, om niet te vallen, met zijn lichaam naar den hollen kant der baan overhellen. Eene componente $AC = c$ van zijn gewicht $AB = p$ [1]) moet nl. als centripetale kracht optreden. De andere componente k is volgens AD (dus naar buiten) gericht en wordt door den weerstand van den bodem en door de wrijving, die zich tegen het uitglijden verzet, opgeheven.

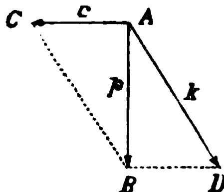


fig. 33.

Het lichaam van het paard moet dus in de richting der componente k hellen; bij eene kleinere helling met den bodem zou het naar binnen vallen, bij eene grootere naar buiten. — Hetzelfde geldt voor een schaatsenrijder, die een korten draai neemt. — Bij sterke kromming van een spoor legt men de buitenrails hooger, om de componente k loodrecht te brengen op het schuine vlak, dat door de bovenkanten der beide rails gebracht kan worden (§ 118). (Verg. proef *e*).

e) Een hellende goot AB kan om eene verticale as AC wentelen. Bij eene bepaalde omwentelingssnelheid zal een bolletje zijne plaats in de goot behouden. Als men het gewicht p van het bolletje ontbonden heeft in eene componente c, die in grootte en richting de centripetale kracht voorstelt (noodig om het bolletje op den cirkelomtrek te hou-

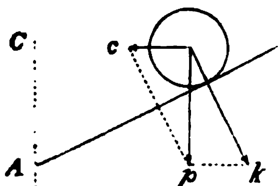


fig. 34.

[1]) Later zal aangetoond worden (§ 170), dat de kracht, die men het gewicht van een lichaam noemt, in een bepaald punt van het lichaam aangrijpt.

den), en eene andere k, dan zal het bolletje in rust blijven, als k loodrecht op de goot staat, en dus door het raakpunt van bolletje en goot gaat; zij wordt door den weerstand der goot in evenwicht gehouden (fig. 34). Bij snellere draaiing wordt de vereischte centripetale componente grooter (fig. 35); k zal dan de goot boven het raakpunt treffen en ontbonden kunnen worden in eene componente k_1, die door het raakpunt gaat en dus opgeheven wordt, en eene componente k_2, die evenwijdig met de goot naar boven gericht is en het bolletje in deze richting in beweging zal brengen. — Op gelijke wijze vindt men (fig. 36), dat het bolletje naar beneden zal rollen, als de vereischte centripetale componente kleiner is, dan in het eerste geval.

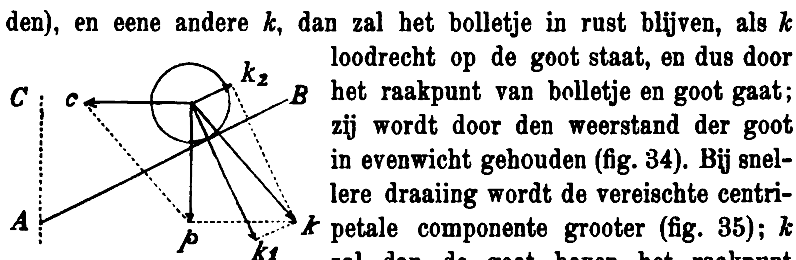


fig. 35.

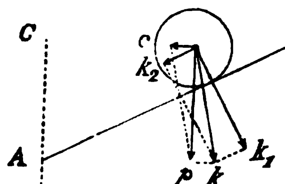


fig. 36.

f) In een houten raam is een koperdraad horizontaal bevestigd, waarover twee doorboorde bollen van ongelijke massa's zich gemakkelijk laten verschuiven. Wordt het raam om eene verticale as, die door het midden van den draad gaat, gewenteld, dan zal het streven der bollen, om in de richting der raaklijn verder te gaan, bewerken, dat zij zich naar de uiteinden van den draad bewegen, want er is geen centripetale kracht voorhanden, die de bollen op een cirkelomtrek zou houden. — Bevestigt men nu de beide bollen door een koord aan elkaar en plaatst men ze, terwijl het koord gespannen is, aan weerskanten van de as op afstanden, die omgekeerd evenredig zijn met hunne massa's, dan blijven bij het omwentelen van het raam de hollen op hunne plaatsen op den draad. Door het streven van elken bol, om in de richting van de raaklijn verder te gaan, wordt het koord gespannen en eene centripetale kracht op den anderen bol uitgeoefend. Daar de beide bollen gelijke omloopstijden hebben, zijn onder de bovengenoemde voorwaarde ook de centripetale krachten gelijk, want $k : k_1 = mr : m_1r_1$ (form. 43). — Maakt men echter den afstand van één der bollen tot de as grooter en dus den afstand van den anderen bol tot de as kleiner, dan zal door de omwenteling de eerste bol zich naar buiten bewegen en den anderen medetrekken. Immers de centipetrale kracht, die noodig is om den eersten bol op den

cirkelomtrek te houden, bedraagt nu wegens de vergrooting van r meer dan bij den vorigen stand der bollen, en kan niet meer door den tweeden bol geleverd worden, want diens snelheid is wegens de vermindering van zijn afstand tot de as kleiner geworden, en daardoor ook de kracht, waarmede hij aan het koord trekt.

Zie ook § 166 en § 307.

160. Om in § 159, *b* de kracht CB (fig. 37) te vinden, die nog voor adhaesie beschikbaar blijft, heeft men de oorspronkelijke adhaesie AB moeten *ontbinden in twee componenten*, waarvan de eene AC de centripetale kracht voorstelt (§ 115, *a*). Wiskundig zou men tot dezelfde uitkomst geraken, als men de oorspronkelijke adhaesie AB *en eene aan de centripetale* AC *gelijke en tegengesteld gerichte kracht* AC_1 *tot eene resultante samenstelde* (§ 112, *b*).

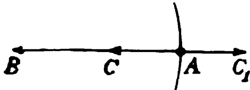


fig. 37.

Evenzoo heeft men in *d*) den druk, dien het paard tegen den bodem uitoefent, gevonden door zijn gewicht *in twee componenten te ontbinden*, waarvan de ééne de vereischte centripetale kracht voorstelt. Wiskundig zou men wederom tot dezelfde uitkomst kunnen geraken, als men het gewicht AB met eene in A (fig. 38) aangrijpende, aan de centripetale AC gelijke en tegengesteld gerichte kracht AC_1 *tot eene resultante* AD *samenstelde*. Op overeenkomstige wijze kan men in andere gevallen redeneeren. Zie ook § 168.

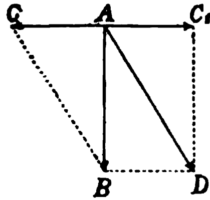


fig. 38.

De kracht AC_1, die men zich bijgevoegd denkt, heeft men *middelpuntvliedende* (*centrifugale*) *kracht* genoemd. Zij is slechts eene wiskundige fictie; *in werkelijkheid bestaat zij niet*; want anders zouden centripetale en centrifugale kracht elkaar in evenwicht houden, en kon het lichaam nooit eene gekromde baan beschrijven. Men heeft haar ingevoerd, omdat men met behulp der middelpuntvliedende kracht sommige verschijnselen gemakkelijker meende te kunnen verklaren, dan door de juiste beschouwingen met de centripetale kracht. Dit is echter niet zoo (verg. § 159).

Men moet de fictieve centrifugale kracht niet verwarren met de *terugwerking*, die het rondloopende lichaam uitoefent op het lichaam, waarvan de centripetale kracht uitgaat. Deze reactie immers werkt niet op het rondloopende lichaam, zooals men van de centrifugale kracht veronderstelt.

Evenzoo hebben de bewegingen, waarmede zich in vele gevallen (*c*, *e*) het rondloopende lichaam van het middelpunt schijnt te willen verwijderen, met de centrifugale kracht niets te maken.

VIII. Algemeene aantrekkingskracht.

161. Newton heeft aangetoond, dat de door Kepler (1571—1630) gevonden wetten, volgens welke de beweging der lichamen van het zonnestelsel plaats heeft, zich laten verklaren, als men aanneemt, dat de zon elke der planeten aantrekt met eene *kracht*, *die evenredig is met de massa M der zon*, *de massa m der planeet en omgekeerd evenredig met het vierkant van den afstand d harer middelpunten*. De grootte dezer kracht wordt dus uitgedrukt door

$$k = f\frac{Mm}{d^2}, \qquad 45$$

waarin f voorstelt het aantal dynes, waarmede eene massa van 1 G eene andere massa van 1 G op een afstand van 1 cM aantrekt.

Stelt men $M = 1$, $m = 1$ en $d = 1$, dan wordt $k = f$.

De formule leert, dat elke twee massadeeltjes elkander aantrekken. Nu zijn de zon en de planeten geen stoffelijke punten, maar zeer groote lichamen, die men bij benadering kan beschouwen als homogene bollen of als bollen, die uit concentrische lagen bestaan, waarvan elke voor zich homogeen is. In dit geval kan men, zooals eene hier weggelaten beschouwing leert. de massa's der lichamen in hunne middelpunten vereenigd denken; van daar de grootheid d in de formule.

Het bovenstaande geldt ook voor de beweging der maan om de aarde.

162. Daar de lichamen op de aarde door de aarde zelve eveneens aangetrokken worden, zoo giste Newton, dat deze kracht, die de zwaarte (het gewicht) der lichamen op aarde veroorzaakt, *identisch* is met de kracht, die den loop der hemellichamen regelt. Om daaromtrent zekerheid te verkrijgen, berekende Newton het „gewicht", dat de maan tengevolge van de aantrekking der aarde zou hebben, en vergeleek dit met de centripetale kracht, die noodig is, om de maan hare baan om de aarde te doen afleggen. De voldoende overeenstemming van beide waarden bevestigde het vermoeden van Newton.

a) Is de massa der maan m G, dan zou haar gewicht op het oppervlak der aarde eveneens m G of (voor den evenaar berekend, § 107) $m \times 978{,}1$ dyne zijn. Op 60 maal zoo grooten afstand (de middelpunten van maan en aarde zijn 60 aardstralen van elkaar verwijderd) zou dus haar *gewicht*, als daarop form. 45 mag toegepast worden, $\frac{m \times 978{,}1}{60^2}$ of $0{,}2717 \times m$ dynes zijn.

b) De door de aarde op de maan uitgeoefende *centripetale kracht* doet de maan in 27 dagen, 7 uren, 43 minuten en 12 seconden of 2 359 592 seconden om de aarde eene baan afleggen, die men bij benadering als een cirkel met een straal gelijk aan 60 aardstralen of $60 \times 637\,000\,000$ cM kan be-

schouwen. Hare waarde is dus (form. 43): $K = \frac{4\pi^2 \times 60 \times 637\,000\,000 \times m}{2\,359\,592^2}$ of $0{,}2713 \times m$ dynes.

163. Newton leidde hieruit af, dat de aantrekking eene *algemeene eigenschap der stof* zijn moet, ten gevolge waarvan een lichaam elk ander lichaam aantrekt (en wegens de gelijkheid van actie en reactie daardoor aangetrokken wordt, § 150) volgens de in formule 45 uitgedrukte wet. Voor lichamen op de aarde is deze, van de soort der stof onafhankelijke, *algemeene aantrekking* (*gravitatie*) eerst later *proefondervindelijk* aangetoond, het eenvoudigst in onzen tijd door Jolly.

Een met kwik gevulde glazen bol van 5000 G massa werd onder eene der schalen eener gevoelige balans opgehangen; door gewichtstukken in de andere schaal werd de balans in evenwicht gebracht. Verticaal onder den glazen bol werd nu een looden bol van 5 775 000 G massa geplaatst, zóó dat de middelpunten der beide bollen 56,86 cM van elkaar verwijderd waren. De schaal met den glazen bol sloeg nu door; het evenwicht kon hersteld worden door 0,589 mG in de andere schaal te plaatsen. Deze schijnbare gewichtsvermeerdering van den glazen bol stelt dus de aantrekking voor, die hij door den looden bol ondervindt. Door de grootte en den afstand der beide massa's te veranderen, zou men dus kunnen aantoonen, dat, zooals form. 45 eischt, de aantrekking samengesteld evenredig is met de massa's en omgekeerd evenredig met het vierkant van de afstanden harer middelpunten. Formule 45 toepassende vindt men dan verder, daar te München, waar Jolly zijne proeven deed, 1 G = 980,8 dynes is (§ 107), $0{,}000\,589 \times 980{,}8 = f \times \frac{5000 \times 5\,775\,000}{56{,}86^2}$, waaruit $f = 0{,}000\,000\,065$ dynes. — Anderen vonden eveneens met de balans $f = 0{,}000\,000\,067$ dynes. Als gemiddelde waarde nemen wij aan 0,000 000 066.

De factor f, de *constante der gravitatie*, is dus zeer klein, zoodat eene uiterst geringe wrijving voldoende is, om beweging van lichamen op de aarde ten gevolge van de onderlinge aantrekking onmogelijk te maken. Slechts als een der lichamen of beide zeer groote massa bezitten, kan de aantrekking groot worden.

Ook zon, maan en sterren oefenen aantrekking uit op de lichamen aan hare oppervlakken. Daar de massa der zon 325000 maal die der aarde, haar straal 108 maal die der aarde is, zoo is de aantrekking der zon $\frac{325000}{108^2}$ of ongeveer 28 maal grooter dan die der aarde. Een lichaam van 1 G op de zon zal dus even sterk aangetrokken worden als een lichaam van 28 G op de aarde. — Voor de maan vindt men, dat de aantrekking 6 maal kleiner is dan op de aarde.

Hoe de werking van het aantrekkende op het aangetrokken lichaam overgebracht wordt, weet men niet.

IX. Zwaartekracht.

164. Voor het nader onderzoek der kracht, waarmede een lichaam door de aarde wordt aangetrokken, maken wij wederom de veronderstelling, dat de aarde een bol is, die uit concentrische lagen bestaat, waarvan elke laag voor zich homogeen is. Verder zij voorloopig aangenomen, dat de aarde niet om hare as draait.

165. Een stoffelijk punt m (fig. 39) wordt door elk massadeeltje der aarde aangetrokken. Men veronderstelle, dat het punt met het middelpunt O der aarde verbonden en door de verbindingslijn een vlak gelegd is (het vlak van teekening). Voor elk massadeeltje m_1 der aarde, dat aan den éénen kant der lijn mO in dit vlak ligt, kan men aan den anderen kant der lijn een massadeeltje m_2 vinden, dat dezelfde aantrekking op m uitoefent, terwijl de richtingen dezer aantrekkingen met mO gelijke hoeken maken. De resultante der beide krachten valt dan langs mO. Op dezelfde wijze telkens de aantrekkingen van twee overeenkomstige massadeeltjes van den bol samenstellende, vindt men, dat de resultante der aantrekkingen van alle massadeeltjes van den bol naar zijn middelpunt gericht is. Deze door de bolvormige, niet draaiende aarde uitgeoefende kracht willen wij de *aantrekkingskracht* der aarde noemen.

fig. 39.

fig. 40.

166. Nu draait echter de aarde om hare as PQ (fig. 40), en het stoffelijk punt (in B) draait mede. De voor de draaiing van het punt vereischte centripetale kracht BC *moet* dan eene componente der aantrekkingskracht BK zijn. De richting dezer componente is die naar het middelpunt o van den parallelcirkel dien het punt B doorloopt; hare grootte kan berekend worden volgens form. 43 of 44. De andere componente BZ stelt in grootte en richting de werkelijke aantrekking van het stoffelijk punt voor; zij is de *zwaartekracht*.

De *zwaartekracht is eene van de componenten der aantrekkingskracht, waarvan de andere componente de middelpuntzoekende kracht voorstelt.* Hare *richting* gaat in 't algemeen niet door het middelpunt der aarde.

Men heeft redenen om aan te nemen, dat de aarde in vroegere tijden vloeibaar geweest is. Nu verkeert het oppervlak eener vloeistof slechts dan in den stand van evenwicht, als het overal loodrecht staat op de kracht (BZ), die er op werkt (zie § 307). Daarom kan de aarde den bolvorm niet hebben, maar moet zij aan de polen afgeplat zijn. De meridiaan der aarde krijgt daardoor ongeveer den vorm eener ellips (P_1A_1), de aarde zelve die eener spheroïde.

Voor een punt A van den evenaar vallen de richtingen der aantrekkingskracht AK_0 en der centripetale kracht AC_0 samen; de zwaartekracht is dus gelijk aan het verschil dier krachten en gericht naar het middelpunt der aarde.

Voor de polen bestaat geene centripetale kracht; de zwaartekracht is dus gelijk aan de aantrekkingskracht en eveneens gericht naar het middelpunt der aarde.

Door metingen heeft men gevonden:

OP_1 (straat der pool) $= 635\,600\,000$ cM.
OA_1 (straal van den evenaar) $= 637\,700\,000$ „ .
Gemiddelde waarde van den straal der aarde $637\,000\,000$ „ .

De verhouding $\frac{OA_1 - OP_1}{OA_1}$ noemt men de afplatting; zij bedraagt ongeveer $^1/_{300}$. De afwijking der aarde van den bolvorm is dus zeer gering.

167. Uit voorgaande beschouwing blijkt, dat er drie oorzaken zijn voor de *toeneming* der zwaartekracht van den evenaar naar de polen:

a) de centripetale kracht neemt van den evenaar naar de polen steeds af: $BC : AC_0 = Bo : A_1O$ (form. 43);

b) op den evenaar is de zwaartekracht het verschil van aantrekkingskracht en centripetale kracht; op de breedte van B echter is $BZ > BK - BC$ (de zijde BZ in $\triangle BKZ$ is grooter dan het verschil der beide andere zijden);

c) een punt B ligt dichter bij het middelpunt der aarde dan A_1; daarom is de aantrekkingskracht in B grooter dan in A_1.

168. Men zou grootte en richting der zwaartekracht ook kunnen verkrijgen, als men zich voorstelde, dat op het materieele punt B eene aan de centripetale kracht BC gelijke en tegengesteld gerichte *centrifugale kracht* BC_1 werkte, en deze dan met de aantrekkingskracht BK *samengesteld* werd tot de *resultante* BZ. Dan zou men de zwaartekracht moeten definieeren als de *resultante van aantrekkingskracht en centrifugale kracht.*

169. De richting, waarin de zwaartekracht werkt, heet *verticaal;* elke daarop loodrechte richting heet *horizontaal* (waterpas).

Bepaling der verticale richting door het schietlood (§ 172). — Bepaling

der horizontale richting door de oppervlakte eener stilstaande vloeistof (§ 307), door het fleschjeswaterpas (§ 310) of door het luchtbelwaterpas (§ 326).

De verticalen op twee plaatsen van het oppervlak der aarde maken een hoek met elkaar, dien men wegens de groote afmetingen der aarde verwaarloozen kan, als de onderlinge afstand der plaatsen niet al te groot is. Onder dezelfde voorwaarde kan men een deel van het horizontaal oppervlak der aarde als een plat vlak beschouwen.

Zwaartepunt.

170. Daar elke molecule van een lichaam gewicht bezit, kunnen wij de werking der zwaartekracht op een lichaam als samengesteld beschouwen uit zooveel evenwijdige krachten, als het lichaam moleculen heeft. De resultante van deze evenwijdige krachten is het *gewicht van het lichaam;* haar aangrijpingspunt, het middelpunt der evenwijdige krachten, is een bepaald punt (§ 122) en verandert niet, als het lichaam door draaiing een anderen stand aanneemt (§ 121, slot); dit aangrijpingspunt van het gewicht noemt men het *zwaartepunt* van het lichaam.

De verkregen resultante zou niet veranderen, als de geheele massa van het lichaam in zijn zwaartepunt vereenigd was (§ 114, *a* en 112).

171. De Werktuigkunde leert de *ligging van het zwaartepunt* bij meetkundige figuren en homogene lichamen van regelmatigen vorm vinden. Zoo is het zwaartepunt

van eene lijn: haar middelpunt;

van een driehoek: het snijpunt der lijnen, die elk hoekpunt met het midden der tegenoverliggende zijde verbinden;

van een cirkel: het middelpunt;

van een rechthoek, parallelogram of ruit: het snijpunt der diagonalen;

van een regelmatigen veelhoek: het middelpunt;

van eene cilindrische of prismatische (balkvormige) staaf: het midden der lijn, die de middelpunten der eindvlakken verbindt;

van een bol: het middelpunt enz.

172. Wordt een lichaam in *één punt* S opgehangen (fig. 41) of gesteund (fig. 42), dan zal het door zijn gewicht om dit punt gedraaid worden, zoo lang het zwaartepunt Z niet in de verticaal van het ophangpunt of steunpunt ligt. Het gewicht p kan ontbonden

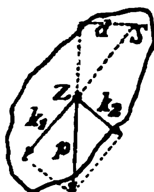


fig. 41.

worden in eene componente k_1, die de richting der lijn SZ heeft en alleen spanning in het lichaam volgens deze richting bewerkt, en in k_2, die loodrecht op SZ staat en dus het lichaam om S met een moment $k_2 \times SZ$ tracht te draaien.

Men kan ook zeggen: het gewicht p tracht het lichaam om S te draaien met een moment $p \times d$. Men bewijst gemakkelijk dat $p \times d = k_2 \times SZ$ is.

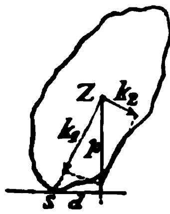


fig. 42.

Een lichaam blijft in rust, als het zwaartepunt in de verticaal van S ligt; de ontbinding is dan niet mogelijk; het geheele gewicht veroorzaakt slechts spanning.

Het moment van het gewicht p ten opzichte van S is $= 0$, omdat de arm $= 0$ is (§ 182).

Een zwaar lichaam, opgehangen aan een buigzamen draad, komt tot rust in een stand, waarin de draad verticaal is; de toestel, *schietlood* genoemd, dient ter bepaling van de verticale richting.

173. Op de genoemde feiten berust de *proefondervindelijke bepaling* van het zwaartepunt van onregelmatig gevormde lichamen. Men hangt het lichaam achtereenvolgens in twee verschillende punten op en laat het telkens den evenwichtsstand innemen; het snijpunt der verticalen, die door de ophangpunten getrokken kunnen worden, is het zwaartepunt.

174. Het gewicht tracht een lichaam verticaal naar beneden te *bewegen* (val). Ontstaat er geene beweging, dan wordt het gewicht door eene gelijke, verticaal naar boven gerichte kracht in evenwicht gehouden. Het gewicht van een lichaam b.v., dat in een punt op een ander lichaam steunt, zal in het ondersteunende lichaam eene spanning doen ontstaan, die als eene in het steunpunt verticaal naar boven op het eerste lichaam werkende kracht (veerkracht) kan beschouwd worden (§ 150). Tusschen gewicht en spanning kan echter slechts evenwicht bestaan, als de aangrijpingspunten (zwaartepunt en steunpunt) in dezelfde verticaal gelegen zijn; in elk ander geval zou een koppel van krachten ontstaan.

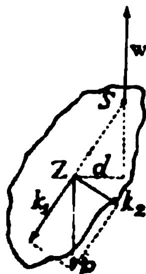


fig. 43.

Zoo vormen in fig. 41 en 42 het gewicht p in Z, en de weerstand w van het steunende lichaam in S aangrijpende, een koppel (moment $p \times d$, fig. 43), dat het eerste lichaam in beweging tracht

te brengen. Uit de evenredigheid $p:k_2 = SZ:d$, volgt $p \times d = k_2 \times SZ$; waaruit blijkt, dat de uitwerking van het koppel overeenkomt met de draaiing om de vaste as door S, die (in § 172) de componente k_2 aan het lichaam tracht te geven.

175. Is een lichaam, dat in één punt opgehangen of gesteund is, onder de werking der zwaartekracht in rust, zoo zijn drie *gevallen van evenwicht* mogelijk:

a) het evenwicht is *onverschillig* (*indifferent*), als bij eene geringe verplaatsing van het lichaam zijn zwaartepunt *even hoog blijft*. Het zwaartepunt van het lichaam valt samen met het steunpunt, of het blijft bij de bedoelde beweging steeds verticaal boven het steunpunt (bol op horizontaal vlak).

Elke stand, dien het lichaam kan aannemen, is een evenwichtsstand.

b) het evenwicht is *standvastig* (*stabiel*), als bij eene geringe verplaatsing van het lichaam zijn zwaartepunt *rijst*. Het zwaartepunt ligt, zoolang het lichaam in rust blijft, verticaal *onder* het steunpunt.

Het lichaam tracht, uit den evenwichtsstand gebracht, daarin terug te keeren (verg. fig. 41, 43; draadslinger).

c) het evenwicht is *onstandvastig* (*labiel*), als bij eene geringe verplaatsing van het lichaam zijn zwaartepunt *daalt*. Het zwaartepunt ligt, zoo lang het lichaam in rust blijft, verticaal *boven* het steunpunt.

Het onstandvastig evenwicht is in de practijk niet duurzaam te verkrijgen (verg. fig. 42; balanceeren).

Het voorstaande geldt eveneens, als een lichaam in eene *lijn* (*as*) gesteund wordt (staafslinger).

176. Steunt een lichaam op een *vlak* in meer dan twee, niet in eene rechte lijn liggende punten, dan noemt men den veelhoek, waarvan de buitenste steunpunten de hoekpunten zijn, het *grondvlak*. De *standvastigheid van het evenwicht* (*stabiliteit*) van het lichaam is dan verzekerd, zoo lang de verticaal van het zwaartepunt het grondvlak snijdt.

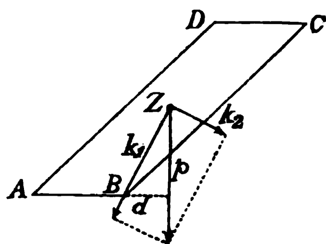


fig. 44.

Als de verticaal van het zwaartepunt Z het grondvlak AB niet snijdt, kan het gewicht p van het lichaam $ABCD$ ontbonden worden in eene componente k_1, die door de naastbijgelegen ribbe B van het grondvlak gaat, en eene op de eerste loodrechte componente k_2, die het lichaam om B zal doen kantelen.

Men merke op, dat $p \times d = k_2 \times ZB$ is.

De waarschijnlijkheid, dat aan de genoemde voorwaarde voldaan is, wordt grooter, naarmate het grondvlak grooter is en het zwaartepunt lager ligt.

Onder overigens gelijke omstandigheden is de stabiliteit grooter, naarmate het lichaam zwaarder is.

De wetten van den vrijen val.

177. Voor de hoogten, die wij boven de oppervlakte der aarde kunnen bereiken, kan men het *gewicht* van een lichaam als *constant* beschouwen.

Op de oppervlakte der aarde en op aanzienlijke hoogte daarboven is het verschil in uitrekking eener gevoelige veer, door het gewicht van een lichaam, zoo gering, dat het verwaarloosd kan worden. (Verg. §§ 189 en 276).

178. Een lichaam, dat niet ondersteund wordt of opgehangen is, *valt;* d. w. z. *zijne massa wordt door zijn gewicht verticaal naar beneden bewogen*. Hierbij spreekt men van den *vrijen val*, als het gewicht p van een lichaam uitsluitend zijne massa m te bewegen heeft, en als geen weerstand de beweging vertraagt.

Noch bij den toestel van Atwood, noch bij een in de lucht vallend lichaam heeft men te doen met den *vrijen* val.

179. De *vrije val* is dus eene *eenparig versnelde beweging* (§ 94).

180. De *versnelling van den vrijen val is voor alle lichamen even groot* (op dezelfde plaats der aarde).

In eene luchtledige buis leggen vallende stukjes lood, kurk, papier, eene pluimveer, de hoogte der buis in denzelfden tijd af.

Daar krachten zich verhouden als de massa's, waaraan zij gelijke versnellingen mededeelen (§ 100), wordt hierdoor de in § 99 afgeleide stelling bevestigd, dat de massa's der lichamen evenredig zijn met hunne gewichten.

Een beter bewijs voor deze belangrijke stelling leveren proeven met den slinger. Zie § 227.

Duiden wij, zoo als algemeen gebruikelijk is, de *versnelling van den vrijen val* (of de *versnelling der zwaartekracht*) aan door de letter g (gravitas = zwaarte), dan gaat dus voor den vrijen val de algemeene formule $k = ma$ over in

$$p = mg. \qquad 46$$

Hierbij dient p in dynes, m in grammen en g in kines per seconde uitgedrukt te worden (§ 103).

Men kan echter ook p in kilogrammen, g in statische eenheden van versnelling en m in statische massa-eenheden (van 9,812 KG) uitdrukken (§ 105).

Evenzoo schrijven wij de formules, 5, 6 en 7 voor den vrijen val



$$c = gt; \qquad 47$$

$$s = \frac{1}{2}gt^2; \qquad 48$$

$$c = \sqrt{2gs}. \qquad 49$$

181. Dat in de lucht alle lichamen niet even snel vallen, moet toegeschreven worden aan den weerstand der lucht. Vooreerst is hierbij van invloed vorm en stand van het vallende lichaam; een open valscherm valt langzamer dan een dicht; een stuk karton valt sneller, als het den verticalen stand blijft behouden.

Dat ook lichamen van gelijke grootte en gelijken vorm, maar van ongelijke massa, niet even snel vallen, b. v. twee even groote bolletjes van kurk en van lood, wordt aldus verklaard. Zij m en p massa en gewicht van het kurken bolletje, m_1 en p_1 van het looden bolletje, dan is voor den val in 't luchtledige de versnelling $\frac{p}{m} = \frac{p_1}{m_1}$ (form. 46). Bij gelijke snelheid zou de weerstand w der lucht voor beide bolletjes gelijk zijn (§ 94); in de lucht zijn dan de bewegende krachten voor het kurken bolletje $p - w$, voor het looden bolletje $p_1 - w$. De versnellingen, die de beide bolletjes op dit oogenblik in de lucht ondergaan, zijn dus $\frac{p-w}{m} = \frac{p}{m} - \frac{w}{m}$ en $\frac{p_1 - w}{m_1} = \frac{p_1}{m_1} - \frac{w}{m_1}$. Daar $m_1 > m$ dus $\frac{w}{m_1} < \frac{w}{m}$ is, moet in de lucht de versnelling van het looden bolletje grooter zijn, dan die van het kurken bolletje. (Zie ook § 268).

Eene tweede oorzaak voor de ongelijkheid der versnelling bij den val van ongelijksoortige lichamen vindt men § 402 en 403.

Over den invloed van den weerstand der lucht op den *aard* der beweging zie § 94.

182. Voor het *proefondervindelijk bewijs* der in de formules 47, 48 en 49 uitgedrukte *wetten van den vrijen val*, kan men de beweging langs een hellend vlak nagaan (Galilei). Het verticaal naar beneden werkende gewicht p van het lichaam kan men ontbinden in eene componente p_1 evenwijdig met het hellend vlak en eene componente p_2 loodrecht daarop. De laatste wordt door den weerstand van het hellend vlak opgeheven, de

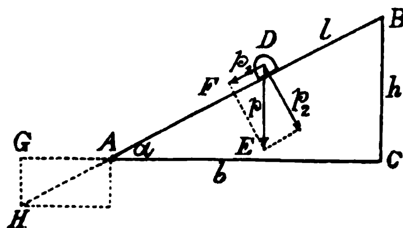


fig. 45.

eerste veroorzaakt de beweging van het lichaam. Wegens de gelijkvormigheid van △ ABC en △ EDF heeft men $p_1 : p = h : l$; dus

$$p_1 = p \times \frac{h}{l} \text{ of } p_1 = p \sin \alpha. \qquad 50$$

Kon men nu van alle storende invloeden afzien, dan zou, omdat de versnellingen, aan dezelfde massa medegedeeld, evenredig zijn met de krachten, de versnelling der beweging langs het hellend vlak zijn

$$g_1 = g \times \frac{h}{l} \text{ of } g_1 = g \sin \alpha;$$

waaruit volgt

$$p_1 = mg_1.$$

Men merke op, dat een lichaam, na de lengte l van het hellend vlak afgelegd te hebben, in A dezelfde snelheid bezit, die het in C zou hebben, als het van B naar C (de hoogte h van het hellend vlak) vrij gevallen was, namelijk (form. 49) $c = \sqrt{2gh}$. Immers de snelheid in A is

$$c_1 = \sqrt{2g_1 l} = \sqrt{2g\frac{h}{l} \times l} = \sqrt{2gh} \text{ of}$$

$$c_1 = \sqrt{2g \sin \alpha \times l} = \sqrt{2g \sin \alpha \times \frac{h}{\sin \alpha}} = \sqrt{2gh}.$$

183. Meet men de tijden, die het lichaam noodig heeft, om op het hellend vlak bepaalde wegen af te leggen, dan vindt men inderdaad, dat de wegen evenredig zijn met de vierkanten der tijden.

Verder kan men de snelheid AH bepalen, die het lichaam in het onderste punt A van het hellend vlak verkregen heeft, door de componente dier snelheid (AG), waarmede het lichaam zich verder over een horizontaal vlak *eenparig* beweegt. Deze vindt men door meting van den weg in 1 sec. Dan is $AH = AG \times \frac{l}{b}$ of $AH = \frac{AG}{\cos \alpha}$. Men vindt de snelheid in A evenredig met den duur der beweging of met den vierkantswortel uit den afgelegden weg.

Hiermede is bewezen, dat de beweging langs het hellend vlak — en dus ook de vrije val — *eenparig versneld is*.

184. Berekent men nu uit de uitkomsten dezer proeven de versnelling der beweging, dan vindt men daarvoor natuurlijk eene waarde, kleiner dan de in § 182 bedoelde waarde g_1. Men heeft daar immers geene rekening gehouden met den weerstand der lucht, met de wrijving en — voor het geval, dat het lichaam langs het hellend vlak niet glijdt, maar rolt — met de omstandigheid, dat een gedeelte der bewegende kracht p_1 gebruikt wordt, om de wentelende beweging voort te brengen. Men kan dus met behulp der

betrekking $g_1 = g \times \frac{h}{l}$ of $g_1 = g \sin \alpha$, uit de *waargenomen* versnelling de versnelling van den vrijen val niet onmiddellijk afleiden.

185. In de *tweede plaats* heeft men voor het proefondervindelijk bewijs der wetten van den val gebruik gemaakt van den *toestel van Atwood.* De in § 92 en 93 beschreven proeven toonen aan, dat de beweging bij dezen toestel eenparig versneld is. Kon men, hetgeen onmogelijk is, wrijving en weerstand, alsmede de massa der katrol verwaarloozen, dan zou het gewicht der massa m de massa $2M + m$ in beweging brengen en daaraan eene versnelling g_1 mededeelen. Viel het stukje m vrij, m. a. w. behoefde zijn gewicht slechts zijne eigene massa in beweging te brengen, dan zou zij de versnelling g der zwaartekracht verkrijgen. Daar bij gelijke krachten de versnellingen omgekeerd evenredig zijn met de massa's, heeft men dus

$$g_1 : g = m : (2M + m). \qquad 52$$

Uit de proefondervindelijk bepaalde waarde van g_1 zou men dus bij afwezigheid van alle storende invloeden g kunnen afleiden.

Bij de proeven van § 92 en 93 was de versnelling g_1 (daar a genoemd) = 20 kines per sec. Daaruit zou volgen $g = \frac{1}{2 \times 18 + 1} \times 20 =$ 740 kines per sec.

**Is de katrol eene schijf van 20 G massa, dan kan men de massa der katrol in rekening brengen zooals in § 149 aangetoond is; men kan haar vervangen door eene massa van 10 G, aan den omtrek der schijf aangebracht. Is dan de massa van elk schijfje 1 G, dan is in 't geheel in beweging te brengen $2 \times 18 + 1 + 10$ of 47 G; hieruit zou dan volgen $g = 47 \times 20 = 940$ kines per sec. Ook deze waarde is nog te klein, omdat men de wrijving en den weerstand der lucht verwaarloosd heeft (zie § 97, aanmerking).

186. Tegenwoordig kan men den bij eene bepaalde valhoogte behoorenden tijd tot op uiterst kleine onderdeelen eener seconde *rechtstreeks* meten (chronoscopen of chronografen). De daaruit afgeleide waarde voor de versnelling der zwaartekracht komt de juiste waarde zeer nabij; want hierbij heeft alleen de weerstand der lucht nog invloed, en deze invloed is bij een lichaam van groote massa gering.

187. Het beste hulpmiddel om de versnelling der zwaartekracht te bepalen, zullen wij later in den *slinger* leeren kennen (§ 231).

Veranderlijkheid van de versnelling der zwaartekracht.

188. Voor plaatsen, gelegen ter hoogte van de oppervlakte der zee, bedraagt de door den slinger gevonden versnelling der zwaartekracht

onder den evenaar	978,1	kine	per	sec.	
in Nederland	981,2	„	„	„	; terwijl men vermoedelijk
aan de polen	983,2	„	„	„	zou vinden.

Uit deze getallen volgt, dat de versnelling der zwaartekracht aan de polen $^1/_{192}$ grooter is dan aan den evenaar.

Met het eerste van deze getallen kan men de versnelling der *aantrekkingskracht* op den evenaar vinden. Voor den evenaar is de centripetale versnelling (form. 41) $= \frac{4\,\pi^2 r}{t^2} = \frac{4\,\pi^2 \times 637\,700\,000}{86164^2} = 3{,}39$ kine per sec.; de versnelling der aantrekkingskracht dus $978{,}1 + 3{,}39 = 981{,}49$ kine per sec. De verhouding van beide is ongeveer $^1/_{289}$. Bij een 17 maal zoo kleinen omwentelingstijd zou de centripetale versnelling 17^2 of 289 maal zoo groot zijn. De geheele aantrekkingskracht zou dan als centripetale kracht gebruikt worden, en voor de lichamen aan den evenaar zoude geene versnelling der zwaartekracht meer bestaan.

De versnelling der *aantrekkingskracht* aan de polen is 983,2 kine per sec. (§ 166), dus grooter dan die aan den evenaar. Dit is een gevolg van de afplatting (§ 167, *c*).

189. De versnelling der zwaartekracht wordt kleiner, naarmate de plaats van waarneming hooger boven de oppervlakte der zee gelegen is.

Men berekent b.v. de versnelling der zwaartekracht voor eene plaats, die 884 000 cM (hoogte van den Gaurisankar) boven de oppervlakte der zee aan den evenaar gelegen is, aldus: de aantrekkingskrachten (form. 45) en dus ook de versnellingen der aantrekkingskrachten zijn omgekeerd evenredig met de vierkanten der afstanden tot het middelpunt der aarde; dus is op de genoemde hoogte de versnelling der aantrekkingskracht $= 981{,}49 \times \frac{637\,700\,000^2}{(637\,700\,000 + 884\,000)^2} = 978{,}8$ kine per sec. — De versnelling der centripetale kracht verandert evenredig met den straal van den doorloopen cirkel (form. 41); zij is op de genoemde hoogte dus $3{,}39 \times \frac{637\,700\,000 + 884\,000}{637\,700\,000}$ $= 3{,}4$ kine per sec. (ongeveer). Voor de versnelling de zwaartekracht vindt men dus $978{,}8 - 3{,}4 = 975{,}4$ kine per sec.

Had men eenvoudig aangenomen, dat de versnelling der zwaartekracht zelve omgekeerd evenredig met den afstand tot het middelpunt der aarde verandert, dan zou men ongeveer dezelfde waarde voor de versnelling der zwaartekracht gevonden hebben: $978{,}1 \times \frac{637\,700\,000^2}{(637\,700\,000 + 884\,000)^2} = 975{,}4$ kine per sec. Voor de op aarde bereikbare hoogten mag men dus bij benadering aannemen, dat de zwaartekracht in dezelfde reden verandert, als de aantrekkingskracht.

Uit de waarde der bovengenoemde getallen blijkt tevens, dat men inderdaad voor de beweging van een vrijvallend lichaam op aarde de versnelling als constant mag beschouwen (§ 177).

190. De versnelling der zwaartekracht wordt eveneens kleiner,

naarmate de plaats van waarneming dieper onder de oppervlakte der aarde ligt. Men vindt dit met behulp der stelling (waarvan het bewijs hier weggelaten is), dat de aantrekkende krachten, welke de massadeelen eener kogelschaal op een binnen die schaal gelegen lichaam uitoefenen, de resultante 0 hebben. De aantrekking der aarde op een lichaam, dat binnen de aarde op een afstand van h cM van het middelpunt gelegen is, is dus even groot, alsof slechts dat gedeelte der aarde aantrekkend werkte, dat begrepen is in een bol, die met den straal h cM uit het middelpunt beschreven is.

Bij daling onder de oppervlakte der aarde neemt men aanvankelijk eene geringe vermeerdering van de versnelling der zwaartekracht waar. Men schrijft dit toe aan de omstandigheid, dat men tot dichtere aardlagen nadert. In het middelpunt der aarde is de versnelling der zwaartekracht = 0.

191. Men heeft getracht de grootte van de versnelling der zwaartekracht voor elke plaats der aarde uit te drukken door eene formule, waarin de geographische breedte der plaats en hare hoogte boven den zeespiegel voorkomen. De door deze formule berekende waarde verschilt voor vele plaatsen echter nog van de proefondervindelijk bepaalde waarde, hetgeen men daaraan toeschrijft, dat de onmiddellijk onder die plaatsen gelegen aardlagen betrekkelijk groote of betrekkelijk kleine dichtheid bezitten.

De nabijheid van hooge bergen kan invloed uitoefenen op de richting der zwaartekracht.

192. Als een lichaam van 1 G massa vrij valt, dan wordt zijne *massa* bewogen door zijn *gewicht* (1 G) en verkrijgt daardoor (in Nederland) eene versnelling van 981,2 kine per sec. De bewegende kracht dient echter in dynes uitgedrukt te worden (§ 104). De gebruikelijke gewichtseenheid (1 G) moet dus volgens formule $p = mg$ zijn: $p = 1 \times g = 1 \times 981{,}2 = 981{,}2$ dyne.

In het C-G-S-stelsel is het gewicht der massa-eenheid (in dynes) in getalwaarde gelijk aan de versnelling der zwaartekracht (in kines per sec.).

Weegt het vallende lichaam 1 KG, dan verkrijgt zijne massa m door zijn gewicht de versnelling van 9,812 statische eenheden (zie § 107). Als men in formule $p = mg$ substitueert $p = 1$ en $g = 9{,}812$, dan wordt $m = \frac{1}{9{,}812}$. Een lichaam van 1 KG massa bezit dus $\frac{1}{9{,}812}$ statische massa-eenheden, of de eenheid van massa is de massa van 9,812 KG.

Men kan dit ook direct vinden, door in $p = mg$ te substitueeren $m = 1$; dan wordt $p = g$.

In het statische stelsel is het gewicht van de eenheid der massa (in kilogrammen) gelijk aan de versnelling der zwaartekracht (in statische eenheden van versnelling).

Uit $m = \frac{p}{g}$ blijkt, dat *het aantal statische massa-eenheden* van een lichaam gevonden wordt door zijn gewicht in kilogrammen te deelen door het aantal statische eenheden van de versnelling der zwaartekracht op de plaats van waarneming.

Aan den evenaar is de statische eenheid van massa 9,781 KG, aan de polen 9,832 KG.

De kracht van 1 KG geeft in Nederland aan eene massa van 9,812 KG (de massa-eenheid) de versnelling van 1 statische eenheid van versnelling.

Uit het voorgaande volgt de reeds vroeger (§ 107) opgegeven betrekking tusschen de statische en de dynamische eenheden van kracht (voor Nederland):

$$1 \text{ KG} = 981\,200 \text{ dynes.}$$

193. Zijn op twee plaatsen der aarde de versnellingen der zwaartekracht g en g_1 ongelijk, dan zijn ook de gewichten (in dynes) p en p_1 van een lichaam van de massa m G op beide plaatsen ongelijk. Voor de ééne plaats is $p = mg$, voor de andere $p_1 = mg_1$. Dus $p : p_1 = g : g_1$. De gewichten van hetzelfde lichaam op verschillende plaatsen der aarde zijn evenredig met de versnellingen der zwaartekracht op die plaatsen.

In Nederland is het gewicht van 1 G = 981,2 dyne; aan den evenaar 978,1 dyne, aan de polen 983,2 dyne.

Hetgeen in de §§ 188, 189 en 190 over de veranderlijkheid van de versnelling der zwaartekracht gezegd is, geldt dus eveneens van het gewicht van een lichaam. Dus: het gewicht van een lichaam is aan de polen $^1/_{191}$ grooter dan aan den evenaar; bij een 17 maal zoo kleinen omwentelingstijd zouden de lichamen aan den evenaar geen gewicht meer hebben; het gewicht van een lichaam wordt kleiner, naarmate het lichaam zich hooger boven of dieper onder de oppervlakte der aarde bevindt; in het middelpunt der aarde is het gewicht van een lichaam = 0.

Jolly heeft door de balans aangetoond, dat het gewicht van een lichaam verandert met de hoogte boven de oppervlakte der aarde. Aan de beide schalen eener gevoelige balans waren door middel van lange draden nog twee schalen opgehangen op 5,29 M afstand van de bovenste schalen. Twee gewichtstukken van 1 KG werden nu op de beide bovenste schalen geplaatst. Het evenwicht werd echter verbroken, als één der gewichtstukken op de overeenkomstige onderste schaal geplaatst werd. De vermeerdering van het gewicht van dit gewichtstuk bedroeg 1,5099 mG.

De balans.

194. De *vergelijking van twee gewichten* geschiedt het nauwkeurigst door de *balans*. Eene koperen staaf (evenaar, juk), die om eene door haar midden gaande as S, fig. 46, (scherp mes op plaat van staal of agaat rustende) kan draaien, is bij horizontalen stand in standvastig evenwicht; het zwaartepunt Z der staaf ligt dan verticaal onder de as. De aangrijpingspunten A en B der te vergelijken gewichten (ophangpunten der schalen) liggen bij den evenwichtsstand van het juk in eene horizontale lijn, loodrecht op de as getrokken; zij zijn even ver van de as verwijderd (*armen* der balans). Een lichaam, in een der schalen geplaatst, tracht door zijn gewicht het juk te draaien. De gelijkheid der gewichten van twee lichamen, waarvan elk in een der schalen geplaatst is, blijkt uit den horizontalen stand van het juk; de momenten dezer gewichten ten opzichte van de as zijn dan even groot, en daar de armen gelijk zijn, moeten de gewichten ook gelijk zijn.

195. De *voorwaarden voor de juistheid* eener balans zijn dus:

a) de armen der balans moeten gelijke lengte hebben; $SA = SB$.

Men merke op, dat, als de drie punten A, S en B van fig. 46 in eene rechte lijn liggen, de armen der gewichten onderling gelijk blijven ook bij schuinen stand van het juk (A_1SB_1); $SD = SE$.

b) het zwaartepunt van het juk moet bij horizontalen stand verticaal onder de as liggen.

Is aan de eerste voorwaarde niet voldaan, dan kan men toch juist wegen door de „*dubbele weging*" toe te passen. Eerste manier (Borda): men plaatst het te wegen lichaam in ééne der schalen en maakt evenwicht door in de andere schaal zand of hagelkorrels (tarra) te leggen. Vervolgens vervangt men het lichaam door zooveel gewichtstukken, dat er weer evenwicht is. Het lichaam en de gewichtstukken zijn dan aan denzelfden arm gewogen; zij zijn dus gelijk. — Tweede manier: men weegt het lichaam achtereenvolgens in beide schalen. Zijn p_1 en p_2 de aan de armen d_1 en d_2 werkende gewichten, die met het gevraagde gewicht p van het lichaam (aan den anderen arm) evenwicht maken, dan is $p \times d_2 = p_1 \times d_1$ en $p \times d_1 = p_2 \times d_2$, waaruit men door vermenigvuldiging der leden dezer vergelijkingen vindt $p = \sqrt{p_1 \times p_2}$. Wordt niet de uiterste nauwkeurigheid verlangd, zoo kan men bij benadering stellen $p = \frac{p_1 + p_2}{2}$. Is b.v. $p_1 = 50$ G, $p_2 = 50{,}1$ G, dan is $\sqrt{p_1 p_2} = 50{,}0497$ G; $\frac{p_1 + p_2}{2} = 50{,}05$ G.

Was aan de tweede voorwaarde niet voldaan, dan zou het juk (zonder belasting) niet horizontaal staan, of het zou in onstandvastig of onverschillig evenwicht verkeeren. In beide gevallen is de weging niet uitvoerbaar.

196. De balans is *gevoelig*, als een klein overwicht in eene der

schalen werkende, het juk betrekkelijk sterk doet hellen (*doorslag* der balans).

Het gewicht van elke schaal en hare belasting zij p G; op de ééne schaal werke bovendien nog het overwicht o G. De balans zal dan in eenen stand A_1B_1 tot rust komen, als in dezen stand de rechtsdraaiende momenten gelijk zijn aan de linksdraaiende. Zoodra namelijk het overwicht het juk doet hellen, wordt het zwaartepunt Z van het juk naar Z_1 verplaatst; daardoor zal het gewicht P van het juk, aan den arm Z_1F aangrijpende, een moment vormen van tegengestelde richting met dat van het overwicht. In den stand A_1B_1 is dus:

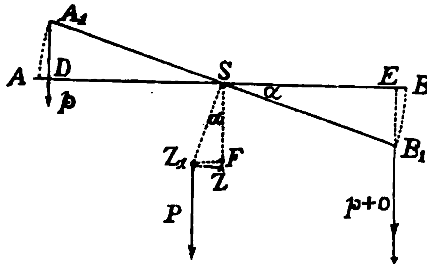


fig. 46.

$$(p+o) \times SE = p \times SD + P \times Z_1F;$$

en daar $p \times SE = p \times SD$ is, wordt $o \times SE = P \times Z_1F$; waaruit volgt:

$$o = \frac{P \times Z_1F}{SE}.$$

Om denzelfden hoek van afwijking (doorslag) te krijgen, zal dus het overwicht o des te kleiner kunnen zijn, naarmate *a*) het gewicht P van het juk kleiner, *b*) de arm Z_1F van P kleiner, of Z dichter bij S gelegen is en *c*) SE, dus ook het juk, langer is.

Trigonometrisch vindt men

$$o \times SE = P \times Z_1F;$$
$$o \times SB \cos \alpha = P \times SZ \sin \alpha;$$
$$\tang \alpha = \frac{o \times SB}{P \times SZ}$$

De waarde van $\tang \alpha$ en dus ook van α is bij hetzelfde overwicht o des te grooter, naarmate SB grooter, P en SZ kleiner zijn.

De *voorwaarden voor de gevoeligheid eener balans* zijn dus:

a) het juk moet lang zijn;

b) het gewicht van het juk moet klein zijn;

c) het zwaartepunt van het juk moet zoo dicht mogelijk bij de as liggen.

Als het gewicht van het juk klein is, wordt ook de wrijving gering.

Door aan het juk den vorm van eene ruit te geven, tracht men de tegen elkaar strijdende voorwaarden *a*) en *b*) tegelijk mogelijk te maken.

197. Daar het gewicht van schalen en belasting uit de formule

voor o of *tang* α verdwijnt, is *de gevoeligheid onafhankelijk van de belasting.* Dit geldt echter slechts, zoo lang de punten A en B en de as S in één vlak liggen. Lagen A, S en B b.v. zoo als in fig. 47, dan zou door de beweging van het juk naar den stand A_1SB_1 de arm SD grooter worden (SD_1), de arm SE echter kleiner (SE_1). Gelijke gewichten p (schalen en belasting) zouden dus ongelijke momenten hebben. Het moment van het overwicht o maakt dan niet alleen evenwicht met het moment van het gewicht P van het juk, maar bovendien met het verschil van de momenten der beide gewichten p. Dit verschil zal grooter zijn, naarmate p grooter is; waaruit volgt, dat de gevoeligheid niet meer onafhankelijk is van de belasting.

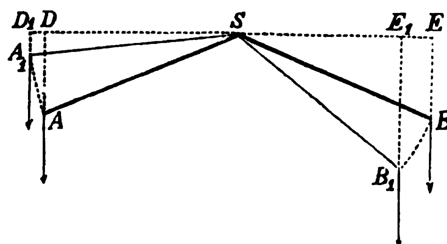


fig. 47.

Slechts als de ophangpunten der schalen en de as in één vlak liggen, kan men dus voor alle wegingen uit de grootte van den hoek α (of als het juk nog schommelt, uit twee afwijkingen naar den eenen en de tusschenliggende afwijking naar den anderen kant) afleiden, hoeveel gewichten men nog bijvoegen of afnemen moet, om den horizontalen stand van het juk te verkrijgen. Dit is wenschelijk om de weging niet lang te laten duren.

Het grootste gewicht, dat men met eene balans nog kan bepalen, is gegeven door de voorwaarde, dat het juk niet mag doorbuigen.

Eene goede balans (voor wetenschappelijke doeleinden) moet zoo gevoelig zijn, dat zij nog een overwicht gelijk 0,000 001 der grootste belasting aanwijst.

198. Het *doel van het wegen* is *niet* de *bepaling* van het *gewicht*, maar van de *massa* van een lichaam. Het te wegen lichaam en de gewichtstukken hebben gelijke massa, als hunne gewichten gelijk zijn (§ 99 en form. 46). Slechts de *gelijkheid van twee gewichten* kan men met de balans constateeren. Met te zeggen, dat een lichaam p G weegt, heeft men nog niet ondubbelzinnig aangegeven, hoe groot zijn gewicht, d. i. de kracht is, waarmede het lichaam door de aarde wordt aangetrokken. Dit weet men eerst, als men het aantal grammen door vermenigvuldiging met de plaatselijke waarde van g in de overal gelijke dynes uitgedrukt heeft.

Is ergens evenwicht verkregen tusschen een lichaam in de éene en gewichtstukken in de andere schaal eener balans, dan wordt het evenwicht niet verbroken, door de balans naar eene andere plaats der aarde over te brengen, waar de zwaartekracht grooter of kleiner is. Hing de as van het juk aan de veer van eenen dynamometer, dan zou de veranderlijkheid der

gewichten daaruit blijken, dat de veer bij toeneming der geographische breedte sterker uitgerekt wordt.

199. Het *gewicht* van een lichaam kan door de balans dus *slechts indirect* gevonden worden. Om het direct te bepalen, zou men gebruik moeten maken van den dynamometer. Daar echter eene veer door het gewicht van hetzelfde lichaam niet overal even sterk uitgerekt wordt, geldt de proefondervindelijk bepaalde schaalverdeeling van een dynamometer slechts voor plaatsen, waar de waarde van g even groot is als daar, waar de verdeeling gemaakt is.

Overigens is de balans een veel gevoeliger werktuig dan de dynamometer.

Beweging van een voortgeworpen lichaam.

200. Geeft men aan een lichaam eene snelheid c_0, *verticaal naar beneden*, dan zou het, als de zwaartekracht niet werkte, eene eenparige beweging in deze richting verkrijgen (afgezien van den weerstand der lucht). De werkelijke beweging is samengesteld uit deze eenparige beweging en die van den val (§ 117). De beweging van het lichaam is dus de reeds in § 62 behandelde eenparig versnelde beweging met de beginsnelheid c_0 en de versnelling g. De daar gevonden betrekkingen kunnen wij dus overnemen; men heeft

$$c = c_0 + gt; \qquad 53$$

$$s = c_0t + \frac{1}{2}gt^2; \qquad 54$$

$$c = \sqrt{c_0^2 + 2gs}. \qquad 55$$

201. Geeft men aan een lichaam eene snelheid c_0, *verticaal naar boven*, dan maakt het eene beweging, die samengesteld is uit eene eenparige beweging naar boven en die van den val. Men heeft dus het in § 63—68 behandelde geval:

$$c = c_0 - gt; \qquad 56$$

$$s = c_0t - \frac{1}{2}gt^2; \qquad 57$$

$$c = \sqrt{c_0^2 - 2gs}. \qquad 58$$

Den *tijd* t_1, gedurende welken het lichaam stijgt, verkrijgt men, door in form. 56 $c = 0$ te stellen (verg. § 64). Men vindt

$$t_1 = \frac{c_0}{g}.$$

De *grootste hoogte* s_1, die het lichaam bereikt, verkrijgt men door de waarde voor t_1 in formule 57 te substitueeren of in formule 58 $c = 0$ te stellen. Men vindt

$$s_1 = \frac{c_0^2}{2g}.$$

202. Voor de *dalende* beweging, welke op de stijging volgt, moet de tijd grooter genomen worden dan $\frac{c_0}{g}$. Uit formule 56 vindt men dan voor c eene *negatieve* waarde; dit beteekent, dat de snelheid nu *benedenwaarts* gericht is. Uit formule 57 vindt men, dat de waarde van s (de afstand, dien het lichaam van het uitgangspunt heeft) kleiner wordt dan s_1 (verg. § 65).

203. Den *tijd* t_2, dien het lichaam noodig heeft, om weer tot het *uitgangspunt* terug te keeren, verkrijgt men door in formule 57 $s = 0$ te stellen. Men vindt (verg. § 67)

$$t_2 = \frac{2c_0}{g},$$

eene waarde, die tweemaal zoo groot is als t_1. De tijd, dien het lichaam stijgt, is dus even groot als de tijd, dien het noodig heeft, om van het hoogste punt tot het uitgangspunt te dalen.

De *snelheid* c_2, waarmede het lichaam het *uitgangspunt* weer bereikt, verkrijgt men door de voor t_2 gevonden waarde in formule 56 te substitueeren of door in formule 58 $s = 0$ te stellen. Men vindt

$$c_2 = - c_0.$$

Het lichaam komt dus met dezelfde snelheid in het uitgangspunt terug, waarmede het opgeworpen is.

204. Voor *elk* boven het uitgangspunt A gelegen *punt der baan*, dat het lichaam tweemaal passeert — eerst stijgende en daarna dalende (b.v. B,F in onderstaande tabel) — geldt:

het lichaam passeert het punt beide keeren met gelijke snelheid;

de tijd, waarin het lichaam stijgende het punt bereikt, is gelijk aan den tijd, waarin het dalende van dit punt het uitgangspunt weder bereikt.

Onderstaand schema der beweging van een omhoog geworpen lichaam is berekend voor eene beginsnelheid van 3000 kines en eene versnelling der zwaartekracht, die eenvoudigheidshalve = 1000 kines per sec. gesteld is.

	Tijd	Snelheid	Weg			Weg	Snelheid	Tijd	
Stijgende beweging.	3	0	4500	D		4500	0	3	Dalende beweging.
	2	1000	4000	C ↑	E ↓	4000	— 1000	4	
	1	2000	2500	B	F	2500	— 2000	5	
	0	3000	0	A ↑	G ↓	0	— 3000	6	
					H	—3500	— 4000	7	

205. Ligt het uitgangspunt *boven* den grond, zoodat het lichaam, na in dit punt teruggekeerd te zijn, nog verder kan dalen, dan wordt voor deze verdere beweging niet alleen c, maar ook s negatief. Eene *negatieve* waarde van den weg beteekent dus, dat het lichaam zich *onder* het uitgangspunt bevindt. (Verg. § 68).

206. Daar het lichaam in het hoogste punt eene snelheid 0 bezit, kan de *dalende* beweging ook beschouwd worden als de *beweging van een vallend lichaam* (*zonder beginsnelheid*) en kan men dus daarop de formules (47, 48, 49) $c = gt$, $s = \frac{1}{2} gt^2$, $c = \sqrt{2gs}$ toepassen, mits men den tijd rekent van het oogenblik af, waarop het lichaam zich in het hoogste punt bevindt, en den weg van af het hoogste punt. Dat men dan voor snelheid en weg positieve waarden krijgt, zal duidelijk zijn.

Voor $g = 1000$ kines per sec. vindt men dan de volgende waarden, die men vergelijke met de in § 204 opgegeven waarden voor de dalende beweging:

Tijd	Snelheid	Weg.
1 sec.	1000 kines	500 cM
2 „	2000 „	2000 „
3 „	3000 „	4500 „
4 „	4000 „	8000 „

207. Geeft men aan een lichaam eene snelheid c_0 in *horizontale* richting, dan volgt uit de samenstelling dezer eenparige beweging met de beweging van den val eene kromlijnige baan, parabool genoemd (verg. § 70). Werkte de zwaartekracht niet, dan zou het lichaam zich in horizontale richting van het uitgangspunt verwijderen $s_1 = c_0 t$ cM; bezat het lichaam de horizontale snelheid niet, dan zou het zich na t seconden $s_2 = \frac{1}{2} gt^2$ cM lager bevinden dan het uitgangspunt. De baan, die het lichaam ten gevolge van beide bewegingen doorloopt, is dus door constructie te vinden.

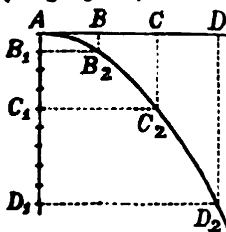


fig. 48.

Proefondervindelijk toont men met een toestel van Weinhold aan, dat een in horizontale richting (AD) voortgeworpen lichaam in denzelfden tijd den grond (in D_2) bereikt, als een van gelijke hoogte verticaal vallend lichaam (in D_1).

208. Het voorgaande is een bijzonder geval van het algemeene, waarbij de beginsnelheid c_0 een *willekeurigen hoek* α met een

horizontaal vlak maakt. Ook hierbij kan men de plaats van het lichaam na t sec. door samenstelling der eenparige beweging $ABCDE$ met de eenparig versnelde beweging $AB_1C_1D_1E_1$ vinden (fig. 49).

Bevindt het lichaam zich na 1 sec. in B_2, dan kan men B_2 wederom beschouwen als uitgangspunt voor de beweging $B_2C_2D_2E_2$, die men zich dan moet voorstellen als samengesteld uit de eenparige beweging $B_2C_3D_3E_3$ en de beweging van den val (B_2E_3 is raaklijn aan de parabool in B_2). Daar het lichaam bij het einde der volgende seconde in C_2 komt, stelt het aantal centimeters van B_2C_3 de snelheid in kines voor, die het lichaam in B_2 heeft, terwijl $C_3C_2 = AB_1$ de valruimte in de eerste seconde is. Evenzoo zoude D_3D_2 de valruimte in de eerste twee seconden, E_3E_2 die in de eerste drie seconden voorstellen. Hetzelfde geldt voor de raaklijnen in C_2, D_2 enz. aan de parabool getrokken.

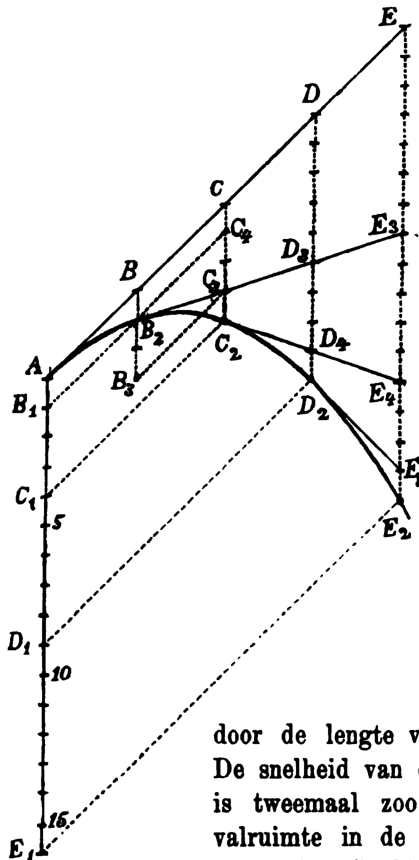


fig. 49.

De snelheden in de punten A, B_2, C_2 der parabool verhouden zich dus als $AB : B_2C_3 : C_2D_4$ enz. Men ziet, dat de snelheid der parabolische beweging voortdurend verandert.

Uit fig. 49 blijkt, dat men de snelheid der parabolische beweging na t sec. kan vinden door samenstelling (volgens het parallelogram van snelheden) van de aanvankelijke snelheid, die in richting en grootte onveranderd blijft, en de verticaal naar beneden gerichte snelheid van den vrijen val. Na 1 sec. b.v. (in B_2) wordt de snelheid der eenparige beweging in kines voorgesteld door de lengte van B_2C_4 ($= AB = BC$) in cM. De snelheid van den vrijen val na 1 sec. in kines is tweemaal zoo groot als het aantal cM der valruimte in de eerste seconde (verg. § 40); zij wordt dus (in kines) voorgesteld door het aantal centimeters van B_2B_3 ($= 2 \times BB_2 = 2 \times AB_1$).

Nu is B_2C_3 de diagonaal van het parallelogram $B_2C_4C_3B_3$. — Hetzelfde geldt voor alle andere punten der parabool.

Men kan voor de constructie der parabool de eenparige beweging AD (fig. 50) ook ontbinden in eene horizontale componente AD_1 en eene verticale AD_2, die beide eenparig zijn. Terwijl de horizontale componente door de beweging van den val AD_3 niet veranderd wordt, is dit met de verticale wel het geval. Men kan nu vooreerst de verticale componente met de beweging van den val samenstellen (verg. § 201—206), en dan de resulteerende beweging wederom samenstellen met de horizontale componente der eenparige beweging. Niet slechts de plaats, die een lichaam na t sec. op de parabool inneemt, kan aldus gevonden worden, maar op elk moment kan men ook grootte en richting der snelheid bepalen door de diagonaal van den rechthoek, waarvan de horizontale zijde de horizontale componente van de snelheid c_0 der eenparige beweging voorstelt, terwijl de verticale zijde de resulteerende voorstelt van de verticale componente der snelheid c_0 en van de snelheid van den val op dat oogenblik.

**209. De ontbinding der aanvankelijk aan het lichaam medegedeelde beweging (snelheid $AB = c_0$), wier richting een hoek α met den horizon maakt, geeft eene horizontale componente met de snelheid $AB_1 = c_0 \cos \alpha$ en eene verticale met de snelheid $AB_2 = c_0 \sin \alpha$.

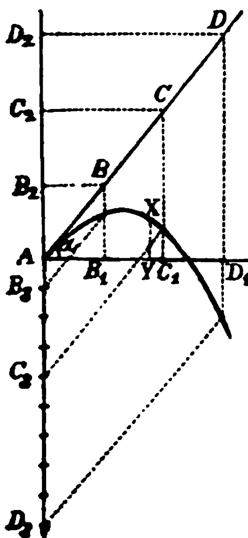


fig. 50.

De *horizontale componente der snelheid* wordt door de tweede beweging (val) niet gewijzigd (§ 207); zij blijft $c_1 = c_0 \cos \alpha$. De *verticale* echter verandert volgens formule 56; zij is dus na t sec. geworden $c_2 = c_0 \sin \alpha - gt$, eene waarde, die aanvankelijk positief, in het hoogste punt der parabool nul is en daarna negatief wordt.

De *snelheid* c der parabolische beweging na t sec. vindt men nu uit de snelheden, die het zich bewegende punt na t sec. in horizontale en verticale richting bezit, volgens het parallelogram (hier rechthoek) van snelheden, zoodat $c = \sqrt{c_1^2 + c_2^2} = \sqrt{c_0^2 \cos^2 \alpha + (c_0 \sin \alpha - gt)^2} = \sqrt{c_0^2 - 2\, c_0 \sin \alpha\, gt + g^2 t^2}$ (verg. § 268, *e*).

De plaats (b.v. X), die het lichaam na t sec. inneemt, bepaalt men uit den horizontalen en den verticalen afstand (AY en XY),

die het lichaam van af het uitgangspunt bereikt heeft. De horizontale componente der beweging is eenparig; de ***horizontale afstand*** is dus $AY = s_1 = c_0 \cos \alpha \times t$. De verticale componente der beweging wordt berekend volgens formule 57; de verticale afstand is dus $XY = s_2 = c_0 \sin \alpha \times t - \frac{1}{2} g t^2$.

Den ***stijgtijd*** t_1, d. i. den tijd, waarin het lichaam het hoogste punt der parabool bereikt, vindt men, door in de formule voor de verticale snelheid $c_2 = 0$ te stellen. Uit $0 = c_0 \sin \alpha - gt$ volgt dan $t_1 = \frac{c_0 \sin \alpha}{g}$.

Den ***worpstijd*** t_2, d. i. den tijd, waarin het lichaam weer het horizontale vlak door het uitgangspunt bereikt, vindt men, door in de formule voor den verticalen afstand $s_2 = 0$ te stellen. Men vindt $t_2 = \frac{2\, c_0 \sin \alpha}{g}$. De worpstijd is dus tweemaal zoo groot als de stijgtijd.

De ***hoogte S_2 van het hoogste punt*** wordt verkregen, als men de voor den stijgtijd gevonden waarde in de formule voor den verticalen afstand s_2 subsitueert. Dan wordt $S_2 = \frac{c_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ (verg. § 268, *d*).

De ***worpsverheid*** S_1, d. i. de afstand van het uitgangspunt tot het punt, waarin het dalende lichaam het horizontale vlak door het uitgangspunt weer bereikt, wordt gevonden, door de waarde van den worpstijd in de formule voor den horizontalen afstand s_1 te substitueeren. Men vindt: $S_1 = c_0 \cos \alpha \times \frac{2 c_0 \sin \alpha}{g} = \frac{c_0^2 \sin 2\alpha}{g}$.

Verdere bijzonderheden van de parabolische beweging worden in de Werktuigkunde behandeld. — Door den weerstand der lucht wijkt overigens de beweging van een voortgeworpen lichaam (kogelbaan) van de parabool af; de werkelijke snelheid van het lichaam is steeds kleiner dan de berekende, en tengevolge daarvan het dalende deel der beweging veel steiler dan het stijgende.

210. De vergelijking der ***beweging van een voortgeworpen lichaam*** met de ***eenparige beweging langs een cirkelomtrek*** geeft de volgende punten van overeenkomst. Bij de laatste beweging is de versnelling steeds gericht naar het middelpunt des cirkels en blijft loodrecht op de bewegingsrichting van het lichaam. Bij de eerste is de versnelling slechts in het hoogste punt der baan loodrecht op de bewegingsrichting; men noemt de richtingen der versnelling evenwijdig, met het oog op de kleine afstanden, die bij den worp in aanmerking

komen; in werkelijkheid echter zijn zij evengoed naar een zelfde punt (der aarde) gericht, als de versnelling bij de cirkelvormige beweging. Beide bewegingen zijn dus verwant. Inderdaad zou in 't geval van den horizontalen worp (§ 207) in plaats van eene parabool een cirkel om de aarde beschreven worden, indien men de beginsnelheid zoo groot kon maken, dat de geheele zwaartekracht als centripetale kracht moest optreden, m. a. w. als de grootte der horizontale snelheid beantwoordde aan de formule $c_0 = \sqrt{gr}$, waarin r de straal der aarde is (verg. § 158).

De horizontale snelheid, die men aan een lichaam, dat zich op den evenaar bevindt, zou moeten mededeelen, om het (afgezien van den weerstand der lucht) in het vlak van den evenaar een cirkel om het middelpunt der aarde te doen beschrijven, bedraagt $c_0 = \sqrt{978{,}1 \times 637\,700\,000} = 789\,768$ kines.

De slinger.

211. De *slinger* is een lichaam, dat zich om eene horizontale as, die niet door zijn zwaartepunt gaat, vrij bewegen kan. Brengt men den slinger uit zijn evenwichtsstand (stabiel evenwicht, § 175, *b*) en laat men hem los, dan zal hij onder de werking der zwaartekracht eene periodieke, heen- en weergaande beweging verkrijgen. De wetten der *slingerbeweging* zullen wij trachten te vinden door een denkbeeldigen, *wiskundigen* slinger te beschouwen, d. i. *een materieel punt, opgehangen aan eenen onrekbaren draad zonder massa en dus ook zonder gewicht*; bij de beweging moet men de wrijving in het ophangpunt en den weerstand der lucht kunnen verwaarloozen.

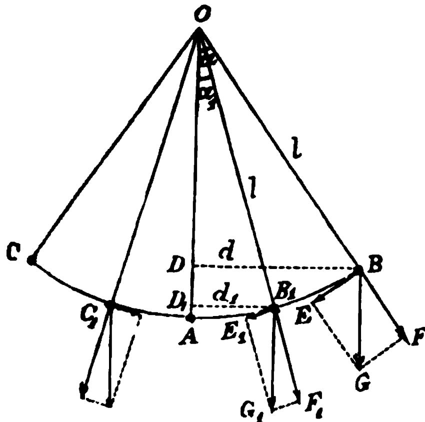


fig. 51.

212. Men stelle zich voor, dat het materieele punt uit den evenwichtsstand A naar B verplaatst is. In dezen stand kan men zijn gewicht BG ontbinden in eene kracht BF in de richting van den draad en eene kracht BE loodrecht daarop. De kracht BF zal geen invloed hebben op de beweging van het punt, daar hare richting door het vaste punt O gaat (§ 132); zij tracht den draad te spannen, maar kan

hem, daar hij onrekbaar is, niet langer maken. De kracht BE zal het punt langs den cirkelboog BA bewegen.

213. De *bewegende kracht* (BE) is echter in elk punt der baan BA verschillend; de ontbinding van het gewicht in een ander punt B_1 van den cirkelboog AB toont dit aan ($B_1G_1 = BG$). Zij wordt kleiner, naarmate het punt tot den evenwichtsstand A nadert; in A is zij nul, omdat het gewicht daar in de richting van den draad werkt.

Zijn $BD = d$ en $B_1D_1 = d_1$ de afstanden der punten B en B_1 tot den evenwichtsstand, dan vindt men uit de gelijkvormigheid van $\triangle BEG$ en $\triangle BDO$, $\triangle B_1E_1G_1$ en $\triangle B_1D_1O$, dat $BE : BG = BD : BO$ en $B_1E_1 : B_1G_1 = B_1D_1 : B_1O$. Noemt men het gewicht van het materieele punt p, de lengte $OB = OB_1$ van den slinger l, dan is $BE : p = d : l$ en $B_1E_1 : p = d_1 : l$; dus

$$BE = p \times \frac{d}{l} \quad \text{en} \quad B_1E_1 = p \times \frac{d_1}{l},$$

of

$$BE = p \sin \alpha \quad \text{en} \quad B_1E_1 = p \sin \alpha_1,$$

als α en α_1 de afwijkingen des slingers uit den evenwichtsstand voorstellen.

Hieruit blijkt, dat in elken stand van het slingerende punt tusschen B en A de bewegende kracht evenredig is met den afstand d van den evenwichtsstand of met den sinus van den hoek van afwijking.

214. De beweging van B naar A moet eene *versnelde* zijn, omdat er steeds (behalve in A) eene kracht in de richting der beweging op het materieele punt werkt. De beweging is echter niet eenparig versneld, omdat de kracht niet constant blijft. De snelheid neemt in mindere mate toe, dan bij de eenparig versnelde beweging.

De versnelling op den afstand d van den evenwichtsstand is $g \times \frac{d}{l}$ (§ 96) of trigonometrisch (bij eene afwijking van $\alpha°$) $= g \sin \alpha$

215. Het slingerende punt gaat door den evenwichtsstand met zekere snelheid en zal derhalve zijne beweging aan den anderen kant van A voortzetten. De ontbinding van het gewicht in een punt C_1 van dit gedeelte der baan wijst nu aan, dat eene componente van het gewicht de beweging tegenwerkt. Is $AC_1 = AB_1$, dan is de tegenwerkende kracht in C_1 even groot als de bewegende kracht in B_1 was. Dit geldt voor elke twee punten, die even ver van A gelegen zijn. De tegenwerkende kracht wordt dus grooter, naarmate het punt zich van A verwijdert.

216. De beweging van A naar links is dus eene *vertraagde*, maar niet eene eenparig vertraagde beweging. En daar in elk punt links

van A de vertraging even groot is als de versnelling in een even ver van A verwijderd punt rechts van A, zoo volgt hieruit, dat de snelheden van het slingerende punt op gelijke afstanden van A steeds gelijk zijn, en dat het punt links van A tot rust zal komen in een punt C, dat even ver van A verwijderd is als het beginpunt B der beweging (zie ook § 268, b).

217. In C gekomen zal het punt den boog CAB in omgekeerde richting doorloopen, waarbij de verandering der snelheid en dus ook de duur der beweging volkomen dezelfde zijn als bij de eerste beweging van B naar C. Bij afwezigheid van wrijving en weerstand zouden deze heen- en weergaande bewegingen nooit ophouden.

Vergelijk de beweging van A naar C en weer terug naar A met die van een verticaal naar boven geworpen lichaam (§ 200) of ook met de beweging van een lichaam, dat men door een stoot tegen een hellend vlak doet oploopen.

218. Uit het voorgaande kunnen wij de volgende *definitie der slingerbeweging* afleiden: de slingerbeweging is eene periodieke, heen- en weergaande beweging om een evenwichtsstand, waarbij het lichaam op elk oogenblik naar den evenwichtsstand getrokken wordt door eene kracht, die evenredig is met den afstand des lichaams tot den evenwichtsstand.

Een wiskundige slinger bestaat niet. Het meest nabij dezen denkbeeldigen slinger komt een draadslinger, bestaande uit een klein metalen bolletje, dat opgehangen is aan een dunnen draad. De boven gegeven definitie geldt echter ook voor den *physischen* slinger; de bewegende kracht grijpt dan aan in zijn zwaartepunt.

219. Door hoogere wiskunde heeft men voor den *duur eener enkele slingerbeweging* gevonden

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{h}{2l} + \left(\frac{1 \times 3}{2 \times 4}\right)^2 \times \left(\frac{h}{2l}\right)^2 + \ldots \right]$$

of $$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2\frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1 \times 3}{2 \times 4}\right)^2 \sin^4\frac{\alpha}{2} + \ldots \right],$$

waarin l de lengte des slingers, d. i. de afstand van het slingerende punt tot het ophangpunt, g de versnelling der zwaartekracht, h de projectie DA van den beschreven boog BA (fig. 51) op eene verticale lijn en α de grootste afwijking voorstellen. Voor eene *slingerwijdte* (*amplitude*) BAC, die kleiner dan 3^0 is, kunnen de tweede term en alle volgende termen der reeks verwaarloosd worden, zoodat men de eenvoudige formule verkrijgt

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$ 59

Voor zulke kleine amplituden kan men den cirkelboog vervangen door de koorde en zich voorstellen, dat de slingerbeweging op eene rechte lijn plaats grijpt. Een boog van 3°, behoorende tot een cirkel met den straal r, heeft de lengte 0,0523599 r cM; de daarbij behoorende koorde 0,0523551 r cM.

De formule voor de slingerbeweging is gevonden door Huygens (1629–1695).

fig. 52.

***220.** Is de amplitude zoo gering, dat men den boog BAC als rechte lijn kan beschouwen, dan kan de formule $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ afgeleid worden uit de beweging van een lichaam, dat den cirkelomtrek, waarvan BC de middellijn is, eenparig doorloopt. Ontbindt men in elk punt (M) van den cirkelomtrek de centripetale kracht (MN) in twee componenten (MP en MQ) evenwijdig aan twee loodrecht op elkaar staande middellijnen (BAC en DAE), dan verandert de componente (MP), die het lichaam naar de lijn BAC tracht te bewegen, evenredig met den afstand van het lichaam tot BAC. Evenzoo verandert de componente (MQ), die het lichaam naar de lijn DAE tracht te bewegen evenredig met den afstand van het lichaam tot DAE.

Uit gelijkvormigheid van driehoeken bewijst men gemakkelijk, dat $MP : M_1P_1 = MF : M_1F_1$ en $MQ : M_1Q_1 = MG : M_1G_1$.

Men kan zich dus de beweging langs den cirkelomtrek samengesteld denken uit twee loodrecht op elkaar staande slingerbewegingen (§ 218), waarvan de duur gelijk is aan de helft van den omloopstijd der cirkelbeweging. Den laatsten vindt men uit formule 41: $t = 2\pi \sqrt{\frac{r}{a}}$. Voor de samenstellende slingerbewegingen is r de halve amplitude; hiervoor heeft men dus te zetten d of $l \sin \alpha$ (fig. 51); de daarbij behoorende versnelling a is $= g \times \frac{d}{l}$ of $g \sin \alpha$ (§ 214). Voor den slingertijd vindt men dus

$$t = \pi \sqrt{\frac{d}{g \times \frac{d}{l}}} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ of } t = \pi \sqrt{\frac{l \sin \alpha}{g \sin \alpha}} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Men merke op, dat de beide slingerbewegingen, waaruit men zich de

eenparige beweging langs den cirkelomtrek kan samengesteld denken, wel gelijke slingertijden en gelijke amplituden hebben, maar dat het punt, dat de samengestelde beweging maakt, volgens de éene beweging de grootste afwijking moet hebben op het oogenblik, dat het volgens de andere door den evenwichtsstand gaat. Men zegt, dat de beide slingerbewegingen „in phase" verschillen.

***221.** Uit het voorgaande blijkt, dat men de slingerbeweging van een punt langs eene lijn BC kan beschouwen als de projectie (op die lijn) van de beweging van een ander punt, dat den omtrek van den op BC als middellijn beschreven cirkel eenparig doorloopt, mits beide punten tegelijk uit B vertrekken en de omloopstijd van het rondloopende punt tweemaal zoo groot is als de slingertijd van het slingerende punt.

Beide punten zijn dan ook tegelijk in C; als het rondloopende punt in E (D) is, is het slingerende punt in A, enz.

Daar de bewegingen van het slingerende punt in A en van het rondloopende punt in E evenwijdig zijn, is de projectie van een oneindig klein cirkelboogje nabij het punt E op BC gelijk aan dit boogje; de snelheid van het rondloopende punt moet dus gelijk zijn aan de snelheid, waarmede het slingerende punt door den evenwichtsstand gaat. Zij bedraagt (form. 42) $c = \sqrt{ra} = \sqrt{d \times g \frac{d}{l}} = d\sqrt{\frac{g}{l}}$ of $c = \sqrt{l \sin\alpha \times g \sin\alpha} = \sin\alpha \sqrt{lg}$.

222. Bij den *physischen* (*samengestelden*) slinger zou elk massadeeltje voor zich een eigen slingertijd hebben, die volgens formule 59 toeneemt, naarmate zijn afstand l van het ophangpunt grooter is. Daar nu in werkelijkheid alle massadeeltjes van den slinger denzelfden slingertijd hebben, moet dus een lager gelegen deeltje den slingertijd van een hooger gelegen deeltje vergrooten en een hooger gelegen deeltje dien van een lager gelegen verminderen. In elken slinger zal dus een punt gevonden worden, waarvoor de invloed der hooger gelegen deeltjes opgeheven wordt door den invloed der lager gelegen deeltjes. Dit punt, het *slingerpunt*, zou *alleen* slingerende *denzelfden slingertijd* hebben als de *physische* slinger. Zijn afstand tot het ophangpunt is de lengte van den wiskundigen slinger, die denzelfden slingertijd heeft als de physische slinger. Neemt men dus dezen afstand als lengte van den slinger, dan kan men formule 59 op de beweging van den physischen slinger toepassen.

Den afstand van het ophangpunt tot het slingerpunt noemt men de *wiskundige lengte* van den slinger.



223. Hoe kleiner het bolletje van een draadslinger en hoe minder de massa van den draad is, des te nauwkeuriger kan men den afstand van het slingerpunt — dat binnen het bolletje moet liggen — tot het ophangpunt bepalen. Een draadslinger kan dus bij benadering als wiskundige slinger beschouwd en gebruikt worden, om *proefondervindelijk de ligging van het slingerpunt* van eenen willekeurig gevormden slinger te *bepalen*.

Door eenen draadslinger zoo lang te maken, dat zijne slingertijd gelijk wordt aan die van een staafslinger van regelmatigen vorm, overtuigt men zich, dat het slingerpunt *niet* het zwaartepunt van den slinger is.

224. Nauwkeuriger vindt men de *ligging van het slingerpunt* door den omkeerings- of *reversieslinger*, waarbij men gebruik maakt van de hier niet bewezen stelling, dat de slingertijd van eenen slinger dezelfde blijft, als men het slingerpunt tot ophangpunt en het ophangpunt tot slingerpunt maakt.

De reversieslinger is een staafslinger, die in de nabijheid der uiteinden twee messen heeft, wier scherpe kanten naar elkander toegekeerd zijn. Eenige zware massa's kunnen langs de staaf verschoven worden. Door proefneming geeft men aan deze massa's zoodanige standen, dat de slinger, beurtelings om beide messen slingerende, denzelfden slingertijd heeft. De scherpe kant van het eene mes wijst dan de ligging van het ophangpunt, die van het andere mes het daarbij behoorende slingerpunt aan; de afstand der beide messen is de wiskundige lengte van den slinger.

Bij deze beschouwing sluit men het geval uit, dat de beide messen gelijke afstanden van het zwaartepunt des slingers hebben.

225. Met behulp van draadslinger, staafslinger of reversieslinger kan men nu proefondervindelijk de *slingerwetten* aantoonen, die men uit de formule $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ afleidt. Men moet echter bij deze proeven de wrijving in ophangpunt of draaiingsas en den weerstand der lucht kunnen verwaarloozen.

Daartoe maakt men bij den staafslinger het mes scherp en hard en laat men het op een glad stalen of agaten plaatje steunen. De massa's krijgen den vorm van lenzen.

226. *Eerste wet.* De slingertijd is *onafhankelijk* van de grootte der amplitude, mits deze het bedrag van ongeveer 3° niet te boven gaat. Wet van het *isochronisme* van kleine slingeringen (isos = gelijk, chronos = tijd).

De hoek van afwijking komt in de formule $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ niet voor.

Proef: de slingertijd — die steeds bepaald wordt uit den duur van een groot aantal slingeringen — is voor alle amplituden tot 3° gelijk. — Voor grootere amplituden geldt deze wet niet meer, maar moet voor de bepaling van den slingertijd gebruik gemaakt worden van zooveel termen der volledige formule, als nog van invloed op het resultaat zijn. Aldus blijkt de slingertijd voor amplituden van 10°, 20° en 30° respectievelijk 1,00042, 1,00190 en 1,00428 maal zoo groot te zijn als die voor (oneindig) kleine slingeringen.

227. *Tweede wet.* De slingertijd is *onafhankelijk* van de massa des slingers en van de soort der stof, waaruit hij bestaat.

Noch de massa, noch de dichtheid der stof komen in de formule voor.

Proef: staafslingers of draadslingers van verschillende massa en van verschillende stof vertoonen bij gelijke wiskundige lengte gelijken slingertijd (Newton).

Uit de tweede wet volgt, dat de versnelling der zwaartekracht, waarvan eene componente bij de slingerbeweging optreedt als bewegende kracht, voor alle lichamen gelijk is, of: dat — ook voor lichamen van verschillende soort — de massa's evenredig zijn met de gewichten.

Daar men in staat is, den slingertijd en de lengte des slingers zeer nauwkeurig te bepalen, wordt de *gelijkheid van de versnelling der zwaartekracht voor alle lichamen* door deze proeven veel nauwkeuriger bewezen, dan door de proeven met de valbuis (§ 180) of met den toestel van Atwood (§ 99).

228. *Derde wet.* Voor plaatsen, waar de versnelling der zwaartekracht dezelfde waarde heeft, verhouden zich de slingertijden als de wortels uit de slingerlengten. Uit $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ en $t_1 = \pi \sqrt{\frac{l_1}{g}}$ vindt men

$$t : t_1 = \sqrt{l} : \sqrt{l_1}. \qquad 60$$

Proef: een draadslinger, die viermaal zoo lang is dan een andere, heeft een twee maal zoo grooten slingertijd.

Door de lens van een slinger dichter bij of verder af van het ophangpunt te plaatsen, maakt men de lengte des slingers kleiner of grooter, den slingertijd korter of langer.

Daar het aantal slingeringen (n en n_1), die elk van twee slingers in een bepaalden tijd, b.v. in 1 uur, maakt, omgekeerd evenredig is met de respectieve slingertijden, kan men deze wet ook aldus uitdrukken:

$$n_1 : n = \sqrt{l} : \sqrt{l_1}.$$

229. *Vierde wet.* Op verschillende plaatsen der aarde verhouden zich de slingertijden van denzelfden slinger of van slingers van

gelijke lengte omgekeerd evenredig met de wortels uit de versnellingen der zwaartekracht. Uit $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ en $t_1 = \pi\sqrt{\frac{l}{g_1}}$ vindt men

$$t : t_1 = \sqrt{\frac{1}{g}} : \sqrt{\frac{1}{g_1}} = \sqrt{g_1} : \sqrt{g}. \qquad 61$$

Ook hier kan men de verhouding der slingertijden weer vervangen door de omgekeerde verhouding van het aantal slingeringen in denzelfden tijd:

$$n_1 : n = \sqrt{g_1} : \sqrt{g}.$$

230. Door verandering der slingerlengte kan men de slingertijden van twee slingers op verschillende plaatsen der aarde gelijk maken. Uit $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ en $t = \pi\sqrt{\frac{l_1}{g_1}}$ volgt dan $l : l_1 = g : g_1$. De slingerlengten verhouden zich in dit geval als de versnellingen der zwaartekracht.

Een slinger, wiens slingertijd 1 seconde bedraagt, heet *secondeslinger*. De versnellingen der zwaartekracht verhouden zich dus als de lengten der secondeslingers. De lengte van den secondeslinger is voor Nederland $l = 99.42$ cM.

231. De *grootte van de versnelling der zwaartekracht* wordt het nauwkeurigst gevonden door den *reversieslinger* (§ 187). Uit de slingerformule vindt men

$$g = \frac{\pi^2 l}{t^2}. \qquad 62$$

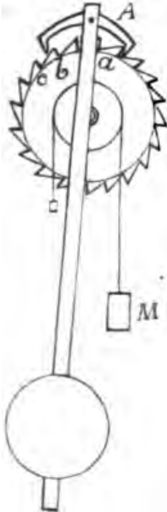


fig. 53.

Aldus zijn de in § 188 opgegeven waarden voor g gevonden, evenzoo de in § 189, 190 en 191 besproken feiten.

232. De slinger is door Huygens toegepast op het *regelen van den gang van uurwerken*. Een getand rad is met eene trommel op dezelfde as geplaatst en kan met deze trommel door het gewicht der massa M ronddraaien. Aan den slinger is een met twee tanden voorzien *anker* A bevestigd, dat door de beweging des slingers eene kleine draaiing heen en weer maakt. In den stand, dien fig. 53 aanwijst, belet de rechtertand van het anker den tand a van het rad verder te gaan. Bij de volgende beweging van den slinger naar rechts wordt a vrijgelaten, het rad draait verder; maar onmiddellijk grijpt de linkertand van het anker tusschen de tanden b en c van het rad en

houdt dus den tand *c* weer tegen. Bij elke heen- en weergaande beweging des slingers gaat het rad één tand vooruit. De beweging van het raderwerk wordt dus veroorzaakt door een gewicht (of een opgewonden veer); de slinger bewerkt, dat bij elke slingering de beweging van het rad een oogenblik afgebroken wordt; de drukkingen, die de tanden van het rad tegen die van het anker uitoefenen, houden den slinger in beweging.

X. Behoud van het vlak, waarin een lichaam zich beweegt.

233. De toepassing van het *traagheidsbeginsel* op lichamen, die alleen bewogen worden door krachten, wier richtingen in een bepaald vlak liggen, eischt, dat het lichaam zich in hetzelfde vlak blijft bewegen.

Indien een lichaam het vlak, waarin het zich beweegt, verlaat, moet er eene kracht op gewerkt hebben, die eene componente heeft loodrecht op het vlak.

De beweging van een *voortgeworpen lichaam* moet plaats hebben in het verticale vlak, dat bepaald wordt door de richting der beginsnelheid.

Evenzoo zal een *draadslinger* zijne slingeringen maken in het verticale vlak, dat bepaald wordt door den evenwichtsstand OA en den uitersten stand OB van den slinger (fig. 51).

De „onveranderlijkheid van het slingervlak" heeft Foucault toegepast, om door middel van een draadslinger de draaiing der aarde om hare as te bewijzen. De verandering, die men tusschen het slingervlak en de richting van den meridiaan waarneemt, kan alleen daardoor verklaard worden, dat de meridiaan van richting verandert, dat dus de aarde draait.

234. Bij *wentelende lichamen* tracht de traagheid het *rotatievlak* van elk deeltje te *behouden*. Hoe grooter de snelheid der draaiende beweging is, des te grooter zullen de loodrecht op het rotatievlak werkende krachten moeten zijn, om eene verandering van dit vlak te bewerken.

Een rad of eene schijf, in verticalen stand snel over den grond rollende, valt niet om; een snel draaiende tol evenmin. — Een voortgeworpen stuk karton behoudt zijne richting beter, als het bij het voortwerpen eene draaiende beweging verkregen heeft. — Hoe sneller eene vélocipède loopt, des te gemakkelijker kan de rijder het evenwicht bewaren.

235. De draaiingsas van een wentelend lichaam noemt men eene *vrije as*, als de massa van het lichaam symmetrisch om de as ver-

deeld is, zoodat in elk punt der as de terugwerking, die zij door de centripetale kracht in eene bepaalde richting ondervindt, opgeheven wordt door eene even groote werking in tegenovergestelde richting.

Op eene vrije as worden dus *tengevolge van de rotatie* in geen enkele richting drukkingen uitgeoefend.

Vrije assen bij een vliegwiel, een tol enz.

236. Is eene *vrije as* ook nog *beweeglijk* (loopt zij dus niet in twee vaste pannen), dan zal ten gevolge van het behoud der rotatievlakken van de afzonderlijke deeltjes van het wentelende lichaam eene betrekkelijk groote kracht vereischt worden, om de as eenen anderen stand te doen aannemen. Waar zulke krachten ontbreken, *blijft de as haren stand*, of als het wentelende lichaam tevens eene voortgaande beweging heeft, *hare richting behouden.*

In den toestel van Bohnenberger is een bol in een stel van drie ringen geplaatst; de buitenste ring is vast, de tweede kan in den buitensten om eene verticale as *AB* draaien, en de derde in den tweeden om eene horizontale as *CD*. In den derden ring kan de bol om eene door zijn middelpunt gaande as *EF* draaien, die weer loodrecht op de horizontale as *CD* staat. De bol kan zoodoende elken willekeurigen stand aannemen. Brengt men den bol in snelle rotatie, en beproeft men, de draaiingsas *EF* van den bol van richting te doen veranderen, door het punt *F* hooger of lager te brengen, dan zal men daarbij een belangrijken weerstand ondervinden. Beweegt men den geheelen toestel rechtlijnig of kromlijnig, dan zal de as van den bol hare richting behouden.

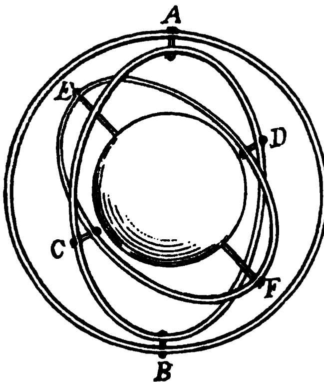


fig. 54.

Bij de beweging der aarde om de zon blijft de richting van de as der wentelende aarde dezelfde (zie overigens § 237).

****237.** Men kan de vrije as eener schijf beweeglijk maken zóó, dat zij steeds door een zelfde, buiten het zwaartepunt gelegen punt *A* moet gaan, maar overigens alle door *A* gaande richtingen kan aannemen. Brengt men de schijf bij horizontalen (of schuinen) stand der as in snelle rotatie, dan zal *niet* het zwaardere einde der as (waaraan de schijf zit) snel dalen, zoo als gebeuren zou, als de schijf niet wentelde.

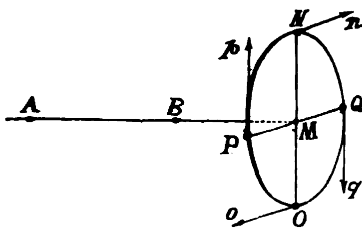


fig. 55.

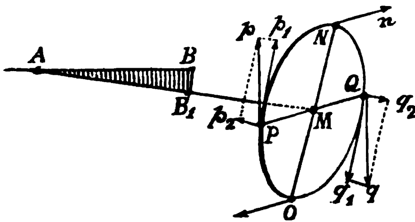


fig. 56.

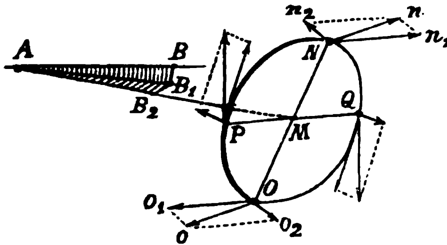


fig. 57.

Aanvankelijk zal de zwaartekracht de schijf een weinig doen dalen, zoodat een punt B der as in het verticale vlak den boog BB_1 beschrijft. Daardoor zal het rotatievlak der schijf, dat eerst verticaal was (fig. 55) een schuinen stand aannemen (fig. 56). Door deze beweging worden de richtingen der snelheden van alle deeltjes, die in de lijn NO gelegen zijn, b.v. N en O, *niet* veranderd (Nn en Oo liggen in fig. 56 eveneens in de richtingen der raaklijnen); bij alle andere punten van de halve cirkels NPO en OQN, en het meest bij de links en rechts gelegen punten P en Q, zullen de snelheden Pp en Qq de vorige richtingen trachten te behouden en dus nu *niet meer in de richting der raaklijnen* van P en Q vallen (fig. 56). Wij kunnen ze dus ontbinden in de componenten Pp_1 en Qq_1, die in de richtingen der raaklijnen vallen, en de daarop loodrechte componenten Pp_2 en Qq_2. De laatsten kan men beschouwen als voortgebracht door overeenkomstige krachten, die aan den arm PQ werkende een koppel vormen, dat de schijf met de as om A naar voren (boven het vlak van teekening) tracht te draaien, zoodat het punt B_1 der as (fig. 56) naar het in hetzelfde horizontale vlak gelegen punt B_2 (fig. 57) gedraaid wordt.

Daardoor zullen nu echter ook de snelheden in alle punten van de halve cirkels PNQ en QOP, en weer het meest die der punten N en O, *buiten het nieuwe vlak van rotatie* geraken (fig. 57). Ontbinden wij nu in de punten N en O de snelheden Nn en Oo, die de aanvankelijke richtingen trachten te behouden, in de componenten Nn_1 en Oo_1, die met de raaklijnen samenvallen, en in de daarop loodrechte componenten Nn_2 en Oo_2. Zoo als boven verkrijgt men nu een koppel met den arm NO, dat de as tracht op te lichten en dus de zwaartekracht tegenwerkt. De krachten van de koppels zullen toenemen, als de daling der schijf grooter wordt.

Men ziet nu gemakkelijk, wat er gebeuren zal. Aanvankelijk daalt

de schijf door de werking der zwaartekracht. Daardoor worden echter tweeërlei koppels opgewekt, waarvan dat met den arm PQ de schijf in horizontale richting zal bewegen, terwijl dat met den arm NO bij een bepaalde helling der as de werking der zwaartekracht in evenwicht houdt. Het resultaat is, dat de as AM een kegelmantel zal beschrijven met A als toppunt.

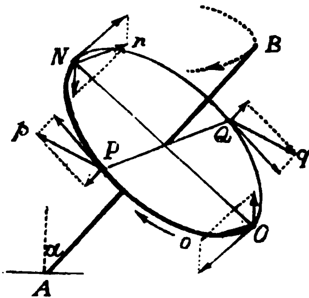


fig. 58.

Gyroscoop van Fessel.

Brengt men bij het punt F van den toestel van Bohnenberger een klein overwicht aan, dan zal de as van den bol een kegelmantel om de verticaal van zijn middelpunt beschrijven.

De as der aarde beschrijft eveneens den mantel van een kegel, die een tophoek van 47° heeft, omdat wegens den vorm der aarde door de zon eene werking uitgeoefend wordt, die het rotatievlak tracht te wijzigen. De duur van eene geheele beweging is ongeveer 25 600 jaren.

**238. Op overeenkomstige wijze verklaart men, dat een wentelende tol, wiens as AB tegen den bodem helt, niet omvalt, maar met zijne as een kegelmantal beschrijft om de verticaal van het raakpunt A met den bodem (fig. 58).

Dat de tophoek van dezen kegel niet constant blijft, maar kleiner wordt, totdat de as ten slotte verticaal staat, is een gevolg van de wrijving, die de as op den bodem ondervindt.

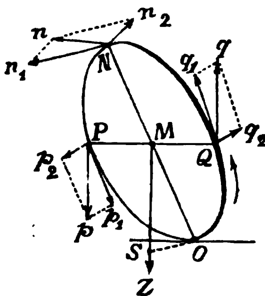


fig. 59.

**239. Eene schijf, die in verticalen stand voortgerold wordt, zal dezen stand zoo lang behouden, totdat toevallig daarop werkende krachten (b.v. bij oneffenheden van den bodem), haar een schuinen stand geven. Is de stand der schijf niet meer verticaal, dan werkt de zwaartekracht MZ met eene componente *buiten het vlak van rotatie*. Ontbinden wij in de punten N, P en Q de snelheden (die de richtingen Nn, Pp, en Qq, die zij in den verticalen stand hadden, trachten te behouden), zooals in § 237 is aangewezen, dan blijkt, dat eene kracht met den arm NO het moment der zwaartekracht $MZ \times OS$ in evenwicht houdt, dus het omvallen der schijf belet; terwijl een koppel met den arm PQ de schijf zal draaien, zóó dat zij eene gebogen

baan beschrijft, waarvan de holle zijde ligt aan den kant, waarheen de schijf overhelt.

XI. Arbeid en arbeidsvermogen.

240. *Als eene kracht op een lichaam werkende de snelheid van het lichaam doet toenemen of afnemen, of bij de verplaatsing van het lichaam weerstand overwint, dan zegt men, dat de kracht* **arbeid** *verricht*; het lichaam, waarop de kracht werkt of waardoor de weerstand geboden wordt, *heeft arbeid ondergaan.*

Bij het oplillen eener zware massa overwint onze spierkracht het gewicht der massa. — Een paard, dat een rijtuig voorttrekt, overwint de wrijving. — Persen wij lucht in eenen cilinder samen, dan overwinnen wij de spankracht der lucht. Ontspant zich de lucht weer, dan verricht de spankracht der lucht arbeid; zij overwint den druk, die door den zuiger op haar uitgeoefend wordt. — Bij het opwinden eener veer wordt de veerkracht overwonnen. — Eene kracht verricht arbeid, als zij aan een lichaam eene snelheid geeft, ook al zijn daarbij geene wrijving, geen weerstand, geen gewicht enz. te overwinnen (§ 144).

De richting der beweging van het lichaam behoeft niet dezelfde te zijn als de richting der kracht, die arbeid verricht; ook eene vertragende kracht verricht arbeid door de snelheid van een lichaam, dat in beweging is, te verminderen.

241. Opdat arbeid verricht worde, is dus tweeërlei noodig: vooreerst, dat een lichaam zich over een *weg* verplaatst; en ten andere, dat de beweging plaats heeft onder de werking eener *kracht*. Waar een van beide voorwaarden ontbreekt, kan men niet van arbeid spreken.

Ligt een zwaar lichaam op onze stilgehouden hand, dan moet wel is waar onze spierkracht evenwicht maken met het gewicht van het lichaam; arbeid echter verrichten wij evenmin als de veerkracht van den stoel, waarop wij zitten, als zij ons gewicht in evenwicht houdt. — Is een lichaam in beweging en is daarbij geen kracht of weerstand te overwinnen, dan is er ook geene kracht noodig, om de beweging van het lichaam te *onderhouden;* er wordt dan geen arbeid verricht.

242. Brengt eene kracht k een lichaam uit den toestand van rust in dien van beweging, en is daarbij nog een constante weerstand w, die kleiner is dan de kracht, te overwinnen, dan zal de beweging van het lichaam geschieden, als of er eene constante kracht $k-w$ op werkte. De beweging is eenparig versneld. Houdt de kracht op te werken, nadat een weg s is afgelegd, dan heeft het lichaam op dat oogenblik zekere snelheid verkregen en zal met eenparig vertraagde beweging verder gaan, omdat de constante weerstand blijft tegenwerken. Na in 't geheel een weg s_1 afgelegd te hebben, komt

het lichaam tot rust. — De arbeid der kracht tijdens het afleggen van den weg s heeft dus gediend, om den weerstand w over denzelfden weg s te overwinnen *en* om aan het lichaam zekere snelheid mede te deelen. Men kan zich echter even goed voorstellen, dat door den arbeid der kracht k, bij de verplaatsing s, alleen de weerstand w over een weg s_1 ($> s$) overwonnen is.

Is in dit geval de bewegende kracht slechts een zeer gering bedrag grooter dan de weerstand, dan zal de snelheid, die het lichaam bij het ophouden van de kracht verkregen heeft, ook zeer gering zijn; de weg en de duur der nu volgende eenparig vertraagde beweging kunnen verwaarloosd worden. In de practijk *stelt* men in dit geval de snelheid bij het ophouden der kracht nul, de kracht k gelijk aan den weerstand w en den weg s_1, waarover de weerstand overwonnen wordt, gelijk aan den weg s, afgelegd onder de werking der kracht. — De arbeid der kracht heeft dus alleen gediend om een weerstand te overwinnen.

Bij het omhoog *werpen* van een lichaam overwint onze spierkracht (k) het gewicht van het lichaam (den weerstand w) over een zekeren weg s en geeft bovendien aan het lichaam zoodanige snelheid, dat het na het verlaten der hand nog een weg verticaal naar boven kan afleggen (in 't geheel s_1). — Bij het langzaam *optillen* van een lichaam heeft dit, als de hand stil gehouden wordt, eene snelheid, die wij nul kunnen stellen; de spierkracht (k) was gelijk aan het gewicht des lichaams (weerstand w) en de weg s, waarover de kracht gewerkt heeft, is gelijk aan den weg s_1, waarover de weerstand overwonnen is. — Daar het *opgeworpen* lichaam in het hoogste punt geene snelheid meer bezit, kan men zich ook voorstellen, dat de spierkracht k, over een weg s op het lichaam werkende, het gewicht (w) over den grooteren weg s_1 overwonnen heeft.

Is een lichaam reeds in beweging, terwijl eene kracht er op werkt, dan kan de arbeid der kracht eveneens bestaan in het overwinnen van weerstand (arbeid van den stoom bij een zich eenparig bewegenden trein, § 81) of in het veranderen der snelheid van het lichaam, dat arbeid ondergaat (arbeid der zwaartekracht bij den vrijen val; opvangen van een toegeworpen bal).

In het laatstgenoemde geval is ook bij eene kortstondige werking der kracht (stoot) nog aan de voorwaarde voldaan, dat de kracht over een zekeren weg moet werken; verg. § 94.

243. Hoe grooter de bewegende kracht k en hoe langer de weg s is, afgelegd gedurende den tijd, dat de kracht op het lichaam werkt, des te grooter is de door de kracht verrichte arbeid. Is de kracht constant, dan is de *arbeid samengesteld evenredig met de kracht en den weg*, dien haar aangrijpingspunt aflegt.

Als een paard met eene kracht van 30 KG een rijtuig over een weg van 100 M voorttrekt, een ander paard met eene kracht van 50 KG een ander rijtuig over een weg van 200 M, dan verhouden zich de beide hoeveelheden arbeid als $30 \times 100 : 50 \times 200$.

244. Als *eenheid van arbeid* neemt men aan den arbeid, dien de eenheid van kracht verricht, als haar aangrijpingspunt in haar eigen richting over de eenheid van afstand verplaatst wordt. Men heeft dus voor den arbeid eener constante kracht k, wier richting dezelfde is als die van den weg s,

$$A = k \times s. \qquad 63$$

Graphisch kan deze arbeid voorgesteld worden door den inhoud van een rechthoek, waarvan de eene zijde den weg, de andere de kracht voorstelt (verg. fig. 3).

In het *dynamische stelsel* (*C-G-S-stelsel*) is de eenheid van arbeid de arbeid, dien de kracht van 1 dyne over een weg van 1 cM verricht; zij heet *Erg* (ergon = werk, arbeid).

Om een lichaam van 3 G gewicht 5 cM verticaal op te lichten, is eene kracht noodig gelijk aan het gewicht van het lichaam, dus van $3 \times 981{,}2$ dyne. De arbeid is dus $3 \times 981{,}2 \times 5$ ergs.

In het *statische stelsel* is de eenheid van arbeid de arbeid, dien de kracht van 1 KG over een weg van 1 M verricht; zij heet *Kilogrammeter* (KGM).

Om een lichaam van 3 KG gewicht 5 M verticaal op te lichten, is eene kracht noodig van 3 KG; de arbeid bedraagt 3×5 KGM. — Als een paard een rijtuig voorttrekt met eene in de richting der beweging werkende kracht van 40 KG over een weg van 1000 M, dan heeft het eenen arbeid van 40×1000 KGM verricht.

245. De *dynamische arbeidseenheid* is overal gelijk; de *statische* is wegens de veranderlijkheid der kracht, die men 1 KG noemt, *niet overal gelijk*.

In Nederland is 1 KG = 981 200 dynes; en daar 1 M = 100 cM, zoo is de arbeid van 1 KGM $981\,200 \times 100$ maal zoo groot als die van 1 erg.

1 KGM = 98 120 000 ergs.

246. *Verandert* de kracht, die arbeid verricht, *evenredig* met den weg van k tot k_1, dan zal de arbeid dier kracht over den weg s zijn:

$$A = \frac{1}{2}(k + k_1) \times s.$$

Graphisch kan deze arbeid voorgesteld worden door den inhoud van een rechthoekig trapezium, waarvan de basis den weg voorstelt, terwijl de evenwijdige zijden de krachten bij het begin en bij het einde van den arbeid voorstellen (verg. fig. 6).

247. Maakt de richting der constante kracht k *een hoek* α met die der beweging ($AB = s$), dan verricht niet de kracht k arbeid, maar hare componente k_1 in de richting der beweging. De andere componente heeft geen invloed op de beweging. De arbeid, $A = k_1 \times s$ wordt dus bepaald door *het product van de componente der kracht in de richting van den weg en den weg.*

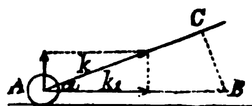


fig. 60.

Is $AC = s_1$ de projectie van den weg s op de richting der kracht k, dan is (fig. 60) $k : k_1 = s : s_1$ en dus $k_1 \times s = k \times s_1$. De arbeid kan dus ook uitgedrukt worden door

$$A = k \times s_1,$$

m. a. w. hij kan bepaald worden door *het product van de kracht en de projectie van den weg op de richting der kracht.*

Trigonometrisch is

$$A = (k \cos \alpha) \times s = k \times (s \cos \alpha). \qquad 64$$

Bij *horizontale* beweging van een lichaam wordt *geen* arbeid verricht, om de *zwaartekracht* te overwinnen; wel kan arbeid verricht worden, om een weerstand of eene wrijving te overwinnen.

248. Als tengevolge van den arbeid, dien eene kracht k over een weg s verricht, een weerstand w over een grooteren weg s_1 overwonnen wordt, dan is de arbeid van k even groot als die, welke eene kracht, die gelijk is aan den weerstand, over den weg s_1 zou verrichten. Daaruit volgt, dat men den arbeid op *twee manieren* kan meten, of door $k \times s$ of door $w \times s_1$ te bepalen. Men heeft dus

$$A = k \times s = w \times s_1. \qquad 65$$

Als eene constante kracht van 20 KG ophoudt te werken, nadat zij eene slede 2 M over het ijs voortgeduwd heeft, dan is de arbeid der kracht 20×2 KGM. Legt de slede daarna nog een weg van 14 M af, dan volgt uit formule 65, dat de weerstand $w = \frac{20 \times 2}{2 + 14}$ KG geweest is.

Bij het *verticaal opwerpen* van een lichaam is het *gewicht* p van het lichaam de weerstand, die over eene hoogte h overwonnen wordt. Wordt de hiervoor vereischte arbeid door eene kracht k ($> p$) over een weg s ($< h$) verricht, dan heeft men

$$A = k \times s = p \times h. \qquad 66$$

Gebruikt men *C-G-S*-eenheden, dan moet het gewicht p in dynes uitgedrukt worden (§ 192).

De constante kracht k, die verticaal naar boven op een lichaam van 1 KG gewicht over een afstand van 0,5 M moet werken, om dit lichaam 10 M boven het uitgangspunt te doen stijgen, is: $k = \frac{1 \times 10}{0,5}$ KG.

Moet een lichaam (gewicht p) over de lengte $AB = l$ van een ***hellend vlak*** omhoog bewogen worden, dan is daarvoor de kracht $k = k_1 = p \times \frac{h}{l}$ (fig. 61) voldoende (§ 182); de weg is l, de arbeid is $A_1 = p \frac{h}{l} \times l = ph$ (indien men de wrijving verwaarloost). Even groot is blijkbaar de arbeid A_2, dien men verrichten moet, om het lichaam verticaal van C naar B te bewegen. Bijgevolg is de arbeid, die vereischt wordt, om het lichaam langs de lengte van een hellend vlak te bewegen, even groot als de arbeid, noodig om het eerst langs de basis van A tot C te brengen en het dan van C naar B te bewegen. Immers de beweging in de horizontale richting AC vereischt bij afwezigheid van wrijving enz. geen arbeid, omdat het gewicht p in horizontale richting geen weerstand biedt (§ 247).

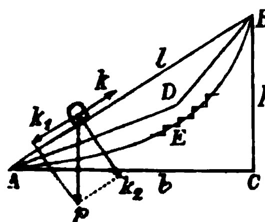


fig. 61.

Trigonometrisch is $A_1 = p \sin\alpha \times l$; $A_2 = p \times h = p \times l \sin\alpha$, als α de hellingshoek is.

Ook over de *gebroken* baan ADB en zelfs over de *gebogen* baan AEB is de arbeid nog dezelfde. De laatste kan men immers beschouwen als de grens, waartoe eene baan nadert, die uit kleine horizontale en verticale deeltjes bestaat. Alleen over de verticale deelen wordt arbeid verricht; de som der verticale deeltjes is echter $= h$ (zie nog § 263).

249. De *uitwerking van den arbeid*, door eene op een lichaam werkende kracht verricht, is in vele gevallen deze, dat het lichaam een stand verkregen of een vorm aangenomen heeft, die het in staat stelt, zelf arbeid te verrichten. Dit gebeurt altijd, als de lichamen door den verkregen stand of tengevolge van den aangenomen vorm aan de inwerking van eene of andere kracht kunnen gehoorzamen [1]).

Men zegt dan, dat de lichamen ten opzichte van den vroeger ingenomen stand *arbeidsvermogen van plaats* of *potentiëele energie* bezitten (potentia = macht, energie in den zin van arbeidsvermogen).

Men moet arbeid verrichten, om een gewichtstuk omhoog te trekken of eene veer op te winden. Het opgetrokken gewichtstuk bezit arbeidsvermogen van plaats ten opzichte van zijn vorigen stand: het kan het raderwerk eener klok in beweging brengen, omdat het door de zwaartekracht dalen

---

[1]) Volgens § 240 en 241 verricht niet het lichaam arbeid, maar de in den tekst bedoelde kracht. In overeenstemming met de wijze, waarop men zich in het dagelijksch leven uitdrukt, kan men kortheidshalve van den arbeid van een lichaam spreken.

kan. De opgewonden veer bezit arbeidsvermogen van plaats ten opzichte van haren vroegeren vorm; zij kan b. v. een lichaam voortstooten, omdat zij door de werking der veerkracht zich ontspannen kan.

250. Het *arbeidsvermogen van plaats* van een lichaam wordt *gemeten* door den arbeid, dien het kan verrichten, en dus uitgedrukt in ergs of kilogrammeters.

Dat een lichaam *n* ergs of KGM potentiëele energie bezit, wil dus zeggen, dat het *n* ergs of KGM arbeid verrichten kan.

In de nijverheid beoordeelt men het vermogen eener machine naar den arbeid, dien zij *per seconde* kan verrichten. Evenveel *effect*, d. i. *energie per seconde* schrijft men aan haar toe. Als *eenheid van effect* is gebruikelijk de *paardekracht*, d. i. 75 *KGM per seconde;* eene machine van 10 paardekracht kan dus in elke seconde b. v. een lichaam van 75 KG gewicht 10 M hoog oplichten of eenen anderen, daarmede gelijk staanden arbeid verrichten.

In het C-G-S-stelsel zou als eenheid van effect moeten dienen 1 *erg per seconde*. Daar deze waarde echter uiterst klein is, gebruikt men in de practijk 10^7 ergs per seconde als eenheid van effect. Over deze practische eenheid, die men 1 *Watt* noemt, zie deel IV van dit boek.

251. Wordt door het verrichten van arbeid aan een lichaam snelheid medegedeeld, dan verkrijgt het energie van anderen aard. Immers een lichaam, dat snelheid bezit, kan daardoor arbeid verrichten (b. v. weerstand overwinnen); men zegt, dat het *arbeidsvermogen van beweging* of *kinetische energie* bezit (kinetisch = op beweging betrekking hebbende).

Het arbeidsvermogen van beweging blijkt afhankelijk te zijn van de *massa* en van de *snelheid*, niet echter van de *richting* van het lichaam.

Een kanonskogel kan bij gelijke snelheid meer planken doorboren dan een geweerkogel. — De vernielende werking van projectielen neemt toe met hunne snelheid. — Kogels van gelijke massa's, die met dezelfde snelheid in een homogeen lichaam geschoten worden, dringen er even diep in, onverschillig welke richting zij hebben.

252. Het *arbeidsvermogen van beweging* van een lichaam wordt eveneens *gemeten* door den arbeid, dien het kan verrichten, en uitgedrukt in ergs of kilogrammeters.

---

253. De *betrekking* tusschen den *arbeid*, door eene op een lichaam werkende kracht verricht, en het *arbeidsvermogen*, dientengevolge door het lichaam verkregen, willen wij voor een bepaald voorbeeld nagaan, namelijk voor het verticaal omhoog bewegen van een lichaam. Hierbij onderstellen wij, dat de beweging noch door wrijving, noch

door weerstand belemmerd wordt, zoodat geen arbeid voor de overwinning dier weerstandskrachten verbruikt wordt.

254. Nemen wij *vooreerst* aan, dat het lichaam *zoo langzaam* omhoog gebracht wordt, dat het bij het ophouden der kracht geene merkbare snelheid bezit. De kracht k, daartoe noodig, is gelijk aan het gewicht p van het lichaam; de arbeid is $p \times h$ (§ 242 en 248). Men kan nu aantoonen, dat het lichaam in het hoogste punt een *arbeidsvermogen van plaats ph* bezit, m. a. w. dat het lichaam wederom eenen arbeid ph kan verrichten. [1])

Men stelle zich namelijk voor, dat het lichaam in het hoogste punt aan een koord bevestigd wordt, dat over eene katrol geslagen is, terwijl het andere uiteinde van het koord bevestigd is aan een tweede lichaam, welks gewicht eveneens p is, en dat zich op den grond bevindt.

Eene snelheid, die men aan het eerste lichaam naar beneden geeft, zal het gedurende de beweging behouden; met dezelfde snelheid botst het tegen den grond. Op den grond aangekomen heeft het al zijn arbeidsvermogen van plaats (ten opzichte van den grond) verloren, daarentegen is door het optrekken van het tweede lichaam een arbeid ph verricht. Het arbeidsvermogen van het eerste lichaam in het hoogste punt was dus ook ph.

In de Werktuigkunde wordt aangetoond, dat het eerste lichaam dalende een ander lichaam van het gewicht $2p$, $3p$ enz., slechts tot hoogten $\frac{1}{2}h$, $\frac{1}{3}h$ enz. kan optrekken; het verricht dus steeds denzelfden arbeid.

De arbeid, door de aanvankelijk op het lichaam werkende kracht verricht, wordt dus geheel teruggevonden in het arbeidsvermogen van plaats, dat het lichaam in het hoogste punt bezit. Evenzoo zal de arbeid, die het (gewicht van het) eerste lichaam door het optrekken van het tweede verricht, gelijk zijn aan het arbeidsvermogen van plaats, dat het tweede lichaam in het hoogste punt bezit. Men kan de zaak ook zoo opvatten, alsof het arbeidsvermogen van plaats van het eerste lichaam geheel op het tweede was overgegaan.

255. Gedurende de daling van het eerste lichaam *is op elk oogenblik* het door dit lichaam verloren arbeidsvermogen van plaats gelijk aan den arbeid, dien het reeds verricht heeft, of het arbeidsvermogen van plaats, dat het tweede lichaam daardoor verkregen heeft.

---

[1]) Daar men de snelheid van het lichaam kan verwaarloozen, verkrijgt het geen arbeidsvermogen van beweging.

Heeft het eerste lichaam bij de daling b. v. $^1/_3$ van zijne hoogte reeds doorloopen, dan bezit het nog slechts $^2/_3$ van zijn arbeidsvermogen van plaats, terwijl het eenen arbeid = $^1/_3$ *ph* verricht of aan het tweede lichaam arbeidsvermogen van plaats = $^1/_3$ *ph* gegeven heeft.

256. Vatten wij de uitkomsten van het besproken geval (§ 254—255), samen, dan blijkt:

dat het verrichten van arbeid gelijk staat met het mededeelen van arbeidsvermogen van plaats aan het lichaam, dat arbeid ondergaan heeft; arbeid en arbeidsvermogen zijn even gróot;

dat het arbeidsvermogen van plaats van een lichaam geheel kan overgaan op een ander lichaam, terwijl het eerste arbeid verricht;

dat op elk oogenblik de som van den door een lichaam reeds verrichten arbeid (of het aan een ander lichaam medegedeelde arbeidsvermogen van plaats) *en het nog in het lichaam voorhanden arbeidsvermogen gelijk is aan het aanvankelijk in het lichaam voorhanden arbeidsvermogen van plaats.*

257. Nemen wij in de *tweede* plaats aan, dat de kracht *k*, die het lichaam, welks gewicht *p* is, op de hoogte *h* brengt, slechts over een zeer kleinen weg *s* werkt, zoodat *s* ten opzichte van *h* kan verwaarloosd worden. Dit is b. v. het geval bij een stoot van korten duur. Bij het einde van den stoot is de arbeid (*ks*) door de kracht reeds geheel verricht. Het lichaam heeft op dat oogenblik *arbeidsvermogen van beweging* verkregen (het arbeidsvermogen van plaats kunnen wij wegens de geringe waarde van *s* verwaarloozen). Tengevolge hiervan verkrijgt het eene eenparig vertraagde beweging verticaal naar boven en bereikt daarbij de hoogte *h*. Hierbij vermindert zijne snelheid en bijgevolg zijn arbeidsvermogen van beweging; daarentegen verkrijgt het nu arbeidsvermogen van plaats, dat met de hoogte regelmatig toeneemt. In het hoogste punt is het arbeidsvermogen van beweging nul geworden, dat van plaats heeft zijne grootste waarde verkregen. Bij de nu volgende dalende beweging heeft het omgekeerde plaats; het arbeidsvermogen van plaats wordt voortdurend kleiner, dat van beweging grooter. Is het lichaam in het uitgangspunt teruggekeerd, dan is zijn arbeidsvermogen van plaats (ten opzichte van dit punt) weder nul geworden; zijne snelheid *c* is even groot als die, waarmede het aanvankelijk begon te stijgen (§ 203); zijn arbeidsvermogen van beweging is dus weer gelijk aan dat, waarmede het de beweging begon.

Het arbeidsvermogen van beweging van een lichaam kan dus in

arbeidsvermogen van plaats overgaan en omgekeerd. Men kan zich ook voorstellen, dat het lichaam door het arbeidsvermogen van beweging, dat het bij begin der opwaartsche beweging bezat, zijn eigen gewicht p op eene hoogte h kan brengen, dus eenen arbeid ph kan verrichten. Zijn arbeidsvermogen van beweging was dus ook $A = ph$. Om nu te vinden, hoe het arbeidsvermogen van beweging van de massa m en de snelheid c van het zich bewegende lichaam afhangt, drukken wij p en h in m en c uit. Men vervangt p door mg (form. 46) en h door $\frac{c^2}{2g}$ (form. 49), dan wordt

$$A = \frac{1}{2}\, mc^2. \qquad 67$$

Het arbeidsvermogen van beweging van een lichaam is dus gelijk aan het halve product van zijne massa en van het vierkant der snelheid.

De formule $ph = \frac{1}{2}\, mc^2$, die uitdrukt, dat het arbeidsvermogen van plaats gelijk is aan het arbeidsvermogen van beweging, dat verkregen wordt, als het eerste geheel in het tweede overgaat, is in overeenstemming met formule 36, $ks = \frac{1}{2}\, mc^2$, die volgens het voorgaande blijkbaar aanwijst, dat de arbeid eener kracht k over een weg s geheel teruggevonden wordt in het arbeidsvermogen van beweging, dat het lichaam daardoor kan verkrijgen.

**Van een lichaam, dat om eene as wentelt, kan men de massa M vervangen door zijn traagheidsmoment T, en de snelheid c door de hoeksnelheid (§ 34). Het arbeidsvermogen van een wentelend lichaam is dus $A = \frac{1}{2}\, T \times \left(\frac{2\pi}{t}\right)^2 = \frac{2\, T\pi^2}{t^2}$, waarin t de omwentelingstijd is. — Zoo is het arbeidsvermogen van beweging van een homogenen bol (massa $= M$; straal $= r$), die wentelt om eene as, door zijn middelpunt gaande, $A = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{5}\, Mr^2\right) \times \frac{4\pi^2}{t^2} = \frac{1}{5} \times M \times \frac{4\pi^2 r^2}{t^2}$, of, daar $\frac{2\pi r}{t}$ de snelheid c van een punt des evenaars voorstelt, $A = \frac{1}{5}\, Mc^2$.

Arbeidsvermogen van beweging van een vliegwiel.

258. *Op elk oogenblik* der (stijgende of dalende) beweging van het lichaam is de hoeveelheid arbeidsvermogen der ééne soort, die het lichaam verloren heeft, gelijk aan de hoeveelheid der andere soort, die het gewonnen heeft.

Op het oogenblik b. v. dat een lichaam dalende de hoogte 0,4 h bereikt, heeft het 0,6 ph arbeidsvermogen van plaats verloren. Volgens form. 49 is dan zijne snelheid $c_1 = \sqrt{2g \times 0{,}6h}$. In dat punt van zijne baan is dus zijn arbeidsvermogen van beweging $= \frac{1}{2}\, mc_1{}^2 = \frac{1}{2}\, m \times 2g \times 0{,}6h = 0{,}6\, ph$.

259. Een lichaam kan ook zijn arbeidsvermogen van beweging geheel of gedeeltelijk aan een ander lichaam mededeelen.

Als men één van twee ivoren bollen, die aan evenwijdige draden zoo zijn opgehangen, dat zij elkaar juist raken, in het vlak der draden evenals een slinger α° uit den evenwichtsstand brengt en loslaat, dan zal hij met een zeker arbeidsvermogen van beweging tegen den anderen bol aanbotsen. Na de botsing blijft de eerste bol in rust, terwijl de tweede α° uit zijnen evenwichtsstand weggeslingerd wordt.

In de Werktuigkunde wordt aangetoond, dat de som van de hoeveelheden arbeidsvermogen van beweging van twee volkomen veerkrachtige lichamen, die tegen elkaar botsen, na de botsing dezelfde is als vóór de botsing, ook al was een der lichamen vóór de botsing in rust.

260. Vatten wij de verkregen uitkomsten (§ 257—259) samen, dan blijkt:

dat het verrichten van arbeid gelijk staat met het mededeelen van arbeidsvermogen van beweging aan het lichaam, dat arbeid ondergaan heeft;

dat, als het arbeidsvermogen van beweging of het arbeidsvermogen van plaats van een lichaam verandert in arbeidsvermogen van de andere soort, de som van het overgebleven arbeidsvermogen der ééne soort en het verkregen arbeidsvermogen der andere soort gelijk is aan het aanvankelijk voorhanden arbeidsvermogen;

dat het arbeidsvermogen van beweging van een lichaam geheel kan overgaan op een ander lichaam, terwijl het eerste arbeid verricht;

dat de som van het nog in een lichaam overgebleven en van het aan een ander lichaam medegedeelde arbeidsvermogen van beweging gelijk is aan het aanvankelijk in het lichaam voorhanden arbeidsvermogen.

261. Beschouwen wij in de *derde* plaats het geval, dat wij den weg s, waarover de kracht k arbeid verricht, niet kunnen verwaarloozen ten opzichte van de hoogte h, waarover het gewicht p van het lichaam door den arbeid ks overwonnen wordt.

Zoo lang de kracht arbeid verricht (dus tijdens het afleggen van den weg s), werkt op het lichaam de constante resultante $k - p$, en is zijne beweging eenparig versneld. Is de weg s afgelegd, dan heeft de kracht den arbeid ks verricht. Het lichaam bezit op dit oogenblik arbeidsvermogen van plaats, nl. ps (§ 254), en arbeidsvermogen van beweging. Berekent men uit de wetten der beweging de snelheid en daaruit het arbeidsvermogen van beweging, dan

blijkt, dat de som van zijn arbeidsvermogen van plaats en van zijn arbeidsvermogen van beweging gelijk is aan den arbeid der kracht.

De versnelling dezer beweging (terwijl de weg s wordt afgelegd), is $a = \frac{k-p}{m}$ (form. 29), de eindsnelheid $c = \sqrt{2as} = \sqrt{2\frac{k-p}{m}s}$; het arbeidsvermogen van beweging is $\frac{1}{2}mc^2 = \frac{1}{2}m \times 2\frac{k-p}{m} \times s = (k-p) \times s$. Nu is $ps + (k-p)s = ks$.

Op het oogenblik, dat het lichaam een gedeelte, b. v. *de helft* van den weg s heeft afgelegd, heeft de kracht slechts de helft van den arbeid ks verricht, dus 0,5 ks. Men kan aantoonen, dat de som van het verkregen arbeidsvermogen van plaats ($p \times 0{,}5s$) en van het arbeidsvermogen van beweging dan eveneens 0,5 ks is.

De snelheid is $c_1 = \sqrt{2a \times \frac{s}{2}} = \sqrt{2\frac{k-p}{m} \times \frac{s}{2}}$; het arbeidsvermogen van beweging $= \frac{1}{2}mc_1^2 = \frac{1}{2}m \times \frac{2(k-p)}{m} \times \frac{s}{2} = 0{,}5\,(k-p)\,s$. Nu is $p \times 0{,}5s + 0{,}5\,(k-p)s = 0{,}5\,ks$.

Zoo is *voor elk punt* van het eerste gedeelte s der baan de som van het arbeidsvermogen van plaats en het arbeidsvermogen van beweging gelijk aan den op dat oogenblik reeds verrichten arbeid.

Nadat de kracht haren arbeid geheel verricht heeft, blijft voor het overige gedeelte der stijgende beweging en voor de geheele dalende beweging *in elk punt* de som van het arbeidsvermogen van plaats en van beweging constant $= ks$ (§ 257 en 258).

262. Men vindt dus in ons voorbeeld algemeen, *dat de arbeid eener op een lichaam werkende kracht op elk oogenblik gelijk staat met de som van het arbeidsvermogen van plaats en het arbeidsvermogen van beweging, die het lichaam daardoor verkregen heeft.*

263. Om een lichaam van het gewicht p op eene hoogte h te brengen, moeten wij eenen arbeid ph verrichten. Bewegen wij het lichaam hooger, tot eene hoogte h_1, dan hebben wij eenen arbeid ph_1, dus $p\,(h_1 - h)$ meer arbeid verricht. Brengen wij daarna het lichaam van de hoogte h_1 weer op de hoogte h, dan verliest het lichaam daardoor evenveel arbeidsvermogen van plaats, als wij meer arbeid verricht hadden. Dit arbeidsvermogen van plaats $p\,(h_1 - h)$ krijgen wij dus terug; wij kunnen het gebruiken, om evenveel anderen arbeid te doen verrichten. Daaruit blijkt, dat de arbeid die feitelijk besteed moet worden, slechts van den afstand van het uit-

gangspunt tot het bereikte eindpunt afhankelijk is, en even groot blijft, al verandert de beweging voor het bereiken van dit punt ook een- of meermaal van richting.

Daar het voor de grootte van den arbeid nu ook onverschillig is, *welk punt* van een zelfde horizontaal vlak men tracht te bereiken (§ 248), zoo kan men dus algemeen zeggen, dat de arbeid, vereischt om een lichaam van een vlak A naar een hooger gelegen vlak B te brengen, *voor alle wegen*, die men volgt, dezelfde is en alleen bepaald wordt door het gewicht van het lichaam en door den onderlingen afstand der beide vlakken.

Verrichte en terug ontvangen arbeid verhouden zich als positieve en negatieve grootheden. De algebraïsche som van beide geeft den benoodigden arbeid. In bovenstaand voorbeeld is $ph_1 - p(h_1 - h) = ph$.

De bovenstaande beschouwing geldt niet alleen, als arbeid verricht wordt tot het overwinnen van de zwaartekracht, maar kan uitgebreid worden tot elken anderen arbeid. Als een lichaam uit een stand (of toestand) A overgebracht wordt in een anderen stand (of toestand) B, dan is de daarvoor benoodigde arbeid onafhankelijk van de wijze, waarop de arbeid verricht wordt, en gelijk aan het arbeidsvermogen, dat het lichaam in B meer bezit, dan in A. — Verg. overigens § 266.

264. Men is tot de overtuiging gekomen, dat de betrekkingen, die wij in het voorgaande voor een enkel voorbeeld afgeleid hebben, in alle gevallen gelden, waarbij eene op een lichaam werkende kracht arbeid verricht. In 't vervolg zal nog dikwijls gelegenheid zijn, om aan te toonen, dat voor elken vorm, waarin arbeid kan voorkomen, dezelfde belangrijke wet geldt, die men **de wet van het behoud van arbeidsvermogen** genoemd heeft: *Geen arbeidsvermogen kan uit niets ontstaan of vernietigd worden; als een lichaam arbeid verricht, dan is steeds de som van den verrichten arbeid en van het arbeidsvermogen, dat het lichaam nog bezit, gelijk aan het arbeidsvermogen, dat aanvankelijk in het lichaam voorhanden was.*

Wordt bij het opwinden eener veer de arbeid A verricht, dan verkrijgt de veer het arbeidsvermogen van plaats A. Bij ontspanning kan de veer weer evenveel arbeid verrichten, of aan de raderen van een uurwerk evenveel arbeidsvermogen van beweging mededeelen. Op elk oogenblik gedurende den arbeid der veer is de som van het nog in de veer voorhanden arbeidsvermogen van plaats en van den reeds verrichten arbeid of het aan de raderen reeds medegedeelde arbeidsvermogen van beweging gelijk aan het aanvankelijk aan de veer medegedeelde arbeidsvermogen van plaats.

265. Niet altijd ontstaat door arbeid arbeidsvermogen van plaats

of van beweging; maar in plaats daarvan doen zich dan steeds verschijnselen van warmte, geluid, electriciteit enz. voor.

Door twee lichamen over elkaar te wrijven, ontstaat warmte. — Door slaan met een hamer kan men ijzer gloeiend maken. — Door het draaien eener electriseermachine kan men electriciteit voortbrengen.

Het vermoeden ligt voor de hand, dat men ook bij deze verschijnselen met vormen van arbeidsvermogen te doen heeft; immers warmte, electriciteit enz. kunnen door arbeid ontstaan en kunnen omgekeerd weer arbeid voortbrengen (stoommachine, electrische motoren).

Aan stoffen, die zich scheikundig kunnen verbinden, schrijft men scheikundig arbeidsvermogen toe. Bij het afschieten van een geweer gaat het scheikundig arbeidsvermogen van het buskruit in arbeidsvermogen van beweging van den kogel over.

Dat men hier inderdaad met vormen van arbeidsvermogen te doen heeft, wordt bevestigd door de omstandigheid, dat elk dezer vormen direct of indirect in elken anderen vorm kan omgezet worden.

Door electriciteit kunnen wij warmte, maar ook door warmte electriciteit voortbrengen enz.

Zoo deed zich van zelf de vraag voor, of bij dergelijke overgangen de wet van het behoud van arbeidsvermogen door blijft gaan. Men heeft gevonden, dat dit inderdaad zoo is en heeft zelfs redenen om aan te nemen, dat deze wet ook de verschijnselen en veranderingen van het organische leven beheerscht. Zoo is men er toe gekomen, de wet van het behoud van arbeidsvermogen als eene *algemeene* wet te beschouwen, waaraan alle veranderingen der stof gebonden zijn; zoodat, waar eene bepaalde hoeveelheid van zekeren vorm van arbeidsvermogen verdwijnt, daarvoor eene *gelijkwaardige* (*aequivalente*) hoeveelheid van een anderen vorm van arbeidsvermogen optreedt. Later zal dit herhaaldelijk blijken.

Wel is waar kan men niet bij alle voorkomende veranderingen deze wet streng bewijzen. Vele veranderingen zijn daartoe te ingewikkeld, of de overgangen zijn niet geheel bekend. Hare geldigheid berust daarop, dat men geene uitzonderingen gevonden heeft, en dat de toepassingen van en de gevolgtrekkingen uit de wet, voor zoo ver men ze aan proefnemingen onderwerpen kan, steeds bevestigd worden.

De overgang van den éénen vorm van arbeidsvermogen in den anderen heeft niet in alle gevallen even gemakkelijk plaats. Al de vormen van arbeidsvermogen, die men samenvat onder den naam van potentiëele energie, *trachten van zelf over te gaan in den vorm van kinetische energie* of hebben

daartoe slechts eene aanleiding noodig, die met den overgang zelf niets te maken heeft. Zoo zal een steen, die op eene hoogte gebracht is, steeds vallen, indien hij niet gesteund wordt; eene gespannen veer zal zich steeds ontspannen, indien dit niet belet wordt; buskruit zal bij een bepaalde temperatuur steeds ontploffen; daarbij gaat de potentiëele energie, welke het bezat, over in kinetische energie. Den toestand, waarin een lichaam potentiëele energie bezit, kan men dus beschouwen als een gedwongen toestand, die onmiddellijk verandert, zoodra de oorzaak verdwijnt die dezen toestand bestendigt. — Daarentegen tracht de toestand, waarin een lichaam kinetische energie bezit, door de traagheid blijvend te worden; de overgang in potentiëele of in andere vormen van kinetische energie kan alleen dan plaats grijpen, als uitwendige krachten of weerstanden overwonnen worden. Bij de bespreking van den arbeid, die door warmte (kinetische energie) verricht wordt, zullen wij hierop terugkomen.

266. Bij de toepassing der wet van het behoud van het arbeidsvermogen dient men in aanmerking te nemen, dat in de practijk bij het verrichten van arbeid steeds wrijving en weerstand overwonnen moeten worden, waardoor slechts een gedeelte van het beschikbare arbeidsvermogen voor den *bedoelden* arbeid gebruikt wordt. In andere gevallen kan een lichaam geen arbeid ondergaan, zonder dat dit ook met andere lichamen geschiedt; hierdoor blijft de bedoelde arbeid wederom kleiner, dan het verbruikte arbeidsvermogen. De wet van het behoud van arbeidsvermogen eischt immers, dat het verbruikte arbeidsvermogen gelijk is aan de som van den *nuttigen* en den *schadelijken* arbeid.

Met eene machine kan men een last niet oplichten, zonder de machine zelve ook te bewegen en de wrijving der machinedeelen te overwinnen.

Waar, zooals meestal het geval is, bij het verrichten van arbeid warmte ontstaat, is dus de verrichte arbeid geringer, dan het arbeidsvermogen, dat bij het verrichten van den arbeid is verloren gegaan.

267. Uit de wet van het behoud van arbeidsvermogen volgt nog, dat men door het gebruik van toestellen of machines *nooit arbeid kan winnen*, zelfs al was het mogelijk, den schadelijken arbeid te doen verdwijnen. Machines kunnen slechts dienen, om arbeidsvermogen, dat eenen bepaalden arbeid niet rechtstreeks kan verrichten, in ander arbeidsvermogen te veranderen, dat daartoe wel in staat is.

Een *perpetuum mobile*, dat is eene machine, die zonder dat haar arbeidsvermogen medegedeeld wordt, steeds arbeid kan verrichten, is niet bestaanbaar.

268. Ten slotte volgen hier als voorbeelden nog enkele toepassingen van deze wet op reeds vroeger behandelde onderwerpen.

a) Volgens § 181 vallen voorwerpen, die denzelfden vorm en

gelijke inhouden, maar ongelijke massa's hebben, in de lucht niet even snel. Nemen wij aan, dat twee gelijke bolletjes van kurk en van lood in een bepaald oogenblik gelijke snelheden hebben, dan moeten zij ook evenveel arbeid doen, om den weerstand der lucht te overwinnen (verg. § 94); zij verliezen dus ook evenveel arbeidsvermogen van beweging. Daar nu echter wegens de kleinere massa het arbeidsvermogen van het kurken bolletje kleiner is dan dat van het looden bolletje, zoo wordt daardoor het verlies van arbeidsvermogen van het eerste betrekkelijk grooter dan dat van het tweede; de beweging van het kurken bolletje zal dus langzamer moeten worden dan die van het andere.

b) Uit deze wet volgt terstond, dat de in B (fig. 51) vrijgelaten slingerende massa aan den anderen kant van den evenwichtsstand weer even hoog moet stijgen. Door het materiëele punt van A naar B te brengen, hebben wij daaraan arbeidsvermogen van plaats medegedeeld (§ 248). Op den weg BA gaat dit geheel over in arbeidsvermogen van beweging, dat gedurende het volgende deel der slingering weer geleidelijk in arbeidsvermogen van plaats overgaat. Het arbeidsvermogen van plaats moet dus in de uiterste standen rechts en links even groot zijn; en dit is het geval, als $AB = AC$ is.

**c*) Men kan de wet van het behoud van arbeidsvermogen gebruiken, om de snelheid van het slingerende punt (fig. 51) in een willekeurig punt der baan te vinden. Is p zijn gewicht, dan heeft het materieele punt in B arbeidsvermogen van plaats (§ 248): $A = p \times AD = p \times (OA - OD) = p(l - l\cos\alpha)$; evenzoo is in B_1: het arbeidsvermogen van plaats $A_1 = p(l - l\cos\alpha_1)$ en het arbeidsvermogen van beweging $A_2 = \frac{1}{2}mc^2$. Men heeft dus $A - A_1 = A_2$ of $pl(\cos\alpha_1 - \cos\alpha) = \frac{1}{2}mc^2$, waaruit men, p door mg vervangende, vindt: $c = \sqrt{2gl(\cos\alpha_1 - \cos\alpha)}$.

**d*) Beschouwt men de beweging van een lichaam (massa m, gewicht p), dat met eene beginsnelheid c_0 onder een hoek α met den horizon voortgeworpen wordt, in verband met de wet van het behoud van arbeidsvermogen, dan kan men de hoogte S_2 van het hoogste punt vinden, door de som van het arbeidsvermogen van plaats en het arbeidsvermogen van beweging in dit punt gelijk te stellen aan het arbeidsvermogen van beweging in het uitgangspunt. In het hoogste punt is de verticale snelheid nul, de

horizontale $c_0 \cos\alpha$; dus het arbeidsvermogen van beweging is $\frac{1}{2} m c_0^2 \cos^2\alpha$. Men heeft dus $p\, S_t + \frac{1}{2} m c_0^2 \cos^2\alpha = \frac{1}{2} m c_0^2$ waaruit, daar $p = mg$ is, volgt: $S_t = \frac{c_0^2}{2g}(1 - \cos^2\alpha)$ of $S_t = \frac{c_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$ (verg. § 209).

**e) Ook de snelheid c der parabolische beweging, t seconden na het begin der beweging, willen wij nog afleiden met behulp van deze wet. Na t sec. is de hoogte van het lichaam $c_0 \sin\alpha \times t - \frac{1}{2} gt^2$ (§ 209) en het arbeidsvermogen van plaats $p\,(c_0 \sin\alpha \times t - \frac{1}{2} gt^2)$. Het arbeidsvermogen van beweging is dus $A = \frac{1}{2} mc_0^2 - p(c_0 \sin\alpha \times t - \frac{1}{2} gt^2)$; en door dit $= \frac{1}{2} mc^2$ te stellen, vindt men de snelheid $c = \sqrt{c_0^2 - 2g\,(c_0 \sin\alpha \times t - \frac{1}{2} gt^2)}$. (Verg. § 209).

**De zwaarte-potentiaal.

**269. Bij de bepaling van den arbeid, die bij het omhoog bewegen van een lichaam vereischt wordt, hebben wij aangenomen, dat het gewicht van het lichaam niet verandert. In de volgende beschouwing zullen wij den arbeid eener kracht, welke de zwaartekracht moet overwinnen, bepalen, daarbij in acht nemende dat de zwaartekracht verandert met de hoogte boven de oppervlakte der aarde.

Om de beschouwingen te vereenvoudigen, nemen wij hierbij aan:

1) dat de aarde een homogene bol (straal 637 000 000 cM) is;

2) dat de versnelling der zwaartekracht overal op aarde 981,2 kine per sec. bedraagt;

3) dat wij de aswenteling der aarde verwaarloozen, zoodat wij aantrekkingskracht en zwaartekracht gelijk kunnen stellen.

**270. De ruimte rondom de aarde, waarin de zwaartekracht nog hare werking doet gevoelen, heet het *zwaarte-veld der aarde.*

**271. De lijn, welker richting in elk punt de richting der zwaartekracht aanwijst, heet *krachtlijn.* De krachtlijnen zijn dus verticalen. Door elk punt van het zwaarte-veld kan men zich eene krachtlijn getrokken denken, die dus naar het middelpunt der aarde gericht is.

**272. Op de oppervlakte der aarde wordt de eenheid van massa

(1 gram) aangetrokken met eene kracht van 981,2 dyne (het gewicht van 1 gram is 981,2 dyne). Deze kracht kan volgens de formule van Newton (form. 45) voorgesteld worden door $p = f\frac{M \times 1}{r^2}$, waarin f de constante der gravitatie, M de massa der aarde in grammen, en r de straal der aarde in cM is.

Op een afstand R van het middelpunt der aarde ($R > r$), zou de aantrekking der aarde op de massa van 1 gram zijn $P = f\frac{M \times 1}{R^2}$.

Men vindt dus het *gewicht van de massa van* 1 *gram* (*in dynes*) *op een afstand R cM van het middelpunt der aarde* uit de evenredigheid $P : p = f\frac{M \times 1}{R^2} : f\frac{M \times 1}{r^2}$; waaruit volgt:

$$P = p \times \frac{r^2}{R^2} = 981{,}2 \times \frac{r^2}{R^2} \text{ dynes.} \qquad 68$$

Met een enkel woord zij opgemerkt, dat men uit de formule $p = f\frac{M \times 1}{r^2}$, de massa der aarde kan afleiden. Zet men voor p, f en r de bekende waarden, dan vindt men uit $981.2 = 0{,}000\,000\,066 \times \frac{M}{637\,000\,000^2}$ voor de massa 602×10^{25} gram. Is de inhoud der aarde $= \frac{4}{3}\pi r^3 = 108{,}27 \times 10^{25}$ cM^3, dan volgt hieruit voor hare gemiddelde dichtheid $\frac{60200}{10827} = 5{,}56$.

****273.** Het aantal dynes P, waarmede de zwaartekracht in een willekeurig punt van het zwaarte-veld, dat R cM van het middelpunt der aarde verwijderd is ($R > r$), op de eenheid van massa werkt (het gewicht van de massa 1 gram in dynes), is gelijk aan het aantal kines per sec. van de versnelling der zwaartekracht G in dit punt. Immers voor $m = 1$ gaat de formule $P = mG$ over in $P = G$ (zie § 192).

Voor elk punt van het zwaarte-veld (buiten de aarde) bestaat dus de betrekking

$$P = G = f\frac{M \times 1}{R^2};$$

dus

$$G = f\frac{M}{R^2}; \qquad 69$$

terwijl de kracht, die op eene massa m in dit punt van het veld wordt uitgeoefend (het gewicht der massa m in dynes), bedraagt

$$mP = mG = f\frac{Mm}{R^2}. \qquad 70$$

****274.** De kracht P in dynes, waarmede de zwaartekracht in een punt van het zwaarte-veld op de *eenheid van massa* werkt (het gewicht van 1 gram in dynes), dient als maat voor de *intensiteit van het veld in dit punt* (intensitas = sterkte). De intensiteit wordt dus uitgedrukt door

$$i = P = G = f\frac{M}{R^2}. \qquad 71$$

In een punt, dat op den gemiddelden afstand der maan van het middelpunt der aarde (60 aardstralen) verwijderd is, bedraagt de intensiteit van het zwaarte-veld (= het gewicht van 1 gram in dynes = de versnelling der zwaartekracht in kines per sec) volgens form. $68 = \frac{1}{3600} \times 981{,}2 = 0{,}272$ (verg. § 162).

Eigenlijk zou men bij de berekening der intensiteit voor lichamen, die aan de wenteling der aarde deelnemen, moeten uitgaan van de zwaartekracht, en voor lichamen, die dit niet doen, van de aantrekkingskracht. Zoo had men bij de berekening van Newton, § 162, niet van de grootte der zwaartekracht op den evenaar, maar van de gemiddelde aantrekkingskracht der aarde moeten uitgaan. Het verschil is echter gering.

****275.** De intensiteit van het zwaarte-veld is even groot voor alle punten van een bol-oppervlak, dat om het middelpunt der aarde beschreven is. Door elk punt van het zwaarte-veld kan men zich zulk een bol-oppervlak denken. Naar het oppervlak van stilstaand water, dat volgens de veronderstelling van § 269 een vlak van (gelijke versnelling der zwaartekracht, dus ook van) gelijke intensiteit is, noemt men bij analogie elk oppervlak van gelijke intensiteit een *waterpasvlak* of *niveauvlak.*

Niveauvlakken zijn bol-oppervlakken, die in elk punt een horizontaal raakvlak hebben. Zij worden door de krachtlijnen overal loodrecht gesneden.

****276.** Voor een betrekkelijk klein gedeelte van het zwaarte-veld der aarde mag men aannemen, dat de intensiteit niet merkbaar verandert, dat dus de versnelling der zwaartekracht en het gewicht van een lichaam constant blijven.

De intensiteit op eene hoogte van 100 000 cM boven de oppervlakte der aarde is nog $i = P = 981{,}2 \times \frac{637\,000\,000^2}{637\,100\,000^2} = 980{,}9$ (verg. § 189).

Zulk een gedeelte van het zwaarte-veld noemt men een *homogeen veld* (homogenēs = van gelijk geslacht).

Bij onze vroegere beschouwingen over de zwaartekracht onderstelden wij het zwaarte-veld steeds als homogeen.

****277.** In een homogeen veld kan men de krachten als *evenwijdig*, de niveauvlakken als *platte horizontale vlakken* beschouwen (§ 169).

****278.** Om in een *homogeen* veld een lichaam van de massa m over te brengen van een punt van een niveauvlak, welks afstand tot het middelpunt der aarde R is, naar een punt van een hooger gelegen niveauvlak, welks afstand tot het middelpunt der aarde R_1 is, moet eene constante kracht $mP = mG$ dynes (form. 70) werken over een weg van $(R_1 - R)$ cM. De *arbeid* is dus $A = mG\ (R_1 - R) = f\frac{Mm}{R^2}(R_1 - R) = f\frac{Mm}{R_1^2}(R_1 - R)$ ergs.

Volgens § 263 is het hierbij onverschillig, of het tweede punt verticaal boven het eerste gelegen is of niet; ook is de arbeid even groot voor alle wegen, waarop men van het eerste punt naar het tweede komt.

****279.** Is echter het veld *niet meer homogeen*, dan kan men de waarden voor de kracht, $f\frac{Mm}{R^2}$ in het lagere en $f\frac{Mm}{R_1^2}$ in het hoogere niveauvlak, niet meer gelijkstellen. Bleef de kracht gedurende den geheelen weg de waarde behouden, die zij in het lagere niveauvlak heeft, dan zou de arbeid zijn $A_1 = f\frac{Mm}{R^2}(R_1 - R)$ ergs. Had zij gedurende den geheelen weg de waarde, die zij in het hoogere vlak heeft, dan zou de arbeid zijn $A_2 = f\frac{Mm}{R_1^2}(R_1 - R)$ ergs. De werkelijke waarde van den *arbeid* ligt tusschen A_1, dat te groot, en A_2, dat te klein is; zij bedraagt:

$$A = f\frac{Mm}{RR_1}(R_1 - R) = f\,Mm\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right). \qquad 72$$

Men denke zich den weg in een groot aantal (n) gelijke deelen van de hoogte $\varrho = \frac{R_1 - R}{n}$ verdeeld en door de deelpunten niveauvlakken gebracht. De afstanden der niveavvlakken tot het middelpunt der aarde zijn dan achtereenvolgens

$$R, R + \varrho, R + 2\varrho, \ldots R + (n-2)\varrho, R + (n-1)\varrho, R_1.$$

Bij het oplichten van het lichaam zijn de krachten in de verschillende niveauvlakken

$$f\frac{Mm}{R^2}, f\frac{Mm}{(R+\varrho)^2}, f\frac{Mm}{(R+2\varrho)^2} \ldots f\frac{Mm}{(R+(n-2)\varrho)^2}, f\frac{Mm}{(R+(n-1)\varrho)^2}, f\frac{Mm}{R_1^2}.$$

Hoe grooter men n neemt, des te kleiner wordt ϱ, en des te kleinere fout zal men bij de berekening van den arbeid voor elk der gelijke wegen ϱ maken, als men in plaats van de veranderlijke kracht voor elken weg ϱ eene constante kracht aanneemt, die het gemiddelde is van de waarden der veranderlijke kracht bij het begin en bij het einde van den weg ϱ.

Voor den eersten afstand ϱ is deze gemiddelde kracht $\frac{1}{2}\left\{f\frac{Mm}{R^2}+f\frac{Mm}{(R+\varrho)^2}\right\}=$ $\frac{1}{2}f\,Mm\left\{\frac{1}{R^2}+\frac{1}{(R+\varrho)^2}\right\}=\frac{1}{2}f\,Mm\,\frac{(R+\varrho)^2+R^2}{R^2(R+\varrho)^2}=\frac{1}{2}f\,Mm\,\frac{2R^2+2R\varrho+\varrho^2}{R^2(R+\varrho)^2}$.
Verwaarloozen wij in den teller ϱ^2 ten opzichte van de andere grootheden, dan wordt de gemiddelde kracht $=f\,Mm\,\frac{R\,(R+\varrho)}{R^2(R+\varrho)^2}=f\,Mm\,\frac{1}{R\,(R+\varrho)}$.
Daar de weg ϱ of $(R+\varrho)-R$ is, zoo nadert de arbeid voor het eerste deeltje van den weg tot $A_1=f\,Mm\,\frac{(R+\varrho)-R}{R\,(R+\varrho)}=f\,Mm\left\{\frac{1}{R}-\frac{1}{R+\varrho}\right\}$.

Volgens deze formule zijn de hoeveelheden arbeid voor de opvolgende wegen ϱ:

$$A_1=f\,Mm\left\{\frac{1}{R}-\frac{1}{R+\varrho}\right\};$$

$$A_2=f\,Mm\left\{\frac{1}{R+\varrho}-\frac{1}{R+2\varrho}\right\};$$

$$A_3=f\,Mm\left\{\frac{1}{R+2\varrho}-\frac{1}{R+3\varrho}\right\};$$

. . . .

$$A_{n-1}=f\,Mm\left\{\frac{1}{R+(n-2)\varrho}-\frac{1}{R+(n-1)\varrho}\right\};$$

$$A_n=f\,Mm\left\{\frac{1}{R+(n-1)\varrho}-\frac{1}{R_1}\right\}.$$

De geheele arbeid is dus $A=A_1+A_2+\ldots+A_n$,

of $$A=f\,Mm\left\{\frac{1}{R}-\frac{1}{R_1}\right\}.$$

****280.** Laat men R_1 steeds aangroeien, dan zou men het lichaam ten slotte zoo ver van de aarde verwijderen, dat geene aantrekkende kracht meer zou zijn waar te nemen; men zegt dan, dat men het lichaam *buiten het zwaarte-veld* der aarde gebracht heeft. De waarde $\frac{1}{R_1}$ nadert daarbij tot nul en de arbeid tot $f\frac{Mm}{R}$. Duiden wij voor het geval, dat het lichaam de *eenheid van massa* bezit, dezen arbeid aan door V, dan wordt dus *de arbeid, vereischt om de massa van* 1 *gram van een punt, dat R cM van het middelpunt der aarde verwijderd is, buiten het zwaarte-veld der aarde te brengen,* uitgedrukt door

$$V=f\frac{M}{R}. \qquad 73$$

De eigenschap van een punt van het zwaarte-veld, dat nl. een bepaalde arbeid vereischt wordt, om de eenheid van massa van dit punt buiten het zwaarte-veld der aarde te brengen, noemt men den *potentiaal van het zwaarte-veld in dit punt.* De zwaarte-potentiaal

wordt gemeten door den genoemden arbeid, zoodat de grootheid V in bovenstaande formule den zwaarte-potentiaal voorstelt.

De aanduiding van den potentiaal door de letter V is algemeen gebruikelijk (ter eere van den natuurkundige Volta).

In verband met formule 69 kan men den potentiaal ook uitdrukken door

$$V = GR, \tag{74}$$

dat is, door het product van de versnelling der zwaartekracht in het punt van het veld en den afstand van dat punt tot het middelpunt der aarde.

Om een lichaam, welks massa m gram bedraagt, van een punt, dat een potentiaal V bezit, buiten het zwaarte-veld te brengen, moet men eenen arbeid verrichten, die in ergs voorgesteld wordt door

$$A = mV. \tag{75}$$

De potentiaal op de oppervlakte der aarde is (volgens formule 73) $V = f\frac{M}{r} = 0{,}000\,000\,066 \times \frac{602 \times 10^{25}}{637\,000\,000} = 62\,503 \times 10^7$ of (volgens formule 74) $V = gr = 981{,}2 \times 637\,000\,000 = 62\,503 \times 10^7$. Dit beteekent dus, dat men $62\,503 \times 10^7$ ergs arbeid moet verrichten, om de massa van 1 gram — of $m \times 62\,503 \times 10^7$ ergs, om de massa van m gram — in willekeurige richting buiten het zwaarte-veld der aarde te brengen. Men zou dit doel langs den verticalen weg kunnen bereiken, door aan het lichaam eene beginsnelheid c_0 mede te deelen, die men uit de formule $A = mV = \frac{1}{2}mc_0^2$ kan vinden; $c_0 = \sqrt{2V} = 1\,118\,050$ kines. Een lichaam, dat met deze snelheid verticaal omhoog geworpen werd, zou niet meer tot de aarde terugkeeren.

Voor een punt, welks afstand tot het middelpunt der aarde gelijk is aan den gemiddelden afstand der maan ($R = 60r$), is de potentiaal 60 maal zoo klein als op het oppervlak der aarde; om van uit dat punt de massa van 1 gram uit het zwaarte-veld der aarde te verwijderen, is dus een arbeid noodig van $\frac{62\,503 \times 10^7}{60}$ ergs.

**281. Een niveauvlak heeft overal denzelfden potentiaal; deze toch is alleen afhankelijk van den afstand van dat vlak tot het middelpunt der aarde. Men noemt de niveauvlakken daarom ook wel *aequipotentiaal-vlakken* (aequus = gelijk).

Bij het bewegen van een lichaam over een aequipotentiaal-vlak wordt geen arbeid verricht, om de zwaartekracht te overwinnen (verg. § 248).

Om de ligging van een niveauvlak te vinden, waarvoor de potentiaal eene bepaalde waarde bezit, lost men R uit vergelijking 73 op. Men vindt dan, dat de onderlinge afstand van twee niveauvlakken, wier potentialen 1 verschillen, in de nabijheid van de oppervlakte der aarde zeer klein (0,00102 cM) is; op den afstand $R = 60r$ zijn twee zulke vlakken reeds 3,6655 cM van elkaar verwijderd; terwijl de niveauvlakken, wier potentialen

2 en 1 zijn, een onderlingen afstand van $19\,866 \times 10^{16}$ cM hebben. Om de massa van 1 gram over elk der genoemde afstanden omhoog te bewegen, moet men denzelfden arbeid van 1 erg verrichten.

****282.** Het *potentiaalverschil* $V - V_1$ van twee aequipotentiaalvlakken stelt den arbeid voor, dien men verrichten moet, om de massa van 1 gram van een punt van het lagere tot een willekeurig punt van het hoogere vlak te brengen. Is de massa m gram, dan is daartoe noodig een arbeid in ergs:

$$A = m\,(V - V_1). \qquad 76$$

Volgens de opgaven in § 280 zal dus de arbeid, die verricht moet worden, om een lichaam van m gram van de oppervlakte der aarde te brengen tot den afstand $R = 60r$, zijn: $A = m\left(62\,503 \times 10^7 - \frac{62\,503 \times 10^7}{60}\right) = m \times 61\,461 \times 10^7$ ergs. De snelheid c_0, die men aan het lichaam in verticale richting moet mededeelen, om het zoo ver van de aarde te verwijderen, vindt men uit $A = m\,(V - V_1) = \frac{1}{2} m c_0^2$ of $c_0 = \sqrt{2\,(V - V_1)} = 1\,108\,700$ kines. Met dezelfde snelheid zou het lichaam weer op de aarde terugkomen; de opwaartsche beweging is „niet eenparig vertraagd," de benedenwaartsche „niet eenparig versneld."

****283.** Is V de potentiaal in een punt B van het zwaarte-veld en V_1 die in een verticaal boven B gelegen punt B_1; is verder de afstand d der beide punten zoo klein, dat men de *verandering* van potentiaal over de lijn d als gelijkmatig kan beschouwen, dan is op die lijn *het potentiaalverschil per centimeter* $\frac{V - V_1}{d}$. Deze waarde noemt men het *potentiaalverval* (de *potentiaalvalling*) tusschen B en B_1.

Het potentiaalverval stelt den arbeid voor, die verricht moet worden, om de massa van 1 gram over den weg van 1 cM in de richting van B naar B_1 te bewegen. Daar de weg (1 cM) klein is, mag men het gewicht P der massa als standvastig beschouwen (§ 276); uit de betrekking „arbeid = kracht $\times$ weg" volgt dan $\frac{V - V_1}{d} = P \times 1$ of $\frac{V - V_1}{d} = P$.

Daar verder in elk punt van het zwaarte-veld het gewicht (in dynes) der massa van 1 gram door hetzelfde getal wordt uitgedrukt als de versnelling der zwaartekracht (§ 273), zoo is ook $\frac{V - V_1}{d} = G$.

Het potentiaalverval in de richting der krachtlijn nabij een punt van het zwaarte-veld, de intensiteit van het veld, het gewicht in

dynes van eene massa van 1 gram en de versnelling der zwaartekracht in dit punt worden dus door hetzelfde getal uitgedrukt [1]).

---

[1]) Bij de behandeling van den zwaarte-potentiaal der aarde is buiten beschouwing gebleven de verandering, die de aantrekkende werkingen van maan en zon in het verloop der krachtlijnen, der aequipotentiaal-vlakken enz. teweeg brengen.

Dat maan en zon eveneens een zwaarte-veld bezitten, waarvoor geheel overeenkomstige beschouwingen gelden als voor dat der aarde, is duidelijk.

HOOFDSTUK II.

Werking der moleculaire krachten bij vaste lichamen.

284. Waar in de beschouwingen over de werking der krachten gesproken is van lichamen, hadden wij in de eerste plaats het oog op *vaste* lichamen, omdat wij ons bij deze het gemakkelijkst kunnen voorstellen, dat er gedurende de werkingen der uitwendige krachten geene vormverandering of *inwendige* veranderingen plaats hebben.

In enkele gevallen, b.v. bij de samenstelling van evenwijdige krachten, *moesten* wij noodzakelijk aannemen, dat wij met een vast lichaam te doen hadden, omdat de daarop betrekking hebbende beschouwingen uitgingen van de onderstelling, dat geene verandering in de ligging der moleculen van het lichaam plaats had.

In alle gevallen echter, waar de werking eener kracht op een lichaam geene wijziging ondergaat door mogelijke inwendige veranderingen van het lichaam, kunnen de gevonden betrekkingen en wetten ook op *vloeibare* en *gasvormige* lichamen toegepast worden.

De werking der zwaartekracht doet een regendruppel juist vallen als een steen. — Een in schuine richting gespoten waterstraal beschrijft eene parabool. — In de leer der trillingen zal blijken, dat de bewegingen van vloeistof- en gasmoleculen aan dezelfde wetten gebonden zijn als die der moleculen van vaste lichamen.

285. De verschijnselen, die door de werking der *inwendige* krachten voortgebracht worden, zijn echter in elken der drie aggregaatstoestanden verschillend en moeten dus voor elken toestand afzonderlijk behandeld worden. Wij bespreken thans alleen de werking der moleculaire krachten bij *vaste* lichamen.

286. Zoolang de omstandigheden, waaronder een vast lichaam verkeert, niet veranderen, maken de moleculaire krachten (§ 11) onderling en met andere krachten, die misschien nog op het lichaam werken (b.v. eene drukking) evenwicht. Het lichaam blijft zijnen vorm

en zijn volumen behouden. Eene storing van het evenwicht, waarbij moleculen in andere standen gebracht worden, kan slechts door vrij groote krachten bewerkt worden.

De moleculaire krachten werken slechts op uiterst geringe afstanden.

Het meest in het oog vallende verschijnsel, waardoor vaste lichamen zich van vloeistoffen en gassen onderscheiden, is de weerstand, waarmede zij zich tegen scheiding hunner moleculen verzetten; men schrijft hun eene aanzienlijke *kracht van samenhang* of *cohaesie* toe.

De cohaesie is niet bij alle vaste lichamen even groot. Men noemt een vast lichaam *hard* of *week*, naarmate door eene grootere of kleinere cohaesie het indringen van een ander lichaam tusschen zijne moleculen bemoeilijkt wordt.

287. Eene merkwaardige werking der moleculaire krachten vindt men in de *kristallisatie*. De regelmatige vormen, die vele stoffen bij den overgang uit den vloeibaren in den vasten toestand aannemen, noemt men *kristallen*, de stoffen *kristallijne stoffen*.

Hierbij merkt men in vele gevallen op, dat de moleculen zich niet in alle richtingen op dezelfde wijze aan elkaar sluiten, maar dat de moleculaire krachten in bepaalde richtingen anders schijnen te werken, dan in andere. Inderdaad vindt men, dat in zulke kristallen de van de moleculaire krachten afhankelijke eigenschappen, zooals veerkracht, hardheid, cohaesie, niet in alle richtingen even groot zijn. Ook ten opzichte van den doorgang van warmte, licht en electriciteit gedragen zich deze kristallen in verschillende richtingen verschillend.

Lichamen, die bij het vastworden geen regelmatigen vorm aannemen, noemt men amorph (zonder vorm).

Zout, suiker, zwavel zijn kristallijne, glas en krijt amorphe stoffen.

288. Over de *veerkracht*, die optreedt, als uitwendige krachten de moleculen uit den evenwichtsstand brengen, zie § 16 en 17. Zij wordt opgewekt door uitrekking, samendrukking, buiging en wringing en is afhankelijk van de soort der stof. — De veerkracht is te beschouwen als de moleculaire reactie der uitwendige kracht, die den vorm van een lichaam verandert. Een lichaam is *volkomen veerkrachtig*, als het na het ophouden van de werking der uitwendige kracht, zijn vorigen stand weer volkomen inneemt.

289. Om de *uitrekking* eener staaf *binnen de grenzen der veerkracht te meten*, bevestigt men aan het ondereinde der verticaal opgehangen staaf eene schaal, en plaatst daarin zware lichamen, waarvan het gewicht de uitrekkende kracht voorstelt.

Tusschen het ophangpunt en het aangrijpingspunt van het uitrekkende gewicht zijn op de staaf twee merken aangebracht, wier afstand vóór en na de uitrekking met den kathetometer gemeten wordt.

290. Uit de proeven blijkt, dat de *verlenging* l

a) evenredig is met het uitrekkende gewicht P;

b) evenredig is met de aanvankelijke lengte L der staaf;

Door de uitrekkende kracht wordt de afstand der onderste horizontale laag van moleculen tot de daarboven gelegen laag een klein bedrag grooter; deze werking plant zich over de op elkaar volgende lagen onverzwakt voort.

c) omgekeerd evenredig is met de doorsnede d der staaf;

Bij tweemaal zoo groote doorsnede moeten tweemaal zoo veel moleculen in elke laag van die der bovengelegen laag verwijderd worden. Voor eene even groote uitrekking is bij eene tweemaal zoo groote doorsnede een tweemaal zoo groote kracht noodig; hetzelfde gewicht bewerkt dus eene tweemaal zoo kleine uitrekking.

d) evenredig is met een constanten factor e, die afhankelijk is van de stof, waaruit de staaf bestaat.

Door gelijke gewichten worden ongelijksoortige staven van gelijke lengte en gelijke doorsnede niet even sterk uitgerekt.

Voor de uitrekking eener staaf vindt men dus

$$l = e \frac{LP}{d}. \qquad 77$$

291. De factor e heet *elasticiteits-coëfficient*. Zijne beteekenis blijkt, indien men L, P en d gelijk 1 stelt; dan wordt $l = e$. De elasticiteits-coëfficient eener stof is dus de lengtevermeerdering, die eene uit die stof bestaande staaf van de eenheid van lengte en de eenheid van doorsnede ondergaat, als zij uitgerekt wordt door de eenheid van kracht. De waarde van e wordt proefondervindelijk uit l, L, P en d bepaald.

Bij het gebruik der eenheden van het C-G-S-stelsel wordt wegens het geringe bedrag der eenheid van kracht (dyne) de waarde van e zeer klein. Zoo is b.v. uit de proeven van Wertheim af te leiden, dat in C-G-S-eenheden voor staaldraad $e = 0{,}000\,000\,000\,000\,5916 = 5916 \times 10^{-16}$ is; zooveel centimeter zou dus een staaldraad van 1 cM lengte en 1 cM^2 doorsnede door eene kracht van 1 dyne uitgerekt worden. In de Technologie neemt men daarom als eenheid van lengte den meter, als eenheid van kracht het kilogram en als eenheid van doorsnede den vierkanten millimeter. Daardoor wordt de genoemde waarde $981\,000 \times 100$ maal zoo groot, dus $= 0{,}000\,058$. Een staaldraad van 1 M lengte en 1 mM^2 doorsnede wordt door eene uitrekkende kracht van 1 KG dus 0,000 058 M (of 0,058 mM) langer.

292. Eene voor de natuurkunde belangrijke grootheid is nog de grootte der kracht, die eene staaf van de eenheid van doorsnede tot de dubbele lengte zou uitrekken, indien dit mogelijk ware zonder de grens van veerkracht te overschrijden. Men vindt de grootte dezer kracht, door (formule 77) $l = L$ en $d = 1$ te stellen. Duidt men in dit geval de waarde van P aan door E, dan is $E = \frac{1}{e}$. Men noemt E den *elasticiteitsmodulus* (modulus = maat).

De elasticiteitsmodulus van staaldraad zou in C-G-S-eenheden
$$1 : (5916 \times 10^{-16}) = 169 \times 10^{-10}$$
dynes zijn; voor de in de Technologie gebruikelijke eenheden wordt hij 1 : 0,000 058 = 17 241 KG.

293. Met de uitrekking gaat eene *vermindering van doorsnede* gepaard, toch niet zoo, dat het volumen der staaf vóór en na de uitrekking hetzelfde is. Het volumen wordt door uitrekking grooter.

Als de staaf, die uitgerekt wordt, waterdicht door den bodem van eene nauwe glazen buis gaat, dan ziet men gedurende de uitrekking de vloeistof, waarmede men de overblijvende ruimte in de buis gevuld heeft, ten opzichte van de buis dalen.

294. De evenredigheid der verlenging met de uitrekkende krachten heeft ook plaats bij spiraalvormig gewonden draden; dit vindt toepassing in dynamometers en veerbalansen (§ 198).

Binnen de grenzen der veerkracht kan men gewichten vergelijken door de uitrekkingen, die zij eene spiraalveer doen ondergaan.

295. Bij de *samendrukking* van een vast lichaam *in ééne richting* heeft men gevonden, dat de vermindering in lengte door eene samendrukkende kracht gelijk mag gesteld worden aan de vermeerdering van lengte door eene even groote uitrekkende kracht. Met de samendrukking gaat eene vermeerdering der doorsnede gepaard.

De *vermindering* van volumen v van een lichaam, dat *van alle zijden* even sterk gedrukt wordt, blijkt evenredig te zijn met den druk P per eenheid van oppervlak, met het aanvankelijk volumen V, en met eenen factor f, die afhankelijk is van de stof, waaruit het lichaam bestaat. Men heeft dus:

$$v = fVP. \qquad 78$$

De factor f, de *coëfficient van samendrukking*, is gebleken zoo klein te zijn, dat men slechts als de uiterste nauwkeurigheid vereischt wordt, met de vermindering van het volumen door drukking rekening behoeft te houden. Zoo is voor glas bij eene drukking van 1 KG per cM² $f = 0{,}000\,001\,8$; de inhoud eener glasmassa is dus 0,000 001 8 kleiner dan zonder dien druk.

Streng genomen zou de dikte van den wand van een open glazen vat

door den druk der lucht (zie later § 347) iets minder (en daardoor de inhoud van het vat iets grooter) zijn dan in het luchtledige.

296. Ook de *buiging* eener staaf wordt met den kathetometer gemeten. Men ondersteunt de horizontaal geplaatste staaf in beide uiteinden en laat in haar midden een gewicht werken, of men klemt het ééne uiteinde der staaf vast en bezwaart het andere uiteinde. In het eerste geval komen in de bovenste laag der staaf de moleculen dichter bij elkaar, in de onderste laag verwijderen zij zich van elkaar; in het tweede geval heeft het omgekeerde plaats. In beide gevallen zal er in de staaf eene laag zijn, waarin de afstand der moleculen door de buiging niet veranderd is. De staaf zal zoolang doorbuigen, totdat de daardoor opgewekte veerkracht evenwicht maakt met het gewicht, dat de buiging veroorzaakt.

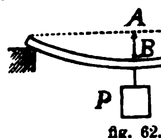


fig. 62.

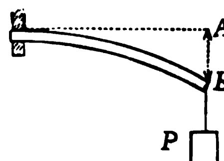
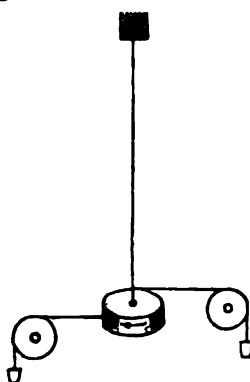


fig. 63.

Proeven hebben aangetoond, dat de grootte der buiging AB binnen de grenzen der veerkracht evenredig is met het buigende gewicht P.

297. *Wringing* (*torsie*) ontstaat, als men eene cilindervormige staaf of een draad met één uiteinde vastklemt en daarna het andere eindvlak, om de cilinderas als draaiingsas, tracht te draaien. De beschrijvende lijn van den cilinder wordt daardoor eene schroeflijn. De hoek, dien een straal van het cirkelvormige grondvlak der staaf gedraaid heeft, heet *wringingshoek;* de door de draaiing opgewekte veerkracht, die den vroegeren stand weer tracht te herstellen, heet *wringkracht.* De wringingshoek neemt toe, totdat de opgewekte wringkracht evenwicht maakt met de draaiende kracht.


fig. 64.

Proef: Schuift men over het ondereinde van de staaf of den draad een klosje (fig. 64), dan kan men dit om zijne as draaien, door in twee tegenover elkaar gelegen punten van den omtrek koorden te bevestigen, die in de richting van raaklijnen aan het klosje over twee katrollen loopen en aan de uiteinden twee massa's van gelijke gewichten dragen. Men herhaalt deze proef met verschillende gewichten en bij verschillende lengten van de staaf of den draad en bepaalt telkens de wringingshoeken.

Men heeft op die wijze gevonden:

a) de wringkrachten zijn evenredig met de wringingshoeken;

b) de wringkrachten zijn omgekeerd evenredig met de lengten der draden;

c) bij gelijke wringingshoeken zijn de wringkrachten evenredig met de vierde macht van de dikten van verschillende draden.

Als men gedurende de wringing den draad door de gewichten van aangehangen massa's uitrekt, dan blijkt:

d) de wringkrachten zijn onafhankelijk van de spanningen in den draad.

Men kan zeer kleine krachten met elkaar vergelijken door de torsies, die zij aan eenen zeer dunnen draad geven. Wring- of torsiebalans van Coulomb.

298. Bij al de genoemde veranderingen, uitrekking (samendrukking, buiging, wringing) zijn volgens het voorgaande de krachten, die op de lichamen moeten werken, om deze in een bepaalden, van den evenwichtsstand afwijkenden stand te *houden*, evenredig met die afwijking. Dus zullen ook de daardoor opgewekte veerkrachten, die de lichamen weer in den evenwichtsstand trachten terug te brengen, evenredig zijn met de afstanden tot den evenwichtsstand. Daaruit volgt, dat de beweging, die een lichaam verkrijgen zal, als men het uitgerekt, samengedrukt, gebogen of gewrongen heeft, en daarna aan zich zelve overlaat, eene *slingerbeweging* (§ 218) moet zijn.

In zakuurwerken wordt de rol van den slinger vervuld door het heen en weerdraaien van een klein vliegwieltje, welks as verbonden is met een uiteinde eener dunne spiraalveer, die zich beurtelings opwindt en weer ontspant.

299. Tusschen twee vaste lichamen heeft *adhaesie* (§ 19) plaats, indien de moleculen aan de oppervlakken der beide lichamen zoo dicht bij elkaar gebracht worden, als voor het optreden der moleculaire werkingen vereischt wordt.

Twee op elkaar liggende plaatjes van goud en zilver kunnen zoo vast tegen elkaar geplet worden, dat zij één lichaam vormen. — Schrijven met potlood.

De adhaesie werkt evenals de cohaesie slechts op uiterst kleine afstanden. Door druk kan men de stukken van een gebroken lichaam niet weer aan elkaar hechten; de afstand blijft te groot, om adhaesie te doen ontstaan.

Drukt men twee goed afgeslepen platen tegen elkaar, dan is eene meer of minder groote kracht noodig, om ze weer van elkaar te trekken. Dit is, als de proef in de lucht geschiedt, niet uitsluitend een verschijnsel van adhaesie, maar berust voor een gedeelte op den druk der lucht tegen de buitenvlakken der platen (§ 348).

De adhaesie van lijm aan hout of glas berust daarop, dat in den vloeibaren toestand, waarin de lijm gebruikt wordt, hare moleculen dicht genoeg tot die van het andere lichaam kunnen naderen.

HOOFDSTUK III.

Evenwichtsverschijnselen bij vloeistoffen.

300. Voor zooverre men eene begrensde hoeveelheid vloeistof kan beschouwen als een lichaam, waarbij men geen acht behoeft te slaan op de bijzondere werkingen der moleculaire krachten bij vloeistoffen, zullen de, voor lichamen in 't algemeen afgeleide, wetten over de werking van krachten ook voor vloeistoffen gelden (verg. § 284).

301. Terwijl de vloeistoffen met de vaste lichamen den *grooten weerstand tegen verandering van volumen* gemeen hebben, dus weinig samendrukbaar zijn, onderscheiden zij zich daarvan door den *geringen weerstand tegen verandering van vorm.* Eene vloeistof neemt den vorm van het vat aan, waarin zij gegoten wordt. De cohaesie is aanzienlijk geringer dan bij vaste lichamen; eene vloeistofmolecule kan zich tengevolge van de snelheid, welke zij bezit (§ 11), gemakkelijk verplaatsen.

De vloeistofmoleculen zijn beweeglijk.

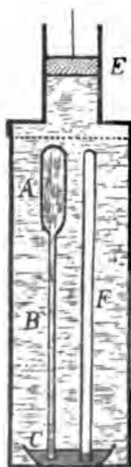


fig. 65.

302. De samendrukbaarheid der vloeistoffen wordt aangetoond met behulp van den *piëzometer* (piezo = ik druk) van Oersted. Een glazen vat A met eene verdeelde nauwe buis B, waarvan het volumen bekend is, wordt met de te onderzoeken vloeistof gevuld en met de opening der buis naar beneden in een bakje met kwik C geplaatst. Het geheel wordt nu in een met water gevuld, stevig cilinderglas D gebracht, dat gesloten wordt door een koperen deksel, waarin zich eene buis E met een zuiger bevindt. Oefent men door middel van den zuiger eene drukking uit op het water in den cilinder, dan plant deze druk zich door het water en het kwik op de vloeistof in B en A voort (§ 304); de samendrukking der vloeistof of de vermindering van haar volumen

is gelijk aan het volumen kwik, dat in de buis B opgestegen is. De grootte van den druk meet men op eene later te bespreken wijze door eene van boven gesloten en met lucht gevulde buis F (manometer), wier opening zich eveneens onder het kwikoppervlak bevindt.

De volumina van het vat A en van de buis B heeft men vooraf afzonderlijk gemeten door het gewicht van het kwik te bepalen, dat A en B vult (verg. § 109, slot).

Daar de wand (van A en B) van buiten en van binnen eveneens gedrukt wordt, is de inhoud van A en B iets grooter geworden; wij zullen hier niet nagaan, hoe men deze omstandigheid in rekening brengt bij de bepaling van het volumen der samengeperste vloeistof.

303. Met den piëzometer heeft men gevonden, dat de vermindering van volumen v eener vloeistof evenredig kan gesteld worden met het aanvankelijk volumen V, met den druk P (op de eenheid van oppervlak der vloeistof) en met een factor f, den *coëfficient van samendrukking*, die afhankelijk is van de soort der vloeistof. Men heeft dus

$$v = fPV. \tag{79}$$

Voor $P = 1$ en $V = 1$ wordt $f = v$. De coëfficient van samendrukking stelt dus voor de vermindering van volumen, die de eenheid van volumen ondergaat, als de vloeistof per cM^2 van het oppervlak eene drukking ondervindt gelijk aan de eenheid van kracht (verg. § 295).

De coëfficient van samendrukking is voor C-G-S-eenheden zeer klein; voor water (van 0° C) 50×10^{-12}, voor kwik (van 0° C) 3×10^{-12}. Water, dat eene drukking van 1 000 000 dynes per cM^2 van zijn oppervlak ondervindt, wordt dus 0,00005 van zijn eigenlijk volumen samengedrukt. — Toeneming der dichtheid van het water met de diepte onder den waterspiegel.

De coëfficient van samendrukking verandert met de temperatuur; ook wordt hij bij toenemenden druk kleiner.

Zoodra de op eene vloeistof uitgeoefende druk ophoudt te werken herneemt de vloeistof weer haar vorig volumen, onverschillig hoe groot de druk was. Vloeistoffen zijn volkomen veerkrachtig (§ 18).

I. Voortplanting van eenen druk door vloeistoffen. Wet van Pascal.

304. Als op de oppervlakte eener vloeistof, die zich in een vat bevindt, eene drukking (b.v. door een zuiger) uitgeoefend wordt, dan zullen de moleculen, die wegens hare beweeglijkheid in alle richtingen kunnen uitwijken, alleen dan in evenwicht verkeeren, als de

moleculaire tusschenruimten overal even veel verminderd en ten gevolge daarvan de spanningen in alle richtingen gelijk zijn.

Hierbij laten wij buiten beschouwing andere krachten, welke nog op de moleculen kunnen werken, b. v. de zwaartekracht.

De druk, dien een vloeistofdeeltje *in den toestand van rust* ondergaat, onverschillig of hij door eene mechanische werking of door het gewicht der hoogere vloeistofdeeltjes veroorzaakt wordt, heet *hydrostatische druk* (hydor = water, statikos = in evenwicht verkeerend).

Een druk, die op eene vloeistof uitgeoefend wordt, moet dus (Pascal, 1623—1662):

a) zich naar alle richtingen voortplanten;

Bij een vast lichaam kan een zekere druk in eene bepaalde richting aanwezig zijn, terwijl het lichaam in andere richtingen aan andere drukkingen blootstaat; bij eene vloeistof in den toestand van evenwicht moet de druk in alle richtingen even groot zijn.

b) overal loodrecht werken op elken wand, die de vloeistof begrenst;

Werkte ergens een druk in schuine richting op eenen wand, dan kon men dien ontbinden in ééne componente loodrecht op den wand, die door de veerkracht van den wand opgeheven wordt, en eene tweede componente evenwijdig met den wand, die de beweeglijke vloeistofmoleculen onmiddellijk in beweging zou brengen.

c) evenredig zijn met de grootte van den gedrukten wand.

Proef: Als een geheel met vloeistof gevuld vat verschillende zuigers heeft, dan is er alleen evenwicht, als die zuigers van buiten naar binnen gedrukt worden door krachten, die evenredig zijn met de doorsneden der zuigers. — Als op de opening eener waterspuit een hol bolletje geschroefd wordt, waarvan de wand in verschillende richtingen doorboord is, dan kan men het water tegelijk naar al deze richtingen spuiten.

305. De *hydrostatische* of *hydraulische pers* (hydor = water, aulos = buis) berust op de wet van Pascal. Twee ongelijk wijde vaten met zuigers van de oppervlakten O en o (fig. 66) staan door eene buis in verbinding. De vaten zijn tot aan de zuigers met water gevuld. Wordt de kleine zuiger z met eene kracht van p KG (of dynes) gedrukt, dan zal het water met eene kracht van $P = \frac{O}{o} \times p$ KG (of dynes) tegen den grooten zuiger Z drukken. Het kleine vat is doorgaans als perspomp (§ 394) ingericht. Door de kracht niet direct op den zuiger, maar aan het uiteinde A van een hefboom AC te laten werken, kan men de verhouding van den druk, die tegen den grooten zuiger uitgeoefend wordt, tot de werkende kracht nog aanmerkelijk vergrooten (§ 131).

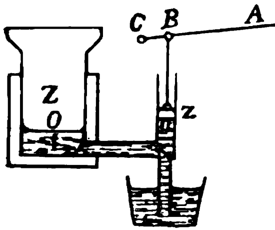


fig. 66.

Is $CA = 5 \times CB$ en $O = 100 \times o$, dan kan eene in A aangrijpende kracht van 1 KG den grooten zuiger omhoog drukken met eene kracht van 500 KG.

Het voordeel, dat deze pers tegenover andere (schroefpersen) heeft, ligt in de afwezigheid van wrijving. — Oplichten van zware lasten; samenpersen van hooi, turf, katoen enz.; uitpersen van sappen uit beetwortels; beproeving van stoomketels en leidingbuizen.
Dat met de hydrostatische pers evenmin arbeid kan gewonnen worden als met andere machines, blijkt daaruit, dat bij overbrenging van eene zekere hoeveelheid water uit het kleine naar het groote vat, de verplaatsingen der zuigers omgekeerd evenredig met hunne oppervlakten, dus met de daarop werkende krachten zijn.

306. De *resultante van alle drukkingen*, die eene samengeperste vloeistof tegen de wanden van een overal gesloten vat uitoefent, is nul.

Er heeft geene beweging van het vat plaats tengevolge van den druk der vloeistof.

Bij een vat, dat den vorm van een bolsegment heeft, blijkt, dat de resultante van alle (niet onderling evenwijdige) drukkingen tegen den gebogen wand gelijk is aan de resultante (som) der (evenwijdige) drukkingen tegen het platte wand-vlak.

Men kan wiskundig aantoonen: als men een stuk van den gebogen wand van een vat door een plat vlak denkt afgesneden, dan hebben de (niet evenwijdige) drukkingen tegen het gebogen deel van den wand componenten in de richting loodrecht op het platte vlak, waarvan de som gelijk is aan die der drukkingen op het platte vlak.

II. Druk door het gewicht eener vloeistof veroorzaakt.

307. De *vrije oppervlakte eener vloeistof* staat in den toestand van evenwicht overal *loodrecht* op de richtingen der op de moleculen van het oppervlak werkende krachten (of resultanten).

Eene kracht die niet loodrecht op de oppervlakte eener vloeistof gericht was, zou men kunnen ontbinden in ééne componente loodrecht op, en eene andere evenwijdig met de oppervlakte. De eerste zou door den weerstand der vloeistof opgeheven worden, de tweede zou beweging voortbrengen, zoodat er geen evenwicht kon zijn.

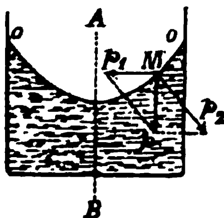


fig. 67.

Brengt men water in een glas door snel roeren met een staafje in draaiende beweging, dan vertoont de vloeistof eene eigenaardig gevormde oppervlakte *oo*. De op eene oppervlaksmolecule *M* werkende zwaartekracht *p* kan men ontbinden in eene hori-

zontale, naar de omwentelingsas AB gerichte componente p_1, voorstellende de centripetale kracht, vereischt om de molecule een cirkel te doen beschrijven, en eene schuin naar beneden en naar buiten gerichte componente p_2, die door de veerkracht der vloeistof in evenwicht gehouden wordt, en waarop de oppervlakte loodrecht staat.

De oppervlakte eener vloeistof, die alleen onder de werking der zwaartekracht staat, is *horizontaal.*

Proefondervindelijk kan dit aangetoond worden uit het verschijnsel, dat de spiegel eener stilstaande vloeistof van den draad van een vrij daarboven hangend schietlood een beeld vormt, dat in het verlengde van den draad ligt.

Het stroomen van water in rivieren is eene beweging langs een hellend vlak. — Dat in de nabijheid der wanden de oppervlakte eener vloeistof gebogen is, bewijst, dat daar krachten werkzaam zijn, wier resultante in elk punt van de gebogen oppervlakte niet verticaal gericht is (§ 499). — Zeer hooge en steile kusten hebben invloed op de richting der zwaartekracht en daarmede op den stand van den zeespiegel (§ 191). Men heeft gevonden, dat de zeespiegel door den invloed van steile kusten soms aanzienlijk hooger is, dan zijn stand bij eene vlakke kust zou zijn.

308. Daar elke vloeistofmolecule door haar gewicht eenen druk verticaal naar beneden uitoefent op de daaronder gelegen moleculen, zoo moet de druk, waaronder deze verkeeren, grooter worden, naarmate zij dieper onder den vloeistofspiegel gelegen zijn. Nu zijn de vloeistoffen eenigszins samendrukbaar; dus zal eene lager gelegen vloeistof-massa meer samengedrukt zijn dan de hoogere.

309. Daar de grootte van den druk, dien een vloeistofdeeltje door het gewicht der daarboven gelegen deeltjes ondergaat, alleen van de diepte onder den (horizontalen) vloeistofspiegel afhankelijk is, zal dus de druk in alle punten van een *horizontaal*, binnen de vloeistof gelegen vlak gelijk zijn.

310. Ook in *communiceerende vaten* (vaten die in of naast elkaar staan, en in het eerste geval door eene opening in den bodem van het binnenste vat, in het tweede geval door eene buis in de nabijheid der beide bodems met elkaar in verbinding staan) zullen

a) de spiegels eener vloeistof in hetzelfde horizontale vlak gelegen zijn;

b) vloeistofdeeltjes, die zich in beide vaten in hetzelfde horizontale vlak bevinden, denzelfden druk ondergaan. De beide vaten behoeven niet even wijd te zijn; ook is het niet noodig, dat de wanden der vaten verticaal zijn (§ 313).

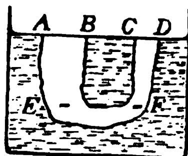


fig. 68.

Werd een gedeelte van eene vloeistof, die zich in een vat bevindt, plotseling vast, zoodat de overblijvende vloeistof kan beschouwd worden als zich te bevinden in twee communiceerende vaten, dan zou daardoor aan

den vroegen evenwichtstoestand der overgebleven vloeistof niets veranderen. De vloeistofdeeltjes zouden nu tegen de vast geworden deeltjes drukken zooals zij vroeger tegen de omgevende vloeistofdeeltjes gedrukt hebben. De vloeistofspiegels AB en CD blijven in hetzelfde horizontale vlak en de drukkingen, die de in een horizontaal vlak gelegen deeltjes E en F ondergaan, blijven gelijk.

Peilbuizen; fleschjes-waterpas.

311. Elk vloeistofdeeltje drukt door zijn eigen gewicht en dat der bovengelegen deeltjes op de daaronder gelegen vloeistofmassa en wekt daarin als *reactie* eene even groote veerkracht op, die verticaal naar boven op dit deeltje terugwerkt, en het zoodoende zijne plaats doet behouden.

Een vat heeft een lossen bodem, die door middel van een koord, dat door het vat heen gebracht is, op zijne plaats kan gehouden worden. Nadat men het vat tot zekere diepte in water gedompeld heeft, kan men het koord loslaten, zonder dat de bodem valt. Door den druk van het water, dat boven de horizontale laag van den bodem staat, wordt het lager gelegen water samengedrukt, ook het water, dat zich onder het ledige vat in aanraking met den bodem bevindt. Door de opgewekte veerkracht drukt het dus tegen den bodem even als het tegen een waterlaagje op die plaats terug zou drukken. Kan het gewicht van den bodem verwaarloosd worden, dan moet men het vat tot op de hoogte van het water buiten het vat met water vullen, eer de bodem naar beneden valt.

Het *gewicht* eener vloeistofkolom, die men zich van de omgevende vloeistof afgezonderd denkt, wordt dus door dezen naar boven werkenden druk (reactie der daaronder gelegen vloeistof) opgeheven, even als het gewicht van een vast lichaam, dat op een steunvlak rust.

---

312. In een vat met *horizontalen bodem* en *verticale wanden* wordt door de werking der zwaartekracht op eene vloeistof in dit vat, een *druk op den bodem* uitgeoefend, gelijk aan het gewicht der vloeistofkolom, die den bodem (O cM²) tot grondvlak en den afstand (h cM) van den bodem tot den vloeistofspiegel tot hoogte heeft. Is het soortelijk gewicht der vloeistof S, dan is de druk op den bodem

$$P = O \times h \times S \text{ gr.} = O \times h \times S \times g \text{ dynes.} \qquad 80$$

Hier zij er nogmaals op gewezen, dat de getalwaarde in *grammen* van den druk, dien eene vloeistof op den bodem van het vat uitoefent, overal op aarde gelijk, in dynes daarentegen niet gelijk is. [1])

313. Zijn de *wanden* van het vat *niet verticaal*, zoo denke men

---

[1]) Bij de bepaling der drukkingen van vloeistoffen (en gassen) zullen wij ons dikwijls bedienen van de in het dagelijksch leven gebruikelijke eenheden van gewicht (gram, kilogram) en van oppervlak (vierkante decimeter), omdat dit de voorstelling gemakkelijker maakt. De herleiding tot C-G-S-eenheden biedt geene moeilijkheden.

zich, om den druk op den bodem te vinden, de vloeistofmassa in oneindig vele en oneindig dunne horizontale laagjes verdeeld. Elk laagje kan men dan als cilindervormig of prismatisch (met verticale wanden) beschouwen met de doorsnede, die het vat daar ter plaatse heeft. Het gewicht van het laagje drukt op de daaronder gelegen vloeistof, en deze druk plant zich voort tot op den bodem. Is het oppervlak van den bodem nu n maal zoo groot of zoo klein als de doorsnede van het laagje, dan is de door dit laagje veroorzaakte druk op den bodem ook n maal zoo groot of zoo klein als het gewicht van het laagje (§ 304). Dat wil zeggen: elk laagje drukt den bodem, alsof het (in een vat met verticale wanden) eene doorsnede had gelijk aan het oppervlak van den bodem. De totale druk der vloeistof op den bodem is dus in een vat van willekeurigen vorm even groot, alsof het vat denzelfden bodem, maar verticale wanden had; dus is weer

$$P = O \times h \times S \text{ gr.} = O \times h \times S \times g \text{ dynes.} \qquad 81$$

De druk op den bodem is dus onafhankelijk van den vorm van het vat; hij wordt alleen bepaald door de grootte van den bodem en de hoogte van den vloeistofspiegel.

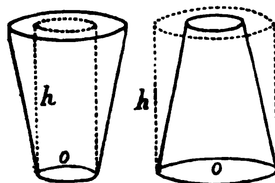


fig. 69.

Bij vaten, die naar boven wijder worden, is de druk op den bodem dus kleiner, bij vaten, die naar boven nauwer worden, grooter dan het gewicht der voorhanden vloeistof. *Hydrostatisch paradox* (paradoxos = tegen verwachting). Toch kan men (zie § 320) het *gewicht* eener vloeistof in een vat van willekeurigen vorm door de balans bepalen.

Proefondervindelijk bewijs door den toestel van Pascal: vaten van verschillenden vorm hebben losse bodems van gelijke oppervlakte, die door gelijke krachten (gewichten) tegen den onderkant der zijwanden aangedrukt worden. Bij ingieten van water in die vaten laten de bodems los, als het water in alle vaten eene bepaalde en wel gelijke hoogte bereikt heeft.

314. Giet men in een vat *twee* (of meer) *vloeistoffen*, die zich niet vermengen, van ongelijke soortelijke gewichten (kwik en water, water en olie), dan zal, nadat de evenwichtstoestand ingetreden is, het grensvlak CD, tusschen de zwaardere vloeistof V_1, die zich beneden, en de lichtere V_2, die zich boven in het vat bevindt, horizontaal zijn (fig. 70).

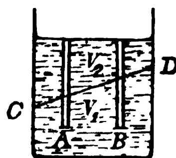


fig. 70.

Was dit niet het geval, dan zouden de drukkingen in verschillende punten A en B van een horizontaal, binnen de zwaardere vloeistof gelegen vlak ongelijk zijn.

315. Als men in één van twee *communiceerende vaten* op de zich daarin reeds bevindende vloeistof eene lichtere vloeistof giet, die zich met de eerste niet vermengt, dan moet, nadat evenwicht ingetreden is, in elke horizontale laag ter hoogte van of beneden het grensvlak der vloeistoffen, in beide vaten de druk gelijk zijn.

Voor de laag, die het *grensvlak* bevat, is dit het geval, als *de hoogten der beide vloeistofkolommen boven deze laag omgekeerd evenredig zijn met hare soortelijke gewichten.*

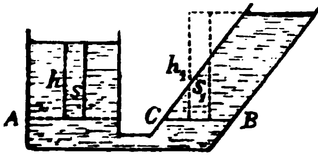


fig. 71.

Voor de eenheid van oppervlak in het met het grensvlak CB samenvallende horizontale vlak AB is de druk in grammen in het eene vat $h \times S$, in het andere $h_1 \times S_1$. Deze drukkingen zijn gelijk, indien

$hS = h_1 S_1$ of $h : h_1 = S_1 : S$. 82

Methode ter vergelijking der soortelijke gewichten van vloeistoffen, die zich niet vermengen.

---

316. Een *zeer klein deeltje van den zijwand* van een met vloeistof gevuld vat ondervindt door het gewicht der vloeistof eene *normale drukking*, gelijk aan die, welke een even groot deeltje van de horizontale vloeistoflaag ondergaat, die even diep beneden het oppervlak der vloeistof gelegen is, als het deeltje van den wand, dat men beschouwt.

De normale druk tegen een deeltje van eenen zijwand wordt dus bepaald door het oppervlak o van het deeltje en zijne diepte h onder den vloeistofspiegel; is het deeltje zoo klein, dat men de diepte van al zijne punten onder den vloeistofspiegel gelijk kan stellen, dan is de druk dus wederom $P = o \times h \times S$ gr. $= o \times h \times S \times g$ dynes.

De basis van eenen dijk wordt veel breeder genomen dan de kruin, om een grooteren druk te kunnen weerstaan.

317. Om den *druk* te vinden, dien de vloeistof door haar gewicht *tegen een grooter stuk van eenen zijwand* of *tegen den geheelen zijwand* (bij willekeurige helling) uitoefent, denke men zich in elk punt van het gedrukte vlak O (fig. 72) eene loodlijn opgericht, waarvan de lengte gelijk is aan den afstand van het punt tot den vloeistofspiegel ($CD = CE$; $FG = FH$ enz.). De uiteinden van al deze loodlijnen liggen in een vlak AB, dat het bovenvlak is van een recht, afgeknot vloeistofprisma met het grondvlak O. De som der drukkingen tegen het zeer groot aantal deeltjes o, waarin men O kan verdeelen, nadert tot den druk tegen het vlak O, die dus voorgesteld wordt door het

gewicht van het recht, afgeknot vloeistofprisma, waarvan het grondvlak O en het bovenvlak $AGBD$ is.

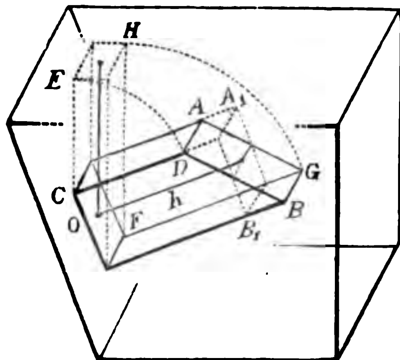


fig. 72.

Is het grondvlak O een driehoek, parallelogram, cirkel enz., dan wordt in de Stereometrie bewezen, dat de inhoud van het afgeknotte lichaam gelijk is aan den inhoud van een niet afgeknot lichaam, dat hetzelfde grondvlak O heeft en eene hoogte, gelijk aan de lengte der loodlijn, uit het zwaartepunt van O op O opgericht, gemeten tot het snijpunt met vlak AB (bovenvlak A_1B_1). Voor een willekeurigen vorm van het grondvlak wordt dezelfde stelling in de Werktuigkunde bewezen.

De druk tegen eenen zijwand is dus gelijk aan het gewicht van een vloeistofprisma, dat den gedrukten wand O tot grondvlak en den afstand h van zijn zwaartepunt tot den vloeistofspiegel tot hoogte heeft. De druk wordt dus ook hier voorgesteld door de formule $P = O \times h \times S$ gr. $= O \times h \times S \times g$ dynes. De wijdte van het vat heeft geen invloed op den druk tegen den zijwand.

Deze uitkomst geldt blijkbaar ook voor de oppervlakte van een in de vloeistof gedompeld lichaam, omdat men haar als bodem of zijwand der vloeistof kan beschouwen.

In verband met § 312 en 313, blijkt dus *algemeen:*

Elk vlak, dat met eene vloeistof in aanraking is, ondervindt door het gewicht der vloeistof eene drukking, die gelijk is aan het gewicht eener vloeistofkolom, die het gedrukte vlak O tot grondvlak en den afstand h van zijn zwaartepunt tot den vloeistofspiegel tot hoogte heeft:

$$P = O \times h \times S \text{ gr.} = O \times h \times S \times g \text{ dynes.}$$

Nog merke men op: als men het prisma met het grondvlak O en het bovenvlak A_1B_1 zoo om het zwaartepunt Z van het grondvlak gedraaid denkt, dat het grondvlak horizontaal wordt, dan komt het bovenvlak in den vloeistofspiegel te liggen. Een rechte of schuine zijwand ondervindt een even grooten druk als een even groot horizontaal vlak, welks afstand tot den vloeistofspiegel gelijk is aan dien van het zwaartepunt van den zijwand.

318. Het *aangrijpingspunt der resultante* van de drukkingen

tegen de deeltjes van eenen zijwand heet *perspunt*. Dit punt ligt lager dan het zwaartepunt van den zijwand, omdat de som der drukkingen tegen de lager dan het zwaartepunt gelegen deeltjes grooter is dan de som der drukkingen tegen de hooger gelegen deeltjes.

Denkt men zich den zijwand vrij, dan zou men den druk der vloeistof door eene in het perspunt aangrijpende kracht in evenwicht kunnen houden.

319. De in het perspunt van eenen schuinen wand aangrijpende *normale* druk P kan ontbonden worden in eene *verticale* componente P_1 en eene *horizontale* componente P_2. Deze worden voorgesteld door gewichten van vloeistofprisma's, waarvan de hoogte h dezelfde is als die van het prisma, welks gewicht den normalen druk voorstelt; terwijl het grondvlak bij de verticale componente de projectie O_1 is van den schuinen wand O op een horizontaal vlak, en bij de horizontale componente de projectie O_2 van den schuinen wand op een verticaal vlak, dat loodrecht staat op de richting der horizontale componente.

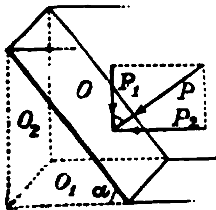


fig. 73.

$P_1 : P = O_1 : O$ en $P_2 : P = O_1 : O$. — Trigonometrisch: de normale druk is $P = O \times h \times S$. Is α de helling van het gedrukte vlak ten opzichte van een horizontaal vlak, dan is de verticale componente van den normalen druk $P_1 = P \cos\alpha = O \times h \times S \times \cos\alpha = (O \times \cos\alpha) \times h \times S$. Nu is echter $O \cos\alpha$ de horizontale projectie van O. — De horizontale componente is $P_2 = P \sin\alpha = O \times h \times S \times \sin\alpha = (O \times \sin\alpha) \times h \times S$ enz.

320. De *verticale componente* van den druk tegen eenen *zijwand* is bij vaten, die naar boven wijder worden, naar beneden gericht. Daar de zijwanden met den bodem vast verbonden zijn, wordt de eigenlijke druk op den bodem met deze componente vermeerderd. Haar bedrag is steeds gelijk aan het gewicht van de vloeistof, die verticaal boven den zijwand staat.

Op overeenkomstige wijze vindt men dat in vaten, die naar boven nauwer worden, de druk tegen den bodem verminderd wordt met het gewicht der vloeistof, die aan de vloeistofmassa (bodem $\times$ hoogte), wier gewicht den druk op den bodem voorstelt, ontbreekt.

Steeds is dus de druk, door een met vloeistof gevuld vat op een steunvlak uitgeoefend, gelijk aan het gewicht van het vat, *vermeerderd met het gewicht der vloeistof*. Daarmede is het hydrostatisch paradox verklaard.

Bij den toestel van Pascal zijn bodem en zijwanden niet vast verbonden; daarom wordt bij de proef van § 313, slot, alleen de druk tegen den bodem gemeten.

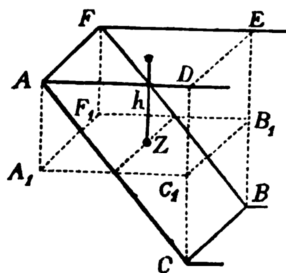


fig. 74.

Voor het geval, dat de schuine wand rechthoekig is, kan het bewijs, dat de verticale componente gelijk is aan het gewicht van de verticaal boven den wand AB staande vloeistof, gemakkelijk geleverd worden. De verticale componente is gelijk aan het gewicht van het vloeistofprisma $A_1C_1B_1F_1ADEF$ (opp. $A_1C_1B_1F_1 \times h$). De inhoud daarvan is weer gelijk aan opp. $A_1C_1D\,A \times C_1B_1$ = opp. $ACD \times CB$, d. i. aan den inhoud van het prisma $ACDFBE$.

321. De *resultante* van de *horizontale componenten* der drukkingen tegen *alle zijwanden* van een vat is steeds nul.

Voor elk deeltje van den wand kan men een ander vinden, waarvan de horizontale componente gelijk en tegengesteld gericht is met die van het eerste deeltje.

Beweging van het vat in horizontale richting tengevolge der drukkingen, die de vloeistof door haar gewicht uitoefent, kan dus niet plaats hebben.

Denkt men zich door een verticaal vlak den cilindervormigen wand van een vat in twee stukken van willekeurige grootte verdeeld, dan zijn de resultanten der hydrostatische drukkingen tegen elk der beide deelen gelijk aan de resultante der drukkingen tegen het platte vlak, dus ook onderling gelijk.

322. Maakt men in een verticalen zijwand van een vat eene *opening*, zoo zal de vloeistof in horizontale richting uitstroomen en de drukking tegen den wand verminderd worden. De horizontale druk of de horizontale componente van den druk op den tegenovergelegen wand zal dus niet meer in evenwicht gehouden worden. Is het vat in horizontale richting licht beweeglijk, zoo zal het zich in eene richting tegengesteld met die van den uitstroomenden vloeistofstraal bewegen.

Voortgaande beweging van een op water drijvend vat, waaruit vloeistof door eene zijdelingsche opening uitstroomt. — Draaiende beweging van het waterrad van Segner om eene verticale as in de richting, waarin zich de wijzers van een uurwerk bewegen, als water uit een of meer openingen in de zijwanden van het vat in tegenovergestelde richting uitstroomt. — Turbines.

323. Bij de toepassing der wet van Pascal dient men met den druk, die veroorzaakt wordt door het *gewicht* der vloeistof, rekening te houden. Zoo zal men licht vinden, dat bij de hydrostatische pers de druk, die volgens § 305 tegen den grooten zuiger uitgeoefend

wordt, nog vermeerderd moet worden met het gewicht eener waterkolom, die tot grondvlak heeft het oppervlak van den grooten zuiger en tot hoogte den verticalen afstand, dien het oppervlak des kleinen zuigers boven dat van den grooten zuiger heeft.

III. Wet van Archimedes.

324. *Een geheel of gedeeltelijk in eene vloeistof gedompeld lichaam ondervindt een opwaartschen druk gelijk aan het gewicht van de verplaatste vloeistof* (Archimedes, 287—212 v. Chr.).

a) Beschouwt men in eene in evenwicht zijnde vloeistofmassa een gedeelte afzonderlijk, zoo wordt het gewicht dezer hoeveelheid door de resultante van de drukkingen der daaronder en daarboven gelegen vloeistof (§ 311) opgeheven; m. a. w. op die hoeveelheid vloeistof werken krachten, waarvan de opwaarts gerichte resultante even groot is als haar gewicht, terwijl zij aangrijpt in haar zwaartepunt. Met dezelfde kracht zal de vloeistof een lichaam omhoog drukken, dat de beschouwde hoeveelheid vloeistof vervangt.

b) Van een recht prisma (fig. 75), dat zich rechtstandig in eene vloeistof bevindt, ondervinden de zijwanden drukkingen, waarvan de resultante nul is. Het ondervlak ondervindt een naar boven gerichten druk gelijk aan het gewicht eener vloeistofkolom, waarvan de doorsnede die van het prisma en de hoogte AC is; het bovenvlak ondervindt een naar beneden gerichten druk gelijk aan het gewicht eener vloeistofkolom met dezelfde doorsnede en de hoogte BC. De resultante van beide, de opwaartsche druk, is dus gelijk aan het gewicht eener vloeistofkolom, waarvan de inhoud die van het lichaam is.

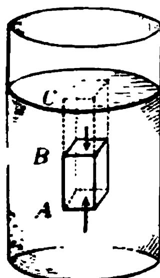


fig. 75.

Voor een onregelmatig gevormd lichaam geldt hetzelfde; men kan zich voorstellen, dat het lichaam in een zeer groot aantal verticale prisma's verdeeld is, waarvan men de eindvlakken als horizontaal kan beschouwen, mits men het aantal prisma's maar onbepaald laat toenemen.

Is het lichaam niet geheel ondergedompeld, dan is de opwaartsche druk gelijk aan den druk tegen het ondervlak, dus weer gelijk aan het gewicht der verplaatste vloeistof (verg. § 311).

c) Men denke zich een lichaam (gewicht p KG) in eene vloeistof, waarvan het een even groot volumen (gewicht p_1 KG) verplaatst. Zinkt het lichaam in de vloeistof h M, dan heeft het ten opzichte

van den bodem van het vat een arbeidsvermogen $A_1 = p \times h$ KGM verloren. Door het zinken wordt beneden in het vat (p_1 KG) vloeistof verdrongen en boven vloeistof gebracht (op de plaats, die het lichaam aanvankelijk innam). Door het opheffen der vloeistof is arbeid verricht of de vloeistof heeft ten opzichte van den bodem meer arbeidsvermogen van plaats verkregen, en wel $A_2 = p_1 \times h$ KGM. In 't geheel bedraagt dus het door het zinken van het lichaam verloren arbeidsvermogen van plaats $A = ph - p_1h = (p - p_1)\,h$ KGM. Evenveel zou het ook bedragen, als het *gewicht van het lichaam in de vloeistof* $(p - p_1)$ KG gesteld wordt.

Daar de opwaartsche druk, dien een lichaam door eene vloeistof ondervindt, het eenvoudigst bepaald kan worden, door het lichaan te wegen, terwijl het zich buiten en terwijl het zich binnen de vloeistof bevindt, spreekt men wel van eene gewichtsvermindering, die het lichaam in de vloeistof ondergaat. Dat zulke vermindering van gewicht slechts schijnbaar is, behoeft wel geen betoog.

325. *Proeven: a*) Een lichaam van een bekend volumen (v cM³) wordt aan eene hydrostatische balans [1]) gewogen. Is zijn gewicht in de lucht p G, dan is het in water $(p - v)$ G, en in eene vloeistof, wier soortelijk gewicht S is, $(p - v \times S)$ G.

b) Aan den éénen arm eener hydrostatische balans hangt men een emmertje en daaronder een zwaar lichaam, welks vorm en volumen overeenkomen met den vorm en het volumen van het emmertje. Men maakt evenwicht en dompelt dan het lichaam geheel onder eene vloeistof. Het daardoor verbroken evenwicht kan men herstellen, door het emmertje geheel met die vloeistof te vullen.

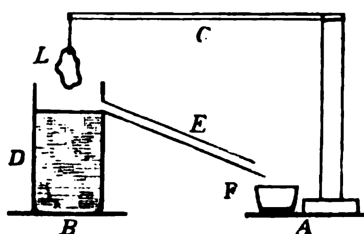


fig. 76.

c) Op de ééne schaal A eener balans (fig. 76) heeft men een standaard geplaatst met een horizontalen arm C, die zoo lang is, dat hij tot boven de andere schaal B reikt. Aan het uiteinde van dezen arm is een lichaam L opgehangen boven een vat D, dat zich op de schaal B bevindt. Dit vat heeft in de nabijheid van den rand eene hellende uitstroomingsbuis E, die eindigt boven een op de eerste schaal A geplaatst bakje

[1]) Eene *hydrostatische balans* is eene tweearmige balans, waarvan de eene schaal aan den onderkant een haakje heeft, om daaraan het lichaam te hangen, dat men wegen wil, terwijl het vrij in eene daaronder geplaatste vloeistof gedompeld is.

F. Men vult het vat met vloeistof tot juist aan de uitstroomingsbuis en maakt evenwicht. Laat men nu het lichaam gedeeltelijk of geheel in de vloeistof hangen, dan zal de verplaatste vloeistof in het bakje *F* op schaal *A* stroomen. Het evenwicht blijft behouden; de schijnbare gewichtsvermindering van het lichaam, die de schaal *A* zou doen rijzen, wordt vergoed door het gewicht der verplaatste vloeistof.

d) Een lichaam, waarvan het volumen v cM^3 is, verliest, in water gewogen, v G aan gewicht. Heeft men een glas met water op een der schalen eener balans in evenwicht gebracht, en laat men het lichaam, dat door een draad aan een op tafel staanden standaard bevestigd is, vrij in het water hangen, dan blijkt het gewicht van het water (schijnbaar) met v G vermeerderd te zijn. Door den hoogeren stand van het water zijn namelijk de drukkingen op bodem en zijwanden juist zoo toegenomen, alsof er v cM^3 water bijgevoegd was; nu stelt echter volgens § 320 de algebraïsche som van den druk tegen den bodem en van de benedenwaarts gerichte verticale componenten der drukkingen tegen de zijwanden het gewicht van het water voor; zoodat daardoor de schijnbare gewichts-vermeerdering van het water verklaard wordt.

Oplichten van zware lichamen onder water. — Verschijnselen bij het zwemmen. — Geringe stabiliteit van lichamen onder water (§ 176).

IV. Evenwicht van ondergedompelde lichamen.

326. Op een lichaam (gewicht $= p$ G, volumen $= v$ cM^3, soortelijk gewicht $= S$), dat zich in eene vloeistof (soortelijk gewicht $= S_1$) bevindt, werken twee krachten, nl. zijn gewicht $p = v \times S$, dat in zijn zwaartepunt aangrijpt, en de opwaartsche druk $p_1 = v \times S_1$, die in het zwaartepunt der verplaatste vloeistof aangrijpt.

Hierbij kunnen zich drie gevallen voordoen:

a) $S = S_1$; dus $p = p_1$; het lichaam *zweeft* in de vloeistof;

b) $S > S_1$; dus $p > p_1$; het lichaam *zinkt* in de vloeistof;

c) $S < S_1$; dus $p < p_1$; het lichaam *stijgt* in de vloeistof.

In het eerste geval is de *bewegende kracht* $= 0$; in het tweede geval $= p - p_1 = v\,(S - S_1)$ G; in het derde geval $= p_1 - p = v\,(S_1 - S)$ G.

De stijgende en de dalende beweging zouden eenparig versneld zijn, indien de vloeistof geen weerstand bood (zie § 94).

Het Cartesiaansche duikertje — Kurk stijgt in water omhoog; ijzer zinkt

in water, doch stijgt in kwik. — Zwemblaas der visschen. — Gasbellen stijgen in water omhoog (spuitwater).

Indien een gesloten vat vloeistof en eene enkele luchtbel bevat, kan er alleen evenwicht zijn, als de luchtbel den hoogsten stand in het vat inneemt. Hierop berust het *luchtbelwaterpas*. Eene glazen buis B (fig. 76a) die flauw cirkelvormig gekromd is, wordt zoover met alcohol of aether gevuld, dat er slechts eene enkele luchtbel in overblijft, als men de buis sluit. Zij wordt nu met den bollen kant naar boven op een langwerpig koperen plaatje P bevestigd zóó, dat het raakpunt van de buis met een vlak, evenwijdig met het grondvlak van het plaatje P, even ver van de beide uiteinden der buis verwijderd ligt. Om dit te bereiken, plaatst men den toestel op een plat (horizontaal of hellend) vlak en teekent den stand der luchtbel in de buis aan. Keert men nu de buis om, zóó dat de beide uiteinden van plaats verwisselen, dan is de stand der buis ten opzichte van het plaatje P juist, indien de luchtbel wederom dezelfde plaats inneemt ten opzichte van den waarnemer (niet ten opzichte van de buis!) Is dit aanvankelijk niet het geval, dan moet men een van de uiteinden der buis door middel eener schroef K met losse moer M zoo lang hooger of lager plaatsen (S is een scharnier!), tot aan de genoemde voorwaarde voldaan is. — Wordt nu de toestel op een horizontaal vlak geplaatst, dan begeeft zich de luchtbel naar het midden der buis; zij „speelt in." — Om met behulp van het waterpas een vlak met drie stelschroeven horizontaal te stellen, plaatst men den toestel op het vlak zóó, dat de lijn SM evenwijdig is met de verbindingslijn van twee der stelschroeven. Door een dezer in- of uit te draaien, brengt men de luchtbel tot inspelen. Daarna plaatst men den toestel in eene richting, die met de vorige een hoek (liefst van 90°) maakt, en brengt door draaiing der derde stelschroef de luchtbel wederom tot inspelen. Het vlak is dan horizontaal, omdat twee niet evenwijdige lijnen van het vlak horizontaal zijn. — Luchtbelwaterpas op kijkers van nivelleerwerktuigen. — Dooswaterpas.

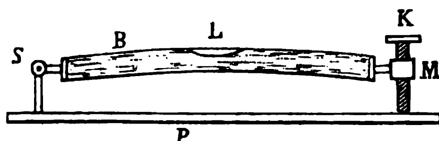


fig. 76a.

327. Zoodra in het *derde* geval het stijgende lichaam den vloeistofspiegel bereikt, zal het boven de vloeistof gaan *uitsteken*. De opwaartsche druk wordt daarbij zoo lang kleiner, tot hij gelijk geworden is aan het gewicht van het lichaam. Blijft dan een volumen v_1 van het lichaam ondergedompeld, dan is blijkbaar $vS = v_1 S_1$. Men zegt dan, dat het lichaam *drijft*.

Als een lichaam in eene vloeistof drijft, is het gewicht van het geheele lichaam gelijk aan dat van de vloeistof, die door het ondergedompelde deel van het lichaam verplaatst wordt.

Methode ter vergelijking van S en S_1, als v en v_1 bekend zijn.

Kurk drijft op water; ijzer op kwik. — Schepen zinken in rivierwater dieper, dan in het zwaardere zeewater. — Zwemmen is mogelijk, omdat het soortelijk gewicht van het menschelijk lichaam slechts weinig meer bedraagt dan dat van water. — Zwemgordels.

328. Is een *geheel ondergedompeld* lichaam *homogeen*, dan vallen de aangrijpingspunten van het gewicht des lichaams en van den opwaartschen druk samen; het lichaam kan ten opzichte van de vloeistof elken stand aannemen; het verkeert in *indifferent evenwicht*.

Is een *geheel ondergedompeld* lichaam *niet homogeen*, dan zal er evenwicht zijn, indien de beide aangrijpingspunten in dezelfde verticaal liggen. Theoretisch is hierbij *labiel evenwicht* mogelijk, waarbij het zwaartepunt van het lichaam boven dat der verplaatste vloeistof ligt; in de practijk zal het lichaam steeds den stand van *stabiel evenwicht* innemen, waarbij het eerste punt onder het tweede ligt.

Visschen in water verkeeren in stabiel evenwicht; hun zwaartepunt ligt in den buik.

Drijvende lichamen, onverschillig of zij homogeen zijn of niet, bevinden zich alleen dan in evenwicht, als de beide aangrijpingspunten in dezelfde verticaal liggen (fig. 77).

Bij een drijvenden homogenen bol en bij een drijvenden homogenen cilinder, wiens as met den vloeistofspiegel evenwijdig blijft, is dit in elken stand, dien de lichamen innemen kunnen, het geval; zij verkeeren dus in indifferent evenwicht.

Bij lichamen van anderen vorm (schepen) vertoonen zich de verschijnselen van stabiel evenwicht, ook al ligt het zwaartepunt van het lichaam boven dat der verplaatste vloeistof, indien bij niet al te groote schommelingen door de verplaatsing van het zwaartepunt der verplaatste vloeistof een koppel ontstaat, dat het lichaam in den evenwichtsstand tracht terug te brengen (fig. 78).

****329.** De lijn AB (fig. 77—80), die *in den stand van evenwicht* het zwaartepunt Z van het lichaam met het zwaartepunt der verplaatste vloeistof verbindt, noemt men de *evenwichtsas* van het drijvende lichaam. De evenwichtsas is ten opzichte van het drijvende lichaam constant; bij schommeling van het lichaam verandert haar stand dus in een hellenden.

Wordt het drijvende lichaam uit den evenwichtsstand gebracht, dan zal in 't algemeen het zwaartepunt Z_1 der verplaatste vloeistof eene andere plaats Z_2 in het lichaam innemen; het zal dus niet meer in de evenwichtsas liggen. De richting van den in Z_2 aangrijpenden opwaartschen druk zal nu de evenwichtsas snijden in een punt M, dat *Metacentrum* (meta = mede) genoemd wordt.

Het metacentrum verandert van plaats op de evenwichtsas met de helling van het lichaam.

In 't algemeen zullen nu het in Z aangrijpende gewicht van het

lichaam en de in Z_1 aangrijpende opwaartsche druk een koppel vormen, dat het lichaam tracht te draaien:

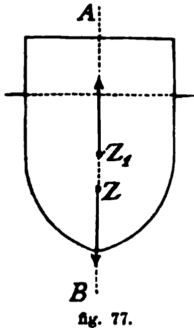


fig. 77.

a) ligt het zwaartepunt Z *lager* dan het metacentrum M, dan zal het koppel het lichaam weer naar den evenwichtsstand terug brengen (fig. 78); *stabiel evenwicht.*

b) ligt het zwaartepunt *hooger* dan het metacentrum, dan zal het koppel het lichaam doen omslaan (fig. 79); *labiel evenwicht.*

c) *vallen* het zwaartepunt en het metacentrum *samen*, dan is de arm van het koppel nul; de nieuwe stand is eveneens een evenwichtsstand (fig. 80); *indifferent evenwicht.*

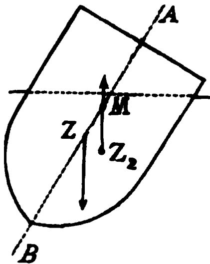


fig. 78.

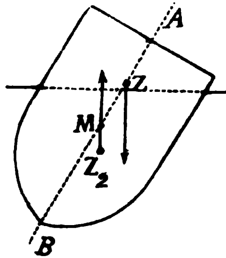


fig. 79.

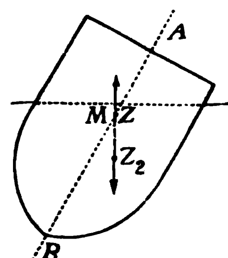


fig. 80.

Naarmate het zwaartepunt Z van het lichaam lager ligt, is de kans, dat het beneden het metacentrum blijft, grooter. — Men merke op, dat het ter verkrijging van stabiel evenwicht niet noodzakelijk is, dat het zwaartepunt Z van het lichaam lager ligt, dan dat der verplaatste vloeistof (fig. 78).

De vorm van een schip bepaalt de bij schommelingen optredende verplaatsing van het aangrijpingspunt van den opwaartschen druk; de plaatsing der lading bepaalt de ligging van het zwaartepunt van het schip; indien door een en ander verkregen wordt, dat ook bij de grootste schommelingen, die men verwachten kan, het metacentrum boven het zwaartepunt blijft, zal het schip niet omslaan.

V. Soortelijk gewicht van vaste lichamen en vloeistoffen.

330. De *bepaling* van de *dichtheid* en *het soortelijk gewicht* (§ 109 en 108) berust voor vaste lichamen en vloeistoffen in vele gevallen op de wet van Archimedes. Het schijnbare gewichtsverlies, dat een lichaam van p G in water ondergaat, is gelijk aan het gewicht p_1 G van het door het lichaam verplaatste water; het aantal grammen van dit gewichtsverlies is dus tevens het aantal

kubieke centimeters v_1 van het volumen van het verplaatste water en dus ook van het volumen v van het lichaam.

Men heeft dus

$$S = \frac{p}{p_1} = \frac{p}{v_1} = \frac{p}{v}.$$

De bepaling van de dichtheid of van het soortelijk gewicht van vaste en vloeibare lichamen zal hier volledig behandeld worden, ofschoon zij niet uitsluitend met behulp der wet van Archimedes geschiedt. — Het soortelijk gewicht van gassen wordt later behandeld.

Men bedient zich bij deze bepaling van de gebruikelijke eenheden van het dagelijksch leven voor gewicht en volumen. Daarbij lette men er op, dat het volumen in kubieke centimeters of in kubieke decimeters dient uitgedrukt te worden, al naarmate het gewicht in grammen of in kilogrammen uitgedrukt wordt; 1 cM^3 water weegt 1 G; 1 dM^3 water weegt 1 KG.

a) Vaste lichamen.

331. *Methode der hydrostatische weging.* Men hangt het lichaam door middel van een dun draadje aan eene hydrostatische balans (§ 325) en vindt door evenwicht te maken zijn gewicht in de lucht gelijk aan p G. Hangt men daarna het lichaam in water, dan vindt men door het gewicht p_1 G, dat noodig is, om het verbroken evenwicht te herstellen, den opwaartschen druk of het gewicht van een volumen water gelijk aan dat des lichaams. Het soortelijk gewicht is $S = \frac{p}{p_1}$.

Het dunne draadje bevindt zich bij de tweede weging gedeeltelijk onder water en ondergaat dus ook een opwaartschen druk. Kan men dien niet verwaarloozen, dan moet men, alvorens het lichaam in water te wegen, evenwicht maken terwijl het draadje even ver in water gedompeld is, als bij de bepaling van p_1.

332. Om het soortelijk gewicht te bepalen van een vast lichaam, dat *lichter* is dan water en dat dus niet in water zinkt, verbindt men het met een zwaar lichaam (b.v. lood), zoo dat het samengestelde lichaam in water zinkt. Men bepaalt nu het gewichtsverlies der verbonden lichamen in water en daarna dat van het zware lichaam alleen. Het verschil van beide is gelijk aan het gewicht van het door het eerste lichaam verplaatste water.

333. *Methode der fleschjesweging.* De hiervoor gebruikte fleschjes, *Pyknometers* (pyknos = dicht), veroorloven steeds hetzelfde volumen vloeistof in het fleschje te brengen, door een ingeslepen stop in het

tot aan den rand met vloeistof gevulde fleschje te laten zakken en daarna de uitgeloopen vloeistof zorgvuldig weg te nemen.

Men bepaalt het gewicht p G van het vaste lichaam en het gewicht q G van het water, dat het fleschje vult. Daarna werpt men het vaste lichaam in het fleschje en sluit dit weer, waardoor evenveel water moet wegvloeien als het volumen van het vaste lichaam bedraagt. Het gewicht p_1 G, dat lichaam en water samen nu minder wegen dan $(p+q)$ G, is het gewicht van het verplaatste water; het soortelijk gewicht van het lichaam is weer $S=\frac{p}{p_1}$.

Voorbeeld: gewicht van het vaste lichaam.	$p = 10$ G;
gewicht van het fleschje gevuld met water	75 „;
„ „ „ „	25 „;
„ „ „ water	$q = 50$ „;
„ „ „ fleschje met het lichaam er in en het overgebleven water	81 „;
„ „ „ weggeloopen water. . . . . . $p_1 = 10 + 75 - 81 =$	4 „;

dus $$S=\frac{10}{4}=2,5.$$

334. Methode van den *areometer van Nicholson* (araios = licht). Een holle koperen cilinder eindigt aan weerskanten in een kegel; de eene kegel heeft een haakje, waaraan een emmertje of bakje E (fig. 81) kan gehangen worden; de andere kegel loopt uit in een dun staafje, dat een schaaltje s draagt. De toestel is zoo bezwaard, dat hij in water rechtstandig drijft, zoodat de bovenste kegel en een gedeelte van den cilinder boven het water uitsteken.

fig. 81.

Men plaatst op het schaaltje het lichaam, waarvan men het soortelijk gewicht wil vinden, en zooveel tarra (zand, hagelkorrels), dat de toestel tot een op het staafje aangebracht merk M inzinkt.

Daarna verwijdert men het lichaam en vervangt het door zooveel (p G) gewichtstukken, dat de toestel wederom tot het merk inzinkt.

Het gewicht van het lichaam is bijgevolg = p G.

Men laat alleen de tarra op het schaaltje liggen en plaatst het lichaam in het emmertje onder water. Om den toestel nu weer tot het merk te doen inzinken, moet men op het schaaltje nog p_1 G gewichtstukken leggen. Deze

stellen dus het gewicht van het door het lichaam verplaatste water voor. Het soortelijk gewicht van het lichaam is $S = \frac{p}{p_1}$.

De werking van den areometer als weegtoestel berust op § 327.

Men noemt dezen toestel een *areometer met constant volumen*, omdat men hem steeds tot het merk *M* laat inzinken.

De gevoeligheid van den toestel wordt bepaald door de diepte van inzinking bij zekere belasting; en deze is omgekeerd evenredig met de doorsnede ter hoogte van den waterspiegel. De kegel aan het boveneinde des cilinders dient, om de geringe gevoeligheid bij indompeling van een deel des cilinders niet plotseling te doen overgaan tot de groote gevoeligheid bij indompeling van een deel van het dunne staafje.

Is de doorsnede van het staafje 1 mM², dan zal de areometer 1 mM dieper inzinken door opleggen van 1 mG, daar 1 mM³ water 1 mG weegt.

Is het vaste lichaam *lichter* dan water, dan hangt men het emmertje omgekeerd aan het haakje en brengt het lichaam er onder. Men dient daarbij te zorgen, dat er geen luchtbellen in het emmertje overblijven.

335. *Bijzondere gevallen.*

a) Is het vaste lichaam *in water oplosbaar*, dan vervangt men het water door eene vloeistof, waarin het lichaam niet oplosbaar is, en bepaalt dus, hoeveel maal zwaarder het lichaam is, dan een gelijk volumen dezer vloeistof. Vermenigvuldigt men de verkregen uitkomst met het getal, dat aanwijst, hoeveel maal de vloeistof zwaarder is dan water, m. a. w. met het soortelijk gewicht der vloeistof, dan krijgt men het verlangde soortelijk gewicht van het lichaam.

b) Is het lichaam *poreus* in den zin, dien men in het dagelijksch leven aan dit woord hecht (b.v. hout, lava, § 10), dan onderscheidt men het soortelijk gewicht van het *lichaam* als zoodanig (de poriën medegerekend) van het soortelijk gewicht der *stof*.

Om het eerste te bepalen bedekt men het lichaam met een dun laagje vernis, zoodat geen water in de poriën kan dringen, en bepaalt het soortelijk gewicht van het lichaam op eene der bovengenoemde manieren, terwijl men het gewicht en het volumen van het dunne laagje vernis verwaarloozen kan. Of men omgeeft het lichaam met eene dikkere laag was en handelt dan, als in § 332 voor een lichaam lichter dan water is aangegeven.

Het soortelijk gewicht der *stof* bepaalt men door middel van den pyknometer, waarin men het tot een fijn poeder gemalen lichaam brengt.

Het soortelijk gewicht der *stof* van zware en lichte houtsoorten blijkt nagenoeg overeen te stemmen, terwijl het soortelijk gewicht daarvan, als lichamen beschouwd, ligt tusschen 1,21 (ebbenhout) en 0,37 (rijshout van wilgen en populieren); dat van kurk is 0,24.

c) Het soortelijk gewicht van vaste stoffen, die in 't geheel niet met vloeistoffen in aanraking mogen gebracht worden, zullen wij later (§ 388) leeren bepalen.

b) Vloeistoffen.

336. *Methode der hydrostatische weging.* Een willekeurig lichaam — meestal een kleine thermometer — hangt men aan de hydrostatische balans en maakt evenwicht. Daarna bepaalt men (evenals in § 331) het gewichtsverlies p, dat het lichaam in de te onderzoeken vloeistof ondergaat, en daarna het gewichtsverlies p_1 in water. Daar van beide vloeistoffen een even groot volumen verplaatst is, vindt men voor het soortelijk gewicht der vloeistof $S = \frac{p}{p_1}$.

Soms bedient men zich hierbij van een stel „ruiter-gewichtstukken." waarvan het zwaarste een gewicht heeft, dat gelijk is aan dat van het door den thermometer verplaatste water, terwijl het volgende 10 maal, het derde 100 maal enz. geringer gewicht heeft, dan het eerste. Is het lichaam in water gedompeld, dan zal men dus het verbroken evenwicht kunnen herstellen, door het zwaarste gewichtstuk aan het uiteinde van denzelfden balansarm te plaatsen, waaraan het lichaam hangt. Deze balansarm is door inkepingen in 10 gelijke deelen verdeeld. Om nu het soortelijk gewicht eener vloeistof te vinden, beproeft men, bij welke deelstrepen men eerst het zwaarste en daarna het telkens volgende gewichtstukje moet hangen om weer evenwicht te verkrijgen, als de thermometer vrij in die vloeistof hangt. Vindt men b. v., dat men den opwaartschen druk, dien de thermometer in alcohol ondervindt, in evenwicht kan houden door het zwaarste stukje op de deelstreep 7 (van af het draaipunt), het volgende op deelstreep 9, en het derde op deelstreep 4 te plaatsen, dan is het soortelijk gewicht van alcohol 0,794. Het moment van het zwaarste gewicht, werkende in de deelstreep 7, is namelijk $^7/_{10}$ van het moment van hetzelfde gewicht, als dit aan het uiteinde van den arm (deelstreep 10) werkt (§ 131). — Deze inrichting bewijst goede diensten, als men van twee vloeistoffen een mengsel van een bepaald soortelijk gewicht wil maken.

337. *Methode der fleschjesweging.* Men bepaalt achtereenvolgens het gewicht p van de vloeistof en het gewicht p_1 van het water, die den pyknometer vullen. Het soortelijk gewicht der vloeistof is $S = \frac{p}{p_1}$.

338. *Methode van den areometer van Fahrenheit.* Deze toestel

is geheel van glas, om hem ook te kunnen laten drijven in zure vloeistoffen, die metalen aantasten. Overigens heeft hij ongeveer den vorm van den areometer van Nicholson, behalve dat het emmertje ontbreekt. Men dompelt den areometer, wiens gewicht P G men vooraf bepaald heeft, in de te onderzoeken vloeistof en gaat na, hoeveel gewichtstukken (p G) men op het schaaltje moet plaatsen, om hem tot aan het merk op het dunne steeltje te doen inzinken. De verplaatste vloeistof weegt dan $(P+p)$ G. Evenzoo bepaalt men het gewicht van het door den toestel verplaatste water $(P+p_1)$ G. Het soortelijk gewicht der vloeistof is dan $S=\frac{P+p}{P+p_1}$.

Ook de areometer van Fahrenheit is een areometer *met constant volumen.*

339. *Methode der areometers met constant gewicht.* Aldus noemt men gesloten glazen buizen, die door kwik of hagelkorrels zoo bezwaard zijn, dat zij in water en andere vloeistoffen rechtstandig drijven. Zij verplaatsen eene gelijke gewichtshoeveelheid (p G) van de te onderzoeken vloeistof en van water (§ 327), en derhalve kan door de verhouding der beide volumina (v van de verplaatste vloeistof en v_1 van het verplaatste water) het soortelijk gewicht der vloeistof gevonden worden. Voor de vloeistof is het soortelijk gewicht $S=\frac{p}{v}$, voor het water $S_1=\frac{p}{v_1}$, derhalve $S : S_1 = v_1 : v$; en daar $S_1 = 1$ is, vindt men $S=\frac{v_1}{v}$.

De vorm dezer toestellen is meestal die eener buis, welke boven in een nauwen, zuiver cilindrischen steel uitloopt (fig. 82 en 83). De hoeveelheid kwik, waarmede men den toestel bezwaard heeft, is zoo gekozen, dat, als de areometer in water drijft, één gedeelte van den steel onder water, en het andere boven den waterspiegel zich bevindt. In den hollen steel is eene schaalverdeeling (op papier) geplaatst, die door het cijfer 100 aanwijst, tot waar de toestel in water inzinkt. Is nu het (uitwendige) volumen van den areometer van den onderkant tot aan het cijfer 100 in 100 gelijke deelen verdeeld en deze verdeeling ook boven het cijfer 100 voortgezet, dan is het soortelijk gewicht eener vloeistof, waarin de areometer tot de deelstreep n der schaal inzinkt, $S=\frac{v_1}{v}=\frac{100}{n}$.

10

Daar de bepaling van het soortelijk gewicht teruggebracht is tot de bepaling van het volumen der verplaatste vloeistof, heeten deze toestellen *volumeters*.

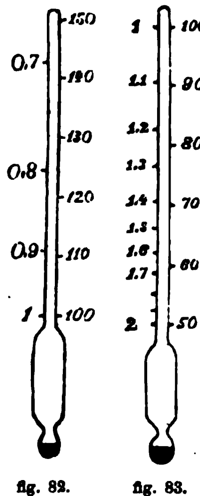


fig. 82. fig. 83.

Hoe dunner de steel in verhouding tot het onderste wijdere gedeelte van den toestel is, des te gevoeliger is de areometer.

Om de lengte van den steel niet te groot te moeten maken, gebruikt men afzonderlijke volumeters voor vloeistoffen, die lichter (fig. 82), en voor zulke, die zwaarder zijn dan water (fig. 83). Bij de eerste staat het cijfer 100 onder aan den steel, bij de tweede boven.

De schaalverdeeling op den steel verkrijgt men aldus. Nadat men den toestel voor lichte vloeistoffen bezwaard heeft, zoodat het cijfer 100 onder aan den steel komt te staan, dompelt men hem in eene vloeistof, wier bekend soortelijk gewicht kleiner dan 1 is, b. v. in alcohol van het soortelijk gewicht 0,8. Uit de vergelijking $0{,}8 = \frac{100}{n}$ volgt dan het getal $n = 125$. dat bij het punt van inzinking behoort te staan. Den afstand tusschen de deelstrepen 100 en 125 deelt men dan in 25 gelijke deelen en zet de verdeeling verder voort. — Op dezelfde wijze bepaalt men bij volumeters voor zware vloeistoffen een tweede schaalcijfer, door den toestel in eene vloeistof te dompelen, wier bekend soortelijk gewicht grooter dan dat van water is, b. v. in verdund zwavelzuur van het soortelijk gewicht 1,25; het overeenkomstige schaalcijfer is dan $n = \frac{100}{1{,}25} = 80$. (Zie de schaalverdeelingen rechts in fig. 82 en 83).

In plaats van de verdeeling in gelijke volumina kan men op de schaal ook dadelijk het bij elk volumencijfer n behoorende soortelijke gewicht, dus het getal $\frac{100}{n}$ opgeven (zie fig. 82 en 83, schaalverdeelingen links). Dan noemt men de areometers *densimeters* (densus = dicht).

Er bestaan ook areometers met willekeurig verdeelde schaal, b. v. de areometer van Beaumé. Zij zijn ondoelmatig, omdat er geen eenvoudig verband bestaat tusschen de getallen der schaalverdeeling en het soortelijk gewicht der vloeistoffen.

340. *Alcoholometers* zijn areometers, die onmiddellijk het gehalte aan alcohol van een mengsel alcohol en water doen kennen. Had er bij de menging van alcohol en water geene samentrekking plaats, dan zou een volumeter of densimeter hiervoor dienst kunnen doen; immers men kon dan uit het soortelijk gewicht van het mengsel en

uit die der gemengde vloeistoffen de verhouding van de gewichten der beide vloeistoffen vinden. Wegens de samentrekking moet de schaalverdeeling van een alcoholometer proefondervindelijk gemaakt worden.

Alcohol van 40% b. v. bevat op 100 cM^3 40 cM^3 alcohol en 63.44 cM^3 water. Bij het punt van inzinking staat op den alcoholometer het cijfer 40 enz.

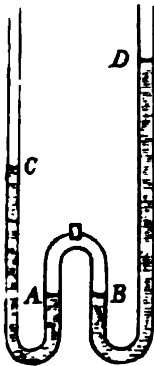


fig. 84.

Evenzoo heeft men ter bepaling van het gehalte van andere mengsels afzonderlijke areometers vervaardigd. *Zoutwegers*, *zuurwegers*, enz.

341. *Methode der communiceerende vaten.* In § 315 is deze reeds besproken voor vloeistoffen, die zich niet met water vermengen. Ook voor vloeistoffen, die zich met elkaar vermengen, kan deze methode toegepast worden, als men den vorm der communiceerende vaten zoo kiest, dat eene directe aanraking der beide vloeistoffen vermeden wordt.

De lucht in het middelste deel van den toestel (fig. 84) drukt op de beide vloeistofspiegels A en B even sterk (§ 361), zoodat $S_1 : S_2 = BD : AC = h_2 : h_1$.

---

342. *Correctie der gevonden waarden.* Daar alle lichamen door verwarming van volumen veranderen, is de massa in 1 cM^3 van een lichaam begrepen, en dus het gewicht van 1 cM^3 bij verschillende temperaturen verschillend. In de definitie van de dichtheid en het soortelijk gewicht dient dus de temperatuur aangegeven te worden, waarbij men de massa en het gewicht van 1 cM^3 der stof bepalen wil. Men is overeengekomen, dit voor alle lichamen bij de temperatuur van smeltend ijs (0° C) te doen, behalve voor water, waarbij men de temperatuur van 4° C neemt.

1 cM^3 water van 4° C bevat 1 G massa en weegt 1 G. — Men neemt voor water de temperatuur 4° wegens de uitzondering, die water vertoont: het water heeft bij 4° zijne *grootste* dichtheid.

Juister gedefinieerd is de dichtheid (het soortelijk gewicht) het getal, dat aangeeft, hoeveel maal de massa (het gewicht *in het luchtledige*, § 406) van een lichaam bij eene temperatuur van 0° C

grooter is dan de massa (het gewicht in het luchtledige) van een even groot volumen water van 4^0 C.

De proeven geschieden bij de temperatuur der omgeving; de uitkomsten corrigeert men dan, zóó dat zij in overeenstemming zijn met de voorstaande definitie. Hoe dit geschiedt, zal in de leer van de Warmte blijken.

HOOFDSTUK IV.

Evenwichtsverschijnselen bij gassen.

343. Bij gasvormige lichamen is de *cohaesie* zoo gering, dat men haar bestaan niet gemakkelijk kan aantoonen. Toch wordt haar invloed merkbaar bij verandering van volumen (zie § 359).

344. Zoover men eene begrensde hoeveelheid gas kan beschouwen als een lichaam, waarbij men geen acht behoeft te slaan op de bijzondere werkingen der moleculaire krachten bij gassen, zullen de voor lichamen in 't algemeen afgeleide wetten, betrekking hebbende op de werking van krachten, ook voor gassen gelden (verg. § 284).

Gassen zijn onderworpen aan de werking van de zwaartekracht en van andere krachten. Zij hebben gewicht en soortelijk gewicht.

Wegen van een glazen ballon vóór en na het verwijderen der daarin aanwezige lucht. — Wegen van denzelfden ballon gevuld met koolzuur of waterstof.

Nadere bepaling van het gewicht en het soortelijk gewicht der gassen zie § 397.

345. Met de vloeistoffen hebben de gassen de *beweeglijkheid der moleculen* gemeen. De voor vloeistoffen afgeleide wetten, die op deze eigenschap berusten, moeten dus ook voor gassen gelden.

Eene drukking, die men op een gas in een gesloten vat uitoefent, plant zich naar alle richtingen gelijkmatig voort. *Wet van Pascal.*

In den wand van eenen cilinder met goed sluitenden zuiger zijn verschillende openingen geboord, die door daarover gespannen caoutchoucvliesjes afgesloten zijn. Drukt men door middel van den zuiger op de lucht in den cilinder, dan puilen alle vliesjes even sterk naar buiten uit. — Nauwkeuriger is dit aan te toonen door in elke opening een manometer (§ 363) aan te brengen.

De druk, dien een gas *door zijn gewicht* tegen een begrenzend vlak uitoefent, werkt op overeenkomstige wijze, als de druk van vloeistoffen tegen den bodem en de zijwanden van een vat.

Bepaling van de grootte van den druk der lucht zie § 348.

Alle lichamen ondervinden in gassen een opwaartschen druk gelijk aan het gewicht der verplaatste gasmassa. *Wet van Archimedes.*

Gewichtsverlies van lichamen in de lucht zie § 402. Zinken, zweven, stijgen van lichamen in de lucht. Luchtballon zie § 407.

346. De gassen onderscheiden zich echter van de vloeistoffen:

a) door hunne *groote samendrukbaarheid.*

Lucht kan in eenen cilinder door een juist sluitenden zuiger gemakkelijk samengeperst worden. Houdt de druk op, dan zal de lucht, als de vorige omstandigheden weer geheel hersteld zijn, ook het vorige volumen weer innemen. Gassen vertoonen eene volkomene veerkracht.

b) door hunne *uitzetbaarheid.* De snelheid, die de moleculen bezitten (§ 11), tracht hare onderlinge afstanden te vergrooten. Deze werking overtreft de moleculaire aantrekking in sterke mate, zoodat de moleculen van een gas zich zoo ver mogelijk van elkaar verwijderen. Om een gas dus een bepaald volumen te doen behouden, is een uitwendige weerstand noodig, die zich tegen verdere uitzetting verzet. Den druk, dien een gas ten gevolge zijner uitzetbaarheid tegen den wand van een vat of tegen andere lichamen uitoefent, noemt men zijne *spanning* of *spankracht.*

In de leer der Warmte zal blijken, dat de moleculen van een gas zich in rechtlijnige (eigenlijk parabolische) banen bewegen. Het aantal malen, dat gasmoleculen ten gevolge dezer beweging in 1 seconde tegen een oppervlak van 1 cM^2 botsen, bepaalt de spanning van het gas. — De spanning is dus (bij onveranderde temperatuur) afhankelijk van het aantal moleculen, die tegen den afsluitenden wand aanbotsen, d. i. van de dichtheid van het gas (zie § 357).

In den toestand van evenwicht, als namelijk het volumen van een gas niet meer verandert, is de spanning gelijk aan den weerstand of aan de kracht, die de uitzetting belet, dus aan den uitwendigen druk, waaronder het gas verkeert.

De lucht in een gesloten dierlijke blaas zet zich uit, als men de van buiten op de blaas drukkende lucht (door eene luchtpomp) wegneemt. — In een gesloten glazen vat maakt de spanning van het gas evenwicht met de in het glas opgewekte veerkracht. De inhoud van een met lucht gevuld vat is iets grooter dan die van het luchtledige vat. — Dat eene hoeveelheid lucht (als een afzonderlijk geheel gedacht) haar volumen behoudt, is daaraan toe te schrijven, dat hare spanning in evenwicht gehouden wordt door den druk, dien de omgevende lucht er op uitoefent.

I. De luchtdruk.

347. Afgezien van bewegingen, waaraan de dampkringslucht deelneemt, wordt elke luchtlaag gedrukt door het *gewicht* van alle

daarboven gelegen luchtmoleculen. Deze drukking is dus grooter, naarmate de laag zich dichter bij de oppervlakte der aarde bevindt. De lucht in hooger gelegen streken is minder samengedrukt; de dichtheid der lucht zal dus met de hoogte boven de aarde afnemen. — In eene horizontale laag is — behoudens toevallige storingen — de druk der lucht overal even groot.

De lucht (dampkring) omgeeft de aarde van alle zijden tot op zekere hoogte. Hoe *hoog* de lucht zich boven de aarde uitstrekt, is niet aan te geven; sommige natuurkundigen schatten haar op ongeveer $^1/_{80}$ van den straal der aarde. — De geheele wereldruimte kan niet met lucht gevuld zijn, daar de aarde dan in haren loop om de zon weerstand zou ondervinden; de lucht behoort tot de aarde en blijft haar omgeven in haren loop om de zon. — Dat er eene grens bestaat, blijkt daaruit, dat men eene hoogte kan aanwijzen, waar de geheele aantrekking door de aarde als centripetale kracht zou moeten dienen; boven die hoogte ($5^6/_7$ aardstralen) zouden zich dus stellig geene tot de aarde behoorende luchtmoleculen meer kunnen bevinden. — Ten gevolge van de aswenteling der aarde, waaraan de lucht deelneemt, moet men zich den vorm van den dampkring als boven de polen der aarde afgeplat voorstellen.

De luchtdruk is binnen een vertrek even groot als in dezelfde horizontale laag van de open lucht, omdat de drukking zich ook door de kleinste openingen in deuren, ramen enz. voortplant.

Lichamen, die zich in de lucht bevinden, ondervinden haren druk van alle zijden, zoodat men de drukking in ééne richting of op éénen kant moet wegnemen, om de werking van den luchtdruk aan te toonen. — Eene niet al te dikke glazen plaat, waarmede men den bovenrand van een hollen koperen cilinder bedekt, springt, als men door de luchtpomp de lucht uit den cilinder verwijdert. — Evenzoo een dierlijke blaas, die men om den rand des cilinders vastgebonden heeft. — Een dun houten plankje wordt zoo op eene tafel gelegd, dat het gedeeltelijk over den rand der tafel uitsteekt, en daarna met een papier bedekt, dat op de tafel overal 10—15 cM over den rand van het plankje heen reikt. Ook door een flinken slag (naar beneden) op het buiten de tafel uitstekende deel van het plankje kan men dit en het papier niet *snel* oplichten. — Een glazen vat, dat geheel met water gevuld is en met eene glazen plaat of met een papier bedekt wordt, kan omgekeerd worden, zonder dat het water er uitvalt. — Steekhevel; pipet. — Ademhalen; zuigen; rooken. — Pneumatische brievenpost. — De bolvormige gewrichtsknobbels van bovenarm en dijbeen worden door den luchtdruk in de gewrichtsholten gehouden.

Daar de lucht binnen ons lichaam den druk der buitenlucht op onze oppervlakte in evenwicht houdt, bemerken wij van den druk der lucht op ons lichaam niets. Koppen zetten; verschijnselen, die zich bij luchtreizigers in snel stijgende ballons voordoen.

Andere verschijnselen, die in den luchtdruk hunne verklaring vinden, worden later besproken.

348. De druk der lucht wordt gemeten door de *proef van Torricelli* (1644). Een glazen, aan één kant gesloten buis van meer dan 76 cM lengte wordt geheel met kwik gevuld, het open einde

met den vinger gesloten en de omgekeerde buis rechtstandig in kwik gedompeld. Trekt men nu den vinger onder de buis weg, dan daalt aanvankelijk het kwik in de buis, maar blijft (op plaatsen van geringe hoogte boven het oppervlak der zee) daarin staan op ongeveer 76 cM boven den kwikspiegel in den bak, waarin men de buis gedompeld heeft (fig. 85). Boven het kwik in de buis bevindt zich eene *luchtledige ruimte* (het luchtledig van Torricelli). De bak en de buis vormen twee communiceerende vaten; ter hoogte van den kwikspiegel in den bak werkt de druk der dampkringslucht; op dezelfde horizontale laag binnen de buis drukt eene kwikkolom van 76 cM hoogte, welker gewicht dus even groot is als de druk der lucht op een oppervlak gelijk aan de doorsnede der buis. De *wijdte* der buis is onverschillig (§ 310 en § 352).


fig. 85.

Dompelt men de buis dieper in den bak, dan wordt de luchtledige ruimte kleiner; bij het uittrekken wordt zij grooter; in beide gevallen blijft de hoogte der kwikkolom dezelfde. — Laat men de buis hellen, zoo blijft de *verticale afstand* der kwikspiegels in bak en buis nog dezelfde; bij eene bepaalde helling is dan de buis geheel met kwik gevuld.

De druk der lucht op 1 cM^2 oppervlak is gelijk aan het gewicht eener kwikkolom van 1 cM^2 doorsnede en 76 cM hoogte. Daar het soortelijk gewicht van kwik 13,596 is, wegen deze 76 cM^3 kwik $76 \times 13{,}596$ G $= 1033{,}3$ G $= 1{,}0333$ KG.

De druk der lucht kan opgegeven worden *a*) in *grammen* (of *kilogrammen*) *per* cM^2; *b*) eenvoudig door de *hoogte eener kwikkolom*, die den luchtdruk in evenwicht houdt, en waaruit men dan met behulp van het soortelijk gewicht van kwik den druk in grammen (of kilogrammen) berekenen kan. Beide opgaven zijn echter niet volkomen bepaald. Ondubbelzinnig kan de luchtdruk slechts in *dynes* opgegeven worden; de luchtdruk van 76 cM beteekent voor Nederland $76 \times 13{,}596 \times 981{,}2$ dyne per cM^2, voor eene plaats op den evenaar $76 \times 13{,}956 \times 978{,}1$ dyne. Dezelfde druk der lucht eischt dus niet overal op aarde eene even groote kwikhoogte.

De druk der lucht op een oppervlak van o cM^2 is, als de barometerstand h cM en het soortelijk gewicht van kwik S is, volgens § 312

$$P = o \times h \times S \text{ gr.} = o \times h \times S \times g \text{ dynes.}$$

Wilde men de proef van Torricelli met water doen, dan zou de buis eene lengte van minstens $13{,}596 \times 76$ cM moeten hebben; bij zwavelzuur (soort. gew. $= 1{,}8$) zou de lengte $\frac{13{,}596 \times 76}{1{,}8}$ cM moeten zijn (§ 315). — Het feit, dat men water met eene zuigpomp niet hooger dan 10 M kan opvoeren, was voor Torricelli de aanleiding tot de beschreven proef (§ 391).

349. De luchtdruk is op hetzelfde oogenblik *niet overal* op aarde *gelijk*; ook voor dezelfde plaats is hij *veranderlijk*. Toestellen, waardoor de drukking van den dampkring nauwkeurig kan gemeten worden, noemt men *barometers* (baros = zwaarte). — Men heeft twee soorten van barometers, kwikbarometers en metaalbarometers.

350. De *kwikbarometers* berusten op de proef van Torricelli. Zij worden in twee vormen vervaardigd: bakbarometers en hevelbarometers. Bij de *bakbarometers* is de oppervlakte van het kwik, die met de lucht in aanraking is, belangrijk grooter dan die in de buis; deze is namelijk met haar open uiteinde eenvoudig in eenen wijderen kwikbak gedompeld (fig. 85), of de barometerbuis is halfcirkelvormig omgebogen, en aan het kleinere open been is een wijder glazen vat bevestigd (fig. 86). De *hevelbarometer* heeft eene overal even wijde halfcirkelvormig omgebogen buis, zoodat beide kwikoppervlakken even groot zijn (fig. 87).

Bij de vervaardiging van den barometer moet er vooral op gelet worden, dat het kwik zuiver is, en dat de ruimte boven het kwik geen lucht of waterdamp bevat. Men brengt het kwik bij gedeelten in de goed gezuiverde buis en kookt telkens uit, eer men verder kwik bijvult. Laat men de barometerbuis hellen, dan moet het kwik met een helder geluid tegen het glas slaan.

In de luchtledige ruimte bevindt zich nog kwikdamp van eene zeer geringe spanning, die meestal verwaarloosd wordt.

351. Het nulpunt der *schaalverdeeling* moet vóór de aflezing op de hoogte van het veranderlijke oppervlak van het kwik in het open been gebracht worden. Men kan dit verkrijgen òf door de geheele schaalverdeeling beweeglijk te maken, òf door den bodem van den bak van zeemleer te vervaardigen, zoodat hij van beneden door eene schroef hooger of lager geplaatst kan worden; daardoor kan het kwikoppervlak telkens op het nulpunt der vaste schaal gebracht worden. Bij hevelbarometers heeft men ook wel het nulpunt ergens tusschen de beide kwikspiegels geplaatst; men leest dan naar boven en naar beneden af en neemt de som van beide aflezingen. — Dat de barometer bij het aflezen verticaal moet hangen is duidelijk.

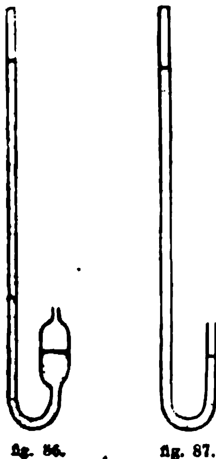


fig. 86. fig. 87.

Bij den *bakbarometer van Fortin* is het nulpunt der schaalverdeeling aangewezen door de scherpe punt van een ivoren stift, die in het deksel van

den bak is bevestigd. De barometerbuis is omgeven door eene koperen buis, waarop de schaalverdeeling is aangebracht. Tusschen beide buizen kan een koperen ring met nonius op en neer bewogen worden. Men leest af, nadat men den onderkant van den ring in het horizontale vlak van het hoogste punt van den (bolvormigen) top (*meniscus*) der kwikkolom gebracht heeft. — Deze barometer is zeer doelmatig ingericht om vervoerd te worden; in het goed sluitende deksel van den bak bevindt zich eene los zittende schroef, die toegang aan de buitenlucht verleent; nadat men het kwikoppervlak in den bak door opheffen van den zeemlederen bodem tegen den onderkant van het deksel gebracht heeft, zet men de schroef vast. Als men dan den bodem van den bak nog verder omhoog schroeft, kan de barometerbuis geheel met kwik gevuld worden, zoodat bij schokken of stooten het kwik niet tegen het glas aanslaan en dit breken kan. — De gewone barometers verplaatst men het best, nadat men eerst de buis heeft laten hellen, om ze geheel met kwik te vullen (§ 309).

352. Tengevolge van moleculaire werkingen tusschen kwik en glas en tusschen de kwikdeeltjes onderling (zie § 456) staat het kwik in eene buis, waarvan de wijdte kleiner dan 2,5 cM is, te laag. Bij den hevelbarometer is deze *neerdrukking* van het kwik wegens de gelijke wijdte in beide beenen dezelfde, zoodat men geene correctie behoeft te doen. [1]) Bij den bakbarometer maakt men den bak zoo wijd, dat daarin geene neerdrukking plaats heeft; men behoeft dus alleen te corrigeeren wegens de neerdrukking in de buis. — Barometers, die zoo wijd zijn, dat er noch in de buis noch in den bak eene merkbare neerdrukking bestaat, noemt men *standaard-barometers.*

De correctie wegens neerdrukking kan voor elken barometer bepaald worden door vergelijking met eenen standaard-barometer. Men kan ze echter ook ontleenen aan tafels, waarin ze opgegeven zijn voor verschillende wijdten der buis en verschillende hoogten van den meniscus. — De correctie wegens temperatuur wordt in de leer der Warmte behandeld.

353. *Metaalbarometers* zijn luchtledige metalen vaten met dunne veerkrachtige wanden, waardoor bij verandering van den luchtdruk eene verandering in den vorm van het vat bewerkt wordt. Deze verandering wordt door een samenstel van hefboomen met of zonder getande raderen overgebracht op eenen wijzer, die zich over eene proefondervindelijk verdeelde (door vergelijking met den kwikbarometer verkregene) schaal beweegt.

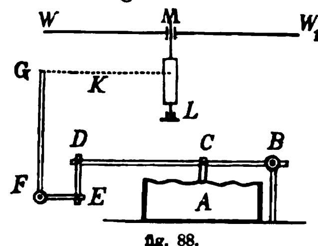


fig. 88.

De *holosteric*-barometer (holos = geheel; stereos = vast) van Vidi (fig. 88) bestaat uit eene metalen doos A met dunnen veer-

[1]) Dit is slechts juist, zoolang het oppervlak van het kwik in het open been volkomen zuiver en niet eenigszins geoxydeerd is.

krachtigen bovenwand, die bij toenemenden luchtdruk naar binnen gedrukt en bij afnemenden luchtdruk door zijne veerkracht weer opgelicht wordt. Op den bovenwand is een staafje gesoldeerd, dat tegen den kleinen arm *CB* van eenen hefboom werkt. De beweging van het uiteinde *D* van den grooten hefboomsarm *DB* wordt door scharnieren bij *D* en *E* overgebracht op het punt *G*, dat om de vaste as *F* draaibaar is, en waaraan eene om de as *LM* van den wijzer *WW*, geslagen ketting *K* bevestigd is. De ketting rolt van de as af en doet deze draaien, als *G* zich naar links beweegt; het weer oprollen der ketting bij beweging van *G* naar rechts wordt verkregen door eene (in de figuur weggelaten) veer, die aan de as eene rechtsdraaiende beweging tracht te geven.

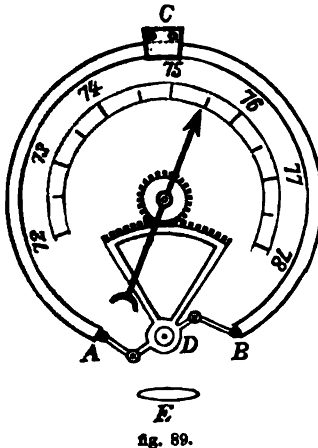


fig. 89.

De *aneroïde*-barometer (*a* = ons ontkennend voorvoegsel on-; neros = vochtig) van Bourdon (fig. 89) heeft eene ringvormig gebogen buis *ACB*, waarvan de doorsnede (zie *E*) een zeer vlakke ellips is (met de groote as loodrecht op het vlak van teekening). De buis is bij *C* bevestigd. Bij toenemenden luchtdruk worden de wanden der buis vooral in de richting van de kleine as der ellips samengedrukt, waardoor eene sterkere kromming der buis ontstaat. Daardoor komen de uiteinden *A* en *B* dichter bij elkander en werken door met scharnieren verbonden staafjes draaiend op de as *D* van eenen getanden cirkelsector. Deze werkt weer op een getand rad, aan welks as de wijzer verbonden is. — Bij afnemenden barometerstand veroorzaakt de veerkracht van de wanden der buis eene draaiing in tegengestelde richting.

354. Langdurige waarneming van den barometerstand heeft er toe geleid, aan te nemen, dat — als alle plaatsen der aarde in het niveau der zee lagen — de *gemiddelde* barometerstand over de geheele aarde ongeveer 76 cM zou zijn (waarbij de kwikkolom de temperatuur 0° C heeft). De drukking eener kwikkolom van 76 cM hoogte en 0° temperatuur noemt men daarom *normale dampkringsdrukking* of *atmospheer* (atmos = damp; sphaira = bol); zij wordt somtijds als *eenheid van druk* gebruikt. Een atmospheer stelt dus voor een druk van 1,0333 KG op den vierkanten centimeter.

Hetgeen men 1 atmospheer noemt, is niet overal op aarde gelijk (§ 348). Gebruik van den barometer in de Meteorologie, zie „Warmte", Hoofdst. VII.

II. De spanning van een gas.

355. Evenals men van communiceerende vaten gebruik heeft gemaakt, om de drukking van de dampkringslucht te bepalen (kwikbarometer), evenzoo kan men zich daarvan bedienen, om de *spanning van een gas* te meten.

356. De wetten der communiceerende vaten zijn (§ 310) afgeleid in de onderstelling, dat er op de vloeistofspiegels in beide vaten geene of onderling gelijke drukkingen uitgeoefend worden. Sluit men echter een van twee communiceerende vaten, waarin zich boven de even hooge vloeistofspiegels (A) lucht bevindt, en giet men vervolgens in het andere vat vloeistof, dan stijgt de vloeistof in het open vat (tot C) meer dan in het gesloten vat (tot B). In het horizontale vlak B van den *laagsten* vloeistofspiegel moeten in beide vaten nu weer gelijke drukkingen werken; in het gesloten vat drukt de samengeperste lucht, in het open vat de dampkring en eene vloeistofkolom van de hoogte BC. Deze laatste geeft dus aan, hoeveel de spanning der samengeperste lucht den druk des dampkrings overtreft.

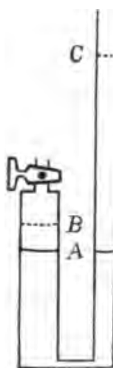


fig. 90.

Had men, bij den aanvankelijken stand A der vloeistof in beide vaten, het ééne vat afgesloten en dan een gedeelte der vloeistof verwijderd, dan zou de spiegel in het open vat nu sterker (tot C) gedaald zijn dan in het gesloten vat (tot B). In het horizontale vlak C van den *laagsten* vloeistofspiegel werken nu weer gelijke drukkingen; in het open vat de dampkring, in het gesloten de drukking der verdunde lucht en die eener vloeistofkolom van de hoogte BC. Deze laatste wijst nu aan, hoeveel de spanning der afgeslotene lucht kleiner is dan de druk des dampkrings.

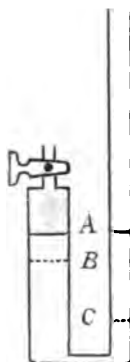


fig. 91.

Is de gebruikte vloeistof kwik, dan kan men den druk der vloeistofkolom BC onmiddellijk met dien des dampkrings vergelijken. Bij eene andere vloeistof van het soortelijk gewicht S moet de hoogte BC herleid worden tot de hoogte h eener kwikkolom van gelijken druk. Men heeft $h : BC = S : 13{,}596$ of $h = \frac{S}{13{,}596} \times BC$ (§ 315). Is de barometerstand H cM, dan is de *spanning* der samengeperste lucht in fig. 90 $\left(H + \frac{S}{13{,}596} \times BC\right)$ cM, die der verdunde lucht in fig. 91 $\left(H - \frac{S}{13{,}596} \times CB\right)$ cM kwikdruk.

Spuitfleschje. — Pneumatische tobbe der scheikundigen.

De spanning van een gas kan evenals de luchtdruk (§ 348) opgegeven worden in *grammen* (of *kilogrammen*) *per* cM^2, in de *hoogte eener kwikkolom*, die de spanning in evenwicht houdt, of in *atmospheren* (§ 354); ondubbelzinnig echter alleen in *dynes per* cM^2.

357. *Wet van Boyle.* Zooals uit het bovenstaande blijkt, verandert met het volumen eener bepaalde hoeveelheid gas ook zijne spanning. De betrekking tusschen het volumen en de daarbij behoorende spanning geeft de belangrijke wet van Boyle (1662) of Mariotte (1679): *Voor eene bepaalde hoeveelheid (massa) gas is (bij gelijkblijvende temperatuur) het volumen omgekeerd evenredig met de spanning (of den druk, waaronder het gas verkeert).*

Verandert het volumen van v tot v_1, de spanning van p tot p_1, dan is

$$v : v_1 = p_1 : p \text{ of } pv = p_1 v_1. \qquad 85$$

Het product van volumen en spanning is voor dezelfde hoeveelheid (massa) gas een constant getal.

358. *Proefondervindelijk bewijs.* Een zuiver cilindervormige glazen buis A (fig. 92), die aan den bovenkant van eene kraan voorzien is, staat door eene lange caoutchoucbuis in verbinding met eene andere aan beide kanten opene glazen buis B. Men giet kwik in den toestel, totdat de caoutchoucbuis geheel en de glazen buizen gedeeltelijk gevuld zijn. De beide kwikspiegels zijn even hoog. Sluit men daarna de kraan, dan is boven het kwik in buis A lucht opgesloten van eene spanning gelijk aan den druk des dampkrings.

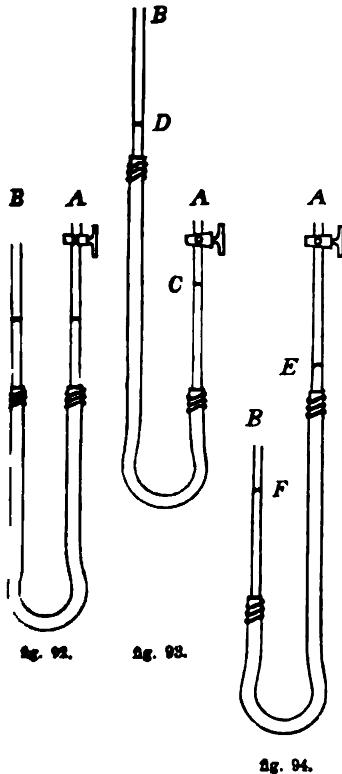


fig. 92. fig. 93. fig. 94.

Licht men nu de buis B zoo ver omhoog, dat het volumen der afgesloten lucht tot $^1/_2$, $^1/_3 \ldots ^1/_n$ teruggebracht wordt, dan blijkt (fig. 93) het verschil der kwikspiegels CD te zijn, 1, 2... (n—1) maal de hoogte van den barometer. De spanning der verdichte lucht (d. i. de druk der kwikkolom CD vermeerderd met den druk des dampkrings) bedraagt dus 2, 3...n maal de drukking des dampkrings.

Laat men de buis B zoo ver dalen, dat het volumen der afgesloten lucht 2, 3...n maal zoo groot geworden is, dan blijkt (fig. 94) het verschil der kwikspiegels EF te zijn

$^1/_2$, $^2/_3 \ldots \frac{n-1}{n}$ maal de drukking van den dampkring. De spanning der verdunde lucht (d. i. de druk des dampkrings verminderd met den druk der kwikkolom *EF*) is dus $^1/_2$, $^1/_3 \ldots ^1/_n$ maal de drukking des dampkrings.

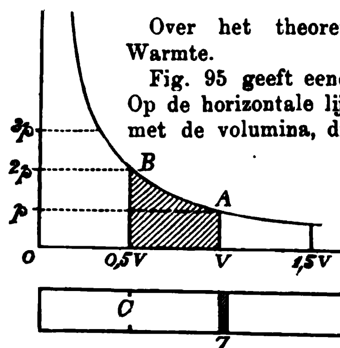


fig. 95.

Over het theoretisch bewijs dezer wet zie de leer der Warmte.

Fig. 95 geeft eene *graphische voorstelling* der wet van Boyle. Op de horizontale lijn zijn van *O* uit stukken afgezet, evenredig met de volumina, die men het gas kan doen aannemen. Richt men dan in elk punt der lijn eene loodlijn op, wier lengte evenredig is met de spanning, die bij het door het punt aangewezen volumen behoort, en verbindt men de uiteinden dezer loodlijnen, dan verkrijgt men eene kromme lijn, hyperbool genoemd, die de betrekking tusschen de bij elkaar behoorende waarden van volumen en spanning doet kennen.

Stelt men zich voor, dat het gas in een cilinder *C* van 1 cM² doorsnede door een beweeglijken zuiger *z* afgesloten is, dan moet de zuiger, om het volumen *v* tot $^1/_2$ *v* samen te persen, een weg afleggen van $^1/_2$ *v* cM. Aanvankelijk drukte op den zuiger alleen de druk van den dampkring, *p* dynes. Naarmate de samendrukking toeneemt, moet de druk op het gas grooter worden, totdat bij het einde der beweging de door den zuiger op het gas uitgeoefende druk 2*p* dynes bedraagt. De geheele arbeid, die hierbij door den dampkringsdruk en den mechanischen druk op den zuiger verricht is, wordt in ergs voorgesteld door den inhoud van de gearceerde figuur (verg. § 244 en 246). — De arbeid zou evengroot zijn, als de doorsnede van het vat en dus de druk *n* maal zoo groot was; de weg van den zuiger toch zou dan *n* maal zoo klein worden. — Het samengeperste gas verkrijgt natuurlijk tengevolge van den verrichten arbeid evenveel arbeidsvermogen van plaats, dat bij ontspanning tot den aanvankelijken toestand weer evenveel arbeid kan verrichten.

359. Volgens oudere onderzoekingen van Regnault en latere proeven van Amagat en anderen volgt geen enkel gas de wet van Boyle nauwkeurig. De oorzaak dezer *afwijkingen* vindt men in twee omstandigheden. Ten eerste zal, als de moleculen dichter bij elkaar gebracht worden, de cohaesie, die voor zich alleen reeds het volumen tracht te verminderen, haren invloed meer doen gelden. Bij samendrukking zal dus daardoor het volumen van het gas kleiner worden, dan volgens de wet van Boyle met den (uitwendigen) druk overeenkomt. Ten tweede hebben de moleculen een volumen, dat men ten opzichte van dat, hetwelk het gas inneemt, minder kan verwaarloozen, naarmate de gassen dichter worden. Voor de samenpersing blijft dus

beschikbaar niet het volumen, dat het gas schijnbaar inneemt, maar dit volumen verminderd met dat der gasmoleculen. Zooals in de theorie der warmte blijken zal, wordt daardoor de spanning reeds verdubbeld, als het volumen nog niet geheel op de helft verminderd is, m. a. w. het volumen van het gas blijft grooter, dan uit de wet van Boyle zou volgen.

Naarmate de eerste of de tweede omstandigheid meer invloed heeft, zullen de gassen in den éénen of in den anderen zin van de wet van Boyle afwijken. Waterstof is minder samendrukbaar dan de wet eischt, alle andere gassen meer. Voert men den druk echter zeer hoog op, dan blijkt voor deze gassen eene drukking te bestaan, waarbij zij de wet juist volgen, om bij nog hoogere drukkingen, evenals waterstof, minder samendrukbaar te worden, dan de wet eischt. Dit laatste was trouwens te verwachten, daar men de samendrukking niet kan voortzetten, totdat de moleculen de geheele ruimte vullen.

In overeenstemming met het bovenstaande vindt men: 1) de afwijkingen zijn het kleinst bij gassen, die zich niet gemakkelijk tot vloeistoffen laten verdichten; 2) gassen, die (bij de temperatuur der lucht) vloeibaar gemaakt kunnen worden, zijn meer samendrukbaar, dan de wet eischt; de afwijkingen worden bij sterkere drukkingen grooter.

Overigens zijn de afwijkingen van de wet van Boyle voor niet al te groote drukkingen bij alle gassen zoo gering, dat men ze in de practijk meestal kan verwaarloozen. — Bij spanningen, die kleiner zijn dan de gewone luchtdruk, vertoonen de gassen geen merkbare afwijking van de wet van Boyle.

Het volgende lijstje geeft volgens Regnault den druk in meters kwikhoogte voor eenige gassen, wier volumen v (bij een aanvankelijken druk van 1 M kwik) teruggebracht wordt tot $^1/_2\,v$, $^1/_4\,v$ enz.

Volumen.	Lucht.	Stikstof.	Koolzuur.	Waterstof.
v.	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
$^1/_2\,v$.	1,9978	1,9986	1,9829	2,0011
$^1/_4\,v$.	3,9874	3,9919	3,8973	4,0068
$^1/_{10}\,v$.	9,9162	9,9435	9,2262	10,0560

360. *Gevolgen van de wet van Boyle.*

1) De *dichtheid van een gas* verandert *evenredig met zijne spanning* (of den druk, waaronder het verkeert).

Uit formule $v : v_1 = p_1 : p$ en $v : v_1 = D_1 : D$ (§ 108) volgt:

$$D : D_1 = p : p_1.$$

2) Als men twee (of meer) hoeveelheden van een gas, die gelijke volumina v, maar ongelijke spanningen p_1 en p_2 hebben, samenperst totdat het volumen van het mengsel wederom v geworden is, dan is de spanning p van het mengsel gelijk aan de som der afzonderlijke spanningen $(p_1 + p_2)$.

Als in het mengsel de eerste hoeveelheid de spanning p bezat, zou haar volumen volgens de wet van Boyle zijn $v_1 = v \times \frac{p_1}{p}$; evenzoo dat van de tweede hoeveelheid $v_2 = v \times \frac{p_2}{p}$. Daar de som dezer beide volumina het volumen van het mengsel is, zoo volgt $v \times \frac{p_1}{p} + v \times \frac{p_2}{p} = v$; dus $p = p_1 + p_2$.

Daar de proef aantoont, dat dit ook voor *verschillende* gassen geldt, mits deze niet scheikundig op elkaar werken, zoo heeft men:

de *spanning van een mengsel* van verschillende gassen, die niet scheikundig op elkaar werken, is gelijk aan de *som der spanningen*, die elk gas zou uitoefenen, als zijn volumen dat van het mengsel was (*wet van Dalton*).

Volgens de theorie der Warmte belemmeren de moleculen van zulke gassen elkaar in hare botsingen tegen de wanden van een vat even min, als moleculen van dezelfde soort zouden doen.

3) Brengt men verschillende gassen (of verschillende hoeveelheden van hetzelfde gas) van de volumina v_1, v_2 enz. en de respectieve spanningen p_1, p_2 enz. samen in eene (niet met gas gevulde) ruimte v, dan kan de *spanning p van het mengsel* berekend worden uit de formule

$$p_1v_1 + p_2v_2 + \ldots = pv. \qquad 87$$

In de ruimte v zouden de afzonderlijke spanningen volgens de wet van Boyle zijn $\frac{p_1v_1}{v}$, $\frac{p_2v_2}{v}$ enz. Volgens 2) is dus de spanning van het mengsel $p = \frac{p_1v_1}{v} + \frac{p_2v_2}{v} + \ldots$, waaruit formule 87 volgt.

4) Uit de omstandigheid, dat de wet van Boyle voor alle gassen geldt, dus onafhankelijk is van de soort van het gas, leidde *Avogadro* de naar hem genoemde wet af, *dat gelijke volumina van verschillende gassen onder dezelfde omstandigheden van temperatuur en spanning evenveel moleculen bevatten.*

Wij komen in de leer der Warmte op de wet van Avogadro terug.

361. In een gesloten vat neemt de dichtheid en dus ook de spanning van een gas toe met de diepte. Zij is aan den bodem zooveel grooter, dan bij het deksel, als de druk bedraagt, dien het gas door zijn *gewicht* uitoefent. Slechts voor vaten van niet belangrijke

hoogte mag men de spanning van het gas overal gelijk aannemen.

Als men door een ballon (met twee afsluitkranen) zoo lang lichtgas laat stroomen, totdat alle lucht uit den ballon verdreven is, en dan den ballon eerst van de buitenlucht en daarna van de gasleiding afsluit, dan is hij gevuld met lichtgas van de dichtheid en de spanning, die het gas bezit op die plaats der buisleiding, waarmede de ballon verbonden was. Ontneemt men het gas aan de leiding achtereenvolgens boven en beneden in een gebouw, dan blijkt het gewicht van het gas in den ballon in het eerste geval kleiner te zijn dan in het tweede.

Verbindt men echter een van twee communiceerende vaten (verg. fig. 92 of 96), die gedeeltelijk met eene lichte vloeistof gevuld zijn, met de gasleiding, dan zal men boven in een gebouw den *overdruk* van het lichtgas (boven den druk der buitenlucht) grooter vinden dan beneden. Bij hetzelfde hoogteverschil verandert namelijk de druk, dien de lucht door haar gewicht uitoefent, meer dan de druk, dien het minder dichte lichtgas door zijn gewicht uitoefent.

Vult men één van twee communiceerende open vaten, dat eenige meters hoog is, boven de daarin aanwezige (lichte) vloeistof met een gas, dat zwaarder (koolzuur) of lichter (waterstof) is dan de lucht (die op de vloeistof in het andere vat drukt), dan zal de vloeistofspiegel in het eerste vat lager, resp. hooger, staan dan in het andere. Het verschil in druk der beide vloeistofkolommen wordt in evenwicht gehouden door het verschil in druk, veroorzaakt door de gewichten van de gaskolom en eene even hooge luchtkolom (zie § 399 en § 400).

Manometers.

362. Toestellen, die dienen om de spanning van een gas te meten, noemt men *manometers* (manos = ijl). Zij berusten (verg. de barometers) op het evenwicht bij communiceerende vaten (bak- en hevelmanometers) of op de vormverandering, die een vat met dunne veerkrachtige wanden ondergaat door de spanning van het gas, waarmede het vat gevuld is (metaalmanometers).

De in § 356, 358 en 361 (alinea 3 en 4) bedoelde toestellen zijn manometers van de eerste soort.

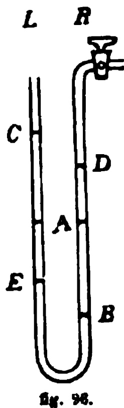


fig. 96.

363. De *opene hevelmanometer* is eene omgebogen glazen buis, waarvan de beide verticaal geplaatste beenen gedeeltelijk met vloeistof gevuld zijn. Bij gelijken gasdruk in beide beenen staan de beide vloeistofspiegels even hoog (bij A, fig. 96). Met het éene been R verbindt men de ruimte, die het gas bevat, welks spanning men meten wil; het andere been L blijft open. Is de spanning van het gas grooter dan de luchtdruk, dan daalt de vloeistof in R (b.v. tot B), terwijl zij in L rijst (tot C). De op den vloeistofspiegel in B werkende spanning maakt in buis L evenwicht met den druk

eener vloeistofkolom, waarvan de hoogte $CB = h$ cM is, *en* met den druk der lucht, die door den barometerstand (H cM kwikdruk) aangegeven wordt. — Manometer van Regnault.

Is de vloeistof in den manometer kwik, dan is de spanning van het gas $p = (H + h)$ cM kwikdruk; bij eene andere vloeistof van het soortelijk gewicht S is de spanning $p = \left(H + h \times \frac{S}{13,6}\right)$ cM kwikdruk (verg. § 356).

Als de spanning van het gas kleiner is dan de luchtdruk, dan rijst de vloeistof in R (b.v. tot D) en daalt in L (tot E). Op den vloeistofspiegel in E werkt nu de luchtdruk H, die in buis R evenwicht maakt met den druk eener vloeistofkolom, waarvan de hoogte $DE = h$ cM is, *en* met de spanning p van het gas.

Is de vloeistof kwik, dan is de spanning van het gas $p = (H - h)$ cM kwikdruk; bij eene andere vloeistof van het soortelijk gewicht S is zij $p = \left(H - h \times \frac{S}{13,6}\right)$ cM kwikdruk (§ 356).

Voor het meten van groote spanningen gebruikt men hooge ijzeren buizen en kwik. Op het kwik in de opene buis drijft een lichaam, waaraan een koord bevestigd is, dat boven de buis over eene katrol loopt en aan het andere einde een wijzer als tegenwicht draagt. Op eene verdeelde schaal wijst deze de spanning van het gas aan.

Voor het meten van spanningen, die zeer weinig van den luchtdruk verschillen, buigt men eene glazen buis zoo om, dat de beide beenen niet verticaal staan, maar slechts eene geringe helling met een horizontaal vlak hebben. Eene kleine verandering van spanning wordt dan door eene vrij groote verplaatsing der vloeistofkolom aangewezen. Men gebruikt hierbij eene vloeistof van gering soortelijk gewicht.

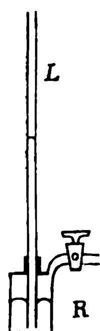


fig. 97.

364. Bij den *open bakmanometer* staat het ééne der communiceerende vaten *in* het andere: de opene buis L gaat luchtdicht door den bovenwand van den gesloten bak R en is met haar open ondereinde in de vloeistof gedompeld, die den bak gedeeltelijk vult. De ruimte in den bak wordt in verbinding gesteld met de ruimte, waarin zich het gas bevindt, welks spanning (die grooter moet zijn dan de luchtdruk) men bepalen wil. Het gas drukt op de vloeistof in den bak en doet haar in de buis rijzen. Is de doorsnede der buis o, de vrije oppervlakte der vloeistof in den bak O, dan zal eene rijzing der vloeistof van h cM in de buis gepaard gaan met eene daling van $h \times \frac{o}{O}$ cM van den vloeistofspiegel in den bak.

Bij een barometerstand van H cM is de spanning van het gas $p = \left\{H + h + h \times \frac{o}{O}\right\}$ cM kwikdruk, als de vloeistof in den manometer kwik is; bij gebruik eener andere vloeistof van het soortelijk gewicht S is zij $p = \left\{H + \left(h + h \times \frac{o}{O}\right)\frac{S}{13,6}\right\}$ cM kwikdruk.

Het is duidelijk dat deze manometer niet kan gebruikt worden voor het meten van spanningen, die kleiner zijn dan de dampkringsdrukking.

365. Sluit men het boveneinde der buis L (fig. 96 en fig. 97), dan verkrijgt men den *gesloten hevelmanometer* en den *gesloten bakmanometer*. De spanning van het gas, dat op het oppervlak van het kwik in de buis R (fig. 96) of het vat R (fig. 97) drukt, doet het kwik in de buis L stijgen, totdat de spanning van het gas evenwicht maakt met den druk der in L boven het kwik in R uitstekende kwikkolom *en* de spanning der samengeperste lucht in L.

De spanning der samengeperste lucht kan berekend worden met behulp van de wet van Boyle. Is de aanvankelijke lengte der afgesloten luchtkolom onder den druk H van den dampkring (als de kwikspiegels in beide vaten even hoog staan) $= l$ cM, en later (als het kwik h cM in de buis gestegen is) $= (l - h)$ cM, dan is hare spanning $\frac{l}{l-h} \times H$ cM kwikdruk. Bij den hevelmanometer is nu de gevraagde spanning van het gas $p = (2h + \frac{l}{l-h} \times H)$ cM kwikdruk; bij den bakmanometer $p = (h + h \times \frac{o}{O} + \frac{l}{l-h} \times H)$ cM kwikdruk. — Zijn de manometers met eene andere vloeistof (van het soortelijk gewicht S) gevuld, dan verkrijgt men voor de spanningen $p = \left\{2h \times \frac{S}{13,6} + \frac{l}{l-h} \times H\right\}$ cM kwikdruk en $p = \left\{\left(h + h \times \frac{o}{O}\right)\frac{S}{13,6} + \frac{l}{l-h} \times H\right\}$ cM kwikdruk.

De gevoeligheid der gesloten manometers, die bepaald wordt door het stijgen der vloeistof in de buis L, is niet (zooals bij de opene manometers) voor alle spanningen gelijk; zij neemt met toenemende spanning van het gas snel af, omdat de vermindering van het volumen der afgesloten lucht hoe langer hoe kleiner wordt. Men gebruikt de gesloten manometers dan ook alleen, als groote nauwkeurigheid niet vereischt wordt. — Voor het meten van spanningen, die kleiner zijn dan de druk des dampkrings, is het gebruik van den gesloten hevelmanometer niet doelmatig, het gebruik van den gesloten bakmanometer niet mogelijk.

366. De *metaalmanometers* zijn ongeveer ingericht als de metaalbarometers. Het gas wordt *binnen* de doos (fig. 88) of buis (fig. 89) toegelaten; daardoor zal bij toenemende spanning het deksel der doos van fig. 88 bol gaan staan en de buis van fig. 89 minder gebogen worden. Een wijzer, waarop deze vormveranderingen overgebracht worden, geeft op eene proefondervindelijk (door vergelij-

king met een open manometer) verdeelde schaal de spanning aan.

367. De in § 363 en 364 in de formules voor de spanning voorkomende grootheid H stelt den barometerstand op het oogenblik der waarneming voor; niet den gemiddelden of normalen luchtdruk van 76 cM kwikhoogte of 1 atmospheer. Daaruit volgt, dat men bij opene manometers voor eene nauwkeurige opgave der spanning den barometerstand moet raadplegen en de vloeistofhoogte in centimeters opgeven; eene schaalverdeeling in atmospheren geeft slechts eene benaderde waarde der spanning. — Bij de gesloten manometers (§ 365) is H de spanning der lucht in L op het oogenblik dat de buis gesloten wordt; meestal maakt men H gelijk aan 76 cM kwikdruk.

Overigens moet men bij het gebruik van alle manometers er op letten, dat het gas, welks spanning men wil meten, in verbinding gebracht wordt met het vat R (fig. 96 en 97), dat dampkringslucht bevat. In werkelijkheid meet men dus de spanning, die het gas *en* deze lucht uitoefenen, als zij te zamen de ruimte beslaan, die het gas eerst had, vermeerderd met de ruimte in het vat R boven den vloeistofspiegel (form. 87). Meestal echter zal de aldus gemeten spanning gelijk gesteld kunnen worden aan de aanvankelijke spanning van het gas.

*Berekening van hoogteverschillen door middel van den barometer.

***368.** De vermindering van den luchtdruk met de hoogte boven de oppervlakte der aarde heeft zoo plaats, dat voor hoogten, die met gelijke verschillen toenemen (d. i. eene rekenkundige reeks vormen), de barometerstanden de termen eener afdalende meetkundige reeks vormen.

Men denke zich de lucht in horizontale lagen van de hoogte h verdeeld en neme aan, dat de dichtheid der lucht in de onderste laag overal dezelfde is, zoodat hare spanning gelijk is aan den druk der lucht (barometerstand) in de onderste grens A der laag (de oppervlakte der aarde). Evenzoo zij de dichtheid der lucht in de tweede laag overal dezelfde, en hare spanning gelijk aan den druk der lucht (barometerstand) in B; zoo ook voor de overige lagen (fig. 98).

De hoogte h der lagen kieze men zoo, dat de lucht in de onderste laag door haar gewicht eene drukking p_1 uitoefent $= \frac{1}{n}$ van den barometerstand b in A. De barometerstand in B is dan

$$b_1 = b - p_1 = b - \frac{1}{n}b = b\left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

Daar de drukkingen der afzonderlijke lagen evenredig zijn met de dichtheden en dus met de barometerstanden, kan men de drukking p_2, die de tweede laag door haar gewicht uitoefent, vinden:

$p_2 : p_1 = b_1 : b = b\left(1 - \frac{1}{n}\right) : b$. Dus is $p_2 = p_1\left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n}b\left(1 - \frac{1}{n}\right)$.

De barometerstand in C is nu:

$$b_2 = b_1 - p_2 = b\left(1 - \frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n}b\left(1 - \frac{1}{n}\right) = b\left(1 - \frac{1}{n}\right)^2.$$

Evenzoo vindt men

$$p_3 : p_2 = b_2 : b_1;\ \text{dus}\ p_3 = p_2 \times \frac{b_2}{b_1} = \frac{1}{n}b\left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n}b\left(1 - \frac{1}{n}\right)^2;$$

en den barometerstand in D:

$$b_3 = b_2 - p_3 = b\left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 - \frac{1}{n}b\left(1 - \frac{1}{n}\right)^2 = b\left(1 - \frac{1}{n}\right)^3 \text{ enz.}$$

Op de hoogten 0, h, $2h$, $3h$ enz. zijn dus de barometerstanden:

$b, b\left(1 - \frac{1}{n}\right), b\left(1 - \frac{1}{n}\right)^2, b\left(1 - \frac{1}{n}\right)^3$ enz.

$b_4 = b\left(1 - \frac{1}{n}\right)^4$ — E — $p_4 = \frac{1}{n}b\left(1 - \frac{1}{n}\right)^3$

$b_3 = b\left(1 - \frac{1}{n}\right)^3$ — D — $p_3 = \frac{1}{n}b\left(1 - \frac{1}{n}\right)^2$

$b_2 = b\left(1 - \frac{1}{n}\right)^2$ — C — $p_2 = \frac{1}{n}b\left(1 - \frac{1}{n}\right)$

$b_1 = b\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ — B — $p_1 = \frac{1}{n}b$

b — A

fig. 98.

***369.** Neemt men $b = 76{,}0$ cM en $n = 760$, dan is $1 - \frac{1}{n} = \frac{759}{760}$ en $b_1 = 75{,}9$ cM. De hoogte h van de eerste laag (en dus ook van alle volgende) moet dan zoo genomen worden, dat zij evenwicht maakt met eene kwikkolom van 1 mM hoogte. Daar het soortelijk gewicht van kwik 13,596 en dat van lucht 0,001293 is (§ 399), zoo is de hoogte der eerste laag $h = 1 \times \frac{13{,}596}{0{,}001223} = 10515$ mM $= 1051{,}5$ cM.

Heeft een punt de onbekende hoogte $x \times 1051{,}5$ cM, dan kan men den daar gevonden barometerstand voorstellen door $b' = 76{,}0 \times \left(\frac{759}{760}\right)^x$; evenzoo in de grootere hoogte $y \times 1051{,}5$ cM den barometerstand door $b'' = 76{,}0 \times \left(\frac{759}{760}\right)^y$. Men vindt nu gemakkelijk:

$$\log b' - \log b'' = (x - y) \{\log 759 - \log 760\};$$
$$\log b' - \log b'' = (y - x) \{\log 760 - \log 759\};$$
$$y - x = \frac{\log b' - \log b''}{\log 760 - \log 759};$$

en het *hoogteverschil* H der beide plaatsen:

$$H = (y - x) \times 1051{,}5 = \frac{1051{,}5}{\log 760 - \log 759} (\log b' - \log b'') =$$
$$1838930 \times (\log b' - \log b'') \text{ cM.} \qquad 88$$

Uit de gelijktijdig waargenomen barometerstanden op twee plaatsen of ook uit de gemiddelde jaarlijksche barometerstanden dier plaatsen kan men dus het hoogteverschil der plaatsen vinden.

De gevonden formule kan dienen om den barometerstand op eene plaats, waarvan de hoogte boven den zeespiegel bekend is, terug te brengen tot dien, die daar waargenomen zou worden, indien de plaats ter hoogte van de oppervlakte der zee gelegen was. Deze herleiding, die voor de Meteorologie van belang is, heet *reductie* van den barometerstand *op den zeespiegel*.

Overigens zijn de door formule 88 gevonden hoogten slechts bij benadering juist, omdat men bij de herleiding de ongelijkheid der zwaartekracht op verschillende plaatsen, de temperatuur en de vochtigheid der lucht verwaarloosd heeft.

III. Luchtpompen.

370. *Luchtpompen* zijn werktuigen, waarmede de lucht uit een vat bijna geheel kan verwijderd worden. Zij berusten op het eigenlijke uitpompen van de lucht door eene zuigpomp of op eene verbinding van het vat met de luchtledige ruimte van Torricelli.

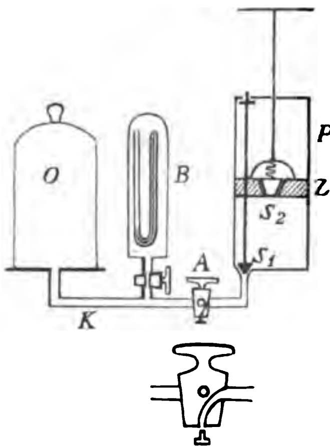


fig. 99.

371. De *gewone zuigluchtpomp* (Guericke, 1650) bestaat uit *a*) *de pompbuis* P met luchtdicht sluitenden zuiger Z, *b*) den *ontvanger* O, het vat, waaruit de lucht zal verwijderd worden, en *c*) het *verbindingskanaal* K tusschen pompbuis en ontvanger (fig. 99).

Het *verbindingskanaal* eindigt in den bodem der pompbuis met een kegelvormig verwijd gedeelte. In dit gedeelte past eene kegelvormige stop S_1, die aan een dun staafje

zit, dat door den zuiger gaat. Bij het omhoog bewegen van den zuiger wordt dit staafje ongeveer over de lengte van een millimeter medegenomen (waardoor de opening van het verbindingskanaal vrij wordt); daarna houdt de bovenwand der pompbuis het staafje tegen, en de zuiger glijdt verder over het staafje heen naar boven. Bij het omlaag gaan van den zuiger wordt het staafje weer medegevoerd, totdat de opening van het verbindingskanaal door de stop gesloten is; de zuiger glijdt dan verder over het staafje heen naar beneden.

De *zuiger* is van boven naar beneden kegelvormig doorboord, en ook hier sluit ter hoogte van het grondvlak des zuigers een licht *kegelvormig stopje* S_2, dat door een zwak veertje naar beneden gedrukt wordt, de opening af.

De *ontvanger* is meestal eene stevige glazen klok, wier afgeslepen rand met een weinig vet bestreken en op eene vlakke *plaat* gezet wordt. In deze plaat (meestal van glas) komt het verbindingskanaal K uit.

Nog staat een gesloten glazen cilinder B in verbinding met het kanaal; hierin bevindt zich een (meestal afgekorte) *hevelbarometer* (*verklikker*), die de spanning der verdunde lucht aanwijst.

Tusschen pompbuis en ontvanger is in het verbindingskanaal eene kraan A met twee doorboringen (onder de luchtpomp in fig. 99 vergroot afgebeeld), waardoor 1) pompbuis en ontvanger met elkaâr in gemeenschap gesteld kunnen worden, en 2) een van beide afgesloten kan worden, terwijl de andere in verbinding met de buitenlucht gesteld wordt.

372. Aanvankelijk rust de zuiger op den bodem der pompbuis. De stoppen S_1 en S_2 sluiten de respectieve openingen af. Bij het ophalen van den zuiger verspreidt zich de lucht uit O, B en K onder den zuiger en wordt dus verdund. Bij het daarop volgende neerdrukken van den zuiger sluit de stop S_1 het kanaal af, zoodat de lucht in O, B en K verdund blijft; de verdunde lucht in de pompbuis echter wordt samengedrukt, totdat zij in staat is, de stop S_2 op te lichten en door den zuiger te ontsnappen. Heeft de zuiger zijn laagsten stand bereikt, dan is alle in de pompbuis gestroomde lucht verwijderd, en kan dezelfde werking zich bij den volgenden pompslag herhalen.

373. Noemen wij V het volumen der lucht in O, B en K tot aan de stop S_1 en v het volumen der pompbuis onder den zuiger, als deze zijn hoogsten stand heeft; dan zet zich bij elken pompslag lucht van het volumen V uit tot het volumen $V + v$. De spanning H_1,

die de lucht daardoor aanneemt, kan men berekenen uit de wet van Boyle. Is de aanvankelijke spanning der lucht in de pomp gelijk aan die des dampkrings H, dan is voor den eersten pompslag

$$VH = (V + v)\, H_1\,;\ \text{dus}\ H_1 = \frac{V}{V + v} \times H.$$

Evenzoo is voor den tweeden pompslag

$$VH_1 = (V + v)\, H_2\,;\ \text{dus}\ H_2 = \frac{V}{V + v} \times H_1 = \left(\frac{V}{V + v}\right)^2 \times H.$$

en zoo voor alle volgende pompslagen. Voor de spanning na den n-den pompslag heeft men

$$H_n = \left(\frac{V}{V + v}\right)^n \times H. \qquad 89$$

Achtereenvolgens heeft dus de lucht in den ontvanger de volgende spanningen: $H, \frac{V}{V + v} \times H, \left(\frac{V}{V + v}\right)^2 \times H \ldots \left(\frac{V}{V + v}\right)^n \times H;$

De opvolgende spanningen worden dus voorgesteld door de termen eener afdalende meetkundige reeks; en hieruit volgt, daar geen term nul kan worden, dat men de lucht niet geheel kan uitpompen. Wel is waar zou theoretisch de verdunning door een voldoend aantal pompslagen onbepaald kunnen worden voortgezet; practisch echter bereikt men ook bij de beste pompen eene *grens*, die niet overschreden kan worden.

374. De bedoelde grens wordt — ook bij een luchtdicht sluitenden zuiger — veroorzaakt door de zoogenoemde *schadelijke ruimte*, d. i. de ruimte, die steeds tusschen den zuiger en den bodem der pompbuis nog overblijft, nadat men den zuiger zoo ver mogelijk naar beneden gedrukt heeft. Deze ruimte bevat na elken pompslag lucht van de spanning des dampkrings, daar bij het neerdrukken van den zuiger de ruimte onder den zuiger met den dampkring in gemeenschap is geweest. Indien bij het ophalen van den zuiger het kanaal K door stop S_1 afgesloten bleef, dan zou de lucht uit de schadelijke ruimte — wier volumen wij u noemen — zich uitzetten tot het volumen v der pompbuis en daardoor eene spanning H' verkrijgen, die gevonden wordt uit $uH = vH'$; dus

$$H' = \frac{u}{v} \times H. \qquad 90$$

Is nu na een zeker aantal pompslagen de spanning der lucht in den ontvanger tot deze waarde H' gedaald, dan kan bij verder pompen geene lucht meer uit den ontvanger in de pompbuis stroomen,

omdat bij den hoogsten stand des zuigers de spanning in de pompbuis even groot is.

****375.** Wil men voor de berekening der spanning in den ontvanger de *schadelijke ruimte* in rekening brengen, dan moet men in het oog houden, dat door elken pompslag de lucht, die het volumen V en de door den verklikker aangewezen spanning bezit, en de lucht van het volumen u der schadelijke ruimte (spanning die des dampkrings) tot het gezamenlijk volumen $(V+v)$ gebracht worden. De spanning dezer lucht na den pompslag berekent men met behulp van form. 87. Voor de achtereenvolgende pompslagen vindt men:

1) $VH+uH=(V+v)H_1$; dus $H_1=\frac{V}{V+v}\times H+\frac{u}{V+v}\times H$;

2) $VH_1+uH=(V+v)H_2$; dus $H_2=\frac{V}{V+v}\times H_1+\frac{u}{V+v}\times H=$

$$\left(\frac{V}{V+v}\right)^2\times H+\frac{V}{V+v}\times\frac{u}{V+v}\times H+\frac{u}{V+v}\times H=$$

$$\left(\frac{V}{V+v}\right)^2\times H+\frac{u}{V+v}\times H\times\left\{1+\frac{V}{V+v}\right\};$$

3) $VH_2+u\times H=(V+v)H_3$; dus $H_3=\frac{V}{V+v}\times H_2+\frac{u}{V+v}H$;

of na substitutie der voor H_2 gevonden waarde:

$$H_3=\left(\frac{V}{V+v}\right)^3\times H+\frac{u}{V+v}\times H\times\left\{1+\frac{V}{V+v}+\left(\frac{V}{V+v}\right)^2\right\}.$$

Eindelijk heeft men voor den n-den pompslag:

$V\times H_{n-1}+u\times H=(V+v)H_n$; en vindt daaruit:

$$H_n=\left(\frac{V}{V+v}\right)^n\times H+\frac{u}{V+v}\times H\times\left\{1+\frac{V}{V+v}+\left(\frac{V}{V+v}\right)^2+\ldots+\left(\frac{V}{V+v}\right)^{n-1}\right\}$$

$$=\left(\frac{V}{V+v}\right)^n\times H+\frac{u}{v}\times H\times\left\{1-\left(\frac{V}{V+v}\right)^n\right\}.$$

Neemt men in deze formule n oneindig groot, dan verkrijgt men $H_n=\frac{u}{v}\times H$; en dit is weer de bovengevonden grenswaarde H'. Overigens heeft de bovenstaande berekening slechts theoretische waarde.

376. Men kan de stoppen S_1 en S_2 ook weglaten en in plaats daarvan bij het uitpompen van lucht uit den ontvanger en bij het verwijderen der uitgepompte lucht uit de pompbuis gebruik maken van eene *kraan* van den in fig. 99 aangewezen vorm, die men in het kanaal onmiddellijk onder de pompbuis aanbrengt. De zuiger is

dan massief. Bij het ophalen van den zuiger moet de kraan den ontvanger en de pompbuis met elkaâr in verbinding stellen; bij het neerdrukken wordt zij 90° omgedraaid, zoodat de ontvanger afgesloten, de pompbuis echter in gemeenschap met de buitenlucht gebracht wordt.

377. Bij de beweging van den zuiger naar boven moet op elk oogenblik (behalve de wrijving) het verschil van den druk der buitenlucht en van den druk der lucht onder den zuiger overwonnen worden, d. i. het gewicht eener kwikkolom, die de doorsnede des zuigers tot grondvlak en het verschil der spanningen van de buitenlucht en van de lucht onder den zuiger, $(H - h)$ cM, tot hoogte heeft. Door dezen arbeid te verrichten, deelt men aan den zuiger (of aan de buitenlucht) arbeidsvermogen van plaats mede. Dit arbeidsvermogen zal bij het dalen van den zuiger gedeeltelijk dienen om de wrijving te overwinnen; de rest wordt voor den arbeid van het pompen niet benuttigd.

Men kan het uitpompen gemakkelijker maken (en tevens sneller uitpompen), door gebruik te maken van eene luchtpomp met twee pompbuizen, waarvan de zuigerstangen zoo gekoppeld zijn, dat de beide zuigers steeds gelijktijdig in tegengestelde richtingen bewogen worden. Moet op een bepaald oogenblik de druk $(H - h_1)$ op den omhoog gaanden zuiger overwonnen worden, dan zal tegelijk de druk $(H - h_2)$ op den omlaag gaanden zuiger meêwerken, zoodat slechts het verschil van beide, $(h_2 - h_1)$, d. i. het verschil der spanningen onder de beide zuigers, behoeft overwonnen te worden.

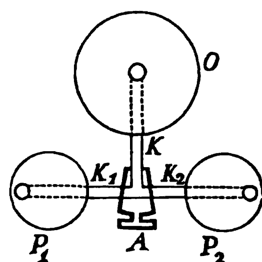


fig. 100.

378. De *inrichting eener luchtpomp met twee pompbuizen* is als volgt. Het van den ontvanger uitgaande kanaal splitst zich ⊥-vormig (fig. 100) in twee kanalen, die naar de beide pompbuizen voeren. De beide zuigerstangen C_1 en C_2 (fig. 101) zijn aan de naar elkaar toegekeerde zijden van tanden voorzien; door een rad R, welks tanden tusschen die der zuigerstangen ingrijpen, heen en weer te draaien, kan de eene zuiger omhoog en tegelijk de andere omlaag bewogen worden of omgekeerd.

Bij A, waar de kanalen samen komen, heeft men de ***kraan van Babinet*** aangebracht (fig. 100—103). In deze kraan (fig. 103) zijn geboord *a*) een kanaal *ab* in de richting der as, dat in het verlengde van het kanaal K (fig. 100) loopt (in de figuren 101

en 102 door een zwart stipje aangeduid); *b*) een kanaal *de*, loodrecht op de as, waardoor de beide kanalen K_1 en K_2 met K kunnen verbonden worden (fig. 100 en 101); *c*) een kanaal *ca* (halve doorboring, fig. 103), loodrecht op de beide eerste kanalen, waardoor alleen de pompbuis P_1 in gemeenschap met den ontvanger kan gebracht worden (fig. 102); *d*) een kanaal *fg*, dat evenwijdig met *ca*, maar buiten het vlak *dec* zóó geboord is, dat het niet met het eerste kanaal *ab* in verbinding staat. Als de kraan in den stand van fig. 102 gebracht is, waarin alleen de pompbuis P_1 met den ontvanger in gemeenschap staat, dan herstelt het kanaal *fg* van fig. 103 de verbinding tusschen twee andere kanalen K_3 en K_4, en stelt daardoor de pompbuis P_1 in gemeenschap met het naar de pompbuis P_2 voerende kanaal K_2.

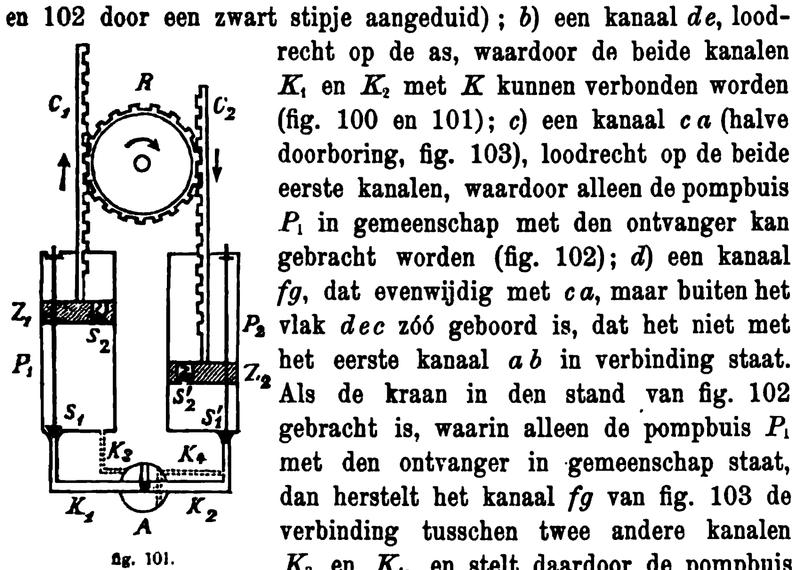
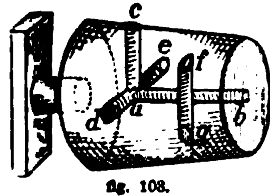


fig. 101.

Bij het begin van het uitpompen wordt de kraan van Babinet zoo gesteld, dat door beide pompbuizen lucht uit den ontvanger verwijderd wordt (fig. 101); de kanalen *ca* en *fg* werken niet. Nadat de grens der luchtverdunning bereikt is, draait men de kraan 90° links om (fig. 102). Zooals boven opgegeven, wordt daardoor P_1 verbonden met O (K_1, *ca*, *ab* K) en met P_2 (K_3, *fg*, K_4, K_2) en P_2 van O afgesloten. Bij het neerdrukken van den zuiger in P_1 wordt de lucht, die zich onder dezen zuiger bevindt, niet tot de spanning van den dampkring samengedrukt, maar gaat door K_3, *fg* en K_4 naar K_2 en van daar in de pompbuis P_2, waarin de zuiger opgehaald wordt. In de schadelijke ruimte der pompbuis P_1 blijft dus *verdunde* lucht over, zoodat bij het volgende omhoog gaan van den zuiger in P_1 op nieuw lucht uit den ontvanger naar P_2 kan stroomen. Door het aanbrengen van de kraan van Babinet is men dus in staat, de lucht in den ontvanger nog meer te verdunnen, dan de waarde H' (form. 90) aanwijst.

fig. 102.


fig. 103.

379. Even gemakkelijk is de behandeling der luchtpomp *met enkele pompbuis*, maar *met dubbele werking*, waarbij én bij het ophalen én bij het neerdrukken van den zuiger lucht uit den ontvanger gepompt wordt. Fig. 104 stelt de pompbuis voor. Het van den ontvanger komend kanaal K splitst zich in twee kanalen, waarvan K_1 in den bodem, K_2 in de dekselplaat van de pompbuis uitkomt. De beide openingen worden beurtelings door kegelvormige stoppen, die aan de beide uiteinden van een staafje bevestigd zijn, gesloten en geopend. De lucht wordt uit de pompbuis naar buiten gebracht door twee kleppen (of stoppen) S_1 en S_2, die zich beide naar buiten openen, en eveneens beurtelings geopend en gesloten worden.

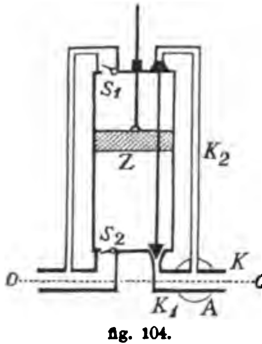


fig. 104.

Bij het ophalen van den zuiger stroomt de lucht door K_1 in, en door S_1 uit de pompbuis; bij het neerdrukken geschiedt dit respectievelijk door K_2 en S_2.

De druk, dien de zuiger in elken stand te overwinnen heeft, is het verschil der spanningen aan weerskanten van den zuiger. — Bij A, waar het kanaal K zich splitst, wordt de kraan van Babinet aangebracht.

Om te verkrijgen, dat de zuiger zich zuiver in de richting van de as der pompbuis beweegt, en om tevens het ophalen en neerdrukken van den zuiger door eene gemakkelijke draaiing te bewerken, heeft men twee wegen gevolgd.

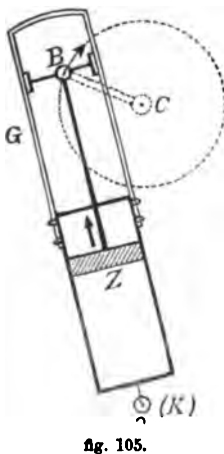


fig. 105.

a) Men laat den kop B der zuigerstang in eene geleiding G loopen, die aan de pompbuis bevestigd is. De pompbuis kan heen en weer schommelen om eene daaronder gelegen as o, die ook de aan- en afvoerkanalen bevat (fig. 105 is ten opzichte van fig. 104 90^0 gedraaid; de draaiingsas is in fig. 104 door de gestippelde lijn oo aangeduid; in fig. 105 ligt zij loodrecht op het vlak van teekening). Aan den kop der zuigerstang is eene kruk BC bevestigd, wier lengte gelijk is aan de halve zuigerslaglengte en die om de vaste

as *C*, die verticaal boven *o* ligt, kan gedraaid worden. Bij elke geheele draaiing der kruk beweegt zich de zuiger éénmaal op en neer. — Luchtpomp van Bianchi.

b) Bij eene vast staande pompbuis bedient men zich van eene getande schijf *A*, wier middellijn gelijk is aan de halve zuigerslaglengte en die men laat rollen binnen een aan den binnenkant getanden ring *B* van twee maal zoo groote middellijn. Bij deze beweging beschrijft elk punt van den omtrek der schijf ééne der middellijnen van den ring. De kop der zuigerstang is verbonden met dat punt *C* der schijf, dat de verticale middellijn van den ring beschrijft. Bij elke omdraaiing van het middelpunt der schijf langs den gestippelden cirkel beweegt zich de zuiger éénmaal op en neer. — Luchtpomp van Deleuil.

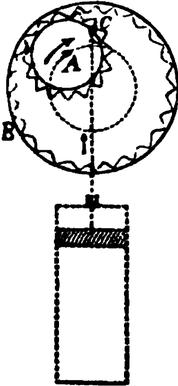


fig. 106.

380. *Proeven met de luchtpomp.* Vasthechten der klok (fig. 99) aan de plaat. — Uitzetten der in eene dierlijke blaas opgesloten lucht (§ 346). — Indrukken eener blaas of glazen plaat (§ 347). — Een gerimpelde vrucht verkrijgt onder de klok der luchtpomp een glad oppervlak. — Schuimen van bier of spuitwater; opstijgen van luchtbellen uit gewoon water. — Het zinken van houtspaanders (waaruit de lucht door het uitpompen verwijderd is) in water. — Fontein in het luchtledige. — Doorpersen van kwik door de poriën van hout. — Maagdeburg'sche halve bollen. De kracht, waarmede de ééne halve bol tegen den anderen aangedrukt wordt, is gelijk aan het gewicht eener kwikkolom, die de doorsnede van het scheidingsvlak (§ 306) tot grondvlak heeft en $(H-h)$ cM hoog is (§ 377).

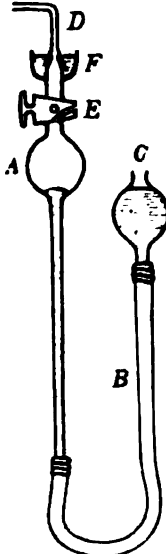


fig. 107.

381. *De kwikluchtpomp van Geissler.* Een glazen vat *A* (ballon) met verticaal geplaatste buis) is van onderen door eene caoutchoucbuis *B* verbonden met een tweede glazen vat *C*, terwijl het van boven in eene buis uitloopt, die kegelvormig afgeslepen is en waarop het kegelvormig verwijde uiteinde eener andere buis *D* past, die naar den ontvanger en den verklikker leidt. (Luchtdichte afsluiting door kwik in het aangesmol-

ten bakje F.) In de buis boven het vat *A* bevindt zich een kraan van den in fig. 99 afgebeelden vorm. Deze kraan kan 1) het vat *A* in gemeenschap stellen met den ontvanger; 2) het vat *A* resp. den ontvanger in verbinding brengen met de buitenlucht, terwijl de ontvanger resp. het vat *A* afgesloten is; 3) het vat *A* en den ontvanger tegelijk afsluiten (bij eene draaiing van 45° uit den in fig. 107 aangegeven stand).

Het verwijderen der lucht uit den ontvanger geschiedt als volgt: 1) Men brengt *A* in verbinding met de buitenlucht en licht het met kwik gevulde vat *C* zoo hoog op, dat alle lucht uit vat *A* uitgedreven en dit geheel met kwik gevuld wordt. 2) Daarna draait men de kraan 45°, zoodat de gemeenschap van het vat *A* en den ontvanger onderling en met de buitenlucht verbroken wordt, en laat het vat *C* zoo ver dalen, dat in *A* eene luchtledige ruimte ontstaat. 3) Men draait de kraan nog 45° verder en stelt daardoor *A* in gemeenschap met den ontvanger, zoodat de in dezen aanwezige lucht zich in het vat *A* kan verspreiden. — Deze bewerking wordt herhaald, totdat de gewenschte verdunning der lucht verkregen is.

Het vat *A* werkt als eene pompbuis *zonder schadelijke ruimte*. De verdunning der lucht kan dus veel verder voortgezet worden, dan bij de luchtpompen met zuiger, waarmede men niet licht eene spanning bereikt, die geringer is dan 1 mM. Vooral door eene verbetering, die Töpler aan de luchtpomp van Geissler aangebracht heeft (waardoor alle kranen wegvallen), kan men de spanning der lucht terug brengen tot op 0,00001 mM. [1])

Overigens bevindt zich in de ruimte, waarin men de lucht verdund heeft, kwikdamp, die eveneens eene geringe spanning bezit. Deze is b.v. 0,015 mM bij 0°; 0,02 mM bij 20°.

382. In de *kwikluchtpomp van Sprengel* wordt de verdunning der lucht anders verkregen. In den bovenwand van een glazen vat *A* is eene buis *B* ingesmolten, die door eene caoutchoucbuis in verbinding staat met een kwikreservoir *C*, dat op eene bepaalde hoogte kan geplaatst worden. Uit de buis *B* loopt het kwik druppelsgewijze in het vat *A* en komt van daar door een nauwe, 1 M lange valbuis *D* in een daaronder geplaatst bakje *E*, waarin zich eveneens kwik bevindt. Het vat *A* staat verder door eene zijde-

---

[1]) Om zulke geringe spanningen te meten, perst men de (in *A*) overgebleven lucht tot op een klein onderdeel (b.v. 0,0001) van haar volumen samen, bepaalt daarna hare spanning, en leidt daaruit met behulp der wet van Boyle de spanning af, die zij eerst had.

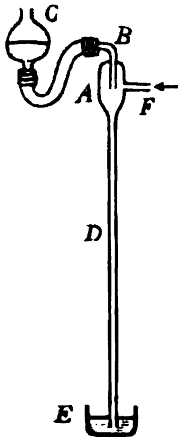


fig. 108.

lingsche buis F in gemeenschap met de ruimte (ontvanger), waarin de lucht verdund moet worden. Tusschen elke twee kwikdruppels, die zich in de valbuis naar beneden bewegen, wordt lucht uit den ontvanger medegevoerd, en ontsnapt door het kwik in het bakje E. Hoe sterker de lucht verdund is, des te hooger blijft het kwik in buis D staan, totdat ten slotte het kwik in de valbuis nagenoeg de hoogte van den barometerstand boven het kwik in den bak verkrijgt.

Wilde men in plaats van kwik water gebruiken dan zou de valbuis eene hoogte van meer dan 10,3 M moeten hebben (§ 348); de verdunning zou dan niet geringer kunnen worden dan de spanning van den waterdamp, die zich in A bevindt; deze is b.v. bij 20° 1,74 cM. Waterluchtpomp van Bunsen. — Toestellen van deze soort, die met water werken, worden bij eene geringe hoogte der valbuis, dus met een gering verschil in spanning gebruikt, om lucht door nauwe buizen te zuigen ten einde deze te drogen, het water van aquariums (bak E) met lucht te voorzien enz.

Eene andere soort *waterluchtpomp* zie § 423.

383. De wet van het behoud van arbeidsvermogen eischt, dat de *nuttige* arbeid, dien men verrichten moet, om bij een luchtdruk van H cM eene ruimte van bepaalde afmetingen geheel luchtledig te maken, steeds even groot is, onverschillig op welke wijze men het luchtledige verkrijgt (§ 263). Om dezen arbeid te berekenen, kan men zich dus voorstellen, dat de bewerking in eens geschiedt. Een zuiger van O cM² oppervlakte zij in aanraking met den even grooten bodem van een cilinder; tusschen zuiger en bodem bevinde zich geen lucht. Trekt men nu den zuiger uit over een weg van s cM, dan verkrijgt men eene luchtledige ruimte van $v = O \times s$ cM³. De daarvoor vereischte arbeid staat gelijk met het oplichten eener kwikkolom van O cM² doorsnede en H cM hoogte over eene hoogte van s cM. Het gewicht dezer kolom is $P = O \times H \times 13{,}6$ gram $= O \times H \times 13{,}6 \times 981{,}2$ dyne; dus is de arbeid $A = O \times H \times 13{,}6 \times 981{,}2 \times s$ ergs. In statische eenheden is het gewicht $P_1 = \frac{O}{100} \times \frac{H}{10} \times 13{,}6$ KG; de weg $s_1 = \frac{s}{100}$ M; dus de arbeid

$$A_1 = \frac{O}{100} \times \frac{H}{10} \times 13{,}6 \times \frac{s}{100} \text{ KGM.}$$

Men merke op, dat de waarde van den arbeid niet van den vorm der

luchtledige ruimte, maar alleen van haar volumen afhangt. Immers wordt O grooter, dan moet s in dezelfde reden kleiner worden, om een even groote luchtledige ruimte te verkrijgen. Vervangt men $O \times s$ door v, dan blijkt, dat de arbeid, vereischt om eene luchtledige ruimte van v cM^3 te verkrijgen, steeds bedraagt

$$A = v \times H \times 13,6 \times 981,2 \text{ erg of } A_1 = \frac{v \times H \times 13,6}{100\,000} \text{ KGM.}$$

Door dezen arbeid te verrichten heeft men arbeidsvermogen van plaats aan de dampkringslucht gegeven; zij zal dus wederom een even grooten arbeid kunnen verrichten. Verwaarloost men het gewicht des zuigers, dan kan men, na het vat omgekeerd te hebben, eene aan den zuiger hangende massa van $O \times H \times 13,6$ G wederom s cM door den dampkring laten oplichten. — Laat men dampkringslucht in het luchtledige vat stroomen, dan gaat het arbeidsvermogen, dat de dampkringslucht verkregen had, over in warmte (§ 265).

De luchtperspomp.

384. De *luchtperspomp* dient om lucht in een vat (ontvanger) O (fig. 109) samen te persen. De pompbuis P is meestal direct op den ontvanger geschroefd en de zuiger Z massief. Bij het ophalen van den zuiger stroomt de buitenlucht door eene klep k_1, die zich bij den bodem der pompbuis bevindt en naar binnen open gaat, onder den zuiger; bij het neerdrukken van den zuiger wordt deze lucht samengeperst en door eene klep k_2, die zich tusschen pompbuis en ontvanger bevindt en naar den kant van den ontvanger open gaat, in den ontvanger geperst. De eerste klep blijft bij het neerdrukken, de tweede bij het ophalen van den zuiger gesloten.

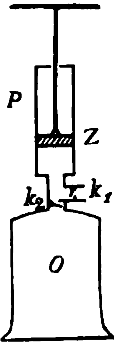


fig. 109.

385. Door elken pompslag wordt bij de lucht in den ontvanger (volumen V, spanning H van den dampkring) een volumen v (van de pompbuis), dat dezelfde spanning heeft, bijgevoegd. Na n pompslagen is dus in den ontvanger het volumen $V + nv$ (spanning H) samengeperst. De spanning in den ontvanger volgt dan uit de wet van Boyle: $(V + nv) \times H = V \times H_n$; dus

$$H_n = \frac{V + nv}{V} \times H. \qquad 92$$

386. Ook bij de luchtperspomp is eene *schadelijke ruimte* tusschen den bodem der pompbuis en den zuiger, als deze zijn laagsten stand heeft. Bleef bij het neerdrukken van den zuiger de klep, die naar den ontvanger leidt, gesloten, dan zou het volumen v (spanning H) samengeperst worden tot het volumen u der schadelijke ruimte; de spanning H' der in de schadelijke

ruimte samengeperste lucht volgt wederom uit de wet van Boyle: $vH = uH'$; zij is dus

$$H' = \frac{v}{u} \times H. \qquad 93$$

Heeft door voortgezet pompen de lucht in den ontvanger deze spanning bereikt, dan kan door verder pompen geene lucht meer uit de pompbuis in den ontvanger geperst worden. De waarde $\frac{v}{u} \times H$ stelt dus de *grens der bereikbare verdichting* voor.

In de practijk is de schadelijke ruimte bij de perspomp van minder belang dan bij de luchtpomp, daar de verlangde verdichting meestal slechts weinige atmospheren bedraagt.

387. De in § 376 bedoelde luchtpomp met kraan kan als perspomp dienen, indien men de kraan zoo stelt, dat bij het ophalen van den zuiger de buitenlucht in de pompbuis kan stroomen, terwijl bij het neerdrukken de verbinding der pompbuis met den ontvanger hersteld wordt. De losse klok O (fig. 99) moet natuurlijk door een met het verbindingskanaal vast verbonden reservoir vervangen worden.

Ook de luchtpomp met éóne pompbuis van dubbele werking (fig. 104) kan als luchtperspomp gebruikt worden, als men door het kanaal K de buitenlucht laat instroomen en den ontvanger met het afvoer-kanaal verbindt.

Voluminometer of stereometer.

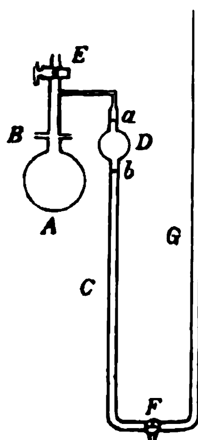


fig. 110.

388. *Voluminometers*[1]) *of stereometers* (stereos = vast) zijn toestellen, die dienen, om het volumen te bepalen van vaste lichamen, die niet met vloeistoffen in aanraking mogen gebracht worden (§ 335, *c*). Van de verschillende toestellen, die men voor dit doel vervaardigd heeft, zij hier de *voluminometer van Regnault* beschreven.

Een glazen ballon A staat door een koperen verbindingsstuk B, waaraan hij vastgeschroefd kan worden, in gemeenschap met het éóne been C van een open kwikmanometer. Dit been is nabij het boveneinde verwijd tot eene bolvormige ruimte D; boven en onder deze ruimte

[1]) Aldus genoemd ter onderscheiding van de Volumeters (§ 339).

zijn op het been twee merken *a* en *b* aangebracht. Eene kraan *E* kan den ballon en de daarmede verbonden buis *C* van de buitenlucht afsluiten. Een tweede $\top$-vormig doorboorde kraan *F* in de verbindingsbuis der beenen van den manometer kan 1) de beide beenen in verbinding brengen en ze tevens van de buitenlucht afsluiten ($\perp$); 2) één der beide beenen in verbinding brengen met de buitenlucht, terwijl het andere afgesloten is ($\dashv$ of $\vdash$); 3) beide beenen in verbinding met de buitenlucht brengen ($\top$).

389. Men werkt met dezen toestel als volgt:

1) Door eene voorloopige proef bepaalt men den inhoud *v* der bolvormige ruimte *D* tusschen de merken *a* en *b*. Nadat men kraan *E* geopend en door kraan *F* de beide beenen met elkaar in gemeenschap heeft gebracht ($\perp$), vult men deze tot de hoogte van het merk *a* met kwik (door ingieten in de open buis *G*). Daarna brengt men *F* in den stand $\dashv$ en laat uit het been *C* kwik uitloopen, totdat de kwikspiegel in dit been tot *b* gedaald is. Weegt het uitgeloopen kwik *p* G, dan is $v = \frac{p}{13{,}6}$ cM³.

2) Men herstelt de gemeenschap tusschen beide beenen door kraan *F* ($\perp$), en vult, terwijl *E* open is, den toestel weer met kwik, tot dit in beide beenen de hoogte van het merk *a* bereikt. Daarna sluit men *E*, en laat door *F* ($\top$) uit beide beenen zooveel kwik uitloopen, totdat de kwikspiegel in buis *C* gedaald is tot het merk *b*. De afgesloten lucht in *A* en *D* is nu verdund, en het kwik in buis *G* staat dus lager dan in *C*.

Noemt men het volumen, dat de lucht eerst innam (tot merk *a*) *V*, en is de druk des dampkrings *H*, het hoogteverschil van het kwik in de beide beenen *h*, dan is volgens de wet van Boyle $V \times H = (V + v)(H - h)$, waaruit men het onbekende volumen *V* kan vinden:

$$V = \frac{H - h}{h} \times v.$$

3) Men herhaalt nu dezelfde proef, nadat men het lichaam, welks volumen men wil bepalen, in den ballon *A* gebracht heeft. De boven het kwik (bij merk *a*) overblijvende lucht heeft nu een kleiner volumen V_1, omdat een gedeelte van den ballon door het lichaam ingenomen is. Nadat het kwik in *C* wederom gedaald is tot *b*, neemt men dan ook een ander (grooter) hoogteverschil h_1 der

kwikspiegels waar. Men vindt nu, evenals bij de vorige proef

$$V_1 = \frac{H - h_1}{h_1} \times v,$$

en kan uit V en V_1 het volumen van het lichaam ($V - V_1$) afleiden.

Men kan de proeven ook zoo inrichten, dat men de manometerbuizen eerst tot merk b vult en, nadat E gesloten is, door ingieten van kwik in de open buis G den kwikspiegel in C tot merk a brengt. Het kwik in buis G staat dan (b.v. h cM) *hooger* dan in buis C. Uit de spanning ($H + h$) der afgesloten lucht kan men dan weer het volumen V afleiden, enz.

IV. Waterpompen.

390. De *zuigpomp* bestaat uit eene *pompbuis A*, waaraan de in het water van den vergaarbak gedompelde *zuigbuis B* bevestigd is; een doorboorden zuiger C, met eene klep a, die zich naar boven opent; en eene tweede klep b (slot, hartklep), die in den bodem der pompbuis de zuigbuis afsluit en zich eveneens naar boven opent.

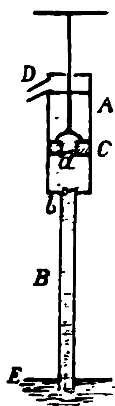


fig. 111.

Als de pomp nog niet gewerkt heeft, staat het water in de zuigbuis B even hoog als in den vergaarbak E, daar de lucht in de pomp de spanning van de dampkringslucht heeft. Aanvankelijk werkt de pomp als luchtpomp: bij het ophalen van den zuiger blijft de klep a gesloten; de lucht in de zuigbuis B stoot de klep b open en verspreidt zich gedeeltelijk in de pompbuis. De spanning der lucht in de pomp wordt dus kleiner; dit heeft ten gevolge, dat door den meerderen druk der buitenlucht op het water in den vergaarbak de zuigbuis zich zoo ver met water vult, dat de druk der opgeheven waterkolom en de spanning der verdunde lucht in de pomp evenwicht maken met den luchtdruk. Bij het neerdrukken van den zuiger valt de klep b dicht; de lucht in de pompbuis wordt samengeperst en ontsnapt ten slotte door den zuiger naar buiten.

Na eenige pompslagen is de lucht in de pomp zoo ver verdund, dat het water boven de klep b staat; bij het volgende neerdrukken van den zuiger komt het water dan boven den zuiger. Wordt de zuiger nu weer opgehaald, dan wordt het water in de pompbuis boven den zuiger zoo hoog opgelicht, dat het door de uitstroomingspijp D kan wegloopen; terwijl tevens door toestroomen van water

uit den vergaarbak de geheele pomp onder den zuiger met water gevuld blijft.

Na deze eerste bewerking blijft het water in de pomp steeds op de hoogte der uitstroomingspijp, ook al wordt niet gepompt. De pomp is dus gereed, bij den eersten pompslag water te geven.

Het ophalen en uitstroomen van water geschiedt alleen bij het ophalen, niet bij het neerdrukken van den zuiger; de uitstrooming van het water uit de pijp D is dus ook niet standvastig, en slechts bij snel pompen onafgebroken.

391. De afstand der klep b tot den waterspiegel in den bak mag theoretisch niet meer bedragen dan de hoogte eener waterkolom, die met den druk der dampkringslucht evenwicht maakt, d. i. bij normalen barometerstand 10,333 M (§ 348). In de practijk echter moet deze afstand veel minder genomen worden, wil men door pompen nog water kunnen verkrijgen. De oorzaak daarvan ligt in de omstandigheid, dat de zuiger niet luchtdicht in de pompbuis sluit, vooral echter in de *schadelijke ruimte*. Is deze b.v. 0,1 van den inhoud der pompbuis (gerekend tot den hoogsten stand des zuigers) dan zal de grens der bereikbare luchtverdunning 0,1 atmospheer zijn; bijgevolg moet de afstand der klep b tot den waterspiegel minder dan $0,9 \times 10,333$ M zijn.

392. Voor de berekening van den *arbeid*, dien het pompen vereischt, merke men op, dat bij elken pompslag beneden in de zuigbuis evenveel water stroomt als uit de uitstroomingspijp loopt, en wel, als de doorsnede der pompbuis d dM² en de zuigerslaglengte l dM is, $l \times d$ Liter. Vóór en na den pompslag staat er evenveel water in de pomp; zoodat het arbeidsvermogen van plaats, dat het water in de pomp ten opzichte van den waterspiegel in den bak heeft, even groot blijft. Men kan zich dus voorstellen, dat bij elken pompslag $l \times d$ L water over eene hoogte van h M (van den waterspiegel tot de uitstroomingspijp) opgeheven worden (§ 263). De daarvoor vereischte arbeid is

$$A = p \times h = l \times d \times h \text{ KGM.}$$

Om den arbeid in statische eenheden te verkrijgen, moeten l in dM, d in dM² en h in M uitgedrukt worden.

In werkelijkheid zal het water, dat beneden in de zuigbuis stroomt, niet bij denzelfden pompslag uit de uitstroomingspijp loopen, maar al het water in de pomp iets opgeheven worden.

393. Uit den arbeid voor elken pompslag kan men door de formule $A = ks$ de *kracht* berekenen, waarmede de zuiger omhoog moet getrokken worden. De weg s is hier de zuigerslaglengte; hij

moet nu echter in M, niet in dM uitgedrukt worden; men heeft dus $s = 0{,}1\,l$. De kracht is

$$k = \frac{A}{s} = \frac{l \times d \times h}{0{,}1\,l} = 10\,d\,h\,\text{KG}.$$

In deze formule moet d in dM³, h in M uitgedrukt worden.

394. Bij de *waterperspomp* staat de pompbuis zelf in het water van den bak; de zuigbuis ontbreekt; de zuiger is massief. In den bodem der pompbuis is weer eene klep b aangebracht, die zich naar boven opent; de klep in den zuiger is vervangen door eene klep a, die zich in de nabijheid van den bodem bevindt en naar buiten open gaat. Bij het ophalen van den zuiger stroomt het water in de pompbuis; bij het neerdrukken wordt het in de *stijgbuis D* geperst.

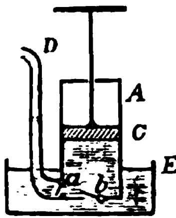


fig. 112.

Staat de pompbuis niet zelf in het water, maar is eene zuigbuis — zooals bij de zuigpomp — met de pompbuis verbonden, dan noemt men de pomp *zuig- en perspomp.*

Men kan door de perspomp het water onbepaald hoog opvoeren. Arbeid wordt zoowel bij het ophalen als bij het neerdrukken van den zuiger verricht. De arbeid wordt op dezelfde wijze berekend als bij de zuigpomp.

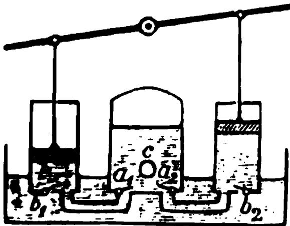


fig. 113.

395. De *brandspuit* bestaat uit twee perspompen, die het water afwisselend in een gesloten vat (*luchtketel*) persen, dat aanvankelijk geheel met lucht gevuld is. Het water treedt in den luchtketel door twee buizen met kleppen, die zich naar binnen openen, en perst de lucht in den ketel samen. De spanning der samengeperste lucht drijft dan het water in de slang, die in de nabijheid van den bodem des ketels aangeschroefd is (bij c).

De samengeperste lucht in den luchtketel bewerkt, dat de waterstraal meer gelijkmatig uit de slang stroomt, dan dit zonder luchtketel zou gebeuren. — Voor elke atmospheer, waarmede de spanning der samengeperste lucht die van den dampkring overtreft, zou de waterstraal theoretisch eene hoogte van 10,333 M bereiken. De groote wrijving, die het water in de slang ondervindt, heeft ten gevolge, dat de hoogte, welke men bereiken kan, veel geringer blijft.

De hevel.

396. De *hevel* is eene omgebogen buis waarvan de beenen ongelijke lengte bezitten. Hij dient om vloeistof uit een vat naar een lager gelegen vat te doen stroomen. Dompelt men den *vooraf geheel met vloeistof gevulden* hevel met het uiteinde van het korte been onder den vloeistofspiegel van het hooger gelegen vat, dan loopt de vloeistof in het korte been omhoog, om uit het langere been uit te stroomen.

De druk H der dampkringslucht op den vloeistofspiegel in het hooger gelegen vat plant zich door het korte been van den hevel voort; elke vloeistofmolecule M in den hevel (fig. 114) ondervindt dus in de richting van links naar rechts eenen druk gelijk aan het verschil van den druk des dampkrings en van den druk, die gemeten wordt door de hoogte h_1 der molecule boven den vloeistofspiegel in het hoogere vat (H is hier de hoogte eener kolom dezer vloeistof, die met den luchtdruk evenwicht maakt). — De molecule zal echter ook in de richting van rechts naar links eenen druk ondervinden, die op overeenkomstige wijze gemeten wordt door $(H - h_2)$. De resultante van beide drukkingen is een druk, die voorgesteld wordt door $(h_2 - h_1)$, d. i. door het hoogteverschil der vloeistofspiegels in beide vaten, en die werkt in de richting van het hoogere naar het lagere vat.

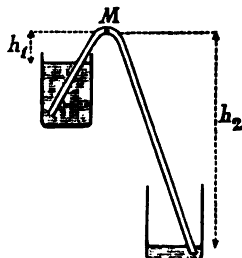


fig. 114.

Gemakkelijk vindt men, dat de resulteerende druk voor alle in den hevel zich bevindende vloeistofmoleculen even groot is.

De hevel houdt op te werken, als de beide vloeistofspiegels in hetzelfde horizontale vlak gekomen zijn (indien het hooger gelegen vat niet reeds vroeger geledigd is).

Een hevel kan niet werken, als de afstand van het hoogste punt der buis tot den vloeistofspiegel in het hoogere vat grooter is dan de hoogte van eene kolom dezer vloeistof, die met den luchtdruk evenwicht maakt.

Een hevel houdt op te werken, als men hem in het luchtledige brengt.

Het uiteinde der lange buis behoeft zich niet onder den vloeistofspiegel in het lagere vat te bevinden; de vloeistof stroomt ook uit, als dit vat er niet is; aan het ondereinde der lange buis werkt de dampkringsdruk dan toch.

Om het vullen van den hevel met vloeistof gemakkelijk te maken, brengt men nabij het uiteinde van het lange been een zuigbuis Z aan en bovendien eene kraan K.

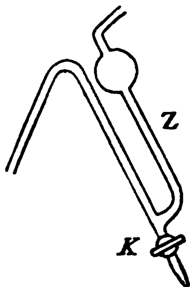


fig. 115.

Nadat men het korte been in de vloeistof van het hoogere vat gebracht heeft, kan men den hevel door zuigen vullen; hierbij dient het verwijde gedeelte der zuigbuis, om te verhinderen, dat de vloeistof gemakkelijk in den mond komt. Na opening der kraan loopt dan de vloeistof uit.

V. Gewicht en soortelijk gewicht van gassen.

397. Het gewicht van 1 cM^3 lucht is afhankelijk van hare dichtheid, en deze weer van den barometerstand en de temperatuur. Om het *gewicht van* 1 cM^3 *normale lucht*, d. i. lucht van 76 cM spanning en 0^0 temperatuur, te vinden, weegt men de lucht, die bij eene spanning en temperatuur, gelijk aan die des dampkrings, een glazen ballon vult, waarvan de inhoud bekend is, en leidt daaruit het gevraagde gewicht af.

Daar de lichamen bij verwarming uitzetten, bevat 1 cM^3 lucht bij hoogere temperatuur minder moleculen, dan bij 0^0; het gewicht van 1 cM^3 lucht is dus bij hoogere temperatuur eveneens geringer dan bij 0^0. In de leer der Warmte zullen wij zien, hoe men uit het gewicht bij eene willekeurige temperatuur dat bij 0^0 kan afleiden; voorloopig zal bij alle beschouwingen aangenomen worden, dat de lucht de normale temperatuur van 0^0 bezit.

398. Men hangt een ballon, die gevuld is met lucht van de spanning des dampkrings (H cM), aan den eenen arm eener balans en maakt evenwicht. Daarna pompt men de lucht uit den ballon, totdat de spanning der overgebleven lucht nog h cM bedraagt; door nu weer evenwicht te maken, vindt men, dat de ballon p G lichter is geworden. De verwijderde lucht heeft dus een gewicht van p G.

Had de verwijderde lucht het volumen v van den ballon behouden, dan zou hare spanning $(H-h)$ cM zijn (§ 360, 2).

Deze v cM^3 lucht van de spanning $(H-h)$ cM wegen dus p G; v cM^3 lucht van 76 cM spanning zouden wegen $p \times \frac{76}{H-h}$ G. Het gewicht van 1 cM^3 normale lucht is dus

$$l_0 = \frac{p}{v} \times \frac{76}{H-h} \text{ G.} \qquad 94$$

Het volumen v van het vat zou men kunnen vinden, door het volumen eener vloeistof te meten, die het vat vult. Nauwkeuriger vindt men dit volumen, door het *gewicht* (P G) dezer vloeistof, waarvan het soortelijk gewicht S bekend moet zijn, te bepalen; het volumen van de vloeistof (en van den ballon) is dan $v = \frac{P}{S}$ cM^3. — Zie omtrent deze methode ter bepaling van het volumen § 404.

Het gewicht der lucht, die zich aanvankelijk in den ballon bevond, is $p \times \frac{H}{H-h}$ G, of $\frac{p}{v} \times \frac{H}{H-h}$ G per cM^3.

399. Uit nauwkeurige onderzoekingen, waarbij alle noodige voorzorgen werden genomen en alle vereischte correcties werden aangebracht, heeft Regnault voor het *gewicht van 1 cM³ normale lucht* de waarde

$$l_0 = 0{,}001293 \text{ G}$$

gevonden (verg. § 404 en 405).

Daar 1 cM³ water 1 G weegt, stelt het genoemde getal tevens het *soortelijk gewicht* of *de dichtheid van normale lucht* voor.

Het soortelijk gewicht of de dichtheid der lucht, waarvan de spanning H cM bedraagt, is

$$l_1 = 0{,}001293 \times \frac{H}{76}. \qquad 95$$

400. Op dezelfde wijze kan men ook het gewicht van 1 cM³ (of het soortelijk gewicht of de dichtheid) van een *normaal gas* vinden. Voor waterstof bedraagt dit 0,0000895 G; voor koolzuur 0,001977 G.

401. Veelvuldig verstaat men door *„dichtheid van een gas"* het getal, dat aanwijst, hoeveel maal de massa of het gewicht van eene hoeveelheid gas grooter is dan de massa of het gewicht van een *gelijk volumen lucht bij dezelfde spanning (en temperatuur)*. Men stelt alsdan de dichtheid der lucht = 1.

Om verwarring te voorkomen, zullen wij de bedoelde verhouding steeds noemen *„dichtheid* (van een gas) *met betrekking tot lucht."*

Deze getallen zijn voor waterstof $\frac{0{,}0000895}{0{,}001293} = 0{,}0693$, voor koolzuur $\frac{0{,}001977}{0{,}001293} = 1{,}529$.

Het soortelijk gewicht of de dichtheid van een gas *met betrekking tot water* is dus gelijk aan het soortelijk gewicht van lucht vermenigvuldigd met de dichtheid van het gas met betrekking tot lucht.

De *dichtheid met betrekking tot lucht* is onafhankelijk van de spanning (en de temperatuur), omdat het gewicht van alle gassen bij gelijke verandering van spanning (en temperatuur) nagenoeg in dezelfde reden verandert.

Het gewicht van v cM³ van een gas, waarvan de dichtheid met betrekking tot lucht D en de spanning H cM kwikdruk is, bedraagt in grammen (bij 0°)

$$p = v \times 0{,}001293 \times D \times \frac{H}{76}. \qquad 96$$

Is de spanning in atmospheren opgegeven (H_1), dan wordt het gewicht

$$p = v \times 0{,}001293 \times D \times H_1. \qquad 97$$

VI. Opwaartsche druk in gassen.

402. Elk lichaam ondervindt in een gas een *opwaartschen druk*, die gelijk is aan het gewicht van het door het lichaam verplaatste gas (wet van Archimedes).

De *baroscoop* (baros = zwaarte; skopeo = ik neem waar) bestaat uit eene balans, waaraan een klein massief lichaam in de lucht evenwicht maakt met een groot lichaam (holle gesloten bol). Wordt de toestel in verdunde lucht gebracht, dan daalt het groote lichaam; dit heeft eveneens plaats in gassen, die lichter zijn dan lucht; in zwaardere gassen rijst het. — De *gas-areometer* is een groote drijvende toestel van den vorm van den areometer van Nicholson (fig. 81), waarbij echter het schaaltje vervangen is door een grooten hollen cilinder, die zich dus in de lucht bevindt, terwijl de toestel tot aan een merk op den langen dunnen steel in water inzinkt. Vervangt men de lucht boven het water door waterstof of lichtgas, dan zinkt de toestel dieper in water; vervangt men ze door koolzuur, dan rijst hij.

403. Tengevolge van den opwaartschen druk zal het „*gewicht van een lichaam in de lucht*" evenmin het *ware gewicht* van het lichaam zijn, als dat in eene vloeistof. De kracht R, waarmede een lichaam bij het wegen den arm der balans, waaraan het hangt, naar beneden tracht te bewegen, is niet de kracht K, waarmede het lichaam door de aarde aangetrokken wordt; maar de resultante van deze kracht K en den opwaartschen druk D, dien het lichaam in de lucht ondervindt: $R = K - D$. Blijkbaar is K de kracht, waarmede het lichaam op den balansarm in eene luchtledige ruimte zou werken; het *gewicht in de luchtledige ruimte* noemt men daarom het *ware gewicht* van een lichaam. De resultante R heet het *gewicht in de lucht;* zij is veranderlijk, omdat D (wegens de veranderlijkheid van de dichtheid der lucht) veranderlijk is. Eindelijk noemt men het aantal grammen, dat aangegeven is op de gewichtstukken, die men in de andere schaal moet plaatsen, om den horizontalen stand van het juk te verkrijgen, het *schijnbare gewicht* van het lichaam. (De op een gewichtstuk aangegeven waarde is het *ware gewicht* van dit *gewichtstuk*, dus zijn gewicht in de luchtledige ruimte).

Bij horizontalen stand van het juk maken nu niet de ware gegewichten van het lichaam en van de gewichtstukken evenwicht, maar de *gewichten in de lucht.* Zij nu:

het gevraagde *ware* gewicht van een lichaam P G;

het op de gewichtstukken in de andere schaal vermelde gewicht P_1 G;

het soortelijk gewicht van het lichaam S;

het soortelijk gewicht der gewichtstukken S_1;

het gewicht van 1 cM^3 lucht l G;

dan is:

het volumen van het lichaam $= \frac{P}{S}$ cM^3;

zijn opwaartsche druk $= \frac{P}{S} \times l$ G;

het volumen der gewichtstukken $= \frac{P_1}{S_1}$ cM^3;

hun opwaartsche druk $= \frac{P_1}{S_1} \times l$ G;

het gewicht van het lichaam *in de lucht* $= (P - \frac{P}{S} \times l)$ G;

het gewicht der gewichtstukken *in de lucht* $= (P_1 - \frac{P_1}{S_1} \times l)$ G.

Uit de gelijkstelling der beide laatste waarden:

$$P\left(1 - \frac{l}{S}\right) = P_1\left(1 - \frac{l}{S_1}\right) \qquad 98$$

vindt men het *ware gewicht* van het lichaam:

$$P = P_1 \times \frac{1 - \frac{l}{S_1}}{1 - \frac{l}{S}},$$

waarvoor men, daar $\frac{l}{S}$ en $\frac{l}{S_1}$ zeer klein zijn, bij benadering mag schrijven [1])

$$P = P_1 \left(1 - \frac{l}{S_1} + \frac{l}{S}\right). \qquad 99$$

De bij het *schijnbare* gewicht P_1 te voegen correctie bedraagt dus $P_1 l\left(\frac{1}{S} - \frac{1}{S_1}\right)$. Zij wordt nul voor $S = S_1$; zij wordt grooter, naarmate de soortelijke gewichten van lichaam en gewichtstukken meer verschillen. — Bij 0° is $l = 0,001293 \times \frac{H}{76}$ G (form. 95).

---

[1]) Als α en β kleine grootheden zijn, dan kan men in de uitkomst der deeling $\frac{1-\alpha}{1-\beta} = 1 - \alpha + \beta - \alpha\beta + \beta^2 - \alpha\beta^2 + \beta^3$ enz. de termen van af den vierden verwaarloozen.

Bij de weging van een lichaam wordt dus gevonden:
zijn schijnbaar gewicht $= P_1$ G;

zijn gewicht in de lucht $= P_1 \left(1 - \frac{l}{S_1}\right)$ G;

zijn waar gewicht $= P_1 \times \dfrac{1 - \frac{l}{S_1}}{1 - \frac{l}{S}}$ G.

Het ware gewicht P van kurk ($S = 0{,}24$), dat in de lucht met het gewicht van 10 G koperen gewichtstukken ($S_1 = 8{,}4$) evenwicht maakt, bedraagt, als $l = 0{,}0012$ is, $P = 10\left(1 - \frac{0{,}0012}{8{,}4} + \frac{0{,}0012}{0{,}24}\right) = 10{,}0486$ G. — Het schijnbare gewicht van 1 L water ($S = 1$), in de lucht gewogen met koperen gewichtstukken, vindt men uit $1000 = P_1\left(1 - \frac{0{,}0012}{8{,}4} + \frac{0{,}0012}{1}\right)$; hieruit volgt: $P_1 = 998{,}944$ G.

***404.** Bij de in § 398 bedoelde *bepaling van het volumen van een ballon door het gewicht van het water, dat den ballon vult*, gaat men als volgt te werk. Men weegt het water in de lucht en vindt daarvoor het schijnbaar gewicht P_1 G. Daarna bepaalt men het gewicht der dampkringslucht, die de ballon bevatten kan, volgens § 398 en vindt daarvoor het schijnbaar gewicht $p \times \frac{H}{H-h} = p_1$ G. Het gewicht van het water *in het luchtledige* is dus gelijk aan het gewicht van $(P_1 + p_1)$ G koperen gewichtstukken *in de lucht*; zoodat men voor dit gewicht vindt $(P_1 + p_1)\left(1 - \frac{l}{S_1}\right)$ G (§ 403). Het volumen v van het water (en van den ballon) bedraagt evenveel cM³. Dus

$$v = (P_1 + p_1)\left(1 - \frac{l}{S_1}\right) \text{cM}^3. \qquad 100$$

***405.** Om nu met het aldus gevonden volumen het *gewicht van 1 cM³ lucht te vinden*, bedenke men, dat in § 398, form. 94, het gewicht der gewichtstukken p ten gevolge van den opwaartschen druk, dien deze in de lucht ondergaan, vervangen moet worden door $p\left(1 - \frac{l}{S_1}\right)$, zoodat men voor het gewicht van 1 cM³ normale lucht vindt

$$l_0 = \frac{p\left(1 - \frac{l}{S_1}\right)}{(P_1 + p_1)\left(1 - \frac{l}{S_1}\right)} \times \frac{76}{H-h} = \frac{p}{P_1 + p_1} \times \frac{76}{H-h} \text{ G.} \qquad 101$$

De correctie voor den opwaartschen druk, dien *de gewichtstukken* ondervinden, vervalt hier dus, daar de verhouding van de gewichten van twee gewichtstukken *in de lucht* dezelfde is als die van hunne *ware* gewichten.

De correctie wegens de temperatuur zie in het boek over de Warmte.

***406.** Het *soortelijk gewicht* van een lichaam is de verhouding van het *ware* gewicht van het lichaam tot het *ware* gewicht van een gelijk volumen water (van 4° C). Daaruit volgt, dat men het vroeger bepaalde *schijnbare soortelijk gewicht* $S = \frac{p}{p_1}$, waarin p het schijnbare gewicht van het lichaam en p_1 het schijnbare gewicht van het verplaatste water voorstelde, nog *moet corrigeeren*.

Vooreerst denke men zich in deze vergelijking de verhouding der schijnbare gewichten (p en p_1) vervangen door die der *gewichten in de lucht* $P = p\left(1 - \frac{l}{S_1}\right)$ en $P_1 = p_1\left(1 - \frac{l}{S_1}\right)$.

Zij q het (onbekende) gewicht der lucht, waarvan het volumen gelijk is aan dat van het lichaam (en van het verplaatste water), dan is het ware soortelijk gewicht

$$S = \frac{P + q}{P_1 + q}.$$

Nu is het volumen (van het water en) van die lucht $(P_1 + q)$ cM³. Is l het soortelijk gewicht der lucht, dan is het gewicht q dezer lucht $(P_1 + q) \times l = q$; waaruit volgt: $q = \frac{P_1 l}{1 - l}$. Substitueert men deze waarde in bovenstaande formule, dan wordt

$$S = \frac{P}{P_1}(1 - l) + l.$$

Nu kan men de verhouding $\frac{P}{P_1}$ der gewichten in de lucht wederom vervangen door de verhouding $\frac{p}{p_1}$ der schijnbare gewichten, zoodat men heeft

$$S = \frac{p}{p_1}(1 - l) + l. \qquad 102$$

De *correctie*, die bij het schijnbare soortelijke gewicht moet *gevoegd* worden is dus $l\left(1 - \frac{p}{p_1}\right)$. Hare waarde, die positief of

negatief kan zijn, is afhankelijk van het soortelijk gewicht; zij wordt nul voor $p = p_1$ d. i. als het soortelijk gewicht 1 is.

Eene andere correctie is noodig wegens de temperatuur van het water en van het lichaam; zie daarover het boek over de Warmte.

De luchtballon.

407. Ten opzichte van de lucht, waarin zich de lichamen bevinden, gelden dezelfde verhoudingen, die wij in § 326 afgeleid hebben ten opzichte van vloeistoffen. Is p het ware gewicht van een lichaam (in het luchtledige) en q het gewicht der verplaatste lucht, dan zal

a) het lichaam in de lucht *zweven*, als $p = q$;

b) het lichaam in de lucht *zinken*, als $p > q$:

c) het lichaam in de lucht *stijgen*, als $q > p$.

In het tweede geval is de bewegende kracht $= p - q$; in het derde geval $q - p$.

408. De *luchtballon* verkeert in het derde geval. De *stijgkracht* wordt berekend als volgt.

Zij het volumen van het gas in den ballon V cM^3;
de dichtheid van het gas met betrekking tot lucht D (< 1);
het gewicht van 1 cM^3 lucht aan de oppervlakte der aarde l G;
het ware gewicht van omhulsel, touwen, mand, ballast enz. P G;
en het volumen van deze lichamen v cM^3.
Dan is
de opwaartsche druk, dien het gas ondervindt, $= Vl$ G;
het gewicht van het gas $= VlD$ G;
de opwaartsche druk, dien de bovengenoemde lichamen (omhulsel enz.) ondervinden, $= vl$ G;
dus de stijgkracht in grammen

$$k = Vl - VlD + vl - P. \qquad 103$$

Daar $l > lD$, kan men, door V groot genoeg te nemen, voor k steeds eene waarde krijgen, grooter dan nul.

409. Bij het omhoog stijgen wordt V grooter, maar tevens wordt het gewicht (l) van 1 cM^3 lucht in dezelfde reden kleiner. D is onveranderlijk (§ 401). Het verschil der beide eerste termen blijft dus constant: $Vl - VlD = k_1$.

De ballon mag slechts zoo ver gevuld zijn, dat hij in hoogere luchtlagen komende zich vrij kan uitzetten, zonder dat het omhulsel strak gespannen wordt.

Bij het opstijgen wordt de derde term vl kleiner, daar l kleiner wordt; P verandert niet noemenswaardig (§ 192) en kan dus als constant beschouwd worden.

Schrijft men de formule voor de stijgkracht op eene willekeurige hoogte

$$k = k_1 + vl_1 - P,$$

dan blijkt, dat k wegens de voortdurende vermindering der waarde van vl_1 bij het bereiken eener bepaalde hoogte nul zal worden. De ballon blijft dan zweven. De hoogte, waarop dit gebeurt, kan men vinden, door in deze formule $k = 0$ te stellen en daaruit l_1 op te lossen. Uit de waarden van l_1 en l kan men den druk der lucht in de bereikte hoogte (§ 399) en daaruit de hoogte zelf afleiden (§ 369).

Wil men daarna nog hooger stijgen, dan moet men door uitwerpen van ballast P kleiner maken; wil men dalen, dan moet men, door gas uit den ballon te laten ontsnappen, het volumen V kleiner maken; daardoor wordt dan ook $(Vl - VlD)$ kleiner, en bij eene bepaalde vermindering van V verkrijgt k eene negatieve waarde.

In den luchtballon wordt de bereikte hoogte bepaald door den barometerstand volgens § 369.

HOOFDSTUK V.

Beweging van vloeistoffen.

I. Uitstroomen van vloeistoffen.

410. Uit eene opening in den bodem of den zijwand van een met vloeistof gevuld vat moet de vloeïstof door den druk der daarboven gelegen vloeistofdeeltjes uitstroomen. Kan de dikte van den bodem of den wand verwaarloosd worden (zoodat de opening niet als eene pijp van eenige lengte beschouwd moet worden), dan is de *snelheid, waarmede een vloeistofdeeltje uitstroomt*, even groot als de snelheid, die het zou hebben, *als het over de hoogte van den vloeistofspiegel tot de uitstroomingsopening vrij gevallen was. Wet van Torricelli.*

Elk vloeistofdeeltje in het vat bezit arbeidsvermogen van plaats ten opzichte van het horizontale vlak door de opening. Na het uitstroomen eener kleine hoeveelheid vloeistof (gewicht p G) is het totale arbeidsvermogen van plaats minder geworden, omdat boven een vloeistoflaagje (gewicht p G $= pg$ dynes $= P$ dynes; hoogte h cM boven de uitstroomingsopening) verdwenen is. Het laagje bezat ten opzichte van de opening een arbeidsvermogen van plaats $= P \times h$ ergs. Dit arbeidsvermogen wordt nu teruggevonden in het arbeidsvermogen van beweging, dat de gelijke hoeveelheid vloeistof, die door de opening stroomt, verkrijgt. Is de massa dezer hoeveelheid m G en de uitstroomingssnelheid c kines, dan is het arbeidsvermogen van beweging $\frac{1}{2} mc^2$ ergs; dus is: $Ph = pg \times h = \frac{1}{2} mc^2$ waaruit, daar $m = p$ is (§ 103), volgt

$$c = \sqrt{2gh} \text{ kines.} \qquad 104$$

Daar deze formule het soortelijk gewicht of de dichtheid der vloeistof

niet bevat, is de uitstroomingssnelheid *onafhankelijk van de soort der vloeistof*. Alle vloeistoffen hebben dus bij gelijke hoogte van den vloeistofspiegel boven de opening dezelfde uitstroomingssnelheid (mits de moleculen in voldoende mate beweeglijk zijn). Het verloren arbeidsvermogen van plaats en het gewonnen arbeidsvermogen van beweging veranderen beide evenredig met de dichtheid der vloeistof.

411. Proeven. 1) Een vat is ter hoogte van $h = 40$ cM boven eene kleine opening in den zijwand met water gevuld; de opening bevindt zich $s = 10$ cM boven de tafel, waarop het vat staat. De in horizontale richting uitstroomende vloeistof beschrijft eene parabool (§ 207). Is de wet van Torricelli juist, dan moet de uitstroomingssnelheid $c = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 980 \times 40} = 280$ kines bedragen. Om in parabolische beweging de tafel te bereiken heeft de vloeistof denzelfden tijd noodig, waarin zij over de hoogte s vrij zou vallen. Deze tijd is (form. 48)

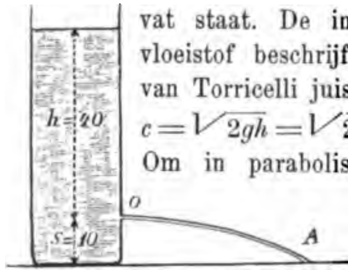


fig. 116.

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 10}{980}} = {}^1/_7 \text{ sec.}$$

Bijgevolg zal de straal de tafel treffen in een punt A, dat in horizontale richting van de opening o verwijderd is $s_1 = ct = 280 \times \frac{1}{7} = 40$ cM. — De proef geeft inderdaad eene waarde, die slechts weinig kleiner is.

Dat de berekende waarde niet volkomen bereikt wordt, is een gevolg van de wrijving, die de vloeistof aan den rand der opening ondervindt. De *werkelijke* snelheid blijkt (bij zeer dunne wanden) ongeveer $^{24}/_{25}$ van de *theoretische* te zijn.

2) Laat men den uitstroomenden straal verticaal omhoog springen, dan zou hij de hoogte van den vloeistofspiegel in het vat moeten bereiken (§ 203). Dit is niet het geval tengevolge van de wrijving aan den rand der opening, den weerstand der lucht, en bovenal, omdat de neervallende vloeistofdeeltjes de beweging der omhoog gaande belemmeren.

Bij schuine richting van den opspringenden straal wordt de hoogte iets grooter.

Men kan echter door de volgende proef aantoonen, dat bij afwezigheid der storende invloeden de straal inderdaad de hoogte van den vloeistofspiegel in het vat zou bereiken. Het ééne uiteinde eener glazen buis, dat tot eene fijne spits met nauwe opening is uitge-

trokken, wordt rechthoekig omgebogen en horizontaal, met de opening onmiddellijk voor de uitstroomingsopening geplaatst. De uitstroomende vloeistof dringt gedeeltelijk in de glazen buis en stijgt in het langere verticale deel der buis tot op eene hoogte, overeenkomende met die van den vloeistofspiegel in het vat.

412. De *hoeveelheid vloeistof M* cM^3, die in t seconden uit een vat stroomt, waarin de vloeistofspiegel op constante hoogte gehouden wordt, moet gelijk zijn aan den inhoud van een prisma, dat de uitstroomingsopening, o cM^2, tot doorsnede, en eene lengte $c\,t$ cM heeft. Dus

$$M = o \times c \times t. \qquad 105$$

De proef geeft echter minder. De straal ondergaat eene *samentrekking*, zoodat hij aanvankelijk eenigszins den vorm van een omgekeerden afgeknotten kegel A (fig. 117) verkrijgt. Eerst op eenigen afstand van de opening wordt hij cilindervormig. De doorsnede van dezen cilinder bedraagt ongeveer $^2/_3$ van de doorsnede der opening. Om de practische hoeveelheid vloeistof te vinden, dient men dus in formule 105 c met $^{24}/_{25}$ en o met $^2/_3$ te vermenigvuldigen. De practische hoeveelheid wordt dus ongeveer

$$M = {}^2/_3\, o \times {}^{24}/_{25}\, c \times t = 0{,}64\, o\, c\, t. \qquad 106$$

De oorzaak der samentrekking van den straal vindt men in de omstandigheid, dat ook de zijdelings van de opening gelegen vloeistofdeeltjes aan de uitstrooming deelnemen eu daarbij eene naar het midden der opening gerichte beweging aannemen (fig. 117).

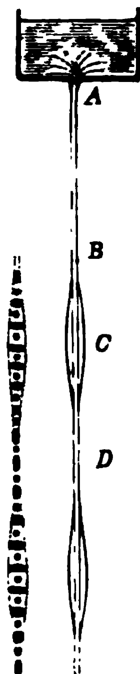


fig 117.

413. Is de wand, waarin zich de opening bevindt, dik, of laat men de vloeistof door eene korte pijp uitstroomen, dan verandert de snelheid en de hoeveelheid aanmerkelijk door de wrijving en de adhaesie tusschen de vloeistof en de wanden der opening of pijp. De wet van Torricelli geldt dan niet meer. De door pijpen van bepaalden vorm verkregen hoeveelheid vloeistof kan zelfs grooter worden, dan deze wet aangeeft.

Om deze reden is in § 410 de wand als zeer dun aangenomen.

414. Is de uitstroomende vloeistof doorzichtig, dan blijft de straal aanvankelijk helder, maar schijnt op grooteren afstand B

van de opening ondoorzichtig of troebel te worden. Door de zwaartekracht wordt namelijk de snelheid der vloeistofdeeltjes grooter, naarmate zij langer gevallen zijn, en het verschil in snelheid tusschen twee op elkaar volgende vloeistofdeeltjes wordt grooter, naarmate zij verder van de opening verwijderd zijn. Aanvankelijk houden de moleculaire krachten de vloeistofdeeltjes nog bijeen; later echter verdeelt de straal zich in *enkele druppels*. De druppels bewegen zich te snel, om elk afzonderlijk door ons oog waargenomen te worden; en zoo krijgen wij door de voortdurende afwisseling van vloeistof en lucht op eene plaats in den straal den indruk, alsof de straal troebel was.

Dat de straal niet samenhangend is, bemerkt men, als men door het troebele deel van den straal snel een horizontaal gehouden stuk karton beweegt. — Verlicht men in eene donkere kamer den straal gedurende zoo korten tijd, dat de vloeistofdruppels intusschen geene merkbare beweging kunnen maken, dan neemt men de afzonderlijke druppels waar.

Het troebele deel van den straal vertoont *verdikkingen* en *verdunningen*, terwijl in de as van den straal een dunner, cilindervormig, minder ondoorzichtig straaltje waargenomen wordt. De oorzaak van dit verschijnsel is, dat zich tusschen elke twee grootere druppels in den straal een kleiner druppeltje bevindt. De vloeistof in het midden van den straal is dus door kleinere tusschenruimten gescheiden dan die aan de kanten; vandaar het minder troebele voorkomen van het middelste deel. — Terwijl de kleinere druppels nagenoeg bolrond blijven, maken de grootere eene eigenaardige trillende beweging, tengevolge waarvan zij het éene oogenblik in de richting van den straal verlengd worden (*verdunningen, knoopen D*), terwijl ze een volgend oogenblik in deze richting afgeplat en dus loodrecht daarop verbreed worden (verdikkingen, *buiken C*).

De vorming der knoopen en buiken wordt regelmatiger, als men een trillend voorwerp (stemvork) tegen den wand van het vat houdt.

De beschreven verschijnselen doen zich natuurlijk ook voor bij ondoorzichtige vloeistoffen.

415. Drukt op de oppervlakte der vloeistof in het vat nog een zuiger (gewicht Q G), dan vindt men de uitstroomingssnelheid, door den zuiger te vervangen door eene even zware vloeistofkolom, die de doorsnede (O cM^2) van het vat heeft. Met de hoogte (h_1 cM) dezer kolom moet dan in formule 104 de vloeistofhoogte h vermeerderd worden.

Is het soortelijk gewicht der vloeistof S, dan is $Q = O \times h_1 \times S$; dus $h_1 = \frac{Q}{O \times S}$ cM, en

$$c = \sqrt{2g\left(h + \frac{Q}{O \times S}\right)} \text{ kines.} \qquad 107$$

De hoogte h_1 der vloeistofkolom, die het gewicht (of den druk) van den zuiger kan vervangen, is verschillend voor vloeistoffen van verschillend soortelijk gewicht.

416. Bij de afleiding der wet van Torricelli is stilzwijgend aangenomen, dat de druk der lucht op den vloeistofspiegel even groot is als die bij de uitstroomingsopening, en hij dus geen invloed op de uitstroomingssnelheid heeft. Is het vat gesloten, en bevindt zich boven de vloeistof in het vat lucht of gas, waarvan de spanning grooter is dan de druk des dampkrings, dan zal men wederom de formule voor de uitstroomingssnelheid kunnen toepassen, als men den (meestal in kwikhoogte opgegeven) *overdruk* van de afgesloten lucht vervangen denkt door eene even sterk drukkende vloeistofkolom, die de doorsnede van het vat heeft. Met de hoogte h_1 dezer vloeistofkolom handelt men als in § 415.

Is het soortelijk gewicht der vloeistof S, dan zal volgens form. 82 een overdruk van h_2 cM kwik gelijk staan met den druk eener vloeistofkolom van $h_1 = \frac{h_2 \times 13{,}6}{S}$ cM hoogte. Dus is

$$c = \sqrt{2g\left(h + \frac{h_2 \times 13{,}6}{S}\right)} \text{ kines.} \qquad 108$$

Is de spanning der lucht in het vat h_2 cM (kwikdruk) kleiner dan de druk des dampkrings, dan zal in eene vloeistoflaag, die $h_1 = \frac{h_2 \times 13{,}6}{S}$ cM beneden den vloeistofspiegel gelegen is, een druk heerschen, die gelijk is aan dien van den dampkring. De vloeistof zal dan even snel uitstroomen, alsof het vat open was, maar de vloeistofspiegel zich slechts $(h - h_1)$ cM boven de opening bevond. Dus is

$$c = \sqrt{2g\left(h - \frac{h_2 \times 13{,}6}{S}\right)} \text{ kines.} \qquad 109$$

417. Als de vloeistofspiegel door het uitstroomen daalt, dan vermindert de uitstroomingssnelheid. Moet de *uitstrooming constant* blijven, zoo moet men dus den vloeistofspiegel op standvastige hoogte houden.

Ook door de *flesch van Mariotte* verkrijgt men eene *constante*

uitstrooming. Op eene flesch met eene uitstroomingsopening *A* nabij den bodem past eene goed sluitende stop, waardoor een aan beide einden open glazen buisje gaat. Het buisje kan in de stop verschoven worden, zoodat men het ondereinde *B* op eene willekeurige diepte onder den vloeistofspiegel *C* kan brengen. Op het oogenblik dat men de stop in den hals der flesch plaatst, staat de vloeistof binnen en buiten het buisje even hoog, bij *C*. Stroomt nu vloeistof bij *A* uit, dan verkrijgt de lucht in het vat boven *C* een grooter volumen, dus eene kleinere spanning; de druk der buitenlucht krijgt de overhand en doet den vloeistofspiegel in het buisje snel tot *B* dalen.

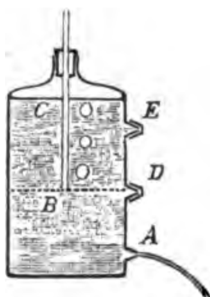


fig. 118.

Gedurende dit dalen van den vloeistofspiegel van *C* tot *B* neemt ook de uitstroomingssnelheid snel af, hetgeen blijkt uit de snelle vermindering van den horizontalen afstand, dien de straal bereikt. Op elk oogenblik immers is de uitstrooming afhankelijk van den verticalen afstand van *A* tot die vloeistoflaag, waarin een druk heerscht gelijk aan dien van den dampkring; en die laag daalt in zeer korten tijd van *C* naar *B*.

Is de vloeistof in het buisje tot *B* gedaald, dan zal bij het verder uitstroomen der vloeistof lucht uit het buisje ontsnappen en in bellen door de vloeistof omhoog stijgen. In de horizontale laag van *B* blijft van nu af aan de druk gelijk aan dien van den dampkring, die aan het ondereinde van het buisje evenwicht maakt met den druk der vloeistofkolom *CB* in de flesch en den druk der verdunde lucht boven *C*. De uitstrooming blijft dus verder standvastig (zooals in een open vat met den vloeistofspiegel *B*), totdat de vloeistofspiegel in het vat tot *B* gedaald is.

Maakt men gedurende het uitstroomen der vloeistof uit *A* eene opening *D* op de hoogte van het uiteinde *B* van het buisje vrij, dan zal uit *D* geen vloeistof uitstroomen, maar ook geen lucht naar binnen dringen. Maakt men echter eene hooger gelegen opening *E* vrij, dan dringt daardoor de buitenlucht naar binnen.

---

418. Als water van eenige hoogte uitgegoten wordt in een bak, waarin zich reeds water bevindt, dan ziet men met den waterstraal ook luchtbellen diep in het water van den bak dringen. Ten gevolge

van de wrijving neemt namelijk de waterstraal bij zijne beweging door de lucht eene vrij groote hoeveelheid lucht mede.

Hiervan kan men gebruik maken om verdichte lucht te verkrijgen. Men laat een waterstraal onder grooten druk midden door eene verticale buis vallen, zóó dat de straal de wanden der buis niet raakt. Het ondereinde der buis gaat luchtdicht door den bovenwand van een vat, waarin zich het water en de medegevoerde lucht verzamelen. Door eene afvoerbuis loopt het water uit het vat weg; door eene tweede buis stroomt de lucht uit, wier spanning grooter is dan die van den dampkring (blaaswerktuig).

**II. Hydrodynamische druk.

****419.** Is een open vat met een horizontale buis *AB*, die nabij den bodem in den zijwand van het vat bevestigd en bij *B* door eene stop gesloten is, met vloeistof gevuld, dan ondervindt elk deeltje van de vloeistof en van den wand der buis een *hydrostatischen* druk, die voor alle even diep onder den vloeistofspiegel gelegen deeltjes even groot is (§ 308 en 309).

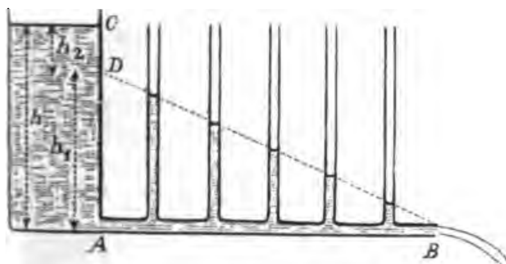


fig. 119.

In verticale glazen buisjes, die in verschillende punten met de buis *AB* communiceeren, zal de vloeistof de hoogte *C* van den vloeistofspiegel in het vat bereiken.

Neemt men echter de stop bij *B* weg, zoodat de vloeistof kan uitstroomen, dan verandert de druk, dien een deeltje van de vloeistof en van den wand (in de buis) door de werking der hooger gelegen vloeistof ondervindt. (De luchtdruk kan buiten beschouwing blijven, omdat die bij *B* en *C* even groot is). Aan het uiteinde *B* der buis is deze druk nul, omdat daar de vloeistof — al is zij tusschen *A* en *B* door de drukking der vloeistof in het vat samengeperst geweest — bij het uitstroomen in de lucht zich weer ontspant. Van *B* naar *A* echter neemt de druk, waaronder de vloeistof (en de wand der buis) verkeert, steeds toe; toch blijft hij bij *A* kleiner, dan de hydrostatische druk bij de hoogte van den vloeistofspiegel zou zijn.

Na het verwijderen der stop ziet men de vloeistof in de verticale buisjes dalen, totdat de oppervlakten in de buisjes in eene schuine lijn liggen, die B met een tusschen den vloeistofspiegel en A gelegen punt D verbindt.

De druk, waaronder *stroomende* vloeistofdeeltjes onder de werking van alle volgende deeltjes verkeeren, en waarmede zij wederom tegen den wand der buis drukken, heet *hydraulische* of *hydrodynamische* druk. De hydrodynamische druk is kleiner dan de hydrostatische.

****420.** De verschijnselen van den hydrodynamischen druk vinden hunne verklaring in den arbeid, dien de stroomende vloeistof bij het overwinnen der wrijving in de buis moet verrichten. Bij gelijke hoogte h van den vloeistofspiegel is de snelheid c_1, waarmede de vloeistof bij B uitstroomt, kleiner dan de snelheid c, waarmede zij *na verwijdering der buis* AB uit de opening bij A zou stroomen (§ 410). De proef leert, dat de snelheid c_1 even groot is, alsof de vloeistof uit eene opening in den wand van het vat bij D (zonder buis) uitstroomde.

Is de buis AB er niet, dan gaat het door de vloeistof in het vat verloren arbeidsvermogen Ph geheel over in arbeidsvermogen van beweging, $\frac{1}{2}mc^2$, van het bij A uitstroomende deeltje m (§ 410). — Moet echter het vloeistofdeeltje bij A in de buis AB stroomen, dan is het verloren arbeidsvermogen Ph slechts gedeeltelijk overgegaan in arbeidsvermogen van beweging van het uitstroomende deeltje $\left(\frac{1}{2}mc_1^2\right)$; dit arbeidsvermogen van beweging blijft gedurende het doorstroomen door de buis onveranderd, daar de snelheid c_1 in alle doorsneden der buis AB even groot blijft. De rest $\left(Ph - \frac{1}{2}mc_1^2\right)$ moet het bij A in de buis tredende deeltje nog bezitten als arbeidsvermogen van plaats.

Eene vloeistof, die samengeperst wordt, verkrijgt daardoor arbeidsvermogen van plaats, evenals een gespannen veer. Bij ontspanning der vloeistof wordt dit arbeidsvermogen weer beschikbaar en kan dus weer arbeid verrichten. In dit geval verkeert de bij A in de buis stroomende vloeistof; zij is samengeperst; als de druk op den weg tusschen A en B steeds afneemt, wordt dus potentiëele energie vrij tot het verrichten van den arbeid, dien het overwinnen der wrijving in de buis vereischt. Naarmate de afstand van A grooter en dus meer wrijving overwonnen is, wordt de gespannen

toestand der vloeistof meer en meer opgeheven, totdat bij het uitstroomen geen druk meer voorhanden en de potentiëele energie verdwenen is.

Men kan zich dus voorstellen, dat het in het vat verloren arbeidsvermogen Ph, in twee deelen geplitst wordt (fig. 119), 1) in Ph_1, dat als potentiëele energie op het bij A in de buis stroomende deeltje overgaat, en dat in de buis gedurig afneemt tot nul; en 2) in Ph_2, dat overgaat in het arbeidsvermogen van beweging, $\frac{1}{2} mc_1^2$, waarmede het deeltje bij A in de buis treedt en bij B de buis verlaat. — De wet van het behoud van arbeidsvermogen eischt, dat $h = h_1 + h_2$.

Men noemt h_1 de drukhoogte, h_2 de bewegingshoogte.

De bij het stroomen door de buis verdwijnende potentiëele energie gaat over in warmte.

Hoe grooter de wrijving in de buis is, des te grooter wordt h_1 en des te kleiner h_2. Om de vloeistof bij B nog met eenige snelheid c_1 te doen uitstroomen, moet h zoo groot zijn, dat na aftrek der drukhoogte h_1 nog eene voldoende bewegingshoogte h_2 overblijft; want $Ph_2 = pgh_2 = \frac{1}{2} mc_1^2$ of $c_1 = \sqrt{2gh_2}$. — Toepassing op waterleidingen.

De wand der buis kan door de vloeistof bevochtigd worden (glas door water of alcohol) of niet bevochtigd worden (glas door kwik); verg. § 452. In het eerste geval wordt de buitenste laag der vloeistof door den wand vast gehouden; wrijving kan dus alleen daardoor ontstaan, dat vloeistofdeeltjes langs elkander schuiven: *inwendige wrijving*. In het tweede geval ontstaat wrijving door het schuren der buitenste vloeistoflaag langs den wand: *uitwendige wrijving*.

**421. Bij de bovenstaande beschouwing is stilzwijgend aangenomen, dat de buis overal dezelfde doorsnede heeft. Is dit niet het geval, dan moet toch, nadat de uitstrooming standvastig is geworden, door elke doorsnede in denzelfden tijd evenveel vloeistof stroomen. Zijn op twee plaatsen de doorsneden o_1 en o_2, de snelheden der stroomende vloeistof c_1 en c_2, dan gaan door de beide doorsneden per seconde gelijke hoeveelheden $o_1 \times c_1$ en $o_2 \times c_2$. Hieruit volgt: $c_1 : c_2 = o_2 : o_1$; de *snelheden in de buis zijn omgekeerd evenredig met de doorsneden.*

**422. Met de snelheden echter veranderen ook de hoeveelheden *arbeidsvermogen van beweging*. De kinetische energie blijft dus niet overal in de buis even groot, maar zal grooter worden, als de doorsnede op eene bepaalde plaats kleiner wordt. De vermeerdering der kinetische energie in een nauwer deel der buis moet dus ge-

paard gaan met eene sterkere vermindering der potentiëele energie; d. w. z. in een nauwer deel der buis wordt de hydrodynamische druk kleiner, dan hij op die plaats zou zijn, als de doorsnede niet geringer was dan op andere plaatsen.

Als dus op geringen afstand van de uitstroomingsopening, waar de druk nul is, de buis eene vernauwing heeft, dan is het mogelijk, dat daar ter plaatse de druk kleiner wordt dan aan de uitstroomingsopening. Dan drukt de vloeistof tegen den binnenwand der buis minder sterk, dan de dampkring op den buitenwand. Maakt men dus in dit deel der buis eene kleine opening, dan zal daardoor lucht naar binnen gezogen worden.

****423.** Op dit beginsel berusten de *waterstraal-luchtpompen*. Fig. 120 geeft eene doorsnede van een der vele modellen, die men vervaardigd heeft (Körting). Het water stroomt bij *A* onder groote drukking (waterleiding) in den toestel en verlaat hem weer bij *B*. Tusschen *A* en *B*, bij *C*, is de geleiding sterk vernauwd. Daar de snelheid van het water op het oogenblik, dat het de nauwe doorsnede bij *C* passeert, zeer groot wordt, kan de druk daar veel kleiner worden dan die van den dampkring (bij *B*), zoodat lucht door de buis *D* gezogen en met het water door de afvoerbuis *B* naar buiten gebracht wordt. In een ontvanger, die met D verbonden is, kan de lucht bij voldoende drukking der waterleiding en eene behoorlijke vernauwing (bij *C*) zeer sterk verdund worden. — Door eene andere buis *E* staat de toestel in verbinding met een open hevelmanometer (of een afgekorten barometer), die als verklikker dient.

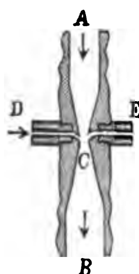


fig. 120.

HOOFDSTUK VI.

Beweging van gassen.

424. De uitstrooming van een gas door eene opening in den wand van een vat, wordt niet, zooals bij vloeistoffen, veroorzaakt door den druk, dien het *gewicht* der hooger gelegen deeltjes uitoefent, maar door de *spanning* van het gas. Uitstrooming heeft plaats, als de spanning van het gas in het vat grooter is, dan die van de lucht of het gas buiten het vat.

Toch kan men op de uitstrooming van gassen dezelfde beschouwing toepassen als bij vloeistoffen, indien men zich voorstelt, dat de *overdruk* van het gas in het vat verkregen wordt door den druk eener gaskolom, die overal de dichtheid van het uitstroomende gas heeft en een gewicht bezit gelijk aan dat der kwikkolom, waardoor de overdruk gemeten wordt. De berekende hoogte dezer gaskolom heeft men dan voor h in de formule (104) van Torricelli te substitueeren.

425. Berekenen wij als voorbeeld de snelheid, waarmede lucht van 76 cM spanning (en 0° temperatuur) uitstroomt in de *luchtledige ruimte*. De hoogte der luchtkolom, die met eene kwikkolom van 76 cM hoogte evenwicht maakt, vindt men volgens form. 82; $h = \frac{76 \times 13,6}{0,001293}$ cM (§ 399). De uitstroomingssnelheid is dus

$$c = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 981,2 \times \frac{76 \times 13,6}{0,001293}} = 39600 \text{ kines.} \qquad 110$$

Was de spanning der lucht eene andere (b.v. H), dan zou toch de hoogte h der luchtkolom dezelfde blijven, omdat het soortelijk gewicht der lucht evenredig verandert met de spanning (§ 399).

Men vindt $h_1 = \dfrac{H \times 13,6}{0,001293 \times \dfrac{H}{76}} = h$. De snelheid, waarmede lucht in de luchtledige ruimte uitstroomt, is dus *onafhankelijk van de spanning der lucht.*

426. Voor een gas, welks dichtheid met betrekking tot lucht D is, bedraagt de hoogte der gaskolom, die evenwicht maakt met eene kwikkolom van 76 cM, $h_2 = \dfrac{76 \times 13,6}{D \times 0,001293}$ (§ 401), dus de snelheid van uitstrooming in de ledige ruimte

$$c = \sqrt{2 \times 981,2 \times \frac{76 \times 13,6}{D \times 0,001293}} \text{ kines.} \qquad 111$$

Ook hier is de uitstroomingssnelheid onafhankelijk van de spanning van het gas.

427. De snelheden, waarmede twee gassen, waarvan de dichtheden (met betrekking tot lucht) D_1 en D_2 zijn, in de luchtledige ruimte uitstroomen, zijn omgekeerd evenredig met de vierkantswortels uit hunne dichtheden:

$$c_1 : c_2 = \sqrt{\frac{1}{D_1}} : \sqrt{\frac{1}{D_2}} = \sqrt{D_2} : \sqrt{D_1}. \qquad 112$$

428. Stroomt een gas, welks spanning H cM kwikdruk is, uit in eene ruimte, waarin reeds gas van de spanning H_1 cM aanwezig is, dan is het soortelijk gewicht van het uitstroomende gas $= D \times 0,001293 \times \dfrac{H}{76}$ (§ 401), de hoogte der gaskolom, die uitstrooming veroorzaakt $= \dfrac{(H - H_1) \times 13,6}{D \times 0,001293 \times \dfrac{H}{76}}$, en dus de uitstroomingssnelheid

$$c = \sqrt{2 \times 981,2 \times \frac{(H - H_1) \times 13,6)}{D \times 0,001293 \times \dfrac{H}{76}}} \text{ kines.} \qquad 113$$

Ook hier geldt dus de wet, dat twee gassen (dichtheden met betrekking tot lucht $= D_1$ en D_2), die met denzelfden overdruk in eene ruimte stroomen, welke reeds gas bevat, uitstroomingssnelheden hebben, die zich omgekeerd verhouden als de vierkantswortels uit hunne dichtheden.

429. Op deze wet berust eene methode (Bunsen), om de dicht-

heid van een gas met betrekking tot lucht te bepalen. Eene van boven geslotene, met lucht gevulde buis, wordt verticaal ongeveer tot haar boveneinde in eene (niet verdampende) vloeistof gedompeld, zoodat de lucht in de buis onder eene drukking verkeert, die zooveel grooter is dan de dampkringsdruk, als het verschil in hoogte der vloeistof buiten en binnen de buis aanwijst. Maakt men nu in den bovenwand der buis eene kleine opening vrij, dan stroomt de lucht uit met afnemende snelheid, totdat de vloeistofspiegel buiten en binnen de buis even hoog staat. Herhaalt men de proef onder dezelfde omstandigheden met een ander gas, waarvan de dichtheid D is, dan is de uitstroomingssnelheid c_1 op elk oogenblik evenveel maal grooter of kleiner dan de uitstroomingssnelheid c der lucht *bij gelijken overdruk.* Men heeft immers steeds $c : c_1 = \sqrt{D} : \sqrt{1}$. Daar nu de uitstroomingssnelheid omgekeerd evenredig is met den duur der uitstrooming, vindt men $t_1 : t = \sqrt{D} : \sqrt{1}$ en daaruit

$$D = \frac{t_1^2}{t^2}. \qquad 114$$

De duur der uitstrooming wordt bepaald door het aantal seconden, waarin de vloeistof in de buis van een lager tot een hooger merk gestegen is.

430. Bij de uitstrooming van gassen door eene opening in den wand van het vat heeft men dezelfde verschijnselen waargenomen als bij vloeistoffen. Dat er eene samentrekking van den gas-straal bestaat, kan men wel is waar niet zien, maar het wordt afgeleid uit de omstandigheid, dat ook bij uitstroomende gassen de practische hoeveelheid kleiner is dan de theoretische. Korte pijpen hebben een overeenkomstigen invloed op de hoeveelheid, als bij vloeistoffen (§ 413).

****431.** Ook de verandering van den hydrodynamischen druk der vloeistoffen in lange uitstroomingspijpen (§ 419—422) vinden wij bij de gassen terug.

Bij gassen spreekt men van *aërostatischen* (aër = lucht) en *aërodynamischen* druk, al naarmate het gas zich in rust of in beweging bevindt.

Bij eene plotselinge verandering van de doorsnede der uitstroomingsbuis heeft eveneens eene verandering van den aërodynamischen druk plaats, die overeenkomt met de in § 422 besproken verandering van den hydrodynamischen druk. — Als het uiteinde eener buis, waardoor een gas uitstroomt, trechtervormig verwijd is, dan wordt

de druk van het gas in het nauwere gedeelte der buis, onmiddellijk vóór het verwijde uiteinde, verminderd; hij kan kleiner worden dan de dampkringsdruk.

Maakt men in het nauwere gedeelte der buis eene opening, dan stroomt de buitenlucht naar binnen (zuigwerking). Door een open manometer, waarvan men één been in die opening steekt, kan de drukvermindering gemeten worden. — Men heeft *luchtstraal-pompen* vervaardigd, die op overeenkomstige wijze werken als de waterstraal-pompen (§ 423).

Gedeeltelijk op de vermindering van druk bij verandering van doorsnede, gedeeltelijk op het medevoeren der naburige gasvormige of vloeibare lichamen door een gas- of dampstraal, berusten de brander van Bunsen, de inhalatie-toestel, de injector van Giffard en meer andere toestellen.

432. Bij het uitstroomen van gassen hebben reactie-verschijnselen plaats, evenals bij vloeistoffen (§ 322).

Toepassing bij vuurpijlen.

HOOFDSTUK VII.

Moleculaire verschijnselen bij vloeistoffen.

I. Moleculaire constante.

433. Elke molecule eener vloeistof ondervindt de aantrekkende werking der naburige moleculen en oefent wederkeerig eene aantrekkende werking op deze uit (cohaesie, § 11). De grootste afstand, waarop de moleculaire krachten nog werken, is zeer gering; volgens Quincke e. a. bedraagt hij ongeveer 0,000005 cM. Men moet zich dus voorstellen, dat eene molecule aangetrokken wordt door alle moleculen, die begrepen zijn in een bol, waarvan de bedoelde molecule het middelpunt is, en waarvan de straal gelijk is aan den genoemden afstand. Men noemt dezen bol de *aantrekkingsspheer*.

434. De *resultante* van alle aantrekkingen, die eene molecule A ondervindt, welker afstand tot de oppervlakte OO_1 der vloeistof grooter is dan de straal der aantrekkingsspheer, is nul. Voor eene molecule B, waarvan de afstand tot de oppervlakte kleiner is dan deze straal, is de resultante der moleculaire aantrekkingen even groot, alsof slechts de moleculen in het door arceering aangewezen deel der aantrekkingsspheer daarop werkten. Het grootst is de resultante voor eene molecule C, die in de oppervlakte gelegen is. — Deze resulteerende krachten zijn loodrecht op de oppervlakte gericht.

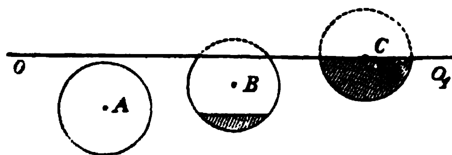


fig. 121.

De vloeistoflaag, begrepen tusschen de oppervlakte en een daaraan evenwijdig vlak, op een afstand gelijk aan den straal der aantrek-

kingssphеer, heet *grenslaag*. Zij bevat alle moleculen, waarvoor de resultante van de werkingen der naburige moleculen *niet nul* is. De druk, dien volgens het bovenstaande de moleculen der grenslaag bij elk (plat of gebogen) oppervlak op de meer binnen de vloeistof gelegen moleculen uitoefenen, perst deze eenigszins samen.

435. Als men de *inwendige wrijving* bij de beweging der vloeistofmoleculen in de vloeistof verwaarloozen kan, dan vereischt de beweging van eene vloeistofmolecule, die niet tot de grenslaag behoort, tusschen de overige moleculen geen arbeid. Bij deze beweging toch is geen weerstand te overwinnen; en het arbeidsvermogen eener vloeistofmassa, wier vorm en plaats niet gewijzigd wordt, verandert niet, als eene molecule met eene andere van plaats verwisselt.

436. Daarentegen is er wel arbeid noodig, om eene molecule der vloeistof, die niet tot de grenslaag behoort, in de grenslaag te brengen; want daarbij moeten de moleculaire krachten, die alleen in de grenslaag werken, overwonnen worden. Deze arbeid bereikt de grootste waarde, als de molecule tot in de oppervlakte der vloeistof gebracht wordt. — De grenslaag eener vloeistof bezit dus door vroeger (bij het vormen der oppervlakte) verrichten arbeid potentiëele energie, wier grootte evenredig is met de grootte der oppervlakte.

De potentiëele energie, e ergs, die de eenheid van oppervlak, 1 cM^2, bezit, noemt men de *moleculaire constante* der vloeistof. Zij is afhankelijk van de soort der vloeistof. De potentiëele energie van een oppervlak van O cM^2 is dus

$$A = O \times e \text{ ergs.}$$

437. Zoolang de grootte van de oppervlakte eener vloeistof niet verandert, blijft ook hare potentiëele energie dezelfde. Dit zal ook het geval zijn, als sommige moleculen, die niet tot de grenslaag behooren, daarin gebracht worden, terwijl tegelijk evenveel andere moleculen uit de grenslaag naar het binnenste der vloeistof overgaan. — Wordt echter de oppervlakte eener vloeistof grooter of kleiner, dan kan dit alleen plaats hebben, als moleculen, die niet tot de grenslaag behooren, daarin gebracht worden, resp. als moleculen, die tot de grenslaag behooren, naar het binnenste der vloeistof gebracht worden. *In het eerste geval wordt de potentiëele energie vermeerderd; in het tweede geval verminderd.*

Als de vermeerdering. resp. vermindering der oppervlakte o cM^2 bedraagt, dan is de vermeerdering resp. vermindering der potentiëele energie $A_1 = o \times e$ ergs.

438. Door hare potentiëele energie verkeert de oppervlakte eener vloeistof in een gedwongen (gespannen) toestand; de potentiëele energie toch zal steeds in kinetische energie overgaan, indien dit niet verhinderd wordt (verg. § 265). M. a. w. *het oppervlak eener vloeistof tracht steeds zoo klein mogelijk te worden.*

Dompelt men een ringvormig gebogen metaaldraad in eene zeepoplossing, dan bevindt zich bij het ophalen een vlak vliesje van de zeepoplossing in den draadring. Door voorzichtig daartegen te blazen, kan men aan het vliesje eene kromming geven; het wordt echter weer vlak (kleinst oppervlak), zoodra men ophoudt te blazen. — Men legt op het vliesje een dun zijden koord, waarvan de uiteinden samengeknoopt zijn, en doet het gedeelte van het vliesje, dat zich binnen het koord bevindt, verdwijnen, b.v. door een staafje daardoor heen te stooten. Terstond neemt het koord den vorm van een cirkel aan (grootst oppervlak eener figuur bij gelijken omtrek); het oppervlak van het overblijvende vliesje wordt daardoor zoo klein mogelijk. — Om dezelfde reden zal een zijden koord, dat dwars over den ring op het vliesje gelegd is, den vorm van een cirkelboog aannemen, zoodra men een der beide deelen van het vliesje doorstoot. De halvemaanvormige figuur van het overblijvende vliesje heeft weer een oppervlak, dat bij gegeven omtrek zoo klein mogelijk is. — Vliesjes in de draadfiguren van Plateau.

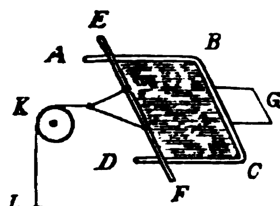


fig. 122.

439. Een tweemaal rechthoekig omgebogen metaaldraad *ABCD* is door een aan *BC* gesoldeerd plaatje *G* in een standaard bevestigd, zóo dat het vlak *ABCD* horizontaal is. Een recht stukje metaaldraad *EF* wordt nu dwars over de beide armen *AB* en *CD* zoo dicht mogelijk bij het draadstuk *BC* gelegd. Brengt men dan tusschen *EF* en *BC* een druppel eener zeepoplossing, en verwijdert daarna *EF* evenwijdig met zich zelve van *BC*, dan vormt de zeepoplossing een rechthoekig vliesje *EBCF*. Liet men nu den draad *EF* vrij, dan zou hij over *AB* en *DC* naar *BC* heen bewogen worden, omdat het oppervlak van het vliesje zoo klein mogelijk tracht te worden (de wrijving laten wij buiten beschouwing). — Een dun koordje, dat aan *EF* bevestigd is, leidt men over eene katrol *K*; aan het andere einde van het koordje hangt men een lichaam *L*. Kan men ook bij de beweging van het koordje en van de katrol wrijving en weerstand verwaarloozen, dan kunnen zich drie gevallen voordoen:

a) Blijft het gewicht van het lichaam beneden eene bepaalde waarde (*p* G), dan nadert *EF* tot *BC*. De potentiëele energie, die beschikbaar wordt door vermindering van het oppervlak van het

vliesje, dient om den arbeid te verrichten, die voor het opheffen van het lichaam L vereischt wordt, resp. om aan L arbeidsvermogen van plaats te geven.

b) Overschrijdt het gewicht van het lichaam de waarde van p G dan daalt het lichaam; EF verwijdert zich van BC en het oppervlak van het vliesje wordt grooter. Het arbeidsvermogen, dat L bij de daling verliest, levert de potentiëele energie, die voor de vergrooting van het vliesje noodig is.

c) Heeft het gewicht van het lichaam juist de waarde van p G, dan blijft EF zijne plaats behouden. Dit gewicht wordt dus in evenwicht gehouden door de kracht, waarmede het vliesje zijn oppervlak tracht te verminderen.

Men kan zich dus voorstellen, dat in alle punten van EF, die met de beide oppervlakken van het vliesje in aanraking zijn — en evenzoo op alle moleculen in die oppervlakken gelegen — krachten aangrijpen, wier richtingen *in die oppervlakken liggen.* De grootte dezer krachten geeft men gewoonlijk op door het aantal dynes der kracht, werkende op eene rij moleculen van het oppervlak, wier lengte 1 cM bedraagt. Het gewicht van L (fig. 122) is $= p$ G $= pg$ dynes $= P$ dynes; het draadstuk EF is in aanraking met twee rijen moleculen, eene in het bovenoppervlak en eene in het benedenoppervlak gelegen, die elk $BC = l$ cM lang zijn; de grootte der genoemde kracht is dus

$$k = \frac{P}{2l} \text{ dynes.} \qquad 115$$

Zij is onafhankelijk van de grootte van het oppervlak.

De uitwerking van de moleculaire krachten in de grenslaag eener vloeistof komt dus overeen met die van een *steeds even sterk gespannen veerkrachtig vliesje*, dat de vloeistof omhult. Men heeft daarom de *kracht*, waarmede eene vloeistof haar oppervlak tracht te verminderen of zich tegen eene vergrooting van haar oppervlak verzet, *oppervlaksspanning* genoemd. Zij is evengoed voorhanden bij een plat als bij een gebogen oppervlak eener vloeistof.

Als een aan een glazen staafje hangende waterdruppel iets langer wordt, dan wordt zijn oppervlak grooter. De arbeid, daartoe vereischt, is gelijk aan het arbeidsvermogen van plaats, dat de druppel door de daling verloren heeft. Men kan zich echter ook voorstellen, dat de druppel gedragen wordt door de oppervlaksspanning; het verschijnsel is hetzelfde, alsof het water zich in een dun veerkrachtig zakje (het oppervlak) bevondt, dat met zijn rand aan den omtrek van het staafje bevestigd is. — De vorm van den

druppel is dezelfde, dien de bodem van een met vloeistof gevuld vat zou aannemen, als hij uit een dun caoutchoucvliesje bestond.

440. Als het lichaam, welks gewicht P dynes de oppervlaksspanning in evenwicht houdt (fig. 122), 1 cM daalt, verliest het $P \times 1$ ergs arbeidsvermogen. Elk oppervlak van het vliesje wordt daardoor $l \times 1$ cM² grooter. Voor de uitzetting van het vliesje is nu in 't geheel noodig geweest $2 \times l \times 1 \times e$ ergs, als e de moleculaire constante is. Men heeft dus $P \times 1 = 2 \times l \times 1 \times e$; waaruit voor de moleculaire constante de vloeistof volgt:

$$e = \frac{P}{2l}. \qquad 116$$

De moleculaire constante eener vloeistof wordt dus in ergs door hetzelfde getal uitgedrukt als de oppervlaksspanning per cM in dynes.

441. Om de moleculaire werking bij *gebogen* oppervlakken te onderzoeken, maakt men gebruik van zeepbellen. Dat eene zeepbel den bolvorm aanneemt, volgt uit de eigenschap der vloeistoffen, dat zij het oppervlak zoo klein mogelijk trachten te maken; van alle lichamen die gelijken inhoud hebben, heeft de bol het kleinste oppervlak.

Volkomen bolvormig zou eene zeepbel alleen zijn, als zij geen gewicht had. Hoe geringer het gewicht der zeepbel is, des te zuiverder is de bolvorm. Kleinere bellen vertoonen den bolvorm beter dan grootere.

442. Eene vermindering van oppervlak kan verkregen worden door vermindering van het volumen der bel. De neiging der vloeistoffen, om het oppervlak zoo klein mogelijk te maken, zal dus neerkomen op het samenpersen van den inhoud der bel; m. a. w. de moleculaire krachten in de grenslagen der zeepbel hebben dezelfde uitwerking, alsof in elk punt van de oppervlakte der zeepbel eene kracht van buiten naar binnen werkte. Inderdaad is de lucht in de zeepbel samengeperst.

Uit eene (niet geslotene) zeepbel, die aan een open pijpje hangt, ontsnapt de lucht door het pijpje. De spanning der lucht in de zeepbel kan men meten door een open manometer, dien men met het andere einde van het pijpje verbindt.

443. Stelt men het pijpje A (fig. 123), waaraan een zeepbel B hangt, in verbinding met een open manometer C en met een buisje D, waarin zich een zuiger bevindt, dan kan men uit het hoogteverschil der beide vloeistofspiegels in C berekenen, met hoeveel dynes de overdruk der samengeperste lucht tegen elken cM² van de oppervlakte

des zuigers werkt (§ 356). Als het hoogteverschil der vloeistofspiegels h cM en het soortelijk gewicht der vloeistof S is, dan is deze druk per $cM^2 = h \times S$ gr $= h \times S \times g$ dynes $= P$ dynes. Beweegt men den zuiger naar rechts, dan moet men dus arbeid verrichten, die volgens de wet van het behoud van arbeidsvermogen even groot is als de arbeid, dien de lucht verricht, doordat zij overal den wand der bel een klein bedrag, b.v. r cM, naar buiten verplaatst. Is de straal der bel R cM [1]), dan is het gedrukte oppervlak $4\pi R^2$ cM^2, de geheele overdruk tegen den wand der bel $4\pi R^2 P$ dynes, en de bij de vergrooting der bel verrichte arbeid

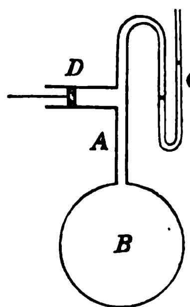


fig. 123.

$$A = 4\pi R^2 P \times r \text{ ergs.}$$

Deze arbeid levert nu de vermeerdering der potentiëele energie, die voor de vergrooting van het binnenoppervlak en het buitenoppervlak der bel noodig is. De vergrooting van elk der beide oppervlakken bedraagt $4\pi(R+r)^2 - 4\pi R^2 = 4\pi R^2 + 8\pi Rr + 4\pi r^2 - 4\pi R^2 = (8\pi Rr + 4\pi r^2)$ cM^2. Daar r zeer klein is, kan men den laatsten term verwaarloozen en verkrijgt voor de vergrooting van elk oppervlak $8\pi Rr$ cM^2, dus voor beide oppervlakken $16\pi Rr$ cM^2. Is e de moleculaire constante, dan bedraagt de vermeerdering van de potentiëele energie der oppervlakken

$$A_1 = 16\pi Rr \times e \text{ ergs.}$$

Door gelijkstelling van A en A_1 heeft men dus

$$4\pi R^2 P \times r = 16\pi Rr \times e;$$

waaruit voor de moleculaire constante volgt:

$$e = \frac{1}{4} RP. \qquad 117$$

444. De uit deze formule afgeleide waarde voor den *overdruk* der lucht in de bel is

$$P = \frac{4e}{R}. \qquad 118$$

Hieruit volgt dat de overdruk in de bel *omgekeerd evenredig is met den straal der bel*, hetgeen door de aanwijzing van den manometer bevestigd wordt.

---

[1]) Wegens de uiterst geringe wanddikte der bel kan men de stralen van het buitenoppervlak en het binnenoppervlak gelijk stellen.

Aan een daarvoor ingericht buisje blaast men aan beide uiteinden bellen van ongelijke stralen. Stelt men dan den inhoud der bellen met elkaar in gemeenschap, dan wordt de lucht uit de kleinere bel naar de grootere gedreven. Het volumen der kleinere bel neemt af, dat der grootere neemt toe.

445. Door de werking der moleculaire krachten in de grenslaag ontstaat dus in een bolvormig gekromd oppervlak eene *drukking*, die omgekeerd evenredig is met den straal van het oppervlak, en die dus niet voorhanden is bij een plat oppervlak ($R = \infty$). Deze drukking tracht het oppervlak plat te maken. Hare grootte bedraagt in dynes per cM^2 *voor elk* der beide oppervlakken eener bel

$$P = \frac{2e}{R}. \qquad 119$$

Zij is, zooals uit de beschouwing van § 443 blijkt, bij een bol oppervlak naar binnen, bij een hol oppervlak naar buiten gericht; in beide gevallen is dus hare *richting die naar de* **holle** *zijde van het bolvormig oppervlak.*

Daar, zooals in de Wiskunde wordt aangetoond, $\frac{1}{R}$ de maat is voor de *kromming* van het oppervlak van een bol, kan men ook zeggen, dat de door de moleculaire krachten voortgebrachte drukking evenredig is met de kromming van het bolvormig oppervlak.

Als het pijpje A (fig. 123) niet door eene zeepbel, maar door een plat vliesje van zeepoplossing afgesloten wordt, dat zich binnen het pijpje op eenigen afstand van zijn uiteinde bevindt, dan kan de manometer geen overdruk aanwijzen. Door den zuiger in de buis D te drukken, zal men het vliesje wel naar het uiteinde van A bewegen, maar daarbij (afgezien van de wrijving) geen arbeid verrichten.

446. Bij een bol, die geheel uit vloeistof bestaat, vervalt de binnenwand en daarmede ook de helft van deze drukking bij eene even groote bel. De drukking bedraagt dus bij den bol $P = \frac{2e}{R}$ en werkt loodrecht op het oppervlak van buiten naar binnen.

Eene vloeistofmassa, die niet door uitwendige krachten (b.v. de zwaartekracht) verhinderd wordt den vorm aan te nemen, dien zij door de werking der moleculaire krachten alleen zou aannemen, is, evenals een zeepbel, noodzakelijk bolvormig. Dit volgt reeds uit de neiging der vloeistof, het kleinste oppervlak aan te nemen. Evenzoo kan men het uit de omstandigheid afleiden, dat de bol het eenige lichaam is, waarbij de drukking der moleculaire krachten wegens de overal gelijke kromming in alle punten van het oppervlak even groot is [1]. — Bolvorm van regendruppels, van

[1] In een gebogen, maar niet bolvormig oppervlak, is de kromming niet overal even groot. In de Wiskunde wordt geleerd, hoe men voor de naaste omgeving van een punt van zulk een vlak de *gemiddelde kromming* vindt. De drukking, die in een punt van het gebogen vlak door de moleculaire krachten voortgebracht wordt, en die het gebogen oppervlak tot een

kleine kwikdruppels op een houten plaat, van olie in verdunden alcohol van gelijk soortelijk gewicht.

Om dezelfde reden moet ook eene luchtbel, die geheel door vloeistof omgeven is, door de werking der moleculaire krachten in het omgevende vloeistofoppervlak bolvormig zijn (als de hydrostatische druk verwaarloosd kan worden).

Grootere kwikdruppels op een houten of glazen plaat, waarbij de zwaartekracht ten opzichte van de werking der moleculaire krachten niet verwaarloosd kan worden, hebben een van boven naar beneden afgeplatten vorm. De kromming aan den zijkant moet zoo groot zijn, dat de daarin van buiten naar binnen werkende drukking der moleculaire krachten evenwicht maakt met de kleinere, in het minder gekromde bovenvlak werkende drukking en met den hydrostatischen druk, die tegen den zijkant van binnen naar buiten werkt. Ook hieruit heeft men eene methode afgeleid, om de moleculaire constante der vloeistof te bepalen.

447. De moleculaire constante (en de oppervlakspanning) en dus ook de drukking in gebogen oppervlakken zijn voor verschillende vloeistoffen verschillend. Voor water is de moleculaire constante ongeveer 75 (ergs per cM^2), voor alcohol 25, voor olijfolie 35.

II. Capillariteit.

448. Eene vloeistofmolecule, die in aanraking is met een vast lichaam, ondervindt de aantrekkende werking van alle moleculen van het vaste lichaam, die gelegen zijn binnen de aantrekkingsspheer der vloeistofmolecule. De verschijnselen, die eene vloeistof onder de werking der naburige vloeistofmoleculen (cohaesie) en onder de werking der moleculen van den vasten wand (adhaesie) vertoont, vat men samen onder den naam van *capillaire verschijnselen*, omdat zij zich op de meest in het oog loopende wijze voordoen bij capillaire buisjes (haarfijne buisjes; capillus = haar).

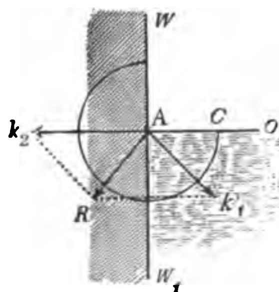


fig. 124.

Adhaesie van een waterdruppel aan een glazen staafje. — Kwik blijft niet aan een glazen staafje hangen, hetgeen echter niet bewijst, dat tusschen glas en kwik geene adhaesie bestaat. Men hangt eene glasplaat horizontaal aan een der armen eener balans en maakt evenwicht; daarna brengt men een kwikoppervlak met de onderzijde der plaat in aanraking; men moet dan gewichten van bepaalde grootte aan den anderen arm der balans laten werken, om de plaat van het kwik af te trekken. — Als een waterdruppel van een staafje of pijpje afvalt, dan overwint het gewicht van den druppel niet de adhaesie, maar de cohaesie der watermoleculen; het staafje blijft vochtig.

---

plat vlak tracht te maken, is evenredig met de gemiddelde kromming van het gebogen oppervlak daar ter plaatse.

449. Nemen wij aan, dat de oppervlakte AO eener vloeistof in een vat volkomen horizontaal zij. Als de wand WW_1 van het vat voldoende boven den vloeistofspiegel uitsteekt, werken op het deeltje A van de oppervlakte der vloeistof, dat met den wand in aanraking is, twee krachten. De éene, k_1, is de resultante van de aantrekkende werkingen der naburige vloeistofdeeltjes; hare richting deelt den hoek OAW_1 middendoor; een vierde der aantrekkingsspheer bevat vloeistof. De andere kracht k_2 is de resultante van de aantrekkende werkingen der naburige wandmoleculen; hare richting staat loodrecht op den wand; de helft der aantrekkingsspheer bevat moleculen van den wand. De grootte dezer krachten is alleen afhankelijk van de soort der vloeistof en van de soort van het vaste lichaam (wand). Stelt men de beide krachten samen, dan kan de resultante R binnen den wand vallen (fig. 124) of binnen de vloeistof (fig. 125).

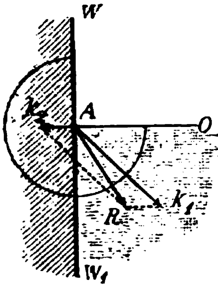


fig. 125.

450. De aantrekking k_2, *door den wand* op de vloeistof uitgeoefend, doet zich ook gevoelen op de verder dan A van den wand verwijderde moleculen, b.v. op B (fig. 126), in horizontale richting. Deze krachten worden kleiner, naarmate de afstand der moleculen tot den wand grooter wordt. Bij eene molecule C, waarvan de afstand tot den wand gelijk is aan den straal der aantrekkingsspheer, wordt deze aantrekking nul.

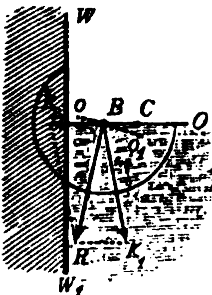


fig. 126.

Neemt men aanvankelijk aan, dat de oppervlakte der vloeistof horizontaal blijft, zoo blijkt uit de beschouwing van fig. 126, dat de aantrekkende krachten k_1, *door de tot de aantrekkingsspheer behoorende vloeistofmoleculen* op de verschillende, tusschen den wand en C gelegen moleculen uitgeoefend, telkens eene andere richting en eene andere grootte hebben. Voor de verder dan C van den wand verwijderde moleculen zou de richting van k_1 verticaal en de grootte constant blijven.

451. Volgens § 307 kan het vloeistofoppervlak in de nabijheid van den wand niet horizontaal blijven; het tracht zich overal loodrecht te plaatsen op de richting van R. Daar op de verschillende moleculen, tusschen den wand en C gelegen, resultanten werken,

wier richtingen voor de opvolgende moleculen verschillend zijn, zal elke dezer moleculen (b.v. B, fig. 126) slechts dan in evenwicht zijn, als zij behoort tot een oppervlak oo_1, dat loodrecht staat op de resultante R van de op de molecule werkende krachten k_1 en k_2.

Zoodra de vloeistofmoleculen gehoorzamen aan de daarop werkende krachten, zal de vloeistofoppervlakte dientengevolge een gebogen vorm aannemen; maar onmiddellijk veranderen dan wederom richting en grootte der kracht k_1 (omdat nu een ander deel der aantrekkingsspheer met vloeistof gevuld is, dan bij de beschouwing van § 450). Vergelijkt men fig. 126 met fig. 127, dan zal men vinden, dat daardoor de helling van het oppervlak bij de molecule B sterker geworden is; bijgevolg zal de kromming van het oppervlak in de nabijheid van den wand niet beperkt blijven tot moleculen, die tusschen den wand en de molecule C (fig. 126) gelegen zijn.

fig. 127.

452. Onder de gezamenlijke werking der adhaesie, der cohaesie en der zwaartekracht zal ten slotte het oppervlak in de nabijheid van den wand een evenwichtsstand aannemen, waarbij de kromming van het oppervlak zich op een duidelijk waarneembaren afstand van den wand uitstrekt. Bij vloeistoffen, waarvoor de resultante R van adhaesie en cohaesie binnen den wand ligt (fig. 124), is het oppervlak aan den wand hol (fig. 128); men zegt, dat de vloeistof den wand *bevochtigt*. Valt de resultante R binnen de vloeistof (fig. 125), dan is het oppervlak aan den wand bol (fig. 129); de vloeistof *bevochtigt* den wand *niet*.

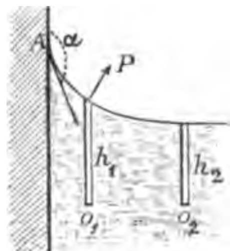


fig. 128.



fig. 129.

De evenwichtsvorm der oppervlakken wordt daardoor bepaald, dat de drukkingen, die twee vloeistofdeeltjes o_1 en o_2 ondervinden, die in hetzelfde horizontale vlak onder het gebogen en onder het vlakke deel van het oppervlak liggen, gelijk moeten zijn. In het geval van fig. 128 is de hydrostatische druk (in dynes) der vloeistofkolom h_1, verminderd met de verticale componente van de naar buiten gerichte drukking P in het gebogen oppervlak, gelijk aan den hydrostatischen druk der kolom h_2. In het geval van fig. 129 is de hydrostatische druk der kolom h_1, vermeerderd met de verticale componente

van de naar binnen gerichte drukking *P*, gelijk aan den hydrostatischen druk der kolom h_2.

Water in aanraking met glas vertoont den vorm van het oppervlak in fig. 128; kwik daarentegen den vorm van fig. 129.

453. De hoek α, dien het vloeistofoppervlak en het niet met vloeistof in aanraking zijnde deel van den wand in het punt *A* met elkaar maken, heet *randhoek*; deze is, zooals eene hier weggelaten beschouwing leert, alleen afhankelijk van de grootte der cohaesie en der adhaesie, blijft dus voor dezelfde vloeistof en hetzelfde vaste lichaam steeds gelijk. De randhoek is *stomp*, als de vloeistof het vaste lichaam bevochtigt; hij is *scherp*, als zij het niet bevochtigt.

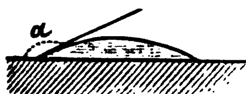


fig. 130.

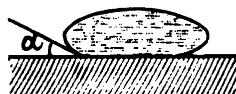


fig. 131.

Als eene vloeistof op een vast lichaam een druppel vormt, dan bepaalt de randhoek den *vorm van den druppel*. Zoo wijst fig. 130 den vorm van een waterdruppel en fig. 131 dien van een kwikdruppel op eene glazen plaat aan.

De grootte van den randhoek is overigens zeer afhankelijk van de zuiverheid van de vloeistof en van het vaste lichaam. Men moet aannemen, dat zuiver water zich over eene volkomen zuivere glazen plaat zoo ver mogelijk zou uitbreiden, zoodat de geheele plaat bevochtigd zou worden.

Evenzoo wordt door den randhoek de vorm bepaald eener *luchtbel*,

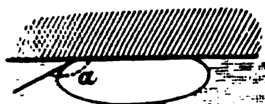


fig. 132.

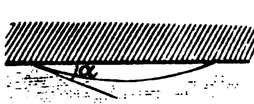


fig. 133.

die in aanraking is met den wand van een overigens geheel met vloeistof gevuld vat. Als de vloeistof den wand bevochtigt (water en glas), heeft de luchtbel den vorm van fig. 132; in het tegenovergestelde geval dien van fig. 133 (kwik en glas).

Van de beweeglijkheid eener luchtbel in eene flauw gebogen en met alcohol gevulde buis maakt men gebruik bij het *luchtbelwaterpas* (§ 326).

454. *In eene capillaire buis stijgt* eene vloeistof, die de buis *bevochtigt*, boven het niveau der vloeistof in een met de buis communiceerend niet-capillair vat (fig 134 en 135). Haar *hol* oppervlak, de *meniscus*, vormt met den wand der buis wederom den randhoek α, die hier stomp is. De hoogte der opgeheven vloeistof wordt gevon-

den door de kracht, die haar gewicht in evenwicht houdt, d. i. door de aan den rand van de oppervlakte der opgeheven vloeistofkolom verticaal naar *boven* werkende componente der oppervlaksspanning, of door de resultante der in het gebogen oppervlak werkende drukkingen.

**Is R cM de straal van de doorsnede der buis, dan werkt aan den rand $2\pi R$ cM van de oppervlakte der vloeistofkolom de oppervlaksspanning $2\pi R k$ dynes (§ 439). Hare verticale componente is $2\pi R k \cos \alpha$ dynes. Is h cM de hoogte der vloeistofkolom, dan is haar gewicht $h \times \pi R^2 \times S \times g$ dynes. Door gelijkstelling van beide waarden verkrijgt men

$$h = \frac{2\, k \cos \alpha}{R\, S\, g} \text{ cM.} \qquad 120$$

Door beschouwing der drukking in de oppervlakte der opgeheven vloeistofkolom zou men vinden $h = \dfrac{2\, e \cos \alpha}{R\, S\, g}$ cM. 121

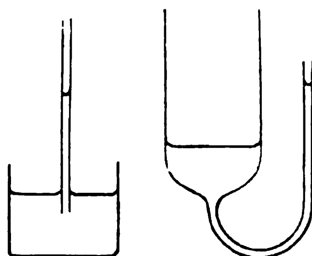


fig. 134. fig. 135.

De hoogte der opgeheven vloeistofkolom is omgekeerd evenredig met den straal van de doorsnede der buis. — Proeven met vaten van de in fig. 134 en 135 aangeduide vormen bevestigen dit.

**Uit de betrekking van form. 121 kan men wederom de moleculaire constante der vloeistof afleiden. Daar de moleculaire constante van een mengsel van twee vloeistoffen afhankelijk is van de samenstelling van het mengsel, kan men b.v. de capillaire opstijging toepassen, om met behulp eener proefondervindelijk verdeelde schaal het gehalte van mengsels van water en alcohol uit de stijghoogten in dezelfde capillaire buis te bepalen.

455. Giet men in het wijdere (niet capillaire) vat (fig. 135) langzaam vloeistof bij, dan stijgt deze in beide vaten; het hoogteverschil h blijft standvastig, totdat de rand van den meniscus den rand der nauwe buis bereikt. Door nog meer vloeistof in het wijdere vat te gieten kan men het oppervlak in de capillaire buis vlak en zelfs bolvormig maken. Deze proef bewijst, dat het hoogteverschil in beide vaten slechts van den vorm van het oppervlak afhangt.

456. In eene *capillaire buis daalt* eene vloeistof, die de buis *niet bevochtigt*, onder het niveau der vloeistof in een met de buis communiceerend niet-capillair vat (fig. 136 en 137). Haar *bol* oppervlak, de meniscus, vormt met den wand der buis den randhoek α, die hier scherp is. Er is evenwicht, als de verticaal naar *beneden* gerichte componente der oppervlaksspanning aan den rand

van de oppervlakte der vloeistof in de buis, of de resultante der drukkingen in de bolle oppervlakte even groot is als het gewicht eener vloeistofkolom, die tot doorsnede heeft de doorsnede van het buisje en tot hoogte de capillaire neerdrukking in het buisje. Deze laatste blijkt omgekeerd evenredig te zijn met de wijdte der buis.

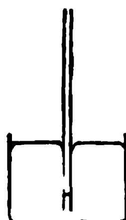


fig. 136.

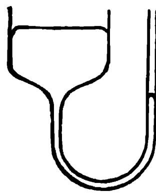


fig. 137.

** Men zal licht vinden, dat de betrekking van form. 120 en 121 ook hier geldt.

457. Is in de gevallen van § 454 en 456 het wijdere der beide vaten zoo nauw, dat ook daarin nog capillaire optrekking of neerdrukking bestaat, dan wordt het hoogteverschil der beide vloeistofspiegels afhankelijk van de wijdte der buizen.

Correctie van den afgelezen barometerstand wegens capillariteit zie § 352.

458. Tusschen twee evenwijdige platen, die op kleinen afstand van elkaar verticaal in eene vloeistof staan, welke die platen bevochtigt, stijgt de vloeistof eveneens omhoog. De opgeheven vloeistof heeft eene lengte gelijk aan de lengte (l cM) der platen, en eene dikte gelijk aan den afstand ($2R$ cM) der platen. De hoogte der opgeheven vloeistofkolom kan men wederom bepalen, indien men er op let, dat haar gewicht in evenwicht gehouden wordt door de aan den rand van de oppervlakte der opgeheven vloeistof verticaal naar boven werkende componente der oppervlaksspanning, of door de resultante der in het gebogen oppervlak werkende drukkingen.

**Aan den rand, $2\,l$ cM, van de oppervlakte der opgeheven vloeistof werkt de oppervlaksspanning $2\,l\,k$ dynes. Hare verticale componente is $2\,l\,k\cos\alpha$ dynes. Is h cM de hoogte der opgeheven vloeistof, dan is haar gewicht $l \times 2R \times h \times S \times g$ dynes. Door gelijkstelling van beide waarden verkrijgt men:

$$h = \frac{k\cos\alpha}{R\,S\,g}\ \text{cM}.$$

Door beschouwing der drukking in de oppervlakte der opgeheven vloeistof zou men vinden $h = \frac{e\cos\alpha}{R\,S\,g}$ cM.

De hoogte der opgeheven vloeistof is wederom omgekeerd evenredig met den afstand der platen. Zij is *half zoo groot* als in eene capillaire buis, waarvan de middellijn gelijk is aan dezen afstand (form. 120 en 121).

Als de platen een kleinen hoek met elkaar maken, terwijl zij met twee verticale kanten tegen elkaar geplaatst zijn, dan hebben de randen van het oppervlak der tusschen de platen opgetrokken vloeistof de gedaante eener gelijkzijdige hyperbool. Dit is een gevolg van de wet, dat overal de hoogte omgekeerd evenredig is met den afstand der platen. — Verg. de graphische voorstelling der wet van Boyle, fig. 95.

459. Plaatst men eene glazen buis, die den vorm van een afgeknotten kegel (met kleinen tophoek) heeft, zoo, dat de as des kegels horizontaal is, en brengt men er een druppel van eene vloeistof in, die de buis bevochtigt (water, alcohol), dan bedraagt, daar de vrije eindvlakken hol zijn, de drukking *naar buiten* in het kleinere, sterker gekromde oppervlak van den druppel meer dan in het grootere (verg. form. 121). Dientengevolge beweegt zich de druppel naar het nauwere einde der buis.

Men vindt door eene overeenkomstige beschouwing, dat een druppel eener vloeistof, die de buis niet bevochtigt (kwik), zich naar het wijdere einde der buis beweegt.

Evenzoo beweegt zich een waterdruppel tusschen twee dicht bij elkaar geplaatste glazen platen, die een kleinen hoek met elkaar maken, naar den kant, waar de onderlinge afstand der platen kleiner wordt; terwijl een kwikdruppel zich beweegt naar den kant, waar de afstand grooter wordt.

460. De capillaire verschijnselen staan in nauw verband met de energie, die de oppervlakte eener vloeistof onder de werking der moleculaire krachten bezit. Eene beschouwing als die in § 436 leert, dat niet slechts het vrije (met lucht in aanraking zijnde) oppervlak eener vloeistof potentiëele energie bezit, maar ook dat gedeelte van het oppervlak eener vloeistof, dat in aanraking is met een vast lichaam. Ondervinden de moleculen der grenslaag niet alleen de werking der aantrekkende vloeistofmoleculen, maar ook die van het vaste lichaam, dan bezitten zij evenzeer energie; de *grootte* van het arbeidsvermogen voor 1 cM^2 van het oppervlak is echter gewijzigd.

Trouwens de moleculen in de grenslaag onder het vrije oppervlak eener vloeistof staan eveneens onder de aantrekkende werking der luchtmoleculen. Bij de vroegere beschouwingen hebben wij echter deze werking als zeer gering verwaarloosd.

De waarde der potentiëele energie van 1 cM^2 van het oppervlak eener vloeistof, dat met een vast lichaam in aanraking is, hangt af van de soort der beide lichamen.

Bij het uitbreiden eener vloeistof over een vast lichaam, bij het opheffen eener vloeistofkolom in capillaire buizen enz. hebben *veranderingen in de grootte* van het *vrije* en van het *gemeenschappelijke* oppervlak plaats. Of een druppel zich over een vast lichaam al of niet uitbreidt, hangt af van den invloed, dien de verandering van het vrije en van het gemeenschappelijke oppervlak heeft op de hoeveelheid potentiëele energie der oppervlakten. Indien tengevolge van de uitbreiding de potentiëele energie vermindert, d. w. z. in kinetische energie overgaat, dan zal de uitbreiding plaats hebben (§ 265).

461. *Proeven en toepassingen.* Legt men eene vettige naald, die door water niet bevochtigd wordt, voorzichtig op een waterspiegel, dan ontstaat daarin eene capillaire neerdrukking. Is het gewicht der naald niet te groot, dan kan dit door de naar boven werkende drukking in het hol gewordene oppervlak van het water in evenwicht gehouden worden. — Het loopen van sommige insecten over water. — Optrekken van sommige vloeistoffen in poreuze lichamen (suiker, vloeipapier enz.), van olie en petroleum in de pit eener lamp. — Door het indringen van water in touwen worden deze dikker en tengevolge daarvan korter. — Opstijgen van sappen in de capillaire vaten van planten.

Ook de bewegingen van bevochtigde en niet bevochtigde lichamen, die op eene vloeistof drijven, ten opzichte van elkander (schijnbare aantrekking en afstooting) berusten op de werking der moleculaire krachten.

III. Vloeistoffen in aanraking met vloeistoffen.

462. Brengt men een druppel eener lichtere vloeistof op de oppervlakte eener zwaardere, dan doen zich verschijnselen voor, die overeenkomen met die, welke men waarneemt, als men een vloeistofdruppel op de oppervlakte van een vast lichaam brengt. De druppel *breidt* zich over de oppervlakte der zwaardere vloeistof *niet uit*, maar vormt daarmede een bepaalden randhoek (fig. 138); of de druppel *breidt* zich snel over het oppervlak *uit*.

Men kan zich voorstellen, dat in de randlijn, waar de beide vloeistoffen en de lucht samen komen, drie oppervlaksspanningen werken; die van het vrije oppervlak der zwaardere vloeistof (1), die van het vrije oppervlak der lichtere vloeistof (2), en die van het gemeenschappelijk oppervlak (3). Zijn de hoeken tusschen deze oppervlakken (randhoeken) zoo groot, dat (1) evenwicht maakt met de resultante van (2) en (3), dan zal de druppel zijnen vorm behouden en zich niet verder uitbreiden. Is daartegen (1) grooter dan de resultante van (2) en (3), dan heeft uitbreiding plaats.

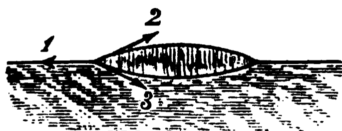


fig. 138.

De oppervlaksspanning van water is 75, die van olie 35, die van het gemeenschappelijke oppervlak water-olie 21. Nu is 75 zeker grooter dan de resultante van 35 en 21, waaruit volgt, dat olie zich op water moet uitbreiden.

Ook hier geldt: gaat met de uitbreiding van den druppel (d. i. met de vergrooting van het vrije oppervlak van den druppel, met de vergrooting van het gemeenschappelijke oppervlak van den druppel en van de zwaardere vloeistof en met de vermindering van het vrije oppervlak der zwaardere vloeistof) een overgang van de potentiëele energie, welke de oppervlakken bezitten, in kinetische energie gepaard, dan zal de uitbreiding steeds plaats hebben (§ 265); in het tegenovergestelde geval echter niet.

463. Giet men voorzichtig eene vloeistof op eene andere, die zwaarder is, dan zullen aanvankelijk de beide vloeistoffen gescheiden blijven. Hoe zich de vloeistoffen ten opzichte van elkander verder gedragen, hangt af van de grootte der verschillende moleculaire krachten, die bij de aanrakingsplaats der vloeistoffen in werking treden, maar tevens van de temperatuur en den druk, waaronder de vloeistoffen verkeeren.

1) De *vloeistoffen vermengen zich niet.*

Olie en water. Water en kwik. Olie in verdunde alcohol van hetzelfde soortelijk gewicht. Terpentijnolie en spiritus.

Schudt men de beide vloeistoffen flink door elkaâr, dan verdeelt de eene vloeistof zich meestal in uiterst kleine druppeltjes die zich door de andere vloeistof verspreiden. Daardoor verkrijgt het geheel een troebel aanzien (ten gevolge van de werking der grensvlakken op het licht), *emulsie* (emulsum = gemolken). Na eenigen tijd vereenigen zich de kleine deeltjes weer, en heeft eene scheiding der vloeistoffen naar de soortelijke gewichten plaats.

464. 2) De *vloeistoffen vermengen zich*, ook zonder schudden.

Heeft men in een vat voorzichtig alcohol op water gegoten, dan zullen langzamerhand de alcoholmoleculen in het water dringen en omgekeerd de watermoleculen in den alcohol (tegen de werking der zwaartekracht in), totdat het geheel een gelijkslachtig mengsel is geworden.

Men noemt zulk eene vermenging van twee vloeistoffen *diffusie* (diffusus = verspreid).

Bij diffusie neemt men soms verwarming of afkoeling, vermeerdering of vermindering van volumen waar.

465. Met de diffusie verwant is de *oplossing* van een vast lichaam in eene vloeistof. Bij aanraking van vaste lichamen met vloeistoffen wordt somtijds de samenhang tusschen de moleculen der vaste lichamen verbroken; de moleculen verspreiden zich dan in de vloeistof.

De hoeveelheid eener kristalloïde stof, die in eene bepaalde hoeveelheid eener vloeistof kan opgelost worden, is afhankelijk van de soort der beide stoffen. — Meestal is de *oplosbaarheid* bij hoogere temperatuur grooter dan bij lagere. — Men noemt eene oplossing *verzadigd*, als de vloeistof zoo veel van het vaste lichaam opgelost heeft, als bij de temperatuur der vloeistof mogelijk is. Bij afkoeling wordt dan zoo veel van de vaste stof (in kristalvorm) neergeslagen, dat de vloeistof bij de lagere temperatuur nog verzadigd blijft. — Het kan echter ook gebeuren, dat bij afkoeling niet onmiddellijk een neerslag der vaste stof plaats heeft; de vloeistof is dan *oververzadigd*. De oplossing verkeert als het ware in een labielen evenwichtstoestand; beweegt men de vloeistof, of werpt men er een stukje van dezelfde vaste stof in, dan scheidt zich plotseling zoo veel vaste stof af, als meer opgelost was, dan voor de verzadiging der vloeistof noodig is.

Van eene groep van stoffen, die men *colloïden* noemt (colla = lijm), b.v. lijm, gom, kunnen in bepaalde vloeistoffen willekeurige hoeveelheden opgelost worden.

466. Als twee ongelijksoortige vloeistoffen (oplossingen), die zich vermengen kunnen, door eenen *poreuzen wand* (onverglaasd aardewerk, perkamentpapier, dierlijke blaas) van elkaar gescheiden zijn, dan dringen beide vloeistoffen door de poriën van den wand; dit duurt zoo lang, totdat de samenstelling der mengsels aan beide zijden van den wand gelijk is. De snelheid, waarmede deze vermenging, *osmose* (osmos = stoot) genoemd, plaats heeft, is voor beide vloeistoffen verschillend, zoodat aanvankelijk het volumen aan den éénen kant van den wand toeneemt, aan den anderen afneemt.

Dompelt men eene aan den onderkant door eene dierlijke blaas gesloten en met eene oplossing van kopervitriool gevulde buis in zuiver water, dan dringt meer water door de blaas in de buis, als kopervitriool naar buiten; de vloeistof in de buis stijgt. Door eene dierlijke blaas dringt water sterker dan alcohol; door een caoutchoucvlies alcohol sterker dan water.

Opgeloste colloïden dringen niet door perkamentpapier; kristalloïden wel. Van deze eigenschap heeft Graham gebruik gemaakt, om colloïden en kristalloïden, die in dezelfde vloeistof opgelost zijn, te scheiden. *Dialyse* (dia = door; lysis = oplossing, scheiding).

467. De wetten der osmose blijken het duidelijkst, als men den poreuzen wand *halfdoorlatend* gemaakt heeft, d. w. z. zóó dat wel zuiver water door den wand heen kan dringen, maar niet de moleculen eener in water opgeloste stof. [1]) — Als men een vat *A* (fig. 139), dat als bodem zulk een halfdoorlatenden wand *B* heeft, geheel met eene suikeroplossing vult, van boven afsluit en in zuiver water dompelt, dan trekt in de poriën, waar de beide vloeistoffen met elkaar in aanraking zijn, de suikeroplossing het water met eene bepaalde kracht aan. Daardoor heeft osmose van het water naar de suikeroplossing plaats. Het gevolg is, dat de oplossing in het vat samengeperst wordt en daardoor eenen druk tegen de wanden der buis uitoefent. Is deze druk, dien men den *osmotischen druk* noemt, zoo groot geworden, dat hij evenwicht maakt met de aantrekking, die de oorzaak der osmose van het water is, dan dringt verder geen water meer door den poreuzen wand in het vat.

De osmotische druk kan gemeten worden door een kwikmanometer *M*, dien men met het boveneinde van het vat zoo verbindt, dat het kwik in aanraking is met de suikeroplossing. Stond het kwik aanvankelijk in beide beenen even hoog, dan ontstaat door het indringen van water een hoogteverschil der kwikspiegels. Verandert de stand van het kwik niet meer, dan kan men uit het hoogteverschil der vloeistoffen den osmotischen druk in atmospheren of in dynes per cM^2 afleiden.

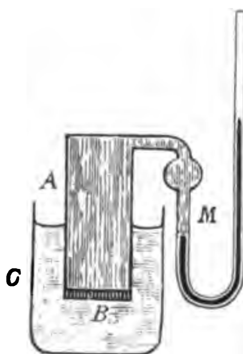


fig. 139.

468. Door de beschreven proef achtereenvolgens met oplossingen van verschillende sterkte te doen, vond Pfeffer, *dat de osmotische druk* (nadat evenwicht verkregen is) *evenredig is met het gehalte der oplossing in het vat*, d. i. met het aantal der in 1 cM^3 opgeloste moleculen.

Hoe meer moleculen de vloeistof opgelost bevat, des te grooter is de kracht, die de suikeroplossing op het water buiten het vat uitoefent, des te grooter dus ook de even groote osmotische druk.

De osmotische druk is bij eene suikeroplossing van 1 % gehalte volgens Pfeffer 0,649 atmospheren; bij eene oplossing van 5 % dus reeds ongeveer 3 ¼ atmospheren.

De osmotische druk is ook afhankelijk van de temperatuur. Wij komen in de leer der Warmte daarop terug.

---

[1]) Een voor suikeroplossing halfdoorlatende wand b.v. wordt verkregen, door in de poriën van onverglaasd aardewerk uit kopersulphaat en ferrocyankalium een neerslag van ferrocyankoper te vormen.

469. De hydrostatische drukkingen, die de *vloeistof*moleculen van binnen en van buiten tegen den wand uitoefenen, zijn blijkbaar gelijk — daar de inhoud van het vat met het omringende water door de poriën in verbinding staat. De osmotische druk kan dus alleen door de *moleculen der opgeloste stof* voortgebracht worden. Men kan zich voorstellen, dat de opgeloste moleculen juist als de moleculen van een gas tegen elkander en tegen den wand aanbotsen en zoodoende den osmotischen druk veroorzaken.

470. Van 't Hoff heeft er n.l. op gewezen, dat voor den osmotischen druk van *verdunde* [1]) oplossingen dezelfde wet geldt, die Boyle voor de spanning van een gas gevonden heeft; bij n-maal zoo sterke concentratie, d. w. z. als in hetzelfde volumen n-maal zoo veel moleculen opgelost zijn, is de osmotische druk n-maal zoo groot.

De osmotische druk is dus omgekeerd evenredig met het volumen, dat een bepaald aantal opgeloste moleculen innemen.

De overeenkomst dezer wet met de wet van Boyle blijkt uit de volgende beschouwing. Als men zich het vat A (fig. 139) boven afgesloten denkt door een beweeglijken, maar goed sluitenden zuiger (zonder gewicht), dan zou men, om het in § 467 bedoelde evenwicht te behouden, op den zuiger eene drukking van buiten naar binnen moeten uitoefenen, die gelijk is aan den osmotischen druk. Vermeerderde men den druk op den zuiger, dan zou het evenwicht verbroken worden; door den halfdoorlatenden wand zouden watermoleculen naar buiten treden en de oplossing zou meer geconcentreerd worden. Als men nu den druk op den zuiger zoo gekozen had, dat er op nieuw evenwicht ontstond, als de helft van het water uitgedreven was en dus de opgeloste suikermoleculen de helft van het vroegere volumen innamen, dan zou uit den stand van het kwik in den manometer blijken, dat de osmotische druk twee maal zoo groot geworden was.

471. Door gebruik te maken van halfdoorlatende wanden heeft men de juistheid eener wet geconstateerd, die De Vries uit de verschijnselen der osmose bij plantencellen afgeleid heeft, en die overeenkomst met de wet, die Avogadro voor gassen gevonden heeft (§ 360): *dat verdunde oplossingen van verschillende scheikundige stoffen gelijke osmotische drukkingen hebben, als zij in gelijke volumina evenveel opgeloste moleculen bevatten.* Aequimoleculaire oplossingen zijn *isotonisch* (isos = gelijk; tonos = spanning). De osmotische druk is dus onafhankelijk van de soort dezer opgeloste stoffen.

---

[1]) Het totale volumen der opgeloste moleculen moet gering zijn vergeleken bij dat der vloeistof.

Hoeveelheden van ongelijksoortige stoffen hebben evenveel moleculen, indien hare gewichten zich verhouden als hare moleculairgewichten (de betrekkelijke gewichten van éene molecule), die de Scheikunde doet kennen. Het moleculairgewicht van waterstof neemt men daarbij als eenheid aan. Dat het moleculairgewicht eener stof $A = m_1$ en dat eener stof $B = m_2$ is, beteekent dus, dat eene molecule van A m_1-maal, en eene molecule van B m_2-maal zoo zwaar is als eene molecule waterstof; dus bevatten m_1 G der stof A en m_2 G der stof B evenveel moleculen. Oplossingen van gelijke volumina, waarin de hoeveelheden der beide stoffen zich verhouden als m_1 en m_2, hebben denzelfden osmotischen druk.

472. De overeenkomst tusschen de spanning van een gas en den osmotischen druk eener verdunde oplossing gaat echter nog verder. Van 't Hoff heeft gevonden, dat *de osmotische druk volkomen gelijk is aan de spanning van een gas, indien het aantal opgeloste moleculen en het aantal gasmoleculen in gelijke volumina gelijk zijn* (bij gelijke temperatuur).

Lost men 1 G suiker in 100 cM^3 water op, dan is het volumen der oplossing 100,6 cM^3 en de osmotische druk volgens Pfeffer 0,649 atmospheren. De hoeveelheid waterstof, die evenveel moleculen heeft, weegt $^1/_{171}$ G. Berekent men nu de spanning, die deze hoeveelheid waterstof zou hebben, als haar volumen ook 100,6 cM^3 was, dan vindt men (form. 97) uit $^1/_{171} = 100{,}6 \times 0{,}001293 \times 0{,}0693 \times H$ de spanning $H = 0{,}6487$ atmospheren.

Denkt men zich dus de oplossende vloeistof weg en de opgeloste moleculen als gasmoleculen, dan zou hare spanning dezelfde zijn als de osmotische druk der oplossing. — Deze betrekking heet de *wet van Van 't Hoff.*

HOOFDSTUK VIII.

Moleculaire verschijnselen bij gassen.

473. Ten gevolge van de aantrekking, die de moleculen der oppervlakte van *vaste* lichamen op naburige gasmoleculen uitoefenen, heeft aan de oppervlakte van vaste lichamen eene *verdichting* van het gas plaats. De hoeveelheid gas, die verdicht wordt, is afhankelijk van de soort van het vaste lichaam en van het gas, van de temperatuur en van den druk, waaronder het gas verkeert. Het sterkst vertoont zich deze verdichting bij lichamen, die een betrekkelijk groot oppervlak hebben (poreuze lichamen, houtskool, platinaspons). Met de verdichting der gassen gaat eene ontwikkeling van warmte gepaard (zie het boek over de Warmte).

Door verwarming kan men de verdichte gassen van het oppervlak der vaste lichamen verwijderen. — Laat men een stuk houtskool, dat men door uitgloeien van gassen bevrijd heeft, opstijgen in een in kwik omgekeerd glazen vat, dat gedeeltelijk met koolzuur gevuld is, dan ziet men het volumen van het gas door de verdichting aan het oppervlak der koolstof verminderen. — Verdichting van waterdamp aan het oppervlak van glas. — Waterstoflampje van Döbereiner.

474. In sommige lichamen kunnen de moleculen van bepaalde gassoorten zelfs *indringen.* Platina en Palladium b.v. kunnen op deze wijze vrij groote hoeveelheden waterstof opnemen, zóo dat het ingeslotene gas eene belangrijke verdichting ondergaat.

475. De aantrekkende werking der *vloeistof*moleculen op naburige gasmoleculen heeft eveneens ten gevolge, dat het gas door de vloeistof *opgeslorpt* wordt. Men noemt dit verschijnsel *absorptie* (absorptio = opslorping. De hoeveelheid gas, die door eene bepaalde vloeistof geabsorbeerd wordt, is afhankelijk van de soort van de vloeistof

en van het gas, van den druk, waaronder het gas verkeert, en van de temperatuur.

1) Door 1 cM^3 water (van 0^0) kunnen ten hoogste opgeslorpt worden 0,02 cM^3 stikstof, 0,04 cM^3 zuurstof, 1,8 cM^3 koolzuur, 1053 cM^3 ammoniakgas enz.

Men noemt deze getallen de *opslorpingscoëfficienten* van water voor de betreffende gassen.

2) Volgens eene door Henry gevonden wet *zijn de opslorpingscoëfficienten onafhankelijk van den druk waaronder het gas verkeert.* Zoo kan 1 cM^3 water (van 0^0) steeds het *volumen* van 1,8 cM^3 koolzuur opnemen, onverschillig welke spanning het koolzuur heeft, dat met het water in aanraking is. Daaruit volgt, dat de *massa* koolzuur, die geabsorbeerd wordt, evenredig is met den druk, waaronder het gas verkeert.

Spuitwater.

Vermindert men den druk, waaronder eene vloeistof verkeert, die de maximale hoeveelheid van een gas geabsorbeerd heeft, dan ontsnapt zooveel gas, dat de vloeistof onder den minderen druk nog *verzadigd* blijft.

Opstijgen van luchtbelletjes uit water onder de klok eener luchtpomp. — Gasontwikkeling bij het openen van fleschen met koolzuurhoudende dranken.

Is eene vloeistof in aanraking met een *mengsel* van gassen, dan wordt van de verschillende bestanddeelen van het mengsel zooveel geabsorbeerd, alsof elk gas de spanning had, die het in het mengsel volgens de wet van Dalton bezit (§ 360, 2).

Daar 5 volumina lucht ongeveer 1 volumen zuurstof en 4 volumina stikstof bevatten, is volgens de wet van Dalton de spanning der zuurstof in de lucht $^1/_5$ atmospheer, die der stikstof $^4/_5$ atmospheer. Bij 0^0 neemt dus 1 cM^3 water op 0,04 cM^3 zuurstof van $^1/_5$ atmospheer of $0{,}04 \times {}^1/_5$ cM^3 = 0,008 cM^3 van 1 atmospheer. Evenzoo bedraagt de opgenomen stikstof 0,02 cM^3 van $^4/_5$ atmospheer of $0{,}02 \times {}^4/_5$ cM^3 = 0,016 cM^3 van 1 atmospheer. Door water wordt dus uit de lucht in verhouding meer zuurstof dan stikstof geabsorbeerd.

3) De coëfficient van absorptie neemt bij verhooging der temperatuur (meestal sterk) af.

Uit water, dat verwarmd wordt, ontsnapt geabsorbeerde lucht.

476. Zijn ongelijksoortige gassen met *elkaâr* in aanraking, dan heeft er *diffusie* plaats, waarbij de gassen zich volkomen, en wel veel sneller met elkaar vermengen dan vloeistoffen (Bertholet).

Zet men op een met lucht gevuld glas een even wijd omgekeerd glas, dat met waterstof gevuld is, dan zal na eenigen tijd, trots het verschil in soortelijk gewicht der gassen, in beide vaten een gelijkslachtig mengsel zijn (verg. § 464). — Het ontsnappen van lichtgas kan men spoedig door den reuk gewaar worden.

447. Zijn twee ongelijksoortige gassen door een poreuzen wand van elkaar gescheiden, dan neemt men een verschijnsel waar, dat overeenkomt met de *osmose* van vloeistoffen (§ 467). Hierbij gaat het minder dichte gas sneller door den wand dan het dichtere.

Stelt men een met lucht gevuld vat van onverglaasd aardewerk in gemeenschap met eenen manometer, dan wijst deze eene snelle vermeerdering van spanning in het vat aan, zoodra men dit in eene met lichtgas of waterstof gevulde ruimte brengt. Wordt het met een dier gassen gevulde vat omgeven door lucht, dan wijst de manometer eene vermindering van spanning in het vat aan.

HOOFDSTUK I.

Leer der Trillingen.

I. Enkelvoudige trilling.

478. Als men het éénе uiteinde eener veerkrachtige staaf, die met het andere uiteinde vastgeklemd is, uit den evenwichtsstand brengt en daarna loslaat, dan verkrijgt de staaf onder de werking der opgewekte veerkracht eene heen- en weergaande beweging om den evenwichtsstand. Zulke bewegingen, waarbij de veerkracht de bewegende kracht is, noemt men *elastische trillingen*.

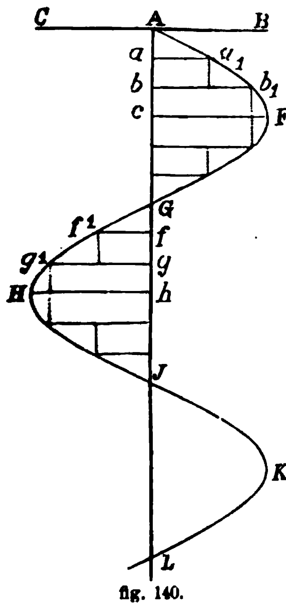


fig. 140.

Trilling eener stemvork, eener snaar, enz.

479. Zooals wij in § 298 gevonden hebben, is de beweging eener trillende staaf van dezelfde soort als de beweging van een slinger.

Dat beide bewegingen gelijksoortig zijn, kan men aantoonen, door ze *samen te stellen met eene bekende beweging*, de eenparige.

Daartoe bevestigt men aan het ondereinde van een slinger een borstelhaar zóó, dat zijn uiteinde bij de beweging van den slinger over eene horizontale, onder den slinger liggende glazen plaat eene rechte lijn beschrijft (*CB*, fig. 140). Is de glazen plaat met een laagje roet bedekt, dan wordt dit door de aanraking van het haar weggenomen, zoodat de lijn *CB* duidelijk zichtbaar wordt. Beweegt men nu de glazen plaat *eenparig* in eene richting (*LA*) loodrecht op het slingervlak, dan beschrijft het haar op de plaat eene regelmatig slingerende lijn. Deze lijn heeft denzelfden vorm als de

lijn, die men verkrijgt, wanneer men eene trillende stemvork, met een borstelhaar aan het uiteinde van een der beenen, op gelijke wijze eenparig boven eene met roet bedekte glazen plaat zóó beweegt, dat het uiteinde van het haar met de plaat in aanraking blijft.

Is CB de lijn, die het borstelhaar op de plaat beschrijft, als de *trillende* stemvork niet bewogen wordt, en AL de lijn, die men verkrijgt, als de *niet trillende* stemvork eenparig boven de glazen plaat bewogen wordt, dan stelt de lijn $AFGHJKL$ de samengestelde beweging voor van de trillende beweging en de eenparige beweging. [1])

Projecteert men achtereenvolgens alle punten der gebogen lijn, die de *graphische voorstelling* der trilling is, op de lijn BC, dan is de beweging der projectie langs BC de baan, die het trillende uiteinde van het haar beschrijft, als de stemvork stilgehouden wordt.

480. Wij hebben hierbij, evenals bij den slinger, ondersteld, dat de afwijkingen uit den evenwichtsstand zoo klein blijven, dat men de beweging CB van het uiteinde der stemvork als eene rechte lijn kan beschouwen. Voor het oogenblik, waarop het borstelhaar de plaat in een punt a zou aanraken, indien de *niet trillende* stemvork eenparig (langs AL) voortbewogen werd, vindt men de *afwijking* van het uiteinde der trillende stemvork uit den evenwichtsstand, door in a eene loodlijn op AL op te richten en deze door te trekken tot het punt a_1, waar zij de gebogen lijn snijdt. — De grootste afwijking cF is de helft van de *amplitude* CB der trilling.

481. Is de weg s, waarover men de stemvork in 1 seconde voortbewogen heeft, bekend, dan bepaalt men gemakkelijk het *aantal trillingen per seconde* n, door het aantal der regelmatig terugkeerende stukken $AFGHJ$ te tellen, die op de plaat eene lengte van s cM innemen.

De duur eener *heen- en weergaande* beweging heet *trillingstijd*. De trillingstijd in seconden is de omgekeerde waarde van het aantal trillingen per seconde: $t = \frac{1}{n}$.

Men lette er op, dat men door *slingertijd* den duur eener *enkele* beweging van den slinger verstaat.

Uit de gelijkheid der stukken AG, GJ, JL enz. volgt, dat de opvolgende trillingen van gelijken duur zijn; hieruit blijkt het *isochronisme* der trillingen (verg. § 226). De trillingen zijn

[1]) In fig. 140 is aangenomen, dat de beweging der stemvork over de plaat begint op het oogenblik dat het borstelhaar in de richting van C naar B door den evenwichtsstand A gaat.

nog isochroon, indien de amplitude (door weerstand enz.) langzamerhand kleiner wordt.

482. Verdeelt men een stuk der lijn AL, waarover *in den trillingstijd* t de stemvork in de richting AL bewogen wordt, b.v. AJ, in n gelijke deelen, dan stellen de deelpunten a, b, c, enz. oogenblikken voor, $\frac{1}{n}t$, $\frac{2}{n}t$ enz. seconden na het oogenblik door A voorgesteld. Trekt men uit de deelpunten loodlijnen aa_1, bb_1 enz. op de lijn AL tot aan de gebogen lijn, dan stellen de verschillen van elke twee op elkaar volgende loodlijnen (aa_1, $bb_1 - aa_1$, enz.) de wegen voor, die het trillende punt in de afzonderlijke tijdsdeeltjes (elk van $\frac{1}{n}t$ seconden) afgelegd heeft.

Hoe grooter men n neemt, des te meer komt de verhouding der in de enkele tijdsdeelen afgelegde wegen overeen met de verhouding der snelheden van het trillende punt bij het begin dier tijdsdeelen.

483. Den door afwijking, snelheid en richting bepaalden bewegingstoestand van het trillende punt noemt men *phase* (phasis = verschijning). Gedurende eene geheele trilling doorloopt het trillende punt alle mogelijke phasen; daarna vertoont het (bij de volgende trilling) wederom dezelfde volgorde der phasen. Worden twee standen $\frac{1}{n}$ van den trillingstijd na elkander bereikt, dan zegt men, dat zij een verschil in phase hebben $= \frac{1}{n}$. Het *verschil in phase kan dus aangroeien van* 0 *tot* 1.

In gelijke phase verkeert het trillende punt in de standen A en J, F en K, enz. ($n = 1$). Voor de standen A en G, F en H enz. is het verschil in phase $= {}^1/_2$; evenzoo voor de standen a_1 en f_1 (als $Aa = Gf$ is). Is $Ab = {}^1/_3\, AG = {}^1/_6\, AJ$, dan is het verschil in phase voor de standen A en $b_1 = {}^1/_6$ enz.

484. Men stelle zich voor, dat een *enkel* materieel punt eene trillende beweging bezit, waarvan de amplitude BC is (fig. 141). Langs den cirkelomtrek, waarvan BC de middellijn is, denke men zich, evenals in § 221, een ander punt eenparig bewegende en den cirkel in denzelfden tijd rondloopende, waarin het trillende punt eene heen- en weergaande beweging volbrengt. Op het oogenblik, waarop het trillende punt van A naar B vertrekt, beginne het rondloopende punt zijne beweging uit E naar B (hierbij is $EAD \perp CAB$). Daar de plaats van het trillende punt op elk

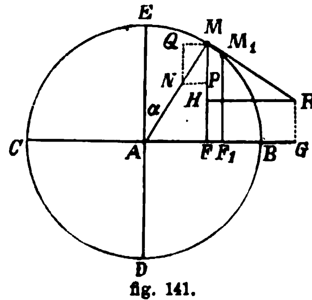


fig. 141.

oogenblik de projectie (op BC) is van de plaats van het rondloopende punt, zal het trillende punt zich in F bevinden, als het rondloopende in M is.

Daar bij elken stand van het trillende punt (b.v. F, F_1, B enz.) een bepaalde hoek α aan het middelpunt des cirkels behoort, kunnen de verschillende phasen van het trillende punt ook aangewezen worden door de grootten dezer hoeken α.

485. Is de straal des cirkels (de helft der amplitude) r cM en de omloopstijd van het rondloopende (of de trillingstijd van het trillende) punt t seconden, en nemen wij aan, dat het punt in τ seconden den boog EM afgelegd heeft, dan is

de *snelheid van het rondloopende punt* $c_0 = \frac{2\pi r}{t}$ kines;

de weg EM, in τ seconden afgelegd, $s = c_0 \tau = \frac{2\pi r \tau}{t}$ cM;

de *hoeksnelheid* (verg. § 33 en 34) $h = \frac{2\pi}{t}$ hoekeenheden (van $57^0\ 17'\ 44'',8$);

de *bij den boog s behoorende hoek aan het middelpunt* $\alpha = \frac{2\pi\tau}{t}$ hoekeenheden.

Na τ seconden is dus de *afstand van het trillende punt tot den evenwichtsstand* $AF =$

$$s_1 = r \sin \alpha = r \sin \frac{2\pi\tau}{t} \text{ cM.} \qquad 122$$

486. De *snelheid van het trillende punt*, τ seconden na het begin der beweging, vindt men als volgt. Als het rondloopende punt den (oneindig) kleinen boog MM_1 (fig. 141) beschrijft, dien wij als eene rechte lijn kunnen beschouwen, dan verplaatst het trillende punt zich gelijktijdig van F naar F_1. De *verandering der snelheid* van het trillende punt langs den kleinen weg FF_1 is zoo gering, dat zij ten opzichte van de *snelheid* (in F) *zelf* kan verwaarloosd worden, m. a. w. wij kunnen aannemen, dat het trillende punt den weg FF_1 eenparig doorloopt. Stelt dus de lijn MR de snelheid c_0 van het rondloopende punt voor, dan wordt de snelheid c_1 van het trillende punt (in F) voorgesteld door de projectie van MR op de baan van het trillende punt, dus door FG. Nu is $FG = HR = MR \cos MRH = c_0 \cos \alpha$. Voor de *snelheid van het trillende punt*, τ seconden na het begin der beweging vindt men dus:

$$c_1 = c_0 \cos \alpha = c_0 \cos \frac{2\pi\tau}{t} \text{ kines.} \qquad 123$$

487. Voor den *trillingstijd* vindt men op dezelfde wijze als bij den slinger (§ 220) $t = 2\pi\sqrt{\frac{r}{a}}$, als a de centripetale versnelling MN (fig. 141) der beweging langs den cirkelomtrek voorstelt. De versnelling der trillende beweging is de componente van MN in de richting van BC, dus MQ. Deze componente is in A nul; zij verandert evenals de kracht, die het trillende punt naar A tracht te bewegen (§ 298), evenredig met den afstand van het punt tot A. In B, op den afstand r cM van A, is zij gelijk aan de centripetale versnelling a.

De beweging van het trillende punt van A naar B is vertraagd, van B naar A versneld.

Is a_1 de versnelling der trillende beweging op 1 cM afstand van A, dan is $a_1 : a = 1 : r$; dus $\frac{r}{a} = \frac{1}{a_1}$. Wij kunnen de formule voor den trillingstijd dus ook schrijven:

$$t = 2\pi\sqrt{\frac{1}{a_1}}. \qquad 124$$

Ook met behulp der wet van het behoud van arbeidsvermogen kunnen wij deze formule afleiden. In B is de kracht, die het trillende punt naar A tracht terug te brengen, $k = ma$, als m de massa van het punt is. Tusschen B en A neemt deze kracht evenredig met den doorloopen weg af: in A is zij nul. De arbeid, door de kracht van B tot A verricht, is volgens § 246 $A_1 = \frac{1}{2} kr = \frac{1}{2} mar$. Het arbeidsvermogen van beweging, dat het trillende punt dientengevolge in A verkregen heeft, is $A_2 = \frac{1}{2} m c_0^2 = \frac{1}{2} m \times \frac{4\pi^2 r^2}{t^2}$ (verg. § 485). Door gelijkstelling van A_1 en A_2 vindt men $t = 2\pi\sqrt{\frac{r}{a}}$ of $t = 2\pi\sqrt{\frac{1}{a_1}}$.

488. Gemakkelijk kan men nu de gebogen lijn $AFGHJKL$ (fig. 140) construeeren. Om b.v. de plaats te vinden, waar het trillende punt zich na $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{3}{12}$ enz. trillingstijd bevindt, verdeelt men (fig. 142) den omtrek van een cirkel, waarvan de middellijn gelijk is aan de amplitude BC der trilling, van E uit in 12 gelijke deelen ($ED \perp BC$). De projectiën der deelpunten I, II enz. op BC geven de afstanden 0-1, 0-2 enz. aan, die het trillende punt na $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}$ enz. trillingstijd van den evenwichtsstand heeft.

Vervolgens zet men op eene lijn AL (verg. fig. 140) stukken AJ af, die den weg voorstellen, waarover het punt (borstelhaar) in één trillingstijd eenparig voortbewogen is. Men verdeelt AJ in 12 gelijke deelen en richt in de deelpunten a, b enz. (op AJ) loodlijnen op: $aa_1 = 0\text{-}1$, $bb_1 = 0\text{-}2$ enz. Zoo kan men een onbepaald aantal punten der lijn $AFGHJKL$ vinden en verkrijgt deze lijn zelf, als men deze punten door eene vloeiende lijn verbindt.

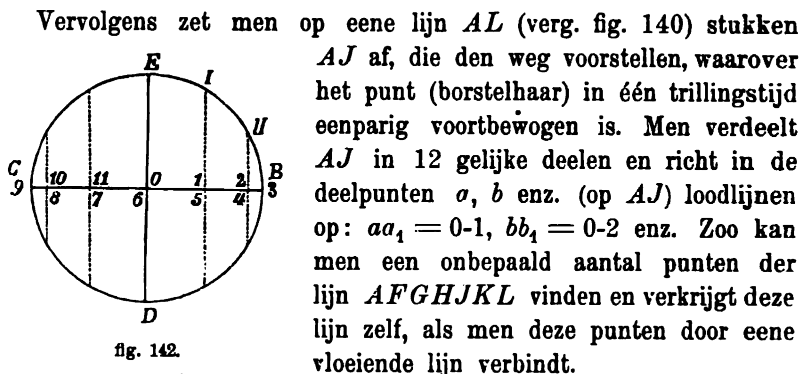


fig. 142.

II. Samenstelling van enkelvoudige trillingen.

489. De in de voorgaande paragrafen behandelde beweging, waarvoor dezelfde wetten gelden als voor den slinger, noemt men *enkelvoudige trilling*, in tegenstelling met andere elastische trillingen, waarvan blijken zal, dat men ze kan beschouwen als *samengesteld uit twee of meer enkelvoudige trillingen.*

Men bevestigt een borstelhaar in een punt eener snaar, brengt de snaar aan het trillen en beweegt eene met roet bedekte plaat langs de trillende snaar eenparig voort, zóó dat het uiteinde van het haar met de plaat in aanraking blijft. De graphische voorstelling der trilling, die men op deze wijze verkrijgt, bestaat eveneens uit regelmatig gevormde deelen; haar vorm echter is anders, dan die met behulp van den slinger of de stemvork verkregen.

490. Evenals wij eenparige en eenparig versnelde bewegingen samengesteld hebben (§ 50—70), kunnen wij ook twee enkelvoudige trillingen samenstellen tot eene *resulteerende trilling.* Men stelle zich voor, dat een punt om A als evenwichtsstand eene enkelvoudige trilling bezitte, wier amplitude BC (fig. 143) is, terwijl tegelijk een tweede punt eene enkelvoudige trilling bezitte met de amplitude B_1C_1 om het *eerste* punt als evenwichtsstand. De beweging, die het tweede punt dan bezit ten opzichte van den evenwichtsstand A van het eerste punt, is de resulteerende van de beide enkelvoudige *samenstellende* trillingen.

De samenstellende trillingen kunnen verschillen in *ligging der baan*, in *amplitude*, in *trillingstijd* (of aantal trillingen per seconde) en in *phase*. — Het verschil in phase van twee trillende punten *op hetzelfde oogenblik* wordt bepaald door aan te geven, welk gedeelte van zijnen trillingstijd het eene punt vroeger of later door den evenwichtsstand gaat dan het andere. Om

hierbij de afwijkingen naar verschillende zijden van den evenwichtsstand van elkaar te onderscheiden, moet men vaststellen, welke afwijking men bij elk der beide trillingen als positief beschouwt; de tegenovergestelde afwijking stelt men dan negatief. Gaan beide punten op hetzelfde oogenblik door den evenwichtsstand, dan is het verschil in phase nul, als beide zich in positieve richting bewegen, of als beide zich in negatieve richting bewegen; daarentegen is het $^1/_2$, als de richting van het eene punt positief en die van het andere negatief is. Als het eene punt reeds $^1/_8$ van eene trilling uitgevoerd heeft, op het oogenblik waarop het andere in positieve richting door den evenwichtsstand gaat, dan hebben de punten een verschil in phase $= {}^1/_8$ enz.

491. Bij de samenstelling van twee enkelvoudige trillingen onderscheiden wij de volgende gevallen.

I. *De banen der beide trillingen liggen in dezelfde lijn.*

Dan geldt de regel, dat op elk oogenblik de *afwijking* bij de resulteerende trilling (d. i. de afstand van het tweede punt tot den evenwichtsstand A van het eerste punt) gelijk is aan de *algebraïsche som* van de afwijkingen der samenstellende trillingen (op hetzelfde oogenblik).

A. *Zijn de trillingstijden der beide samenstellende trillingen gelijk*, dan is de resulteerende trilling volkomen gelijk aan eene enkelvoudige trilling, onverschillig of de amplituden en phasen der beide samenstellende trillingen gelijk zijn of niet.

Heeft men op de lijn AL (fig. 143—145) de graphische voorstelling I en II der samenstellende trillingen geconstrueerd, dan kan men de graphische voorstelling R der resulteerende trilling vinden, door in elk punt der lijn AL eene loodlijn op te richten, waarvan de lengte gelijk is aan de algebraïsche som van de afwijkingen der samenstellende trillingen op het door het bedoelde punt der lijn AL voorgestelde oogenblik, en dan de uiteinden dezer loodlijnen door eene vloeiende lijn te verbinden.

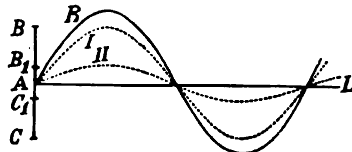


fig. 143.

a) Als het verschil in phase der samenstellende trillingen nul is, dan heeft de resulteerende trilling op elk oogenblik de phase der samenstellende trillingen; hare amplitude is gelijk aan de som der amplituden van deze bewegingen (fig. 143).

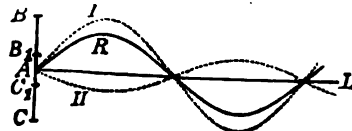


fig. 144.

b) Als het verschil in phase der samenstellende trillingen $^1/_2$ is, dan heeft de resulteerende trilling op elk oogenblik dezelfde phase, als die samenstellende trilling,

welke de grootste amplitude heeft; hare amplitude is gelijk aan het verschil van de amplituden der samenstellende trillingen (fig. 144).

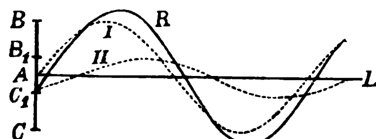


fig. 145.

c) Bestaat er een ander, willekeurig verschil in phase tusschen de samenstellende trillingen, dan is het verschil in phase van de resulteerende trilling met de éene samenstellende trilling steeds positief, indien het met de andere negatief is en omgekeerd; hare amplitude is kleiner dan de som en grooter dan het verschil van de amplituden der samenstellende trillingen (fig. 145).

Als in het geval *b*) de amplituden der beide samenstellende trillingen gelijk zijn, dan is de amplitude der samengestelde trilling nul, m.a.w. het punt blijft in rust (fig. 146).

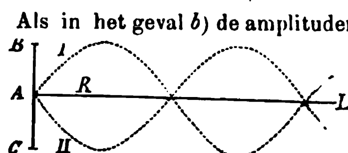


fig. 146.

Het bewijs der onder *A* genoemde stelling laten wij achterwege. De vorm der lijnen *R*, fig. 143—145, komt geheel overeen met die der gebogen lijn in fig. 140.

492. B. *Zijn de trillingstijden der samenstellende trillingen ongelijk*, dan is de resulteerende trilling niet meer gelijk aan eene enkelvoudige trilling; de graphische voorstelling vertoont een anderen vorm dan bij eene enkelvoudige trilling. Haar vorm — en dus ook de wet, volgens welke bij de resulteerende trilling afwijking en snelheid veranderen — is afhankelijk van het aanvankelijk verschil in phase der samenstellende trillingen.

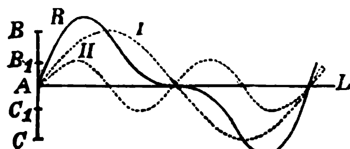


fig. 147.

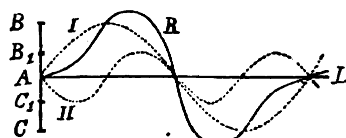


fig. 148.

In de fig. 147—149 vindt men de graphische voorstelling *R* van de resulteerende der beide samenstellende trillingen *I* en *II*, waarvan de trillingstijden zich verhouden als 2 : 1. In fig. 147 beginnen de samenstellende trillingen met een verschil in phase nul; in fig. 148 met een verschil $^1/_2$; in fig. 149 met een ander, willekeurig verschil. — Telkens nadat éene trilling van *I* en dus twee trillingen van *II* hebben plaats gehad, herhaalt zich de vorm der lijn *R* in de graphische voorstelling der beweging. Deze herhaling der vormen zal des te later intreden,

fig. 149.

naarmate de kleinste geheele getallen, die de verhouding der trillingstijden aangeven, grooter zijn.

493. Men kan ook meer dan twee enkelvoudige trillingen, waarvan de banen in dezelfde lijn liggen, tot eene resulteerende trilling samenstellen. Hierbij kunnen trillingstijden, amplituden en phasen bij alle trillingen verschillen.

494. II. *De banen der beide samenstellende trillingen staan loodrecht op elkaar.*

In dit geval wordt de *afwijking* bij de resulteerende beweging op een bepaald oogenblik gevonden door de diagonaal van het parallelogram, waarvan de afwijkingen der samenstellende trillingen op dat oogenblik de aanliggende zijden zijn.

Aanvankelijk nemen wij aan dat de amplituden BC en DE (fig. 150) der samenstellende trillingen gelijk zijn.

A. *Zijn de beide trillingstijden gelijk*, dan is de baan der resulteerende beweging in 't algemeen eene *ellips*; bij een verschil in phase nul of $^1/_2$ wordt zij eene *rechte lijn*; bij een verschil in phase $^1/_4$ of $^3/_4$ een *cirkel*.

Op de beide lijnen (amplituden) BC en DE (fig. 150) zijn de met 1, 2, 3 enz. aangewezen punten de plaatsen, die bij de samenstellende trillingen door het trillende punt worden bereikt $^1/_{12}$, $^2/_{12}$ enz. trillingstijd nadat het door den evenwichtsstand A is gegaan (verg. fig. 142). De plaats, die het trillende punt in de samengestelde beweging op een bepaald oogenblik inneemt, vindt men aldus. Men bepaalt de plaatsen, waar zich het trillende punt bij elke der samenstellende trillingen op dat oogenblik zou bevinden, indien de andere trilling niet bestond; men trekt dan uit de gevonden punten lijnen evenwijdig met de richting der andere trilling; het snijpunt dezer lijnen wijst de plaats aan, die het trillende punt bij de samengestelde beweging inneemt. Men kan op deze wijze alle punten der samengestelde beweging en dus hare baan vinden.

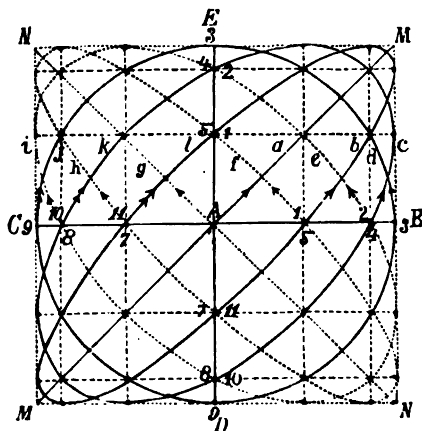
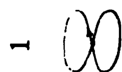


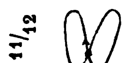
fig. 150.

In fig. 150 is dit uitgevoerd voor verschillen in phase $= 0$, $^1/_{12}$, $^2/_{12}$ enz. De figuur is geconstrueerd in de onderstelling 1) dat de horizontale trilling uit A in de richting AB begint; 2) dat de verticale trilling uit A in de richting AE begint; 3) dat een verschil in phase $= ^n/_{12}$ beteekent, dat van de horizontale trilling reeds $^n/_{12}$ trillingstijd verloopen is, voordat de

verticale begint. De samengestelde beweging begint dan in de door A, 1, 2 enz. aangewezen punten der lijn CB. De richting der beweging is door pijltjes aangeduid. De samengestelde banen zijn bij een verschil in phase $= 0$, $^{1}/_{12}$, $^{2}/_{12}$ enz., respectievelijk de lijnen, a, b, c enz. — Men lette er op, dat bij de verschillen in phase $^{1}/_{2}$ en $^{11}/_{12}$, $^{2}/_{12}$ en $^{10}/_{12}$, $^{3}/_{12}$ en $^{9}/_{12}$ enz., de banen wel dezelfde zijn, maar in tegenovergestelde richtingen doorloopen worden.



495. B. *Zijn de trillingstijden der samenstellende trillingen ongelijk*, dan wordt de vorm der resulteerende beweging samengestelder, naarmate de kleinste geheele getallen, die de verhouding van beide tijden uitdrukken, grooter worden. — De constructie der baan is evenals in § 494.



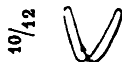
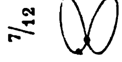


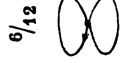
Fig. 151 wijst voor verschillen in phase $= 0$, $^{1}/_{12}$, $^{2}/_{12}$ enz. de vormen der baan aan, die uit twee trillingen samengesteld is, waarvan de trillingstijden zich verhouden als 1 : 2. — Overigens geldt voor deze figuren hetgeen in § 494 voor de constructie van fig. 150 gezegd is.



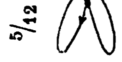


496. De twaalf in de figuren 150 en 151 geteekende banen zijn natuurlijk niet de eenige, die kunnen voorkomen. Tusschen elke twee der op elkaar volgende banen liggen oneindig veel andere, die de overgangen tusschen de bedoelde banen voorstellen.





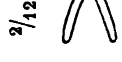
497. Zijn de amplituden der samenstellende trillingen ongelijk, dan kan men den vorm der samengestelde beweging eveneens op de in § 494 aangegeven wijze vinden. De verkregen banen verschillen van die in fig. 150 en 151; in de richting der trilling, waarvan de amplitude grooter is, zijn zij uitgerekt.

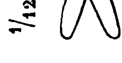




De in § 494 aangegeven constructie gaat ook door, als de samenstellende trillingen een anderen hoek dan 90^0 met elkaar maken.







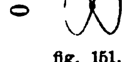


fig. 151.

498. Proeven. Eene platte stalen liniaal L (fig. 152) is in verticalen stand met haar ondereinde zoo in eene schroef S bevestigd, dat zij in een bepaald verticaal vlak kan trillen. Aan haar boveneinde is eene soortgelijke liniaal L_1 bevestigd, zóo dat deze in een verticaal vlak kan trillen, dat loodrecht op het eerste vlak staat. Aan het boveneinde der tweede liniaal bevindt zich een gepolijst metalen knopje K, dat de daarop vallende

lichtstralen terugkaatst. Worden door een slag of stoot beide linialen in trilling gebracht, dan beschrijft het knopje eene duidelijk zichtbare samengestelde baan, die in vorm overeenkomt met eene der lijnen van fig. 150, als de trillingstijden der beide linialen gelijk zijn; daarentegen met eene der lijnen van fig. 151, als de trillingstijden zich verhouden als 1 : 2, enz.

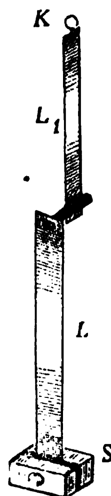


fig. 152.

De buitenkanten der beenen van twee stemvorken zijn gepolijst of in de nabijheid der uiteinden van lichte spiegeltjes voorzien. De eene stemvork *S* (fig. 153) is zoo geplaatst, dat zij in een horizontaal vlak kan trillen. Een lichtstraal *AB*, die een harer beenen horizontaal treft, wordt in de eveneens horizontale richting *BC* teruggekaatst naar een der beenen van de tweede stemvork S_1. Deze is zoo geplaatst, dat zij in een verticaal vlak kan trillen en den lichtstraal in de richting *CD*, nagenoeg evenwijdig met den straal *AB*, naar een scherm *E* terugwerpt. Trilt alleen de stemvorm *S*, dan beschrijft de lichtstraal op het scherm eene horizontale lijn *ab*; trilt alleen de stemvork S_1, dan is de beschreven lijn *cd* verticaal. Als beide tegelijk trillen, dan vertoont de op het scherm vallende lichtstraal de samengestelde beweging; deze is eene der banen van fig. 150, als de trillingstijden van *S* en S_1 gelijk zijn; eene der banen van fig. 151, als de trillingstijden zich verhouden als 1 : 2, enz.

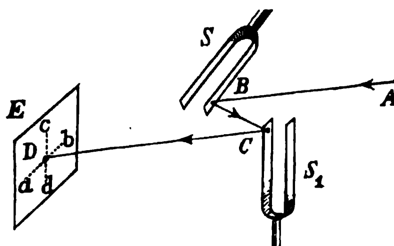


fig. 153.

Welke figuur men verkrijgt, hangt van het (toevallige) verschil in phase der beide trillingen af. De verkregen figuur verandert niet, als de trillingstijden zich *volkomen* als 1 : 1, als 1 : 2 enz. verhouden. Gewoonlijk is dit echter niet het geval; maakt b.v. de eene stemvork in een bepaalden tijd ééne trilling meer dan de andere, dan doorloopt in denzelfden tijd het verschil in phase alle mogelijke waarden. Men verkrijgt dan niet ééne bepaalde figuur, maar de geheele reeks der figuren wordt doorloopen totdat de oorspronkelijke figuur zich wederom vertoont, d. i. het oorspronkelijke verschil in phase wederom bereikt is; en dit is het geval, als de eene stemvork ééne trilling meer gemaakt heeft dan de andere.

Van deze omstandigheid heeft Lissajous gebruik gemaakt, om het aantal trillingen eener stemvork gelijk te maken aan, of in eene bepaalde verhou-

ding te brengen tot dat eener andere. Door afvijlen der eene stemvork wordt haar aantal trillingen zoo lang gewijzigd, totdat de op het scherm E verkregen figuur niet meer verandert.

499. Door het aantal der enkelvoudige trillingen (van willekeurige richting der banen) grooter te nemen, kan de samengestelde beweging zeer ingewikkeld worden. Omgekeerd kan men elke nog zoo ingewikkelde, op de werking der veerkracht berustende periodieke beweging altijd en slechts op één wijze *ontbinden* in een bepaald aantal *enkelvoudige* trillingen. Dit is aangetoond door Fourier.

III. Voortplanting van trillingen in eene oneindig lange rij moleculen.

500. Men denke zich eene rij moleculen AB, waarvan A (fig. 154) de eerste is en die naar ééne zijde (B, rechts) onbegrensd is. Men stelle zich verder voor, dat de molecule A uit den evenwichtsstand in eene *richting*, *loodrecht op de lijn* AB, eene *enkelvoudige* trilling volbrenge (verg. de opvolgende standen van A in de volgende rijen). Een zeer kleinen tijd nadat A zijne beweging begonnen heeft, zal onder de werking der moleculaire krachten, die door A op de tweede molecule uitgeoefend worden, ook deze den evenwichtsstand verlaten, en naast de baan, die A beschrijft, eene beweging beginnen, die eveneens eene enkelvoudige trilling is. Wederom na een zeer kleinen tijd begint de derde molecule zich te bewegen enz.; op die wijze plant zich de evenwichtsverstoring langs de geheele rij moleculen voort.

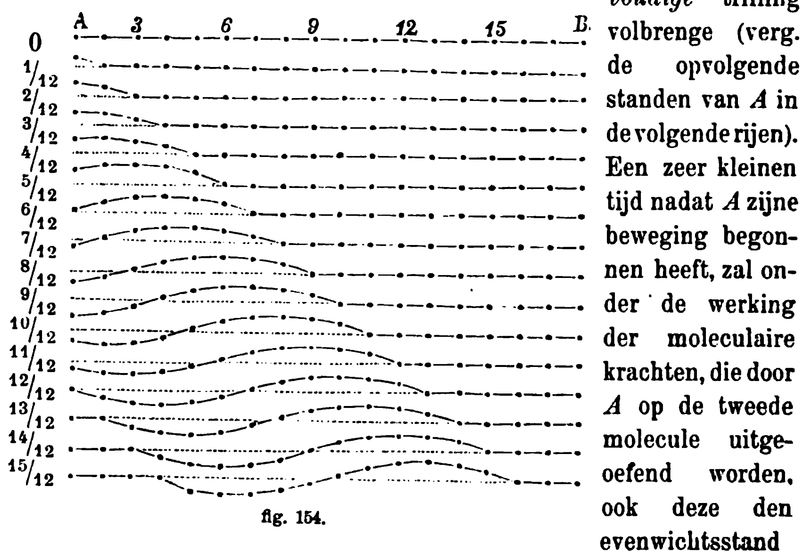


fig. 154.

501. Wordt de eerste molecule A, na eene geheele trilling

volbracht te hebben, in rust gehouden (verg. de vier onderste horizontale rijen), dan zal de tweede molecule een zeer kleinen tijd later eveneens tot rust komen; daarna de derde enz.

502. Gedurende den *trillingstijd*, d. i. den tijd, waarin de eerste (of eene andere) molecule zich heen en weer beweegt, zal zich de evenwichtsverstoring tot op een bepaalden, van de soort der stof afhankelijken afstand voortgeplant hebben.

In fig. 154 is aangenomen, dat gedurende den trillingstijd de evenwichtsverstoring zich over 12 moleculen, dus tot de 13de molecule voortgeplant heeft. De eerste horizontale rij stelt de moleculen in rust voor; de tweede, derde enz. in den toestand, waarin zij zich bevinden na $^1/_{12}$, $^2/_{12}$ enz. trillingstijd.

503. Op een bepaald oogenblik nadat de eerste molecule weer tot rust is gekomen, bevindt zich dus ergens in de rij een aantal moleculen, waarvan elke op hetzelfde oogenblik in eene andere phase verkeert, terwijl elke molecule achtereenvolgens alle mogelijke phasen doorloopt. Alleen de beide uiterste dezer moleculen verkeeren in dezelfde phase, daar de eene (aan den rechtschen kant der figuur gelegen) den evenwichtsstand op hetzelfde oogenblik verlaat, waarop de andere daarin terugkeert (zie de drie onderste rijen).

Deze moleculen vormen samen eene *golf*. De golf beweegt zich langs de rij van moleculen voort; men noemt haar daarom eene *loopende golf*. De onderlinge afstand der uiterste moleculen eener golf heet *golflengte*.

De golflengte is dus de afstand, waarover zich de evenwichtsverstoring gedurende één trillingstijd voortplant.

De vorm der golf komt geheel overeen met de graphische voorstelling eener enkelvoudige trilling (fig. 140).

504. Wordt de eerste trilling van A gevolgd door andere, dan zullen zich langs AB evenveel golven voortbewegen, als A trillingen volbrengt. Wordt A in trilling gehouden, dan blijven alle moleculen, nadat de evenwichtsverstoring haar bereikt heeft, eveneens trillen. Op het oogenblik, dat eene molecule de grootste afwijking bereikt, wordt hare snelheid nul en keert hare richting om; op het oogenblik dat de afwijking eener molecule nul wordt, is hare snelheid het grootst; de bewegingsrichting eener molecule is tegengesteld aan die der eerstvolgende molecule, die tegelijk met de eerstbedoelde door den evenwichtsstand gaat.

De *voortplantingssnelheid* der evenwichtsverstoring is de afstand

van de eerste molecule tot die molecule, die juist ééne seconde later dan de eerste hare beweging begint. Volbrengt de eerste molecule n trillingen per seconde, dan wordt de genoemde afstand ingenomen door n golven. Tusschen het aantal trillingen per seconde, de golflengte l en de voortplantingssnelheid c bestaat dus de betrekking

$$c = n\ l, \qquad 125$$

of *voortplantingssnelheid = aantal trillingen* × *golflengte.*

Hiervoor kan men, daar het aantal trillingen omgekeerd evenredig is met den trillingstijd $(t = \frac{1}{n})$, ook schrijven

$$c = \frac{l}{t}. \qquad 126$$

De golflengte kunnen wij nu ook definieeren als de afstand van eene molecule tot de eerste daarop volgende, die zich in dezelfde phase bevindt.

505. Proef. Met eene lange caoutchoucbuis AB, die in het uiteinde B opgehangen en eenigszins gespannen is, kan men de besproken verschijnselen aantoonen, als men het ondereinde A loodrecht op de lengte der buis, dus horizontaal, heen en weer beweegt. De buis moet echter zoo lang zijn, of de proef moet zoo snel geëindigd zijn, dat de golven, die aan het vaste uiteinde teruggekaatst worden (zie later), niet storend kunnen werken.

De beide helften der golf, waarvan de moleculen afwijkingen in tegenovergestelde richtingen vertoonen, onderscheidt men wel door de benamingen *golfberg* en *golfdal.*

De caoutchoucbuis bestaat wel is waar niet uit eene enkele rij moleculen; men kan echter aantoonen, dat eene evenwichtsverstoring zich langs de buis juist voortplant als in § 500 werd aangewezen.

Eene verandering van den trillingstijd van A heeft eene evenredige verandering der golflengte ten gevolge, niet echter eene verandering der voortplantingssnelheid.

506. De in § 500—504 beschreven trillingen noemt men *transversale*, omdat hare richting *loodrecht* is *op de richting*, waarin de voortplanting plaats heeft. Transversale trillingen berusten op den weerstand, dien de lichamen tegen *verandering van vorm* bieden; zij kunnen dus alleen voorkomen bij *vaste* lichamen, niet bij vloeistoffen en gassen.

Het bovenstaande geldt alleen voor trillingen, die onder den invloed der *veerkracht* plaats hebben, en b.v. niet voor de periodieke bewegingen der watermoleculen, die onder den invloed der zwaartekracht bij watergolven ontstaan; deze bewegingen zijn ook transversaal.

Had de trilling van de eerste molecule A plaats gehad niet

loodrecht op, maar *in* de richting der rij AB, dan had zich ook deze evenwichtsverstoring langs de rij voortgeplant. Onverschillig of de eerste molecule zich aanvankelijk naar de tweede toe bewogen of zich daarvan verwijderd had, zou de tweede molecule na zeer kleinen tijd de beweging van de eerste gevolgd hebben, enz.

Trillingen, die plaats hebben *in* de richting, waarin de evenwichtsverstoring zich voortplant, noemt men *longitudinale* trillingen (longitudo = lengte). Zij berusten op den weerstand, dien de lichamen bieden tegen *verandering van volumen;* zij kunnen dus voorkomen bij *vaste, vloeibare* en *gasvormige* lichamen.

507. De voor transversale trillingen besproken verschijnselen (§ 500—504) vertoonen zich evenzoo bij longitudinale trillingen; alleen ontstaan geene *zijdelingsche afwijkingen* der moleculen, maar *verdichtingen* en *verdunningen* in de richting der voortplanting.

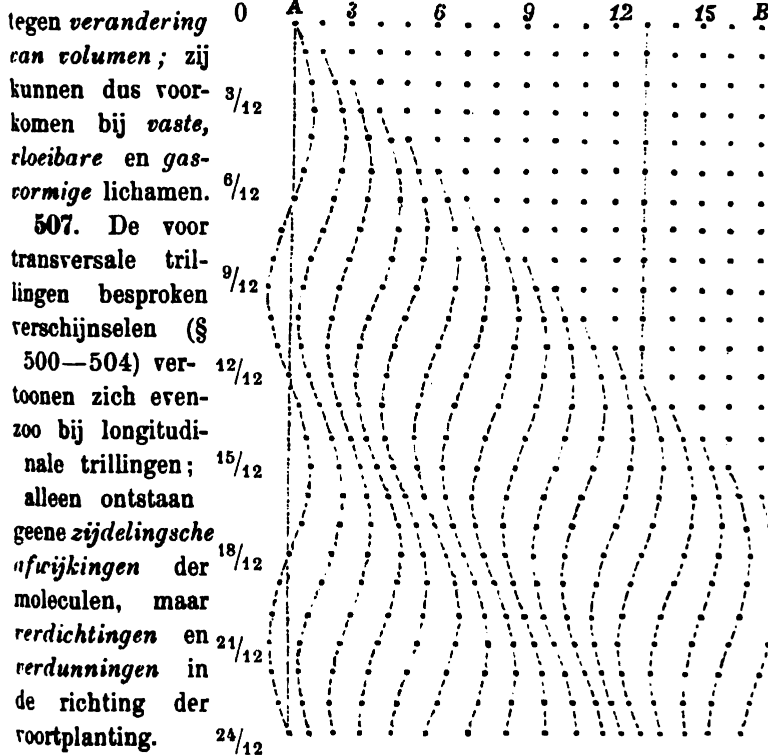


fig. 155.

Fig. 155 stelt de voortplanting eener longitudinale trilling voor. Hierbij is aangenomen, dat de eerste molecule hare trilling uit den evenwichtsstand in de richting *naar* de tweede molecule begint, en dat de evenwichtsverstoring zich gedurende één trillingstijd over 12 moleculen, dus tot de 13de molecule voortgeplant heeft. De 2de, 3de rij enz. stellen de bewegingstoestanden voor na $^1/_{12}$, $^2/_{12}$ enz. trillingstijd. — Om de opeenvolging der zich voortplantende verdichtingen en verdunningen beter te overzien, is verder aangenomen, dat de eerste molecule, na éene trilling volbracht te hebben, *blijft trillen*. Uit de onderste helft der figuur blijkt nu duidelijk,

dat de 1e en de 13e, de 2e en de 14e molecule enz. steeds in dezelfde phase verkeeren; terwijl de 1e en de 7e, de 2e en de 8e molecule een verschil in phase = $\frac{1}{2}$ hebben enz. — Ofschoon door de longitudinale beweging der moleculen de bekende golfvorm niet ontstaat, spreekt men ook hier van golven. — Denkt men zich de molecule uit de standen, die zij in eene transversale golf innemen, 90° in de richting, waarin de wijzers van een uurwerk zich bewegen, gedraaid om de respectieve evenwichtsstanden, dan verkrijgt men de standen dezer moleculen in eene longitudinale golf (fig. 156).

508. Proef. Eene lange spiraal van koperdraad is horizontaal geplaatst, zóo dat zij zich in de richting harer as vrij kan bewegen. Men verkrijgt dit door elke winding door middel van twee dunne draadjes aan twee horizontale latten op te hangen (fig. 157). De enkele windingen kunnen de moleculen eener rij voorstellen. Beweegt men een van de uiteinden (A) der spiraal in de richting der as éénmaal heen en weer, dan ziet men eene golf zich langs de spiraal voortbewegen.



fig. 156.

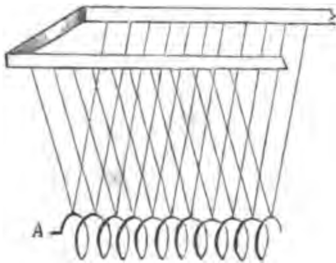


fig. 157.

Ook hier heeft eene verandering in den duur van den trillingstijd van A eene evenredige verandering van de golflengte, niet echter van de voortplantingssnelheid ten gevolge.

509. Door de zich voortbewegende transversale of longitudinale golf wordt het arbeidsvermogen, dat men aan de eerste molecule medegedeeld heeft, de energie der trilling, achtereenvolgens op de volgende moleculen overgebracht. Was hierbij geen weerstand te overwinnen, dan zou de amplitude der trilling steeds even groot blijven.

---

510. Als de transversale beweging, die men de eerste van eene rij moleculen laat volbrengen, niet eene enkelvoudige trilling, maar *samengesteld* is uit twee of meer enkelvoudige trillingen, die in dezelfde lijn plaats hebben, dan is de vorm der zich voortbewegende golf in 't algemeen niet die van fig. 154. De vorm komt dan geheel overeen met de *graphische voorstelling* eener beweging, die uit de enkelvoudige trillingen samengesteld is, b.v. met de gebogen lijnen der figuren 143—149; hij is afhankelijk van het verschil in amplitude, trillingstijd en phase.

Men kan zich voorstellen, dat *twee of meer trillingen zich langs dezelfde rij moleculen gelijktijdig voortplanten*, terwijl de ééne trilling *niet storend op de andere werkt*; zoodat de afwijking eener molecule op elk oogenblik gelijk is aan de algebraïsche som harer afwijkingen bij de enkelvoudige trillingen op dat oogenblik.

Proef met de caoutchoucbuis (§ 505), waarbij men het uiteinde *A* eene baan laat beschrijven, die men verkrijgt door alle punten van een der gebogen lijnen van fig. 147—149 achtereenvolgens op *BC* te projecteeren.

Planten zich twee enkelvoudige trillingen van gelijke amplitude en gelijken trillingstijd, die in loodrecht op elkander staande vlakken plaats hebben, langs eene rij moleculen gelijktijdig voort, dan beschrijven de moleculen elk op haar beurt eene der lijnen van fig. 150.

Ook twee (of meer) longitudinale golven kunnen zich gelijktijdig langs eene rij moleculen voortplanten.

Deze samenwerking van verschillende trillingen noemt men *interferentie*.

IV. Voortplantingssnelheid eener longitudinale trilling.

511. Newton heeft aangetoond, dat de voortplantingssnelheid eener longitudinale trilling *alleen afhankelijk is van de veerkracht en van de dichtheid* der stof, niet van de amplitude en den trillingstijd. (Verg. § 508).

Hij vond voor de voortplantingssnelheid in *vaste lichamen* de formule

$$c = \sqrt{\frac{E}{D}}, \qquad 127$$

waarin E voorstelt den elasticiteits-modulus in dynes (C-G-S-eenheden) en D de dichtheid der stof.

Voor staal is de elasticiteitsmodulus 169×10^{10} dynes (§ 292), de dichtheid 7,82, dus de voortplantingssnelheid (bij 0°)

$$c = \sqrt{\frac{169 \times 10^{10}}{7{,}82}} = 464900 \text{ kines}.$$

512. Noemen wij — evenals wij bij vaste lichamen de omgekeerde waarde van den elasticiteits-coëfficient elasticiteits-modulus genoemd hebben — bij vloeistoffen elasticiteits-modulus de omgekeerde waarde van den coëfficient van samendrukking (§ 303), dan is de elasticiteits-modulus de kracht, die eene vloeistofkolom van 1 cM^2 doorsnede (bij onveranderde samendrukbaarheid) tot de helft van hare lengte zou samenpersen, indien dit mogelijk ware. Voor

de voortplantingssnelheid eener longitudinale trilling in *vloeistoffen* geldt dan dezelfde formule als bij vaste lichamen

$$c = \sqrt{\frac{E}{D}}. \qquad 128$$

De elasticiteits-modulus voor water is (§ 303) ongeveer $\frac{1}{50 \times 10^{-12}} = 2 \times 10^{10}$ dynes. Daar bij 4^0 de dichtheid van water 1 is, verkrijgt men:

$$c = \sqrt{\frac{2 \times 10^{10}}{1}} = 141400 \text{ kines.}$$

513. Voor de voortplantingssnelheid eener longitudinale trilling in *gassen* vond Newton de formule

$$c = \sqrt{\frac{P}{D}}, \qquad 129$$

waarin P voorstelt den druk (in dynes) door het gas op 1 cM^2 uitgeoefend en D zijne dichtheid. Voor normale lucht (spanning = 76 cM kwikdruk, temperatuur = 0^0) is de druk $P = 76 \times 13{,}596 \times 981{,}2$ dyne, $D_0 = 0{,}001293$, zoodat Newton voor de voortplantingssnelheid vond

$$c = \sqrt{\frac{76 \times 13{,}596 \times 981{,}2}{0{,}001293}} = 28000 \text{ kines.}$$

Deze waarde bleek echter niet overeen te stemmen met de proefondervindelijk bepaalde waarde der voortplantingssnelheid (van het geluid) in lucht, die aanzienlijk grooter is. Eerst Laplace (1749—1827) toonde aan, dat tengevolge van de verwarming der lucht in de verdichte en de afkoeling in de verdunde deelen der golven de snelheid gewijzigd wordt, zóo dat de grootheid onder het wortelteeken met den factor 1,41 moet vermenigvuldigd worden. De voortplantingssnelheid wordt dus

$$c = \sqrt{\frac{76 \times 13{,}596 \times 981{,}2 \times 1{,}41}{0{,}001293}} = 33251 \text{ kines,} \qquad 130$$

een getal, dat met de proefondervindelijk bepaalde waarde overeenstemt.

Voor andere gassen verschilt deze factor (f) meestal weinig van dien voor lucht. — Over de beteekenis van dezen factor zie § 751,2.

514. Uit de formule voor de voortplantingssnelheid in gassen

$$c = \sqrt{\frac{76 \times 13{,}596 \times 981{,}2 \times f}{D}} \qquad 131$$

volgt:

1) De voortplantingssnelheid is *onafhankelijk van den druk*, waaronder het gas verkeert.

Is de spanning H cM kwikdruk, dan wordt $P = H \times 13{,}596 \times 981{,}2$ en $D_0 = 0{,}001293 \times \frac{H}{76}$; de waarde van c blijft dus dezelfde.

2) De voortplantingssnelheid wordt *bij hoogere temperatuur grooter*.

In de leer der Warmte zal blijken, dat bij t^0 de dichtheid van een gas $D_t = \frac{D_0}{1 + \alpha t}$ wordt, waarin $\alpha = {}^1/_{273}$ is. Voor t^0 wordt dus de voortplantingssnelheid in lucht voorgesteld door

$$c_t = \sqrt{\frac{P \times 1{,}41 \times (1 + \alpha t)}{D_0}} \text{ kines.} \qquad 132$$

3) Voor gassen, waarvoor de factor van Laplace weinig verschilt van dien voor lucht, verhouden zich de voortplantingssnelheden *omgekeerd evenredig met de vierkantswortels uit de dichtheden:*

$$c_1 : c_2 = \sqrt{\frac{1}{D_1}} : \sqrt{\frac{1}{D_2}} = \sqrt{D_2} : \sqrt{D_1}. \qquad 133$$

515. De voortplantingssnelheid eener *transversale* trilling (bij vaste lichamen) laten wij hier, als van minder belang zijnde, buiten beschouwing. Alleen zij opgemerkt, dat zij, zoolang de omstandigheden, waaronder het lichaam verkeert, niet veranderen, voor alle trillingstijden (en golflengten) gelijk is. Wij komen er later in een bijzonder geval (snaren) op terug.

V. Terugkaatsing van trillingen.

516. Bereikt eene zich voortbewegende golf het einde eener begrensde rij moleculen, dan gaat de energie der trilling gedeeltelijk op de moleculen van het lichaam over, dat het uiteinde der rij begrenst, gedeeltelijk echter wordt de golf *teruggekaatst*, d. w. z. een gedeelte der energie wordt gebruikt, om eene golf de rij moleculen in omgekeerde richting te doen doorloopen.

Hoe meer de rij der moleculen en het begrenzende lichaam in dichtheid overeenstemmen des te grooter blijkt het gedeelte der energie te zijn, dat in het tweede lichaam overgaat, en des te kleiner is de intensiteit der teruggekaatste golf.

517. De teruggekaatste golf gedraagt zich verschillend, naarmate de dichtheid der tweede stof grooter of kleiner is dan die der eerste. Het duidelijkst vertoont zich het eerste geval, als de laatste molecule eener rij in aanraking is met een vasten wand en daar-

door zelf als vast beschouwd kan worden; en het tweede, als de rij moleculen vrij in de ruimte eindigt. Men onderscheidt daarom de terugkaatsing bij een *vast* en bij een *vrij uiteinde*.

518. Men bevestige het uiteinde B der caoutchoucbuis (§ 505) aan een wand en houde het andere uiteinde A in de hand, zoodat de buis in de richting harer lengte zwak gespannen is. Laat men, door met de hand eene beweging heen en weer te maken, eene enkele transversale golf zich langs de buis voortbewegen, zóo dat een *golfberg* voorgaat, (fig. 158) dan ziet men bij de teruggekaatste golf een *golfdal* voorgaan.

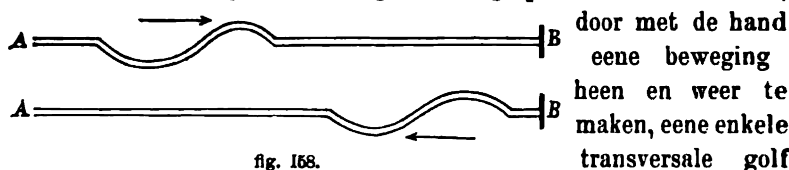


fig. 158.

Nu hebben twee moleculen, waarvan het eene zich bij het begin van een golfberg bevindt en het andere bij het begin van een golfdal — zooals trouwens elke twee moleculen, wier onderlinge afstand een oneven aantal halve golflengten bedraagt, — een verschil in phase = $^1/_2$. De terugkaatsing bij een *vast* uiteinde heeft dus plaats, alsof de *phase der teruggekaatste golf* $^1/_2$ *verschilt met die der op hetzelfde oogenblik aankomende*, m. a. w. alsof de richting der afwijking uit den evenwichtsstand plotseling omgekeerd wordt.

519. Blijft de eerste molecule zich op en neer bewegen, dan bewegen zich ten slotte langs de geheele rij golven van A naar B en teruggekaatste golven van B naar A, die met elkaar *interfereeren*. De bewegingstoestand, waarin de rij moleculen door die interferentie geraakt, blijkt uit fig. 159. De dunne getrokken golflijn, stelt op vier, $^1/_4$ trillingstijd na elkaar volgende oogenblikken den stand voor, waarin de zich van A naar B *voortbewegende* golven de moleculen zouden plaatsen; de gestippelde golflijn stelt op dezelfde oogenblikken den stand voor, dien de van B naar A *teruggekaatste* golven de moleculen zouden doen innemen. De dikke lijn eindelijk geeft, wederom voor dezelfde oogenblikken, den stand aan dien de moleculen tengevolge van de interferentie werkelijk innemen.

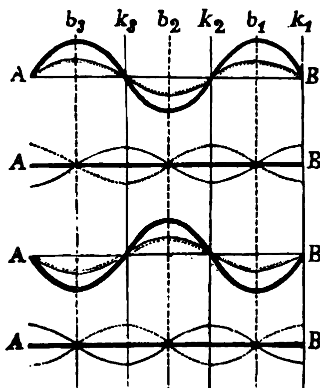


fig. 159.

Daar de teruggekaatste golf $^1/_2$ in phase verschilt met de aankomende, zoo moet bij den eersten der vier standen in B, waar de aankomende golf de molecule B uit den evenwichtsstand naar *boven* wil bewegen (men denke zich de dunne getrokken golflijn iets naar rechts verschoven), de teruggekaatste golf een zoodanig verloop hebben, dat zij B naar *beneden* zou doen bewegen (men denke zich de gestippelde golflijn verder dan B geteekend en dan iets naar links verschoven). Bij den tweeden stand zou B onder de werking der aankomende golf de grootste afwijking *boven* den evenwichtsstand hebben en zich naar *beneden* beginnen te bewegen; de teruggekaatste golf moet dus een zoodanig verloop hebben, dat B onder hare werking de grootste afwijking *onder* den evenwichtsstand zou hebben en beginnen zou, zich naar *boven* te bewegen. Geheel overeenkomstig verklaart men den derden en vierden stand.

Men merke op, dat men elken volgenden stand uit den voorgaanden kan afleiden, als men zich de aankomende golf $^1/_4$ golflengte naar B en de teruggekaatste $^1/_4$ golflengte naar A verschoven denkt.

520. Uit figuur 159 blijkt, dat behalve de molecule aan het vaste uiteinde ook de moleculen, die $^1/_2$, $^2/_2$, $^3/_2$ enz. golflengten van het vaste uiteinde verwijderd zijn, steeds in rust blijven; terwijl de moleculen, die $^1/_4$, $^3/_4$, $^5/_4$ enz. golflengten van het vaste uiteinde verwijderd zijn, de grootste amplitude hebben. De plaatsen, waar de eerstbedoelde moleculen zich bevinden, noemt men *knoopen* (k), die der laatstgenoemde *buiken* (b). De golven hebben geen voortgaande beweging, maar blijven op dezelfde plaats; zij heeten daarom *staande golven* en de bewegingen, die de moleculen bezitten, *staande trillingen*. — Terwijl bij de loopende golven alle moleculen *achtereenvolgens* door den evenwichtsstand gaan, heeft dit bij staande golven voor alle moleculen *gelijktijdig* plaats. De amplituden der op elkander volgende moleculen zijn bij de loopende golven alle gelijk, bij de staande golven is dit *niet* het geval (grootste amplitude in de buiken, geringste amplitude — nul — in de knoopen). Op elk oogenblik vertoonen alle moleculen, die tusschen twee op elkaar volgende knoopen van staande golven gelegen zijn, afwijkingen naar *denzelfden* kant en bewegingen in *dezelfde* richtingen; m ole c aan weerskanten van een knoop hebben steeds *tegenovergestelde* afwijkingen en *tegenovergestelde* bewegingsrichtingen.

De afstand tusschen twee op elkaar volgende knoopen of buiken is gelijk aan de helft der golflengte.

521. Bij het uiteinde A der caoutchoucbuis, dat vastgehouden en een weinig op en neer bewogen wordt, bevindt zich niettegenstaande deze beweging een *knoop*. Het moet als vast uiteinde beschouwd worden. Hebben de staande golven zich gevormd, dan behoeft men

verder *A* slechts zooveel te bewegen, dat door de weerstanden, die de voortplanting ondervindt, hare intensiteit niet vermindert.

522. Daar aan beide uiteinden der buis knoopen zijn, wordt voor de vorming van staande golven vereischt, dat *een geheel aantal halve golven op de lengte der buis begrepen is.* De golflengte — en dus ook de trillingstijd — is derhalve *niet willekeurig*, zooals bij loopende golven.

Door het uiteinde *A* in een bepaald tempo te bewegen kan men de buis *eene* halve staande golf doen vormen; door de beweging in tweemaal, driemaal, enz., *n*-maal zoo korten tijd uit te voeren, wordt de lengte der staande golven ook tweemaal, driemaal, enz., *n*-maal zoo klein en het aantal golven in dezelfde reden grooter. Men kan dus verkrijgen (fig. 160):

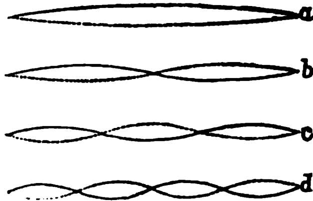


fig. 160.

$^1/_2$ staande golf met 2 knoopen en 1 buik;
$^2/_2$ staande golven met 3 knoopen en 2 buiken;
$^3/_2$ staande golven met 4 knoopen en 3 buiken enz.

523. Wordt het uiteinde *B* der buis door middel van een lang dun koord (*k*) (fig. 161) aan den wand bevestigd, dan kan het ten

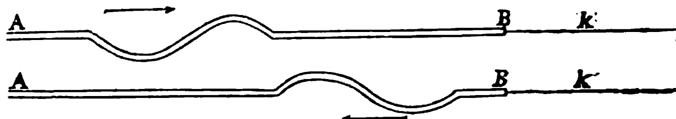


fig. 161.

opzichte van dit koord als een *vrij* uiteinde beschouwd worden. Herhaalt men nu de proef van § 518, dan zal, als bij de heengaande golf een golfberg voorgaat, bij de teruggekaatste golf dit eveneens het geval zijn. Bij de terugkaatsing aan een *vrij* uiteinde *wordt dus de phase niet veranderd.*

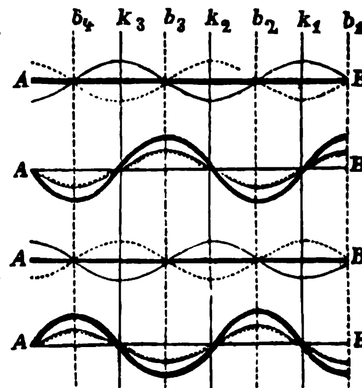


fig. 162.

524. Blijft *A* zich op en neer bewegen, dan ontstaan ook hier door de interferentie der heengaande en der teruggekaatste golven staande golven. De plaats der knoopen en buiken is echter anders, dan bij de

terugkaatsing aan een vast uiteinde. Fig. 162 geeft wederom voor vier, $^1/_4$ trillingstijd op elkaar volgende oogenblikken de standen der moleculen in de staande golven aan.

Daar de teruggekaatste golf dezelfde phase heeft als de aankomende, zoo moet bij den eersten der vier standen, waar de aankomende golf de molecule *B* naar *boven* wil bewegen, de teruggekaatste golf een zoodanig verloop hebben, dat zij *B* ook naar *boven* zou doen bewegen. Bij den tweeden stand zou *B* onder de werking der aankomende golf de grootste afwijking *boven* den evenwichtsstand hebben en beginnen zich naar *beneden* te bewegen; de teruggekaatste golf moet wederom een zoodanig verloop hebben, dat onder hare werking *B* denzelfden stand zou hebben en dezelfde beweging zou verkrijgen enz.

525. Uit figuur 162 blijkt, dat zich aan het vrije uiteinde een buik vertoont; verder ontstaan buiken op afstanden van $^1/_2$, $^2/_2$, $^3/_2$ enz. golflengten van het vrije uiteinde; terwijl knoopen gevonden worden op afstanden van $^1/_4$, $^3/_4$, $^5/_4$ enz. golflengten van het vrije uiteinde.

Bij het uiteinde *A* (in de hand) vertoont zich wederom een *knoop*.

Omtrent den bewegingstoestand, waarin de verschillende moleculen

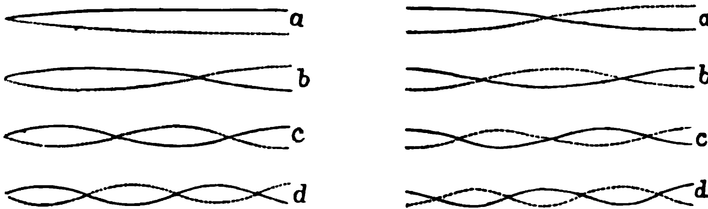


fig. 163. fig. 164.

op hetzelfde oogenblik verkeeren, geldt hetgeen in § 520 gezegd is.

Daar aan het eene uiteinde der buis een buik, aan het andere een knoop is, wordt voor de vorming van staande golven vereischt, dat *een oneven aantal kwart golven* ($^1/_5$, $^3/_4$, $^5/_4$ enz.) *op de lengte der buis begrepen is.*

Men kan dus achtereenvolgens verkrijgen (fig. 163):
$^1/_4$ staande golf met 1 buik en 1 knoop;
$^3/_4$ staande golven met 2 buiken en 2 knoopen;
$^5/_4$ staande golven met 3 buiken en 3 knoopen, enz.

526. Wij zullen later het geval leeren kennen, dat de uiteinden eener rij moleculen, die transversale staande trillingen maakt, *beide* vrij zijn. Houdt men in het oog, dat dan aan elk uiteinde een buik zijn moet, dan vindt men gemakkelijk, dat *de lengte der rij een even aantal kwart golven* ($^2/_4$, $^4/_4$, $^6/_4$ enz.) *bedragen moet,* willen staande golven zich kunnen vormen (zie § 573).

Men kan dus achtereenvolgens verkrijgen (fig. 164):
$^2/_4 = {}^1/_2$ staande golf met 2 buiken en 1 knoop;
$^4/_4 = {}^2/_2$ staande golven met 3 buiken en 2 knoopen;
$^6/_4 = {}^3/_2$ staande golven met 4 buiken en 3 knoopen enz.

527. Ook bij *longitudinale* trillingen ontstaan door interferentie van de heengaande en de teruggekaatste golven *staande golven.*

Is het terugkaatsende uiteinde eener rij moleculen *vast*, dan wordt wederom bij de terugkaatsing de phase met $^1/_2$ veranderd; is het *vrij*, dan blijft de phase der teruggekaatste golf gelijk aan die der aankomende.

Het begin eener enkele heen- en weergaande beweging van de eerste winding *A* der spiraal, fig. 157, kan plaats hebben naar de laatste winding *B* toe of van *B* af. In het eerste geval vertoont de voorzijde der zich van *A* naar *B* voortbewegende golf eene verdichting (zooals in fig. 155), in het laatste geval eene verdunning.

Is nu het uiteinde *B vast*, dan zal in het eerste geval de voorzijde der teruggekaatste golf eveneens eene verdichting vertoonen, in het tweede geval eveneens eene verdunning [1]). Wil dus op het oogenblik van terugkaatsing de aankomende golf de molecule *B* in de richting van *A* naar *B*, resp. van *B* naar *A* bewegen, dan zou de teruggekaatste golf de molecule *B* telkens in de tegenovergestelde richting bewegen. Uit de beschouwing van fig. 155 blijkt echter, dat twee moleculen, die op hetzelfde oogenblik gelijke en tegenovergestelde snelheden, een onderlingen afstand van een halve golflengte en dus een *verschil in phase* $= {}^1/_2$ hebben.

Is het uiteinde *B vrij*, dan vindt men op overeenkomstige wijze, dat, als de voorzijde der van *A* uitgaande golf eene verdichting resp. verdunning vertoont, de voorzijde der teruggekaatste golf eene verdunning resp. verdichting vertoont. Want, wordt *A* oorspronkelijk naar *B* toe bewogen (verdichting) en daarna stil gehouden, dan ziet men, dat het later onder de werking der teruggekaatste golf eveneens naar *B* toe getrokken wordt (verdunning) enz. Hieruit volgt, dat door terugkaatsing aan een vrij uiteinde *geen verschil in phase* voortgebracht wordt.

---

[1]) Als *A* hare beweging begonnen is in de richting naar *B* toe (verdichting) en, na eene heen- en weergaande beweging verricht te hebben, in rust gebracht wordt, dan zal zij, zoodra zij onder de werking der teruggekaatste golf komt, aanvankelijk naar *buiten* (van *B* af) gestooten worden. Dit kan alleen gebeuren doordat de voorgaande winding tot *A* nadert. De voorzijde der teruggekaatste golf vertoont dus eene verdichting. — Begint de oorspronkelijke beweging van *A* in de richting van *B* af (verdunning), dan zal onder de werking der teruggekaatste golf *A* aanvankelijk naar *B* toe getrokken worden; de voorgaande winding heeft zich dus van *A* verwijderd; de voorzijde der teruggekaatste golf vertoont eene verdunning.

528. Daar dus de verandering der phase bij de terugkaatsing van transversale en van longitudinale golven van dezelfde omstandigheden afhankelijk is, zal de vorming van longitudinale staande golven geheel overeenkomen met die van transversale. De figuren 159 en 162, die den bewegingstoestand in transversale golven bij een vast en bij een vrij uiteinde voorstellen, kunnen dus ook dienen voor longitudinale staande golven. Men heeft zich slechts voor te stellen, dat de afwijking naar boven, resp. naar beneden, verandert in eene afwijking naar rechts, resp. naar links (verg. fig. 156).

529. Men vindt op deze wijze voor longitudinale staande golven: Aan een vast uiteinde heeft men steeds een knoop, aan een vrij uiteinde een buik. — Slechts trillingen van bepaalde golflengte (of van bepaalden trillingstijd) kunnen in eene begrensde rij moleculen staande golven voortbrengen.

Zijn de uiteinden beide vast of beide vrij, dan is de lengte der rij gelijk aan *een geheel aantal halve golven of een even aantal* (2, 4, 6 enz.) *kwart golven* (fig. 160 en 164). Is het ééne uiteinde vast, het andere vrij, dan is de lengte der rij gelijk aan *een oneven aantal* (1, 3, 5 enz.) *kwart golven* (fig. 163). — Aan weerskanten van een knoop bewegen zich de moleculen gedurende een halven trillingstijd naar den knoop toe, gedurende de volgende helft van den knoop af. — *De knoopen zijn plaatsen van kleinste amplitude (rust), maar van grootste verandering in dichtheid; de buiken zijn plaatsen van grootste amplitude, maar van kleinste verandering in dichtheid.*

Al deze verschijnselen kunnen zeer duidelijk door middel van de spiraal (fig. 157) vertoond worden, als men twee windingen aan weerskanten van de plaats, waar zich een knoop moet vormen, in het vereischte tempo beurtelings naar elkaar toe en van elkaar af beweegt. Elk uiteinde der spiraal kan door eene schroef bevestigd worden aan een vasten wand (vast uiteinde) of het kan vrij blijven (vrij uiteinde).

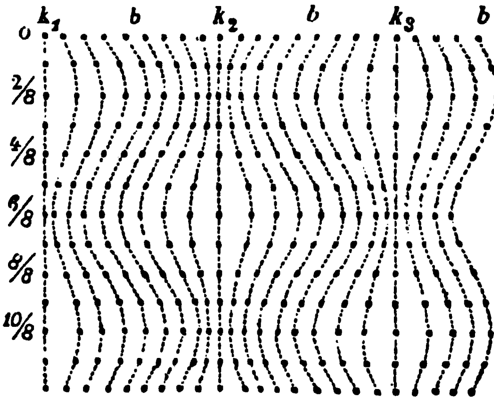


fig. 165.

Fig. 165 geeft eene voorstelling van de beweging der moleculen in longitudinale staande golven. Het linkereinde der rij wordt als vast, het rechter-

einde als vrij beschouwd. In het begin en verder na $^4/_8$, $^8/_8$, $^{12}/_8$ enz. trillingstijd bevinden zich alle moleculen in den evenwichtsstand. $^2/_8$ en $^{10}/_8$ trillingstijd na het begin bevindt zich eene verdunning bij knoop k_1 en k_3, eene verdichting bij knoop k_2; $^6/_8$ trillingstijd na het begin is dit juist omgekeerd. Van $^2/_8$ tot $^6/_8$ trillingstijd na het begin bewegen zich de moleculen naar k_1 en k_3 toe en van k_2 af; van $^6/_8$ tot $^{10}/_8$ trillingstijd in omgekeerde richting. — Men merke nog op, dat de buiken de plaatsen van grootste amplitude zijn, terwijl de onderlinge afstand der moleculen daar het minst verandert.

VI. Proeven van Kundt.

530. Als men eene glazen of metalen buis in het midden vasthoudt en de eene helft der buis door een vochtigen wollen lap in de richting naar het uiteinde wrijft, dan zullen de deelen der buis, die met den lap in aanraking zijn, in de richting der beweging over een kleinen afstand medegenomen worden, daarna losgelaten zijnde zich weer terug bewegen, wederom medegenomen worden enz. Daardoor ontstaan in de deelen der buis aanvankelijk longitudinale trillingen van verschillende golflengten en verschillende trillingstijden; van deze worden door interferentie der heengaande en teruggekaatste golven *die* trillingen bestendigd, die in de buis staande golven kunnen voortbrengen, dat zijn hier die trillingen, waarvan de halve golflengte gelijk is aan de lengte der buis (§ 529); de overige trillingen verdwijnen. De buis trilt als eene halve staande golf.

In het midden der buis vormt zich een knoop: aan elk uiteinde een buik. Bevestigt men een borstelhaar aan een der uiteinden en brengt men dit in aanraking met eene aan hare oppervlakte met lampzwart bedekte plaat, dan verkrijgt men eene graphische voorstelling der trilling van het haar, als men de plaat in eene richting loodrecht op de as der buis eenparig voortbeweegt, zóó dat het haar met de plaat in aanraking blijft. Het aantal bochten der gebogen lijn, die in *ééne* seconde op de plaat beschreven worden, geeft onmiddellijk het aantal trillingen der buis per seconde.

Eene andere manier, om het aantal trillingen der buis te bepalen, zullen wij later (§ 547) leeren kennen.

531. Bevestigt men de buis in twee punten, die op $^1/_4$ harer lengte van de uiteinden verwijderd zijn, met behulp van schroefklemmen, en wrijft men dan het tusschen de beide vaste punten gelegen deel der buis, dan vormt zich in de buis eene geheele staande golf (buislengte = golflengte); in de vastgehouden punten ontstaan knoopen, aan de uiteinden en in het midden der buis buiken. De golflengte is nu tweemaal zoo klein, het aantal trillingen zal men door toepassing der graphische methode tweemaal zoo groot vinden als in het eerste geval (§ 530).

Later zal blijken, dat men dit ook kan afleiden uit het geluid, dat de buis gedurende het strijken voortbrengt (§ 549).

Daar de golflengte nu bekend is, en men het aantal trillingen bepalen kan, vindt men de voortplantingssnelheid der trilling in de buis door form. 125:

$$c = n\,l.$$

Men vindt voor c dezelfde waarde, onverschillig of de buis als halve of als geheele staande golf trilt (§ 511).

532. Van een glazen buis, die op de in § 531 beschreven wijze bevestigd is en trilt, heeft Kundt gebruik gemaakt, om in eene luchtkolom eveneens staande golven voort te brengen en zichtbaar te maken. Aan een uiteinde dezer buis, die wij *trillingsbuis* (T, fig. 166) zullen noemen, bevestigde hij een licht plat schijfje van kurk (bij A) en bracht het dan in eene eenigszins wijdere buis, de *golfbuis* (G), waarvan het andere uiteinde (bij B) door eene stop gesloten was. De trillingen van het schijfje deelen zich mede aan de lucht in de golfbuis; er ontstaan golven, die zich van A naar B voortbewegen, bij B teruggekaatst worden en met de volgende aankomende golven interfereeren. Is de lengte der luchtkolom



fig. 166.

gelijk aan *een geheel aantal halve golven*, dan worden daarin staande golven gevormd; bij de stop aan het uiteinde B is een knoop (*vast* uiteinde); het schijfje (A), ofschoon in een buik der trillingsbuis liggende, vormt voor de trillingen der lucht (met veel grootere amplitude) eveneens een knoop (verg. § 521).

De juiste verhouding van de lengte der luchtkolom tot die eener halve staande golf verkrijgt men op de volgende wijze. Een licht poeder, dat men in de golfbuis gebracht heeft, wordt in de buiken door de beweging der lucht heen en weer geslingerd; in de knoopen beweegt het zich niet, maar wordt het opgehoopt. Men brengt nu de trillingsbuis meer of minder diep in de golfbuis, totdat de door het poeder gevormde figuren zoo regelmatig mogelijk worden. — Door middel van het poeder kan men dan het aantal en de lengte der in de lucht gevormde (halve) staande golven zeer nauwkeurig bepalen.



533. Neemt men de stop aan het uiteinde B der golfbuis weg, dan heeft terugkaatsing plaats als bij een *vrij* uiteinde; er vormt zich bij B een buik, men ziet het poeder uit het open einde der buis naar buiten stuiven. Om een regelmatigen vorm der figuren te verkrijgen, moet de lengte der luchtkolom nu gelijk worden aan *een oneven aantal kwart golven* (§ 529). Men moet dus het uiteinde der trillingsbuis in de golfbuis verplaatsen totdat dit het geval is.

534. Daar het aantal trillingen der lucht (n_2) even groot is als dat van de trillingsbuis (n_1), volgt uit form. 125

$$c_1 : c_2 = l_1 : l_2; \qquad 134$$

d. i. de voortplantingssnelheid eener longitudinale trilling in glas (c_1) verhoudt zich tot die in lucht (c_2), als de lengte der trillingsbuis (= golflengte in glas l_1) tot den dubbelen afstand van twee op elkaar volgende, door het poeder aangewezen knoopen (= golflengte in lucht, l_2).

Houdt men bij de proef de lucht in de golfbuis (door deze met smeltend ijs te omgeven) op de temperatuur 0°, dan blijkt de afstand van twee op elkaar volgende knoopen in de lucht ongeveer 5 cM te zijn, indien de lengte der trillingsbuis 150 cM bedraagt [1]). De voortplantingssnelheid in lucht is dus 15maal zoo klein als die in glas.

535. Verhoogt men de temperatuur der lucht in de golfbuis b.v. tot 100° (door de golfbuis met stoom van die temperatuur te omgeven, dan vindt men den afstand van twee op elkaar volgende knoopen, dus de golflengte (bij hetzelfde aantal trillingen) en de voortplantingssnelheid 1,1689 maal zoo groot, hetgeen in overeenstemming is met de in § 514,2 gevonden betrekking

$$c_t : c_0 = \sqrt{1 + \alpha t} : \sqrt{1}, \text{ of}$$

$$c_{100} = c_0 \sqrt{1 + \alpha t} = c_0 \sqrt{1 + {}^{100}/_{273}} = c_0 \times 1{,}1689.$$

Kundt kon uit deze proef met groote nauwkeurigheid de waarde van α afleiden.

536. Vervangt men de lucht in de golfbuis door een ander gas, waarvan de dichtheid met betrekking tot lucht D is, en waarvoor de factor van Laplace gelijkgesteld kan worden aan dien voor lucht, dan vindt men door de proef van Kundt, dat de voortplantingssnelheden c_1 en c_2 (of de golflengten l_1 en l_2 behoorende bij

---

[1]) In fig. 166 zijn de ophoopingen van het poeder dus veel te ver van elkaar geteekend.

een gelijk aantal trillingen) in zulke gassen omgekeerd evenredig zijn met de vierkantswortels uit de dichtheden (verg. § 514,3):

$$c_1 : c_2 = l_1 : l_2 = \sqrt{D_2} : \sqrt{D_1}. \qquad 135$$

In lichtgas (temperatuur $= 0^o$; dichtheid met betrekking tot lucht $=$ 0,36) zou bij de proef van § 534 de afstand van twee op elkaar volgende knoopen $5 \times \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{0,36}} = 8^1/_3$ cM zijn. De voortplantingssnelheid in lichtgas is dus $\frac{8^1/_3}{5} = {}^5/_3$ maal die in lucht.

537. Bij gassen, waarvoor de factor van Laplace niet gelijkgesteld kan worden aan dien voor lucht, is de proef van Kundt het eenvoudigste middel, om dezen factor (f) uit dien voor lucht (1,41) af te leiden. Men vindt uit form. 131 gemakkelijk

$$f_1 : f_2 = c_1{}^2 D_1 : c_2{}^2 D_2 = l_1{}^2 D_1 : l_2{}^2 D_2.$$

538. Door middel van de buizen van Kundt kan men nog proefondervindelijk bewijzen, dat door interferentie van twee trillingen, waarvan de trillingstijden, amplituden en richtingen gelijk zijn, terwijl de phasen $^1/_2$ verschillen, de moleculen eener rij, langs welke deze trillingen zich voortplanten, in rust blijven (verg. § 510 en fig. 146). Het met het kurken schijfje voorziene uiteinde der trillingsbuis T (fig. 167) wordt niet onmiddellijk in de golfbuis G gestoken, maar in de opening ab eener buis (*interferentiebuis* van Quincke) C, waarin de evenwichtsverstoring zich langs twee wegen, bcd en bed, kan voortplanten; door de buis df wordt ze dan in de golfbuis G geleid. Zijn de beide wegen bcd en bed gelijk of verschillen zij een geheel aantal golflengten, dan komen bij het begin der golfbuis twee evenwichtsverstoringen aan, die in dezelfde phase verkeeren; de lucht in de golfbuis trilt, alsof de trillingsbuis rechtstreeks in de golfbuis gestoken was. Het poeder in de golfbuis blijft echter in rust, als het verschil der beide wegen $^1/_2$, $1^1/_2$, $2^1/_2$ enz. golflengten bedraagt; de beide trillingen komen dan bij het begin der golfbuis samen met een verschil in phase $= {}^1/_2$.

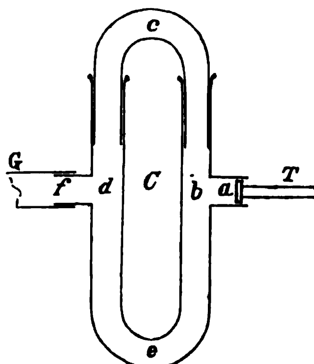


fig. 167.

Het verschil in lengte van de beide helften der buis verkrijgt men door uittrekken van den toestel op dezelfde wijze als bij eene schuiftrompet.

VII. Voortplanting en terugkaatsing van golven in de ruimte.

539. In eene isotrope [1]) stof (isotropos = van gelijk karakter) plant zich eene evenwichtsverstoring, die in een bepaald punt voortgebracht wordt, met dezelfde snelheid in alle richtingen voort. De moleculen, die daardoor op hetzelfde oogenblik in beweging gebracht worden, liggen op het oppervlak van een bol, die het uitgangspunt der evenwichtsverstoring tot middelpunt heeft. De stralen dezer bollen zijn de richtingen, waarin de voortplanting geschiedt. De intensiteit der trilling verandert hierbij omgekeerd evenredig met het vierkant van den afstand tot het uitgangspunt; de mechanische energie toch wordt over de moleculen van een viermaal zoo groot oppervlak verdeeld, als de bereikte afstand tweemaal zoo groot geworden is.

540. Volgens het *beginsel van Huygens is elke molecule, die door eene evenwichtsverstoring bereikt wordt, te beschouwen als eene nieuwe trillingsbron, van waar de evenwichtsverstoring zich wederom naar alle richtingen uitbreidt.*

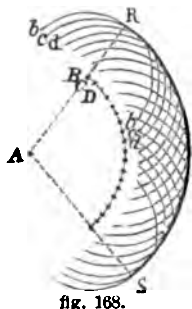


fig. 168.

De *voortplanting* eener trilling verklaart men met behulp van dit beginsel op de volgende wijze. Worden door de van een punt A (fig. 168) uitgaande evenwichtsverstoring alle moleculen, die op een door $BCD\ldots$ aangewezen boloppervlak liggen, gelijktijdig in beweging gebracht, dan worden zij ook alle op hetzelfde oogenblik nieuwe trillingsbronnen of middelpunten van nieuwe golfstelsels. Eenigen tijd later hebben zich deze nieuwe golfstelsels uitgebreid tot de door bb, cc enz. aangewezen boloppervlakken. De intensiteit der gevormde golven is echter klein. Slechts in punten, waar vele van deze met gelijke phase samentreffen, kan door interferentie eene waarneembare beweging ontstaan. Dit geschiedt op het boloppervlak RS, dat al de afzonderlijke boloppervlakken bb, cc enz. omhult. Men kan aantoonen, dat de moleculen op RS door interferentie der afzonderlijke golfstelsels op dezelfde wijze in beweging gebracht worden, als dit zou ge-

---

[1]) Eene stof is *homogeen*, als zij in dezelfde richting steeds dezelfde dichtheid en dezelfde veerkracht vertoont. Een homogene stof is *isotroop*, als in die stof dichtheid en veerkracht in alle richtingen dezelfde waarden hebben (glas); daarentegen *anisotroop*, als dichtheid en veerkracht in verschillende richtingen verschillend zijn (gipskristallen).

beuren door de oorspronkelijk van A uitgaande trilling; terwijl de dichter bij A gelegen moleculen op dit oogenblik door interferentie weer tot rust gekomen zijn.

541. Ook de wet van *terugkaatsing* kan met behulp van het beginsel van Huygens afgeleid worden.

Noemen wij het bolоppervlak, dat in een bepaald oogenblik door de van het middelpunt van trilling uitgaande evenwichtsverstoring bereikt wordt, *golffront*, en stelle AB, fig. 169, de doorsnede van het vlak van teekening met een loodrecht daarop staand klein gedeelte van het golffront voor. Dit gedeelte denke men zich zoo klein, dat het als een plat vlakje kan beschouwd worden; de lijnen BC, KA enz, welke de voortplantingsrichting aanwijzen, zijn dan evenwijdig en liggen in het vlak van teekening. De terugkaatsende wand zij eveneens loodrecht op het vlak van teekening; zijne doorsnede met dit vlak zij WW_1.

In het vlak van teekening wordt van den wand WW_1 het punt A het eerst door de aankomende golf getroffen; daarna — terwijl de evenwichtsverstoring zich voortplant van B tot C, achtereenvolgens alle punten van den wand tusschen A en C. De getroffen punten worden dus achtereenvolgens middelpunten van nieuwe golfstelsels. Op het oogenblik, dat de aankomende golf het punt C bereikt, heeft het van A uitgaande golfstelsel zich uitgebreid tot het door aa aangewezen bolоppervlak, waarvan de straal $AD = BC$ is; het van een punt E der lijn AC uitgaande golfstelsel ($EC = \frac{1}{n} AC$) heeft zich uitgebreid tot het door ee aangewezen bolоppervlak, waarvan (als $EL \parallel AB$ is) de straal $EF = CL = \frac{1}{n} BC = \frac{1}{n} AD$ is (E is middelpunt van trilling geworden op het oogenblik, waarop het golffront der aankomende trilling door EL voorgesteld wordt).

Hetzelfde geldt voor de overeenkomstige punten van elk met het vlak van teekening evenwijdig gelegen vlak; men denke zich slechts de figuur evenwijdig met zich zelf loodrecht op het vlak van teekening bewogen. Door interferentie wordt nu het gemeenschappelijk raakvlak van al deze bolоppervlakken (het vlak door CD loodrecht op het vlak van teekening getrokken)

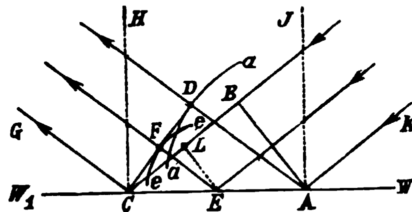


fig. 169.

het golffront der teruggekaatste evenwichtsverstoring en AD de richting, waarin de teruggekaatste golf den wand verlaat.

Dat het golffront der teruggekaatste evenwichtsverstoring een plat vlak is, kan men als volgt aantoonen. Het punt (lijn) C behoort tot dit golffront; brengt men nu eene raaklijn (vlak) uit C aan cirkel (bol) *aa*, dan zal deze lijn (vlak) CD ook den cirkel (bol) *ee* raken. Daartoe behoeft slechts te worden bewezen, dat de lijn EF, uit E loodrecht op CD getrokken, gelijk aan CL is. Uit $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ volgt, dat $\angle BCA = \angle DAC$ is; dus $\angle LCE = \angle FEC$; en daar $\angle CLE = \angle EFC = 90^0$ is, en de driehoeken CE gemeen hebben, is ook $\triangle ELC \cong \triangle CFE$ of $EF = CL$.

Is dus het golffront der aankomende golf loodrecht op het vlak van teekening, dan zal dit ook het geval zijn met het golffront der teruggekaatste golf, m. a. w. *de richting der aankomende golf* (BC), *de richting der teruggekaatste golf* (CG) *en de loodlijn* (CH) *in het punt, waar de terugkaatsing plaats heeft, op den wand opgericht, liggen in één vlak.*

Uit de gelijk- en gelijkvormigheid der driehoeken ABC en CDA leidt men gemakkelijk af, dat de richtingen der aankomende en der teruggekaatste golf gelijke hoeken maken met de in het punt, waar de terugkaatsing plaats heeft, op den wand opgerichte loodlijn ($\angle BCH = \angle GCH$). *De hoek van inval is gelijk aan den hoek van terugkaatsing.*

542. Past men de gevonden wetten toe op de *verschillende richtingen*, waarin eene evenwichtsverstoring, die van een punt P uitgaat, de verschillende punten van eenen wand treft, dan vindt men, dat het golffront der teruggekaatste golven zijn middelpunt heeft in een punt P_1, dat even ver achter den wand ligt als P vóór den wand.

543. De energie der teruggekaatste golven is kleiner dan die der aankomende; een deel van die der laatste dient, om ook in den wand golven te doen ontstaan. Als de dichtheid van den wand verschilt van die der eerste middelstof, dan wordt de richting der voortplanting bij den overgang in den wand in 't algemeen veranderd. Men noemt dit verschijnsel *breking*; wij zullen het behandelen in de leer van het Licht, waar het de meeste toepassing vindt.

HOOFDSTUK II.

Geluid.

I. Eigenschappen der tonen.

544. Als de energie der transversale of longitudinale *staande* trillingen van een willekeurig lichaam door tusschenkomst van een ander lichaam (meestal lucht) overgebracht wordt op de uiteinden onzer gehoorzenuwen, dan ondervinden wij de gewaarwording van *geluid*, ten minste indien de trillingen voldoende intensiteit bezitten. Zijn de trillingen regelmatige, elkaar periodiek opvolgende, dan noemen wij de gewaarwording *toon*; bestaat die regelmatigheid niet, dan spreken wij van een *geruisch*. Een *knal* is een sterk geruisch van korten duur.

Staande trillingen van een lichaam, dat zich in eene luchtledige ruimte bevindt, brengen geen geluid voort, tenzij dat het lichaam — den wand van het luchtledige vat aanrakende — door dezen zijne energie aan de omgevende lucht kan mededeelen. — Overbrenging van de energie eener trilling door middel van vaste lichamen. Koordtelephoon.

545. Door de lucht worden de trillingen overgebracht op het *trommelvlies*, dat den *uitwendigen gehoorgang* afscheidt van het *middenoor*. Dit staat door de *buis van Eustachius* in verbinding met de mondholte; het bevat de *gehoorbeentjes* (*hamer*, *aambeeld*, *lensvormig beentje*, *stijgbeugel*), waarvan het eerste met het trommelvlies verbonden is, terwijl het laatste met zijn ondereinde (de *trede*) uitkomt in eene opening (het *ovale venster*) van den wand (*rotsbeen*), die het *inwendige oor* (*voorhof*, *halfcirkelvormige kanalen*, *slakkenhuis*) omsluit. Door de gehoorbeentjes wordt de trilling overgebracht op het vocht, waarmede het inwendige oor gevuld is, en door deze stof wederom op tal van *vezeltjes* (Corti), die evenals de toetsen van eene piano gelegen zijn op een tusschenschot, dat de windingen van het slakkenhuis in twee deelen verdeelt.

Door het trillen der Corti'sche vezelen worden de daarmede verbonden uiteinden van de gehoorzenuw geprikkeld.

Hoe tengevolge van de mechanische prikkeling der zenuweinden de gewaarwording van geluid ontstaat, weet men niet.

546. Tonen onderscheiden zich door *hoogte, sterkte* en *klank.*

547. *De hoogte van een toon wordt bepaald door het aantal trillingen per seconde.* Hoe grooter dit aantal is, des te hooger is de toon.

De voortplantingssnelheid van het geluid in eene bepaalde stof is — onverschillig of het door longitudinale of door transversale trillingen voortgebracht wordt — onafhankelijk van het aantal trillingen (§ 511—515); zij is dus bij dezelfde stof voor alle tonen gelijk. Daaruit volgt (form. 125), dat in eene bepaalde voortplantende stof de golflengten omgekeerd evenredig zijn met de trillingsgetallen:

$$l_1 : l_2 = n_2 : n_1 ; \qquad 136$$

dus ook, dat de toonhoogten omgekeerd evenredig zijn met de golflengten.

In verschillende het geluid voortplantende stoffen hebben tonen, afkomstig van dezelfde trillingsbron, dus met hetzelfde aantal trillingen, wegens het verschil in voortplantingssnelheid verschillende golflengten (maar denzelfden trillingstijd).

Het aantal trillingen per seconde kan bepaald worden:

a) door de *graphische methode*, waarbij het trillende lichaam de trillingen afteekent op eene eenparig bewogen plaat of op een met roet bedekten cilinder, dien men eenparig om zijne as draait, terwijl de as tevens in hare richting eenparig voortbewogen wordt.

Chronograaf (graphq. = ik schrijf); zie § 1290.

b) door het *rad van Savart.* Tegen de tanden van een rad, dat om zijne as gedraaid wordt, houdt men een stukje karton of een dun metalen plaatje, zóo dat elke voorbijgaande tand daaraan een stoot geeft. Men regelt de omwentelingssnelheid van het rad zoo, dat de gewenschte toon ontstaat, en bepaalt uit het aantal omwentelingen en het aantal tanden van het rad het aantal der in ééne seconde voortgebrachte stooten.

c) door eene draaibare schijf, waarin op gelijke afstanden van de as en op onderling gelijke afstanden openingen geboord zijn (*sirene van Seebeck*). Plaatst men de draaiende schijf zoo, dat achtereenvolgens alle openingen door een luchtstroom getroffen worden, dan zal de lucht, die door de openingen gaat, per seconde achter de schijf evenveel verdichtingen doen ontstaan, als het aantal openingen bedraagt, die in dien tijd aan de uitstroomingspijp voorbij zijn gegaan.

d) door de *sirene van Cagniard de la Tour.* In den bovenwand

eener cilindervormige metalen doos zijn op den omtrek van een cirkel, waarvan het middelpunt in de as van dezen cilinder ligt, op onderling gelijke afstanden openingen geboord in richtingen, die onder hoeken van 45⁰ met het vlak van den bovenwand hellen, en waarvan de projecties op dit vlak raaklijnen aan den genoemden cirkel zijn. Op zeer kleinen afstand boven den bovenwand der doos bevindt zich eene metalen plaat, die om eene verticale as, samenvallende met die der doos, draaibaar is. Ook in deze plaat zijn op een even grooten cirkelomtrek een gelijk aantal openingen geboord als in den bovenwand; de richtingen dezer openingen maken echter hoeken van 90⁰ met die der openingen in den bovenwand, als beide zich juist boven elkaar bevinden. Is dit op zeker oogenblik het geval, dan zal lucht, die in de doos geperst wordt, door de openingen in den bovenwand *W* ontsnappen, tegen de schuine zijwanden der openingen in de plaat *P* stooten en de plaat in de richting van den pijl *a* (fig. 170) doen draaien. Bij elke omdraaiing der plaat zal evenveel malen verdichte lucht in de buitenlucht treden, als het aantal openingen in de plaat bedraagt. Daardoor ontstaan trillingen, die een toon voortbrengen; door sterker inpersen van lucht in de doos draait de plaat sneller en wordt het geluid hooger.



fig. 170.

Is de gewenschte toonhoogte verkregen, dan houdt men den toevoer van lucht gedurende eenigen tijd constant (regulateur van Cavaillé-Coll) en laat de tanden van een telrad ingrijpen tusschen de windingen eener schroef, die op de as der plaat gesneden is. Bij elke omwenteling der plaat gaat dan het rad één tand vooruit; het aantal trillingen van den toon is gelijk aan het product van het aantal tanden, dat zich in ééne seconde langs de as der plaat bewogen heeft, en van het aantal openingen in de plaat.

Meestal bevinden zich in den bovenwand en in de plaat vier concentrische rijen van openingen, die afzonderlijk of gelijktijdig kunnen gebruikt worden. Het aantal openingen bedraagt dan in de binnenste rij 8, in de volgende respectievelijk 10, 12 en 16.

548. Trilllingen, waarvan het aantal per seconde kleiner dan ongeveer 30 of grooter dan ongeveer 40000 is, brengen in ons oor de gewaarwording van geluid niet voort.

De grenzen der hoorbaarheid, die overigens voor verschillende personen verschillen, worden bepaald door het al of niet aanwezig zijn in het oor van zulke Corti'sche vezelen, die door zeer lage en zeer hooge tonen aan het trillen gebracht kunnen worden.

549. Met behulp der sirene toont men aan, dat twee tonen, die na elkaar of gelijktijdig gehoord worden, een des te aangenamere gewaarwording in ons opwekken, naarmate de verhouding hunner trillingsgetallen (het *interval* der tonen) *gelijk gesteld kan worden aan de verhouding van kleinere geheele getallen. De harmonie of disharmonie van twee tonen hangt alleen af van hun interval, niet van het absolute aantal trillingen.*

Het meest welluidende interval is dat eener *octaaf*, waarbij het aantal trillingen van den hoogeren toon (eveneens *octaaf* genoemd) tweemaal zoo groot is als dat van den lageren (*prime*). Op de octaaf volgen naar den graad van welluidendheid de intervallen 3 : 2 (quint), 4 : 3 (quart), 5 : 4 (groote terts), 5 : 3 (sext), 6 : 5 (kleine terts) enz.

550. In de muziek maakt men slechts gebruik van een bepaald aantal tonen, waarvan de intervallen zoo gekozen zijn, dat door het gelijktijdig voortbrengen van twee of meer dier tonen harmonieën kunnen verkregen worden (zie § 551 en 555).

Men verdeelt, van een toon als prime uitgaande, het interval der octaaf van dezen toon op eene bepaalde wijze in kleinere intervallen en verkrijgt zoo de enkele tonen. Deze vormen in hunne opeenvolging de *toonladder*. De hoogste toon van eene octaaf is wederom de prime der volgende hoogere octaaf, waarin de intervallen elkander in dezelfde orde opvolgen als bij de eerste.

Tegenwoordig zijn twee toonladders in gebruik, die beide — echter op verschillende wijze — aan dezen eisch der harmonische muziek voldoen. Beide hebben, prime en octaaf medegeteld, acht tonen; men noemt haar *diatonische* toonladders (diatonos = door eene bepaalde rij van tonen heenloopende); de eene heet *majeur*-toonladder (*Dur*), de andere *mineur*-toonladder (*Moll*).

551. De trillingsgetallen van de tonen der *majeur*-toonladder zijn evenredig met de getallen

24, 27, 30, 32, 36, 40, 45, 48.

De volgende tabel geeft een overzicht van de tonen dezer toonladder. Hierbij is als prime aangenomen een toon van bepaalde hoogte (zie § 556), dien men in de muziek algemeen door de letter *C* aanwijst [1]). De overige tonen der octaaf van *C* wijst men aan door de letters *D*, *E*, *F*, *G*, *A*, *B*, *c* [2]). De eerste horizontale rij der tabel bevat de namen der tonen in de octaaf (met betrekking

[1]) De letters $\underline{\underline{C}}$, $\underline{C}$, C, c, $\bar{c}$, $\bar{\bar{c}}$, $\bar{\bar{\bar{c}}}$, $\bar{\bar{\bar{\bar{c}}}}$ (lees b.v. $\underline{C}$ eenmaal gestreepte groote *C*, $\bar{\bar{c}}$ dubbelgestreepte kleine *c*) wijzen bepaalde tonen aan, waarvan elke volgende de octaaf van den voorgaanden is.

[2]) Evenzoo worden b.v de tonen der octaaf van $\bar{c}$ aangewezen door de letters $\bar{c}$, $\bar{d}$, $\bar{e}$, $\bar{f}$, $\bar{g}$, $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{\bar{c}}$, enz.

tot de prime); de tweede hunne muzikale schrijfteekens; de derde het interval van elken toon en de prime; de vierde de intervallen van elke twee op elkander volgende tonen.

Prime		Secunde		Terts		Quart		Quint		Sext		Septime		Octaaf
C		*D*		*E*		*F*		*G*		*A*		*B*		*c*
1		$^9/_8$		$^5/_4$		$^4/_3$		$^3/_2$		$^5/_3$		$^{15}/_8$		2
	$^9/_8$		$^{10}/_9$		$^{16}/_{15}$		$^9/_8$		$^{10}/_9$		$^9/_8$		$^{16}/_{15}$	

Men merke op, dat in deze toonladder nog voorkomen de volgende harmonische intervallen:

c is de quint van *F*, $(2 : {}^4/_3 = {}^3/_2)$;
B » » quint » *E*, $({}^{15}/_8 : {}^5/_4 = {}^3/_2)$;
c » » quart » *G*, $(2 : {}^3/_2 = {}^4/_3)$;
G » » quart » *D*, $({}^3/_2 : {}^9/_8 = {}^4/_3)$;
A » » quart » *E*, $({}^5/_3 : {}^5/_4 = {}^4/_3)$;
A » » groote terts » *F*, $({}^5/_3 : {}^4/_3 = {}^5/_4)$;
B » » groote terts » *G*, $({}^{15}/_8 : {}^3/_2 = {}^5/_4)$;
B » » sext » *D*, $({}^{15}/_8 : {}^9/_8 = {}^5/_3)$;
G » » kleine terts » *E*, $({}^3/_2 : {}^5/_4 = {}^6/_5)$;
c » » kleine terts » *A*, $(2 : {}^5/_3 = {}^6/_5)$.

Het groot aantal harmonische intervallen, welke tusschen de tonen eener majeur-toonladder bestaan, verklaart hare bijzondere geschiktheid voor harmonische muziek.

Secunde en septime geven met de prime disharmonische intervallen.

Van de drie intervallen, welke tusschen de *op elkaar volgende tonen* voorkomen, verschillen $^9/_8$ en $^{10}/_9$ slechts weinig (verhouding $^9/_8 : {}^{10}/_9 = {}^{81}/_{80}$ = komma): het eerste bepaalt een *grooten geheelen toon*, het tweede een *kleinen geheelen toon*. Het derde interval $^{16}/_{15}$ echter is kleiner dan de andere; het bepaalt een *halven toon*.

552. In de muziek wordt geëischt, dat men elken willekeurigen toon als prime eener toonladder moet kunnen aannemen. Bepaalt men echter de trillingsgetallen der tonen, die b.v. de octaaf van *G* vormen, dan vindt men dat deze niet alle overeenstemmen met de tonen der octaaf van *C* en *c*. Voor deze laatste immers zijn de intervallen:

G		*A*		*B*		*c*		*d*		*e*		*f*		*g*
	$^{10}/_9$		$^9/_8$		$^{16}/_{15}$		$^9/_8$		$^{10}/_9$		$^{16}/_{15}$		$^9/_8$	

en de trillingsgetallen evenredig met

36	40	45	48	54	60	64	72;

terwijl de *zuivere stemming* voor de tonen der octaaf van *G* eischt, dat de intervallen zijn;

G		Secunde		Terts		Quart		Quint		Sext		Septime		*g*
	$^9/_8$		$^{10}/_9$		$^{16}/_{15}$		$^9/_8$		$^{10}/_9$		$^9/_8$		$^{16}/_{15}$	

en dat trillingsgetallen evenredig zijn met

36	40,5	45	48	54	60	67,5	72.

Voor *G*-majeur zou men dus in plaats van *A* een toon moeten hebben, die slechts weinig van *A* verschilt; *f* zou moeten vervallen en in plaats daarvan zou een toon (*f*-kruis) ingelascht moeten worden, die met *e* het interval van een geheelen en met *g* dat van een halven toon vormt.

553. Neemt men ook andere tonen als primen aan, dan blijkt de noodzakelijkheid, naast elken toon van *C*-majeur een toon te hebben, die een halven toon hooger (kruis), en een toon die een halven toon lager is (mol). Zelfs al wilde men het verschil tusschen een grooten en een kleinen geheelen toon verwaarloozen, dan zou toch het aantal tonen zoo groot worden, dat zich voor muziekinstrumenten met vaste tonen (b.v. bij de piano) onoverkomelijke practische bezwaren zouden voordoen. Men heeft daarom bij zulke instrumenten met opoffering der volkomene zuiverheid tusschen elke twee tonen, wier interval een geheele toon bedraagt, slechts één toon ingelascht. Zoodoende ontstaat de *chromatische* toonladder, waarin de octaaf in twaalf intervallen verdeeld is, en waarin men elk der dertien tonen beschouwt, als door een interval van een halven toon gescheiden te zijn én van den voorgaanden én van den volgenden toon.

In de chromatische toonladder is dus de terts de vijfde, de quart de zesde, de quint de achtste toon enz. Chroma, een toongeslacht der ouden.

554. Daarmede zijn echter nog niet alle moeielijkheden opgeheven. Gaat men op de piano van zekeren toon telkens in quinten voort, dan blijkt, dat de twaalfde quint samenvalt met de zevende octaaf van den bedoelden toon. Is het trillingsgetal van dezen toon $= n$, dan is volgens de zuivere stemming dat van de zevende octaaf $= n \times 2^7$, dat van de twaalfde quint $= n \times (\frac{3}{2})^{12}$. Deze getallen zijn evenwel niet gelijk. Hieruit volgt: wil men de zuiverheid der octaven behouden, dan moet die der quinten opgeofferd worden of omgekeerd. Overeenkomstige beschouwingen gelden ook voor quarten en tertsen. — Daar de onzuiverheid der octaven veel hinderlijker is dan die der andere intervallen, houdt men de intervallen der octaven zuiver en verdeelt haar interval in twaalf gelijke intervallen, waarvan elk dus $\sqrt[12]{2}$ bedraagt. Deze verandering van de hoogten der enkele tonen eener octaaf noemt men de *gelijkzwevende temperatuur*.

Het interval der quint wordt op die wijze in plaats van 1,5 gelijk aan $\sqrt[12]{2^7} = 1,49831$, dat der quart $\sqrt[12]{2^5} = 1,33484$ in plaats van 1,33333.... enz.

555. De *diatonische mineur-toonladder* verschilt van de majeur-toonladder doordat de groote terts (interval = $^5/_4$) vervangen is door de kleine terts (interval = $^6/_5$), de sext (interval = $^5/_3$) door een toon met het interval $^8/_5$ en de septime (interval $^{15}/_8$) door een toon met het interval $^9/_5$.

556. Bij internationale overeenkomst is vastgesteld, dat het trillingsgetal van $\bar{a}$ (kamertoon) 435 zal bedragen. Daarvan uitgaande kan men de trillingsgetallen van alle andere tonen berekenen.

---

557. De *sterkte* van het geluid is onder overigens gelijke omstandigheden evenredig met de energie der trillingen van het geluidvoortbrengende lichaam. Nu is volgens § 487 de trillingsenergie evenredig met het vierkant der (halve) amplitude (r^2); de sterkte van het geluid moet dus ook evenredig zijn met *het vierkant der amplitude* van het trillende lichaam.

Dat op verschillende afstanden van een geluidsbron de sterkte van het geluid omgekeerd evenredig is met *het vierkant van den afstand* tot het geluidvoortbrengende lichaam (als men de afmetingen hiervan verwaarloozen kan), volgt uit § 539. Proefondervindelijk is dit niet te bewijzen.

Spreekbuizen verhinderen de verspreiding en de verzwakking van trillingen in de lucht, maken het geluid dus op grooteren afstand verstaanbaar (terugkaatsing door de wanden der buis); *gehoorbuizen* concentreeren verspreide trillingen der lucht op één punt (het oor).

---

558. *Klank* (*Klangfarbe, timbre*) *noemt men die eigenaardigheid van het geluid, waardoor zich tonen van verschillende geluidsbronnen, ook al hebben zij gelijke hoogte en gelijke sterkte, onderscheiden.*

559. Beschouwen wij, om de verschillen in klank te verklaren, vooreerst een lichaam, waarvan men mag aannemen, dat zijne trillingen overeenkomen met die eener enkele rij moleculen (b.v. eene snaar, eene luchtkolom), en waarvan de uiteinden beide vast of beide vrij zijn. In zulk een lichaam kunnen staande golven gevormd worden door trillingen, waarvan de halve golflengte 1, 2, 3 enz. malen op de lengte van het lichaam begrepen is (fig. 160 en 164). De trillingsgetallen der enkele tonen, die daardoor ontstaan, verhouden zich dus als 1 : 2 : 3 enz., daar het aantal trillingen omgekeerd evenredig is met de golflengte (form. 125). Duiden wij

den eersten toon aan door C, dan zijn de eerste tien tonen der reeks, die het lichaam kan voortbrengen, met de betrekkelijke trillingsgetallen

C	c	g	$\bar{c}$	$\bar{e}$	$\bar{g}$	(*)	$\bar{\bar{c}}$	$\bar{\bar{d}}$	$\bar{\bar{e}}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

De tonen dezer reeks noemt men *harmonische tonen*; de laagste heet *grondtoon*, de andere *harmonische boventonen* van den grondtoon, omdat zij — met uitzondering van de door (*) aangewezen toon en $\bar{\bar{d}}$ (en nog hooger gelegen tonen) — met den grondtoon harmonische intervallen vormen. De lagere harmonische boventonen behooren tot de majeur-toonladder van C, c, $\bar{c}$ of $\bar{\bar{c}}$; alleen de toon (*), de *natuurlijke* septime van $\bar{c}$, komt daarin niet voor; hij vormt met de overige tonen disharmonische intervallen.

Men kan bij eene snaar de harmonische boventonen achtereenvolgens voortbrengen, door de snaar te strijken op eene plaats, waar de gewenschte toon een buik moet vormen, terwijl men tegelijk de snaar zacht aanraakt op eene plaats, waar een knoop moet ontstaan. Lichte ruitertjes van papier in de knooppunten op de snaar geplaatst blijven in rust; in de buiken worden zij weggeslingerd. — Toestel van Melde.

560. Is het ééne uiteinde van het lichaam vast, het andere vrij, dan kunnen staande golven gevormd worden door trillingen, waarvan een *vierde* der golflengte 1, 3, 5 enz. maal op de lengte van het lichaam begrepen is (fig. 163). De trillingsgetallen der enkele tonen, die daardoor ontstaan, verhouden zich als 1 : 3 : 5 enz Duiden wij den grondtoon wederom aan door C, dan is de reeks van tonen, die het lichaam kan voortbrengen,

$$C \quad g \quad \bar{c} \quad (*) \quad \bar{\bar{d}}.$$

In deze reeks ontbreken dus de harmonische tonen, waarvan het rangcijfer even is.

561. *In de meeste gevallen wordt nu niet de grondtoon alleen voortgebracht, maar* **tegelijk** *nog een grooter of kleiner aantal boventonen.* Het lichaam wordt dus door verschillende staande trillingen gelijktijdig in beweging gebracht. De beweging eener molecule van het lichaam is dan niet eene enkelvoudige trilling, maar samengesteld uit meerdere enkelvoudige trillingen. Fourier heeft aangetoond, dat elke elastische trilling, hoe samengesteld ook, wiskundig ontbonden kan worden in *enkelvoudige trillingen.* Ons oor ontleedt het geluid, veroorzaakt door de *samengestelde trilling*, werkelijk in *enkelvoudige tonen*; elk dezer tonen toch brengt andere Corti'sche

vezelen in beweging (§ 603). Na eenige oefening zijn wij in staat, grondtoon en boventonen afzonderlijk te hooren. Verg. § 499.

Tokkelt men met korte tusschenpoozen eene snaar in twee punten, waarvan de afstanden tot een der uiteinden $^1/_4$ en $^1/_3$ van de lengte der snaar zijn, dan komt in het eerste geval de vierde harmonische toon, in het tweede geval de derde niet tot stand, omdat deze in het door het tokkelen bewogen punt een knoop (rustpunt) eischen. Daardoor hoort men den niet ontbrekenden dezer beide boventonen des te duidelijker, zoo zelfs, dat men in de geluiden de melodie eener quart (3 : 4) verneemt.

562. Een muzikaal geluid bestaat dus meestal uit verschillende tonen. De *hoogte* van het geluid wordt bepaald door het trillingsgetal van den laagsten dezer tonen (grondtoon, die meestal sterker is dan de andere); de *klank* is een gevolg van de gewaarwording, die de combinatie van den grondtoon en een grooter of kleiner aantal boventonen van bepaalde sterkte teweegbrengt.

Vormen de *afzonderlijke tonen* van het geluid harmonische intervallen met elkaar (snaar), dan is de klank welluidend; er kunnen echter bij vele trillende lichamen (platen, klokken enz.) ook boventonen ontstaan, die met den grondtoon of onderling disharmonische intervallen vormen; de klank wordt dan min of meer onwelluidend.

De klank staat dus in het nauwste verband met de samenstelling der trilling uit enkelvoudige trillingen; zoo zal een lichaam, waarvan de graphische voorstelling der trilling overeenkomt met de gebogen lijn van fig. 140, slechts een enkelen toon doen hooren, en een anderen klank hebben dan een lichaam, waarvan de graphische voorstelling der trilling overeenkomt met een der figuren 147, 148 en 149, en dat te gelijk twee tonen doet hooren, waarvan de hoogste de octaaf van den laagste is. [1])

De uitdrukkingen, die men in de muziek gebruikt voor klanken van verschillenden aard, hebben dus ook eene natuurkundige beteekenis. Zoo zijn bij een *helder* geluid hoofdzakelijk de lagere, bij een *schel* geluid de hoogere boventonen vertegenwoordigd; de klank is *vol*, als de grondtoon de boventonen aanmerkelijk in sterkte overtreft; in den *weeken*, *doffen* toon eener stemvork ontbreken de boventonen behalve een paar zeer hooge, die men echter kort na het aanslaan niet meer hoort enz. — De snaren eener piano laat men door de hamertjes treffen in punten, die $^1/_7$ van de lengten der snaren van een der uiteinden verwijderd zijn; de zevende toon blijft dan achterwege (verg. § 559 en 561).

---

[1]) Verschillen in phase der samenstellende trillingen geven volgens Helmholtz geen verschil in klank.

563. Dat bij verschil in klank de trillingen der geluidgevende lichamen anders samengesteld zijn, kan men aantoonen met den *phonautograaf* (phonē = geluid, stem; autos = zelf), waardoor men eene graphische voorstelling der trilling verkrijgt. Een vat van tonvormige gedaante is aan éène zijde gesloten door een caoutchoucvlies, dat meer of minder gespannen kan worden. De samengestelde trilling van een geluidgevend lichaam doet de lucht in het vat en daardoor het caoutchoucvlies op volkomen dezelfde wijze trillen (§ 564). Een licht stiftje, dat in het midden van den buitenkant van het vlies bevestigd is, teekent gebogen lijnen op het oppervlak van den in § 547, *a*, bedoelden cilinder; voor tonen van ongelijken klank is de vorm der verkregen lijn steeds verschillend.

In den *phonograaf* (Edison) volbrengt een metalen plaatje trillingen, die in samenstelling geheel overeenkomen met de trillingen, die de lucht maakt, als nabij het plaatje gesproken of gezongen wordt. Een stiftje, waarop de trillingen van het plaatje overgebracht worden, snijdt in de met was bedekte oppervlakte van een draaienden cilinder eene schroeflijn, waarvan de diepte op elk oogenblik afhankelijk is van de afwijking van het trillende stiftje. Daarna licht men plaatje en stift op, brengt den cilinder weer in den oorspronkelijken stand terug en laat nu plaatje en stift zacht tegen den cilinder drukken. Bij draaiing van den cilinder volgt nu de punt der stift de diepten der groef; stift en plaatje maken daardoor weder dezelfde bewegingen als die, waardoor eerst de groef gevormd is; de trillingen van het plaatje deelen zich mede aan de lucht en men hoort eene herhaling der woorden, die aanvankelijk tegen het plaatje gesproken of gezongen zijn.

564. Helmholtz († 1894) heeft de waarneming der enkele tonen van een geluid gemakkelijker gemaakt door zijne *klankbollen*. Deze waarneming berust op een verschijnsel, dat den naam draagt van *medetrillen*. Als namelijk eene trilling van een willekeurigen trillingstijd bij hare voortplanting een begrensd lichaam bereikt, dat staande trillingen van volkomen denzelfden trillingstijd zou kunnen volbrengen, dan ontstaan die in dit lichaam altijd; het lichaam dient niet uitsluitend, om de energie der trilling weer op andere lichamen over te brengen, maar het absorbeert ze als het ware. Bevindt zich ons oor in de nabijheid van zulk een lichaam, dan nemen wij het geluid *versterkt* waar.

De lucht in een cilinderglas geraakt in staande trillingen door eene boven de opening geplaatste trillende stemvork, als de hoogte van het glas gelijk is aan $^1/_4$ of $^3/_4$ der golflengte van den toon der stemvork (§ 529). — Stemvorken plaatst men op houten doozen, die aan eene zijde open zijn en die eene lengte hebben van een vierde der golflengte van den toon der stemvork, zoodat de medetrillende lucht in de doos het geluid der stemvork versterkt (klankkast). Als men van twee zulke stemvorken, wier trillingsgetallen volkomen gelijk zijn, de éene aanslaat, dan trilt de lucht in haar klankkast

mede: daardoor wordt de lucht in de klankkast der andere stemvork, en ten slotte deze zelf in trilling gebracht. — Het nauwelijks hoorbare geluid van de trillingen der snaren wordt versterkt door het medetrillen der lucht in de klankkast der viool. — Als op dezelfde klankkast twee snaren gespannen zijn, waarvan de grondtonen het interval eener octaaf vormen, dan zal, als de snaar, welke den hoogsten toon geeft, aangestreken wordt, de tweede als eene *geheele* staande golf medetrillen, dus denzelfden toon geven als de eerste, en niet haar eigen (lageren) grondtoon.

Ook bij de slingerbeweging komt hetzelfde verschijnsel voor. Een slinger kan zijn arbeidsvermogen op een anderen *isochronen* slinger overbrengen (door tusschenkomst van de steunvlakken of den wand, waaraan beide opgehangen zijn)

In nauw verband met het medetrillen staat de werking, die door de trilling van lichamen uitgeoefend wordt op uitstroomende vocht- en gasstralen. Van de talrijke evenwichtsverstoringen, die bij den rand der uitstroomingsopening in den straal opgewekt worden, zullen alleen die versterkt worden, waarvan de trillingstijd overeenkomt met den duur der trilling van het lichaam. Daardoor ontstaan in den straal periodieke bewegingen, die isochroon zijn met de trilling van het lichaam. Gevoelige vlammen en waterstralen.

565. De *klankbollen* van Helmholtz zijn holle koperen bollen met twee openingen, waarvan de eene aan het oor gehouden wordt. De bollen zijn van zulke afmetingen, dat de daarin aanwezige lucht staande trillingen van bepaalden trillingstijd kan maken. Komt nu de eigen toon van een klankbol in het te onderzoeken geluid voor, dan trilt de lucht in den klankbol mede en versterkt het geluid van dezen toon aanmerkelijk. Met behulp eener reeks van klankbollen, waarvan elk met een anderen toon medetrilt, is men in staat, het geluid te ontleden (analyse der tonen).

Wij komen bij de bespreking der muziekinstrumenten op de uitkomsten der onderzoekingen van Helmholtz terug.

566. Eindelijk heeft Helmholtz de tonen, die hij door analyse van een geluid gevonden had, gelijktijdig door een aantal stemvorken laten voortbrengen. Door de samenwerking van de enkelvoudige tonen der stemvorken kreeg hij den oorspronkelijken klank terug (synthese der tonen).

II. Geluidsbronnen. Muziekinstrumenten.

567. Snaren. Om muzikale tonen door snaren voort te brengen, maakt men uitsluitend gebruik van *transversale* trillingen.

Voor de voortplantingssnelheid eener transversale trilling in eene (gespannen) snaar heeft men theoretisch afgeleid de formule

$$c = \sqrt{\frac{P}{D}} \text{ kines,} \qquad 137$$

waarin P voorstelt de kracht in dynes, die dezelfde spanning der

snaar zou tweegbrengen indien hare doorsnede 1 cM^2 was, en D de dichtheid der stof, waaruit die snaar bestaat.

Is het spannende gewicht $= p$ gram $= pg$ dynes, de doorsnede der snaar $= d$ cM^2, dan is $P = \frac{pg}{d}$ dynes, dus de voortplantingssnelheid

$$c = \sqrt{\frac{pg}{dD}} \text{ kines.} \qquad 138$$

De voortplantingssnelheid is onafhankelijk van den trillingstijd of van het trillingsgetal.

Voor den grondtoon der snaar is de lengte L der snaar gelijk aan de helft van de golflengte l, dus

$$L = \tfrac{1}{2}\, l,$$

en daar (form. 125)

$$c = nl,$$

zoo verkrijgt men voor het aantal trillingen van den grondtoon

$$n = \frac{c}{l} = \frac{c}{2\,L} = \frac{1}{2\,L}\sqrt{\frac{pg}{dD}}. \qquad 139$$

Stelt men $d = \pi r^2$, als r de halve dikte der snaar is, dan wordt

$$n = \frac{1}{2\,Lr}\sqrt{\frac{pg}{\pi D}}. \qquad 140$$

Voor den 2en, 3en enz. harmonischen toon wordt de golflengte (l) 2, 3 enz. maal zoo klein, dus het aantal trillingen 2, 3 enz. maal zoo groot.

568. Het proefondervindelijk bewijs der door form. 140 uitgedrukte wetten wordt geleverd met behulp van een toestel, *monochord* (monos = enkel; chordē = snaar) of *sonometer* (sonus = toon) genoemd: een klankkast, waarop een of twee snaren met één uiteinde bevestigd zijn; de snaren loopen aan den anderen kant van den toestel over katrollen en worden gespannen door zware massa's, die men er aan hangt. In de nabijheid der uiteinden loopen de snaren over de scherpe bovenkanten van twee houten blokjes (kammen); alleen het gedeelte der snaar, gelegen tusschen de kammen, trilt (door tokkelen of strijken).

a) Verandert men de lengte der snaar door verplaatsing van een der kammen, dan blijkt, dat *bij gelijke spanning de toonhoogte omgekeerd evenredig is met de lengte der snaar.*

Men verkrijgt achtereenvolgens de tonen der diatonische (majeur-)toonladder, als men eerst de geheele snaar, en daarna $^8/_9$, $^4/_5$, $^3/_4$ enz. der snaar laat trillen.

b) *De toonhoogte is evenredig met den vierkantswortel uit de spannende gewichten.*

Door het spannende gewicht 4 maal zoo groot te maken, verkrijgt men de octaaf van den toon, dien de snaar eerst gaf.

c) *De toonhoogte is onder overigens gelijke omstandigheden omgekeerd evenredig met de dikte der snaar.*

Vervangt men bij gelijke spanning eene snaar door eene even lange snaar van dezelfde stof, maar slechts half zoo dik, zoo verkrijgt men de octaaf van den toon der eerste snaar.

d) De *toonhoogten* van twee snaren van verschillende stof, waarvan lengten, dikten en spanningen even groot zijn, verhouden zich *omgekeerd evenredig met de vierkantswortels uit de dichtheden.*

De trillingsgetallen van twee snaren van staal ($D_1 = 7,8$) en van platina ($D_2 = 21,4$) verhouden zich onder overigens gelijke omstandigheden als $\sqrt{21,4} : \sqrt{7,8} = 4,6 : 2,8$. Als men eene derde snaar zoo spant, dat men door een deel, lang 28 cM, van de snaar te laten trillen een toon verkrijgt gelijk aan dien der stalen snaar, dan moet men een stuk, lang 46 cM, van die snaar laten trillen, om den toon der platinasnaar te verkrijgen. Als men het trillingsgetal van den grondtoon eener monochordsnaar kent, dan kan men het trillingsgetal van een willekeurigen hoogeren toon volgens *a*) vinden, door de lengte van dat gedeelte der snaar te bepalen, dat denzelfden toon geeft. Daarom heet de toestel ook sonometer.

569. Het aantal tonen, die eene enkele snaar kan voortbrengen, is beperkt; men brengt daarom bij *snaarinstrumenten* meerdere snaren aan. Voor de lage tonen wordt de doorsnede der metalen snaren door omwinding met koperdraad vergroot; voor hooge tonen neemt men dunne snaren. — De zuivere stemming der snaren verkrijgt men door de spanning te regelen.

570. In den klank der snaren kunnen alle harmonische tonen voorkomen; zie § 522 en fig. 160. Het aantal en de sterkte der boventonen hangt af: 1° van de wijze, waarop men eene snaar aan het trillen brengt; 2° van de plaats waar dit geschiedt; 3° van de buigzaamheid; 4° van de veerkracht en 5° van de dikte der snaar. In den klank der *darmsnaren* zijn hoofdzakelijk de lagere harmonische tonen vertegenwoordigd; *metaalsnaren* hebben ook hoogere boventonen, vooral als zij met een scherp instrument getokkeld worden (citer). Hoe meer hooge boventonen zich vormen, des te scherper wordt de klank.

Soms worden ook de harmonische boventonen enkel (zonder grondtoon) gebruikt (flageolettonen); men brengt ze voort op de in § 559 aangegeven wijze.

571. *Longitudinale* trillingen van snaren worden in de muziek niet gebruikt. Men verkrijgt ze, door bij het strijken den strijkstok bijna in de richting van de lengte der snaar te houden. De verkregen toon is veel hooger, dan de tonen, die door transversale trillingen ontstaan, en onafhankelijk van de spanning der snaar.

572. Staven. Over *longitudinale* trillingen van staven is reeds gesproken bij de proeven van Kundt. Wij willen hier alleen nog doen opmerken, dat de toen besproken drie gevallen zich alle kunnen voordoen: beide uiteinden kunnen vast zijn, beide uiteinden kunnen vrij zijn, of het éene uiteinde kan vast en het andere vrij zijn. De verdeeling in staande golven kan dus (verg. § 529) plaats hebben volgens een der figuren 160, 163 en 164. Met behulp dezer figuren vindt men gemakkelijk, welke boventonen de staaf zal geven, als zij op eene bepaalde wijze bevestigd is.

De muziek maakt van de longitudinale trillingen van staven geen gebruik.

573. Bij *transversale* trillingen van staven is het éene uiteinde vast en het andere vrij (speeldoos) of beide zijn vrij (glasharmonica).

In het eerste geval is de trillingswijze de door fig. 163 voorgestelde. Wordt een boventoon gevormd (fig. 163, *b*, *c*, *d*), dan is de afstand van het vrije uiteinde tot den eerstvolgenden knoop kleiner dan de helft van den afstand van twee op elkaar volgende knoopen. Daar bovendien de trillingsgetallen van staven niet, zoo als bij snaren, omgekeerd evenredig zijn met hare lengten, zoo zijn *de boventonen niet harmonisch met den grondtoon.* De bijvoeging der boventonen tot den grondtoon maakt den klank dus niet welluidend.

Hetzelfde geldt voor het tweede geval. De staaf steunt in twee punten, die ongeveer $1/_5$ van hare lengte van de uiteinden verwijderd zijn (knoopen). Daar zich vele hooge boventonen vormen, die niet harmonisch met den grondtoon zijn, wordt de klank schel (metaalklank).

574. De *stemvork* is eene in het midden omgebogen stalen staaf. Hare trillingswijze is die van fig. 164 *b*. *De plaats, waar de steel der stemvork bevestigd is, is dus geen knoop, maar een buik* (fig. 171). — Hoe dikker het stuk tusschen de beide knoopen

is, des te moeilijker vormen zich boventonen, zoodat men voor de practijk den stemvorktoon als enkelvoudig kan beschouwen. De klank is daarom week en dof (verg. § 562 en 601).

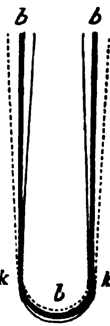


fig. 171.

Houdt men den steel eener trillende stemvork tegen een vast lichaam, dan hoort men de stootjes van den steel. — Versterking van den zwakken stemvorktoon door eene medetrillende luchtkolom (klankkast).

575. Platen. Platen, waarvan geen der afmetingen overheerschend is, kunnen zich door *transversale* trillingen op verschillende wijzen in staande golven verdeelen, zonder dat de afzonderlijke trillingswijzen in eenig verband tot elkander staan. Is de vorm eener plaat regelmatig, en bestaat er geen verschil van dichtheid en veerkracht in de plaat, dan zal zij zich bij de trilling wel steeds regelmatig verdeelen; maar dit is op verschillende wijzen mogelijk.

576. Strijkt men een punt van den rand eener in haar midden bevestigde en met zand bestrooide plaat met een strijkstok, dan wordt het zand weggeslingerd van de deelen der plaat, die zich door interferentie der heengaande en teruggekaatste trillingen bewegen (buiken); het hoopt zich op in regelmatig verloopende lijnen, die de plaatsen aanwijzen waar de beweging uitgedoofd wordt (*knooplijnen* van Chladni).

Door gedurende het strijken twee punten van den rand zacht aan te raken, bewerkt men, dat slechts zulke trillingen in de plaat kunnen ontstaan, waarvan de knooplijnen door die punten gaan.

Aan weerskanten van elke knooplijn zijn de bewegingen der plaat steeds tegengesteld van richting; terwijl twee deelen der plaat, waartusschen *twee* knooplijnen liggen, op elk oogenblik bewegingen in dezelfde richting hebben.

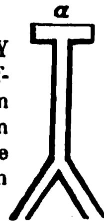


fig. 172.

Houdt men eene buis, die den vorm eener omgekeerde Y heeft, en die boven door een gespannen vlies *a* (fig 172) is afgesloten, met de openingen der beide beenen boven twee deelen der plaat, die door *één*, respectievelijk *twee* knooplijnen gescheiden zijn, dan zal het vlies in het eerste geval niet, in het tweede geval wel medetrillen; door zand op het vlies te strooien, kan men dit aantoonen (deze toestel heet interferentie-gaffel).

577. De klank der platen is, zooals uit het in § 562 gezegde volgt, vrij disharmonisch, zelfs al worden zij door strijken

met een strijkstok aan het trillen gebracht. Brengt men ze door een slag aan het trillen, dan is de klank uit vele dicht bij elkaar liggende tonen samengesteld; het geluid mist dan het muzikaal karakter; het is meer een geruisch.

Bekkens.

578. **Klokken.** Ook de afzonderlijke tonen, die den klank der klokken vormen, zijn in 't algemeen niet-harmonische tonen; zij liggen echter niet zoo dicht bij elkaar als die der platen. Van het bevestigingspunt der klok loopen meestal vier (of meer) knooplijnen naar den rand toe; zij verdeelen de klok in gelijke deelen. — Door de dikte der klok in de nabijheid van den rand te wijzigen kan men de hoogte der lagere boventonen veranderen; het is de kunst van den klokkengieter, den vorm der klok zoo te kiezen, dat de lagere boventonen harmonisch met den grondtoon worden.

579. **Luchtkolommen** worden veelvuldig gebruikt, om door longitudinale trillingen muzikale tonen voort te brengen. Zij worden aan het trillen gebracht *òf* door een stroom van samengeperste lucht tegen den scherpen rand van eene opening in den wand eener pijp te laten stooten (orgelpijpen, fluit), *òf* door trillende plaatjes (tongen van harmonium, klarinet, hobo, fagot), *òf* door trillende gespannen membranen (de lippen bij koperen blaasinstrumenten, de stembanden van het strottenhoofd).

580. Bij *orgelpijpen* wordt samengeperste lucht door den *voet v* der pijp (fig. 173) in eene driehoekige kamer *k* (*dag*) gebracht, waaruit zij door eene nauwe spleet *o*, de *onderlip*, kan ontsnappen en zoo tegen den scherpen rand *b* der *bovenlip* (onderkant van den voorwand der pijp) stoot. De rechthoekige opening tusschen bovenlip en onderlip heet de *mond* der pijp.



fig. 173.

Door den stoot van den luchtstroom tegen de bovenlip ontstaat een geruisch, bestaande uit tal van zachte, onderling disharmonische en dicht bij elkaar gelegen tonen (verg. § 577). Van deze tonen worden die, waarvan de trillingstijd overeenkomt met die der tonen (grondtoon en boventonen), welke de lucht in de pijp zelf kan voortbrengen, door het medetrillen der luchtkolom versterkt; de overige worden door den overheerschenden toon der luchtkolom onhoorbaar. De trillingen in de pijp werken nu weer terug op de

bij *o* uitstroomende lucht, zoodat de uitstrooming ook eene periodieke beweging wordt. Hoe sterker men de samengeperste lucht in den voet der pijp blaast, des te hooger zijn de tonen die het geluid samenstellen, en des te eer zullen zich in de lucht der pijp boventonen vormen.

Op overeenkomstige wijze wordt de lucht in eene buis aan het trillen gebracht, als men eene kleine waterstofvlam in de buis brengt (chemische harmonica). Onderzoek der schijnbaar rustig brandende vlam met een draaienden spiegel.

581. Naarmate het boveneinde der orgelpijp open of gesloten is, onderscheidt men *open* en *gesloten* pijpen.

Daar het ondereinde der luchtkolom (wegens de mondopening) als vrij moet beschouwd worden, trilt de lucht in eene open orgelpijp als eene rij moleculen, waarvan beide uiteinden vrij zijn; de lucht in eene gesloten pijp als eene rij, waarvan het ééne uiteinde vrij, het andere vast is. De staande trillingen der lucht in eene open pijp hebben plaats zooals in fig. 164 voorgesteld is; *alle harmonische tonen kunnen in het geluid voorkomen* (§ 559). De staande trillingen in eene *gesloten* orgelpijp zijn die door fig. 163 aangeduid; *alleen de harmonische tonen van oneven rang kunnen zich vormen* (§ 560).

In eene *open* pijp liggen: bij den grondtoon buiken aan de uiteinden, een knoop in het midden; bij den eersten boventoon buiken aan de uiteinden en in het midden, knoopen op $^1/_4$ van elk der uiteinden enz. (fig. 174). In eene *gesloten* pijp liggen: bij den grondtoon een buik aan het

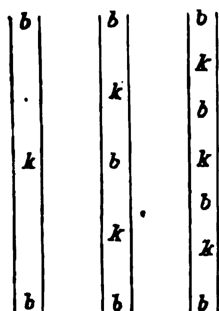


fig. 174.

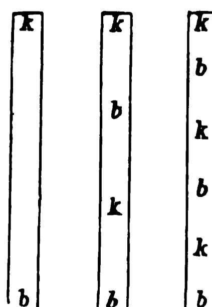


fig. 175.

ondereinde en een knoop aan het boveneinde; bij den laagsten boventoon, die ontstaan kan (dat is dus de quint van de octaaf van den grondtoon), buiken aan het ondereinde en op $^1/_3$ der pijplengte van het boveneinde, knoopen aan het boveneinde en op $^1/_3$ der pijplengte van het ondereinde enz. (fig. 175).

582. Voor den *grondtoon* eener open pijp is de pijplengte gelijk aan de helft der golflengte, terwijl zij bij eene gesloten pijp gelijk is aan het vierde deel der golflengte. *Om denzelfden grondtoon voort te brengen, moet dus eene open pijp tweemaal zoo lang zijn als eene geslotene; bij gelijke lengte is de grondtoon der open pijp de octaaf van dien der gesloten pijp* (§ 547, form. 136).

De (grond-)toon eener open pijp verandert niet, als men in het midden der pijp een tusschenschot aanbrengt.

583. *Knoopen zijn punten van rust, maar van grootste verandering in dichtheid; buiken zijn punten van grootste beweging, maar van kleinste verandering in dichtheid* (§ 529). Op verschillende wijzen kan dit proefondervindelijk worden aangetoond.

a) Laat men in de trillende luchtkolom eener pijp (met glazen zijwand) een kartonnen of metalen ring neer, die aan de onderzijde overspannen is met perkamentpapier, waarop men zand gestrooid heeft, dan zal het zand op de plaatsen der buiken in sterke beweging geraken, op de plaatsen der knoopen stil blijven liggen.

b) In een zijwand *W W* (fig. 176) eener orgelpijp zijn op de plaatsen, waar de knoopen en buiken van den grondtoon en den eersten boventoon liggen, openingen geboord. De buitenkant van elke opening is gesloten door een eenigszins gespannen caoutchoucvlies *c*, dat tevens tot afsluiting eener trechtervormige kamer *k* dient. Door den wand van den trechter treedt bij *a* lichtgas in deze kamer; door een brandertje *b* aan het nauwe einde van den trechter treedt het weer naar buiten en kan daar ontstoken worden Is deze inrichting aangebracht op de plaats van een knoop, dan wordt de vlam door de daar plaats hebbende verandering van dichtheid tot trillen en uitdooven gebracht; op de plaats van een buik (waar de verandering van dichtheid gering is) blijft zij rustig branden (*manometrische vlammen* van König).

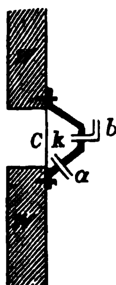


fig. 176.

c) Openingen in een der zijwanden eener pijp verhinderen het ontstaan van de harmonische tonen, die daar ter plaatse buiken hebben, niet; zij beletten echter het ontstaan van de tonen, die daar knoopen hebben.

Proeven met eene lange open pijp, waarvan een der zijwanden op de plaatsen van de buiken en de knoopen der lagere harmonische tonen openingen heeft, die door werveltjes of schuiven kunnen worden afgesloten. Door

de openingen op de plaatsen, waar een bepaalde harmonische toon buiken heeft, vrij te maken, vergemakkelijkt men het ontstaan van dezen toon. Hierbij kan de toon voortgebracht worden door de geheele pijp, maar ook door dat gedeelte der pijp, dat overblijft, nadat men een zuiger zoo diep in de pijp gebracht heeft, dat hij zich op de plaats van een der knoopen van den toon bevindt. Men zal met behulp van fig. 163 en 164 gemakkelijk kunnen afleiden, op welke wijze de trillende luchtkolom zich in deze verschillende gevallen in staande golven verdeelt.

584. De vermeerdering en de vermindering van de spanning der lucht in de knoopen kan men op de volgende wijze meten. Ter plaatse waar zich de knoop vormt, wordt de lucht in de pijp door een kanaal in een der wanden in verbinding gebracht met eene overigens afgeslotene ruimte buiten de pijp, die wederom in verbinding staat met een open manometer. Het kanaal kan afgesloten worden door een licht klepje, dat zich alleen naar buiten of alleen naar binnen opent. In het eerste geval treedt op de oogenblikken van verdichting lucht uit de pijp in de afgesloten ruimte, totdat de spanning daar even groot is als de maximum-spanning in den knoop. In het tweede geval treedt op de oogenblikken van verdunning lucht uit deze ruimte in de pijp, totdat de lucht in de ruimte de minimum-spanning in de knoop verkregen heeft.

585. De onderstelling (§ 581), dat boveneinde en mondopening eener opene pijp vrije uiteinden zijn, is niet geheel juist. De buitenlucht in de nabijheid van beide plaatsen en — wat den mond betreft — de betrekkelijk geringe afmetingen der mondopening beletten de trillende lucht, zich daar zoo vrij te bewegen, als voor de vorming van een buik vereischt wordt. De beweging der lucht op beide plaatsen is niet zoo, als zij in een buik zou zijn, maar zooals zij is op eene plaats, tusschen een buik en een knoop (het dichtst bij den buik) gelegen. Bepaalt men met den kartonnen of metalen ring van § 583, *a* de plaats der knoopen en buiken, als de pijp een der harmonische boventonen doet hooren, dan vindt men, dat de afstanden der beide uiteinden tot de eerstvolgende knoopen kleiner zijn, dan de helft van den afstand van twee op elkander volgende knoopen binnen de buis; beide zijn dus kleiner dan $^1/_4$ golflengte; het verschil bedraagt bij de mondopening meer dan bij het boveneinde.

Voor de harmonische tonen eener open pijp is dus de pijplengte niet gelijk aan een geheel aantal halve golflengten, maar iets kleiner.

Voor pijpen van gelijke lengte volgt hieruit: hoe kleiner de mondopening (bij gelijk volumen der trillende luchtkolom) of hoe dieper de pijp

(bij gelijke mondopening) is, des te dichter zal voor den grondtoon der pijp de knoop bij den mond komen te liggen, des te grooter wordt de afstand van den knoop tot het boveneinde der pijp en des te lager de toon.

Door het boveneinde eener open pijp gedeeltelijk te bedekken, verlaagt men haren toon.

Voor de mondopening eener gesloten pijp geldt hetzelfde als voor die eener open pijp. Wat het gesloten einde betreft, dit mag evenmin als een volkomen vast uiteinde beschouwd worden, daar het door de trilling der lucht eenigszins bewogen wordt. De afstand van den mond tot den eerstvolgenden knoop is kleiner dan $^1/_4$ golf, en de afstand van het gesloten einde tot den eerstvolgenden knoop iets kleiner dan $^1/_2$ golf.

586. Worden orgelpijpen zwak aangeblazen of zijn ze betrekkelijk wijd, dan vormen zich de harmonische boventonen niet gemakkelijk; bij wijde gesloten pijpen hoort men alleen den grondtoon. De klank is dan week, dof. Bij sterker aanblazen, of als de pijpen geringe dwarsdoorsneden hebben, hoort men behalve den grondtoon de lagere boventonen, met achtereenvolgens afnemende sterkte; de klank wordt dan helderder, voller. Toch blijft de klank van gesloten pijpen wegens de afwezigheid der harmonische tonen van even rangcijfer holler, dan die der open pijpen.

Bij lange nauwe pijpen is het moeielijk den grondtoon voort te brengen.

587. *Harmonium.* Het geluid ontstaat ongeveer als bij de sirene. In den wand van een kast, waarin lucht geperst wordt, zijn rechthoekige openingen naast elkaar aangebracht, die van buiten door klepjes bedekt en afgesloten worden. In de openingen zijn koperen tongen bevestigd van zoodanigen vorm, dat de rand der tong overal op een zeer kleinen afstand van de wanden der opening verwijderd blijft. Licht men een der klepjes (door een toets neer te drukken) op, dan geraakt door den druk der samengeperste lucht de tong aan het trillen; de opening wordt door de beweging der tong beurtelings vrij en weer gesloten, en de lucht ontsnapt in stooten, waarvan het aantal per seconde gelijk is aan het trillingsgetal der tong. Voor elken toon is eene afzonderlijke tong noodig.

Het aantal harmonische tonen is grooter dan bij de tonen van orgelpijpen; de klank is daarom scherper en voller.

588. De klarinet, de hobo en de fagot hebben slechts een enkel licht houten tongetje, of een paar tongetjes, waardoor het eene uiteinde der instrumenten bijna geheel afgesloten wordt. De tongetjes

worden door aanblazen aan het trillen gebracht en brengen wederom de lucht in het instrument aan het trillen; toch regelt zich de trillingstijd der lichte tongetjes naar dien van de luchtkolom, en niet omgekeerd.

Behalve de reeks der harmonische tonen, die als afzonderlijke tonen (bij verschillende wijzen van aanblazen) verkregen kunnen worden, kan men nog andere tonen voortbrengen, indien men openingen in den wand vrij maakt en zoo de lengte der trillende luchtkolom wijzigt.

Aan het uiteinde der luchtkolom, waar de tongetjes aangebracht zijn, vormt zich een knoop, evenals bij het uiteinde der caoutchoucbuis, dat in de hand gehouden wordt als men staande golven in de buis wil voortbrengen (§ 521). De lucht in de cilindervormige buis der klarinet trilt als in eene gesloten pijp; de afwezigheid der harmonische tonen van even rangcijfer maakt den klank hol; de vele hooge boventonen veroorzaken den eigenaardigen neusklank. Hobo en fagot hebben geslotene kegelvormige pijpen; deze geven tonen gelijk aan die van even lange opene cilindervormige pijpen. De klank bevat dus alle harmonische tonen, hij is vol en scherp (hooge boventonen).

589. Bij de *koperen blaasinstrumenten* wordt de trilling der luchtkolom veroorzaakt door de trillende lippen van den speler, zonder dat de hoogte van den verkregen toon afhangt van de spanning der lippen (verg. § 588). De tonen, die deze toestellen kunnen voortbrengen, zijn harmonische boventonen van den grondtoon der luchtkolom; zij worden verkregen door verschillende wijzen van aanblazen. Andere tonen worden met behulp van kleppen verkregen.

Het aantal harmonische boventonen in het geluid is groot, de klank vol en krachtig.

590. De *menschelijke stem* ontstaat doordat lucht, die uit de longen geperst wordt, de *stembanden* in trilling brengt. De hoogte van den toon hangt af van de spanning, die wij aan de stembanden geven; de klank bevat vele harmonische boventonen.

Behalve het muzikaal geluid, dat de stembanden alleen zouden voortbrengen, ontstaan nog andere tonen, omdat ook de lucht in de mondholte in trilling geraakt. De hoogte dezer *bijtonen* is onafhankelijk van die van de tonen der stembanden; zij wordt hoofdzakelijk bepaald door den vorm, dien wij bij het uitspreken der *klinkers* aan de mondholte geven. De bijtonen zijn voor elken

klinker andere; voor denzelfden klinker is hunne hoogte standvastig en onafhankelijk van de grootte der mondholte.

Als men de mondholte den vorm doet aannemen, dien zij bij het uitspreken van een bepaalden klinker heeft, en men houdt dan voor den geopenden mond eene trillende stemvork, wier toonhoogte die van den bijtoon van dezen klinker is, dan trilt de lucht in de mondholte mede.

Helmholtz heeft den klank der vocalen verkregen door samenstelling van enkelvoudige (stemvork-)tonen van bepaalde hoogte en sterkte.

De *medeklinkers* zijn geluiden (geen tonen) die door lippen, tong of keel voortgebracht worden.

III. Bepaling der voortplantingssnelheid van het geluid.

591. Daar het geluid voortgeplant wordt door longitudinale trillingen der middelstof, gelden de door Newton en Laplace afgeleide waarden voor de voortplantingssnelheid eener longitudinale trilling in vaste, vloeibare en gasvormige lichamen (§ 511—514) ook voor de *voortplantingssnelheid van het geluid.*

592. *Directe metingen* der voortplantingssnelheid van het geluid in *lucht* zijn herhaaldelijk uitgevoerd. Het meeste vertrouwen verdienen die van Moll en Van Beek. Door met behulp van chronometers nauwkeurig den tijd van het ontstaan van een geluid (kanonschot) en den tijd van aankomst op eene verwijderde plaats te bepalen, vonden zij de voortplantingssnelheid van het geluid in droge lucht van $0^0 = 33277$ kines (verg. § 513).

593. Regnault heeft de voortplantingssnelheid van het geluid *in lucht en andere gassen* proefondervindelijk bepaald in de gas- en waterleidingsbuizen te Parijs. De oogenblikken van vertrek en aankomst van het geluid werden bepaald door den chronograaf. Eene (door electromagnetische werking) aan het trillen gehouden stemvork beschreef de bekende golflijn op een draaienden cilinder. Daarnaast beschreef een stiftje, dat aan het uiteinde van een draaibaren hefboom bevestigd was, eene lijn, evenwijdig met de evenwichtslijn AL (fig. 140). De oogenblikken van vertrek en aankomst van het geluid werden aangewezen, doordat caoutchoucvliezen, die het begin en het einde der buisleiding afsloten, aan het medetrillen geraakten; dientengevolge werd een galvanische stroom gesloten, die dan door electromagnetische werking het stiftje kortstondige zijdelingsche bewegingen deed maken. Daar het trillingsgetal der stemvork bekend was, kon Regnault uit het aantal bochten, die de

stemvork tusschen de beide bewegingen van het stiftje op den cilinder geteekend had, den tijd en daaruit de voortplantingssnelheid afleiden.

Regnault heeft op deze wijze het proefondervindelijk bewijs der in § 514 besproken betrekkingen kunnen leveren.

Voor een hevigen knal is de voortplantingssnelheid in de onmiddellijke nabijheid van de plaats, waar het geluid ontstaat, veel grooter dan de bovengenoemde waarde.

594. Colladon en Sturm hebben de voortplantingssnelheid van het geluid in *water direct* gemeten in het meer van Genève. Zij bepaalden door chronometers het oogenblik, waarop eene klok onder water aangeslagen werd, en het oogenblik, waarop het geluid op eene verwijderde plaats vernomen werd (door middel eener gehoorbuis, waarvan het wijdere, door eene veerkrachtige plaat gesloten einde onder water gehouden werd). De uitkomst (143700 kines bij eene temperatuur van 8^0) komt vrijwel overeen met die in § 512 vermeld.

595. *Indirect* kan de voortplantingssnelheid van het geluid gevonden worden door bepaling van het trillingsgetal en van de golflengte van een willekeurigen toon volgens de form. $c = n\, l$.

Het *trillingsgetal* vindt men met behulp van het rad van Savart of de sirene, nadat men den toon dezer toestellen opgevoerd heeft tot de hoogte van den gegeven toon. Ook kan men van den sonometer gebruik maken (§ 568, slot).

Voor *vaste* lichamen (staven) bepaalt men de *golflengte* van den toon, dien zij geven, als zij op de wijze van de trillingsbuis van Kundt aan het trillen gebracht zijn (*T*, fig. 166). De golflengte is dan gelijk aan de lengte der staaf.

Voor *gassen* bepaalt men de golflengte door de proef van Kundt; de helft der golflengte is gelijk aan den afstand van twee op elkaar volgende ophoopingen van het poeder in de golfbuis. Men kan zich ook van orgelpijpen bedienen, die na met het gas gevuld te zijn in trilling gebracht worden; men *moet dan echter niet van den grondtoon gebruik maken* (verg. § 585), maar van een der boventonen, waarvan men de plaatsen der knoopen of buiken *proefondervindelijk* bepaald heeft; de afstand van twee op elkaar volgende knoopen of buiken is de helft der golflengte.

596. Dat de voortplantingssnelheid *onafhankelijk* is van de hoogte en van den klank der tonen, volgt uit het feit, dat gelijktijdig voortgebrachte tonen ook op grooten afstand gelijktijdig gehoord worden (concerten).

597. De *rechtlijnige* voortplanting van het geluid volgt uit § 539. Een ander bewijs levert de terugkaatsing van het geluid, die alleen verklaard kan worden, indien men aanneemt, dat de voortplanting rechtlijnig geschiedt (verg. § 599).

Bij het licht heeft de rechtlijnige voortplanting de vorming van *schaduw* achter ondoorzichtige lichamen ten gevolge. Dat een soortgelijk verschijnsel bij het geluid zich niet in die mate voordoet, is gedeeltelijk toe te schrijven aan het feit, dat de meeste lichamen, waarvan men geneigd is aan te nemen, dat zij het geluid niet doorlaten, dit toch doen. Daarbij komt, dat een luchtdeeltje aan den rand van een vasten wand, als het door eene trilling aangedaan wordt, een nieuwe trillingsbron is, die golven naar alle kanten, ook achter den wand, uitzendt. De zijdelingsche verspreiding der groote geluidsgolven wordt echter door interferentie niet zoo volkomen tegengewerkt, als die der uiterst kleine lichtgolven.

598. De hoogte van een geluid *verandert*, terwijl de afstand tusschen geluidsbron en waarnemer grooter of kleiner wordt. Als beide tot elkaar naderen, worden de luchtgolven, die het oor bereiken, als het ware in de richting harer lengte ineengedrongen, verkort; daardoor wordt het aantal trillingen, die het oor per seconde ontvangt, grooter, de toon dus hooger. Als de geluidsbron en de waarnemer zich van elkaar verwijderen, heeft het tegenovergestelde plaats (Doppler).

Het geluid van de fluit eener naderende locomotief is hooger, dat van eene zich verwijderende lager dan dat eener stilstaande (Buys Ballot). Vergelijk de proef aan het slot van § 602.

IV. Terugkaatsing van het geluid.

599. Voor de *terugkaatsing* van het geluid gelden de reeds in § 541 en 542 afgeleide wetten. Men kan dit proefondervindelijk aantoonen door twee parabolische spiegels zoodanig te plaatsen, dat de assen samenvallen. Geluidsgolven, die in het brandpunt van een der spiegels ontstaan (tikkend uurwerk), worden door dezen evenwijdig met de as teruggekaatst, vallen op den tweeden spiegel en worden door dezen nogmaals teruggekaatst en in zijn brandpunt vereenigd.

Gewelven van ellipsoïdischen vorm concentreeren het in het ééne brandpunt voortgebrachte geluid in het andere brandpunt.

600. Door de terugkaatsing van het geluid ontstaat de *echo*. Daar wij slechts ongeveer tien op elkaar volgende geluiden per seconde afzonderlijk kunnen waarnemen, moet de terugkaatsende wand zoo ver van ons verwijderd zijn, dat het teruggekaatste geluid minstens $^1/_{10}$ seconde later dan het heengaande ons oor bereikt. Is de

voortplantingssnelheid van het geluid in de lucht 34000 kines, dan moet de afstand van den wand minstens zijn $\frac{34000}{2 \times 10} = 1700$ cM.

Meervoudige echo's. — Is de afstand van den waarnemer tot den wand kleiner, dan valt de waarneming van het teruggekaatste geluid gedeeltelijk samen met die van het oorspronkelijke (*nagalm*).

V. Interferentie van het geluid.

601. Door interferentie kunnen twee geluiden elkaar versterken of verzwakken; dit hangt af van het verschil in phase, dat zij hebben op het oogenblik, waarop zij ons oor bereiken. Is het verschil in phase van twee (enkelvoudige) tonen $^1/_2$, dan kan het geluid bij gelijke intensiteit der beide tonen zelfs geheel vernietigd worden.

Leidt men het geluid eener stemvork in eene van de openingen der interferentiebuis van Quincke, dan zal voor een oor aan de andere opening het geluid geheel uitgedoofd worden, als het verschil der beide wegen *bcd* en *bed* gelijk is aan $^1/_2$, $^3/_2$ enz. golflengten van den toon der stemvork. Vervangt men de stemvork door eene opene pijp, waarvan de grondtoon dezelfde hoogte heeft, dan wordt bij uitdooving van den grondtoon de eerste harmonische boventoon waargenomen, omdat dan voor dezen het verschil der beide wegen een geheel aantal (1, 3 enz.) golflengten bedraagt.

602. Planten zich twee geluiden, waarvan het eene per seconde ééne trilling meer maakt dan het andere, langs dezelfde rij moleculen voort, dan zal elke molecule, die *op een bepaald oogenblik* de grootste afwijking bezit (omdat de phasen van beide trillingen gelijk zijn), een halve seconde later de kleinste afwijking vertoonen (omdat dan bij deze molecule de beide trillingen een verschil in phase $= ^1/_2$ hebben). Een oor waarop de trillingen dezer rij overgebracht worden, zal dus met tusschenpoozen van een halve seconde afwisselend versterkingen en verzwakkingen van het geluid waarnemen, die geleidelijk in elkaar overgaan.

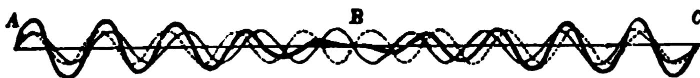


fig. 177.

In fig. 177 is de dikke lijn de graphische voorstelling der beweging (gedurende 1 seconde) van eene molecule, die gelijktijdig door twee enkelvoudige trillingen van 9 (dunne uitgetrokken lijn) en van 10 (gestippelde lijn) trillingen per seconde aangedaan wordt. Beginnen beide trillingen met gelijke phase (*A*), dan is na 1 seconde de phase wederom gelijk (*C*); na $^1/_2$ seconde (*B*) hebben zij een verschil in phase $= ^1/_2$.

Is het verschil der beide trillingsgetallen *n*, dan neemt men in elke seconde *n* versterkingen en *n* verzwakkingen waar. Versterkin-

gen en verzwakkingen vormen de *zwevingen*, de eerste alleen noemt men *stooten*.

Zijn de intensiteiten der beide tonen gelijk, dan is het geluid op het oogenblik der grootste versterking 4 maal zoo sterk, dan dat van een der tonen (§ 557); terwijl het op het oogenblik der grootste verzwakking geheel verdwijnt.

Proeven met twee op klankkasten geplaatste stemvorken, of met twee snaren van een monochord, of met twee orgelpijpen, waarvan telkens de trillingsgetallen slechts weinig verschillen. Maakt men het verschil grooter, door aan de beenen der lagere stemvork een weinig was te bevestigen, door de lagere snaar iets minder te spannen, door het (open) boveneinde of de mondopening der lagere pijp gedeeltelijk te bedekken, dan vermeerdert het aantal zwevingen per secondo.

Beweegt men de hoogere stemvork naar den waarnemer toe of de lagere van den waarnemer af, dan vermeerdert het aantal zwevingen per seconde; door bewegingen in tegenovergestelde richtingen vermindert het (§ 598).

603. Volgens de onderzoekingen van Helmholtz zijn de zwevingen de oorzaak van den *wanklank*, dien het gelijktijdig voortbrengen van twee tonen kan doen ontstaan.

Helmholtz achtte het waarschijnlijk, dat elk der Corti'sche vezelen niet, zooals een sterk gespannen snaar, slechts met *een* bepaalden toon kan medetrillen, maar met vele, dicht bij elkaar gelegen tonen. Daaruit volgt, dat een enkelvoudige toon niet eene enkele vezel doet medetrillen, maar eene groep van vezels, en wel elke vezel der groep des te sterker, naarmate zij dichter bij het midden der groep gelegen is [1]). Verschilt de hoogte van twee (enkelvoudige) tonen zoo weinig, dat bepaalde Corti'sche vezelen door beide tonen te gelijk worden aangedaan, dan verkrijgen deze niet de regelmatige periodieke beweging, die beantwoordt aan een gelijkmatig klinkenden toon, maar hare bewegingen worden door de zwevingen telkens afgebroken, en dit schijnt de gehoorzenuw meer te vermoeien, dan onafgebroken trillingen. Bereikt het aantal zwevingen per seconde het getal 33, dan ontstaat door deze voortdurende veranderingen van de intensiteit der beweging eene oneffenheid van het geluid, die den meest hinderlijken wanklank geeft.

Dit is in het midden der toonschaal het geval bij het interval van een halven toon.

Wordt het aantal zwevingen per seconde veel kleiner of veel grooter dan het genoemde getal, dan wordt de wanklank minder hinderlijk. Tonen die slechts enkele zwevingen per seconde voortbrengen, worden in de muziek

---

[1]) Alleen daardoor wordt het verklaarbaar, dat wij in staat zijn, geluiden van eene willekeurige toonhoogte waar te nemen; want het aantal Corti'sche vezelen is beperkt (eenige duizend).

gebezigd tot het bereiken van een bepaald effect. — Overgang van het harmonische interval der prime (1 : 1) tot een wanklank bij gedurige verandering van het aantal zwevingen.

In de lage gedeelten der toonschaal treft men intervallen, die harmonisch zijn (terts, quart, quint) en die toch eveneens ongeveer 33 zwevingen geven. Dat hierbij geen wanklank ontstaat, verklaart Helmholtz door aan te nemen, dat de beide groepen van Corti'sche vezelen, waarvan elke door één der tonen aangedaan wordt, zoo ver van elkaar liggen, dat geene vezelen door beide tonen te gelijk aangedaan worden.

604. Zijn twee tonen niet enkelvoudig, dan kunnen ook de boventonen onderling zwevingen geven. — Helmholtz heeft aangetoond, dat in de zwevingen der boventonen de oorzaak van de meerdere of mindere welluidendheid der verschillende intervallen (§ 549) moet gezocht worden. Hoe lager in de reeks der harmonische tonen van twee muzikale geluiden die tonen liggen, welke zwevingen geven, en hoe grooter de intensiteiten dier tonen zijn, des te sterker wordt de oneffenheid en des te geringer de harmonie van het interval.

Bij gelijke hoogte der grondtonen vallen ook de boventonen van beide twee aan twee samen. Voor de overige intervallen zal men met behulp van fig. 178 kunnen nagaan, welke boventonen hinderlijke zwevingen (wanklank) kunnen veroorzaken. Boven elk der beide tonen van een interval zijn de lagere harmonische boventonen (kwartnoten) aangegeven. Men zal vinden, dat de boven genoemde regel voor de rangschikking der verschillende intervallen naar hunne welluidendheid inderdaad de volgorde levert, die in § 549 aangewezen is.

De disharmonie van twee muzikale geluiden, waarvan de grondtonen te ver van elkaar liggen, om dezelfde Corti'sche vezelen aan te doen, moet toegeschreven worden aan de zwevingen, die de grondtoon en de boventonen van het hoogere geluid met de *boventonen* van het lagere maken. Zoo wordt b.v. de wanklank bij de intervallen der *septime* (*C*—*B*) of *none* (*C*—*d*) veroorzaakt door de zwevingen, die de septime (*B*) of none (*d*) met den eersten boventoon (*c*) der prime (*C*) maken enz. — Worden de genoemde intervallen voortgebracht door enkelvoudige tonen (zonder boventonen), dan ontstaat geen disharmonie.

605. Is een interval niet volkomen zuiver, dan geven die harmonische tonen, welke in het zuivere interval gelijke hoogte zouden

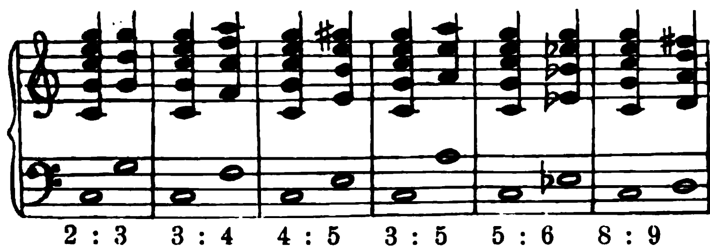


fig. 178.

hebben, wederom zwevingen, b. v. de tweede boventoon der prime en de eerste der quint. Door de hoogte van een der tonen zoo te veranderen, dat deze zwevingen verdwijnen, verkrijgt men het zuivere interval. — Stemmen der muziekinstrumenten.

Als bij het interval eener quint de hoogere toon 1 trilling meer of minder maakt, dan zijn trillingsgetal bij zuivere stemming zou bedragen, dan maakt de eerste boventoon 2 trillingen te veel of te weinig, en zal dus met den tweeden boventoon der prime 2 zwevingen per seconde geven. Bij hoogere boventonen wordt dit aantal nog grooter. De zwevingen der boventonen worden zelfs bij geringen graad van onzuiverheid als eene oneffenheid in den klank waargenomen.

Let men op het in § 604 gezegde, dan zal het nu duidelijk zijn, waarom eene onzuiverheid bij het interval eener octaaf veel hinderlijker is dan bij andere intervallen (§ 554).

De onzuiverheid van intervallen, die door enkelvoudige tonen gevormd worden (stemvorken, wijde gesloten orgelpijpen) is wegens de afwezigheid van boventonen, die zwevingen zouden kunnen geven, minder hinderlijk dan bij geluiden met boventonen. Om dezelfde reden is ook het stemmen moeielijker.

606. Als de trillingen van twee tonen, die in een lichaam gelijktijdig ontstaan, niet voldoen aan de voorwaarde, dat de uitwijkingen zoo klein moeten blijven, dat de daardoor veroorzaakte *veranderingen* van dichtheid ten opzichte van de dichtheid van het trillende lichaam zelf kunnen verwaarloosd worden — eene voorwaarde, waarop de samenstelling van trillingen berust — dan heeft de samengestelde trilling van het lichaam zoo plaats, alsof behalve de oorspronkelijke trillingen ook nog twee andere trillingen medewerken, waarvan de trillingsgetallen gelijk zijn aan het *verschil* en aan de *som* van de trillingsgetallen der gegeven tonen. Het oor neemt dan behalve de beide oorspronkelijke tonen nog twee andere tonen waar, waarvan de hoogten bepaald worden door de som en door het verschil van het aantal trillingen der gegeven tonen. Deze tonen heeten *combinatietonen* (Helmholtz); de *verschiltoon* is gemakkelijker waar te nemen dan de *somtoon*.

Proeven met de sirene.

Ook de combinatietonen kunnen zwevingen geven met die harmonische tonen der oorspronkelijke geluiden, welke ongeveer dezelfde hoogte hebben als de combinatietonen Deze hebben dus eveneens invloed op de meerdere of mindere welluidendheid van een interval. Bij onzuiverheid van een interval hebben de zwevingen van combinatietonen en boventonen eene overeenkomstige uitwerking, als die van boventonen onderling (§ 605).

INLEIDING.

607. *Warmte* noemen wij de *gewaarwording*, die wij ondervinden, wanneer wij ons in de nabijheid eener brandende kachel plaatsen, wanneer wij een lichaam aanraken, dat eenigen tijd aan de stralen der zon is blootgesteld geweest, enz. Maar ook de *oorzaak* dezer gewaarwording wijst men met denzelfden naam (warmte) aan; deze oorzaak, niet de gewaarwording zelve, is het onderwerp van de »leer der Warmte" in de Natuurkunde.

Vroeger meende men, dat de warmte eene stof zonder gewicht was, die men in een lichaam moest brengen om het te »verwarmen"; tegenwoordig beschouwt men de warmte als een *vorm van energie*, welke de lichamen bezitten tengevolge van beweging hunner moleculen of atomen.

Volgens deze hypothese is de warmte, die wij bij een lichaam waarnemen, de *kinetische energie* zijner kleinste deeltjes; zij moet dus voor elk dier deeltjes kunnen worden uitgedrukt door de formule $\frac{1}{2} mc^2$, als m de massa en c de snelheid van het deeltje voorstelt; voor het lichaam dus door $\Sigma \frac{1}{2} mc^2$.

Reeds in § 265 is er op gewezen, dat het ontstaan van warmte door arbeid en het voortbrengen van arbeidsvermogen door warmte het waarschijnlijk maken, dat warmte een vorm van energie is. Wij zullen later de gronden leeren kennen, waarop deze *mechanische theorie der warmte* steunt.

De aard der bewegingen, die de kleinste deeltjes van een lichaam kunnen bezitten, is afhankelijk van den graad van cohaesie van het lichaam. Eene molecule, die in beweging gebracht is, tracht zich eenparig en rechtlijnig te bewegen; de krachten, die door de naburige moleculen er op uitgeoefend worden, zullen echter den aard der beweging veranderen. De moleculen van een vast lichaam kunnen zich alleen bewegen in gesloten banen, zóo dat de molecule hare gemiddelde plaats in het lichaam behoudt.

Bij eene vloeistof stelt men zich voor, dat eene molecule zich tusschen de naburige moleculen dóór kan bewegen; bij gassen, dat zij zich in eene rechte lijn (eigenlijk in eene parabool, ten gevolge van de werking der zwaartekracht) beweegt, totdat zij tegen eene andere molecule of tegen een wand botst en teruggeworpen wordt alsof zij een veerkrachtig lichaam was.

608. Later zal blijken, dat de moleculen van *alle* lichamen in beweging zijn; alle lichamen zijn dus meer of minder warm. »Koude," als eene van warmte verschillende eigenschap der lichamen, kent men in de Natuurkunde dus niet. Natuurkundig beschouwd, zou een *koud* lichaam een lichaam zijn, waarvan de moleculen zich niet bewegen.

In het dagelijksch leven spreekt men zoowel van warmte als van koude: deze uitdrukkingen hebben dus slechts eene relatieve beteekenis. Het zijn alleen tegenstellingen ten opzichte van het punt, waarvan men bij de beschouwingen uitgaat. Vergelijk de beteekenis der begrippen hoogte en diepte.

609. Evenals twee vloeistoffen van gelijk soortelijk gewicht in twee communiceerende vaten alleen dan in evenwicht verkeeren, wanneer zij gelijke hoogten hebben, ook al zijn de doorsneden der vaten en dus de hoeveelheden der vloeistoffen in beide ongelijk, zoo kunnen ook de hoeveelheden warmte in twee lichamen, die met elkander in aanraking zijn, in evenwicht verkeeren, zonder dat de beide hoeveelheden gelijk behoeven te zijn. Dit is het geval, indien de *gemiddelde kinetische energie* der moleculen bij beide lichamen even groot is. Er heeft dan geen *overgang* van warmte van het éëne naar het andere lichaam plaats; men zegt in dit geval, dat de *temperatuur* der lichamen gelijk is.

Uit hetgeen in § 607 over de beweging der moleculen gezegd is, volgt, dat op hetzelfde oogenblik de snelheden der verschillende moleculen van een lichaam niet gelijk kunnen zijn; daarom wordt de temperatuur van het lichaam bepaald door de *gemiddelde* kinetische energie zijner moleculen. Botsen bij aanraking van twee lichamen, waarvan de gemiddelde kinetische energie der moleculen gelijk is, de moleculen in de grensvlakken der lichamen tegen elkaar, dan kan een *blijvende* overgang van kinetische energie van het eene lichaam naar het andere niet plaats hebben.

610. Als echter de *gemiddelde kinetische energie der moleculen* van een lichaam verschilt van die der moleculen van een ander lichaam, dan moet bij aanraking het eene lichaam kinetische energie (warmte) aan het andere afgeven, ook al is de totale hoeveelheid energie van (alle moleculen van) het eerste lichaam kleiner dan die van het tweede. In dit geval zegt men, dat het eerste lichaam eene *hoogere temperatuur* heeft dan het tweede.

De *overgang van warmte wordt dus veroorzaakt door het verschil in temperatuur* van twee lichamen, niet door het verschil in de hoeveelheid warmte. Evenzoo heeft bij communiceerende vaten strooming van vloeistof van het eene naar het andere vat plaats alleen ten gevolge van het verschil in hoogte der vloeistofspiegels, niet ten gevolge van het verschil der hoeveelheden vloeistof in beide vaten.

Brengt men twee lichamen van verschillende temperaturen met elkaar in aanraking, dan heeft overgang van warmte van het eene naar het andere lichaam plaats, *totdat beide dezelfde temperatuur hebben.*

Hetzelfde geldt voor den overgang van warmte door straling (§ 814).

611. Leggen wij de hand op een lichaam, dat eene hoogere temperatuur heeft dan de hand, zoo gaat kinetische energie van de moleculen van het lichaam over op de moleculen der hand; is de temperatuur van het lichaam lager dan die der hand, dan heeft het omgekeerde plaats. In het eerste geval ondervinden wij de gewaarwording van warmte, in het tweede die van koude. Hoe het komt, dat wij den overgang van de kinetische energie der moleculen op onze gevoelszenuwen als „*warmte*" bespeuren, kunnen wij evenmin verklaren als het feit, dat de op onze gehoorzenuw overgaande energie eener trilling in ons de gewaarwording van geluid opwekt.

612. Het oordeel, dat wij ons omtrent de temperatuur van een lichaam vormen door onze gewaarwording bij aanraking van het lichaam, is niet altijd vertrouwbaar, ja zelfs meestal onjuist. Verschillende omstandigheden, lichamelijke en zelfs psychische toestanden, waarin wij verkeeren, oefenen daarop invloed uit.

Door aanraking van een lichaam van bepaalde temperatuur kunnen wij de gewaarwording van warmte, maar ook die van koude ondervinden, naarmate de temperatuur onzer hand lager of hooger is dan die van het lichaam. Verschil in gewaarwording, als wij de hand eerst in koud en daarna in lauw water dompelen, en als wij ze eerst in warm en daarna in lauw water brengen.

Tot een juister oordeel omtrent de temperatuur der lichamen geraken wij door gebruik te maken van den *thermometer* (thermē = warmte), een toestel, die berust op de *veranderingen van volumen, die alle lichamen vertoonen bij vermeerdering of vermindering hunner warmtehoeveelheid.* In verreweg de meeste gevallen heeft de vermeerdering der warmte eene uitzetting, de vermindering eene inkrimping der lichamen ten gevolge.

De thermometer moet uiterst kleine veranderingen van volumen door verwarming nog met nauwkeurigheid kunnen aantoonen. Men gebruikt meestal den kwikthermometer (zie § 661). Men laat den thermometer zoo lang in aanraking met het lichaam, welks *temperatuur* men wenscht te bepalen, totdat de stand van het kwik niet meer verandert. Daar het volumen van het kwik van den thermometer in eene bepaalde betrekking staat tot de hoeveelheid warmte, die het bevat, en deze wederom tot zijne temperatuur, zoo kan men de temperatuur van den thermometer (en de hieraan gelijke temperatuur van het lichaam, waarmede hij in aanraking is) bepalen door den *stand* op te geven, dien het kwik ingenomen heeft.

Om te verkrijgen, dat bij alle thermometers eene bepaalde temperatuur door hetzelfde getal wordt uitgedrukt, maakt men gebruik van het feit, dat een thermometer, die achtereenvolgens geplaatst wordt in smeltend ijs en in stoom van water, dat bij een luchtdruk van 76 cM kookt, altijd en overal dezelfde standen van het kwik vertoont. Den eersten stand duidt men volgens Celsius aan door het cijfer 0, den tweeden door het cijfer 100; den inhoud der glazen buis tusschen beide standen verdeelt men in 100 gelijke deelen; de verdeeling wordt boven het cijfer 100 en onder het cijfer 0 voortgezet. Staat het kwik bij het cijfer *n* boven of onder het *nulpunt*, dan zegt men, dat de temperatuur van den thermometer n^0 of $-n^0$ is.

Door den thermometer meet men dus alleen de temperatuur van een lichaam, niet de hoeveelheid warmte, die het bevat.

Voorloopig zullen wij aannemen, dat *de veranderingen van stand van den thermometer evenredig zijn met de veranderingen zijner temperatuur*. Wij zullen later zien, in hoever deze onderstelling juist is.

613. De warmte, die men aan een lichaam mededeelt, bewerkt in het algemeen niet uitsluitend de verhooging van temperatuur (vermeerdering van kinetische energie der moleculen of atomen); een gedeelte der medegedeelde energie verricht anderen arbeid, zoodra *uitzetting*, *smelting*, *verdamping*, *oplossing* en *splitsing der moleculen in atomen of groepen van atomen* zich tengevolge van de verwarming voordoen.

Bij de genoemde veranderingen moeten de aantrekkende krachten, die de moleculen (of atomen) op elkaar uitoefenen, overwonnen worden; de warmte verricht dus hierbij arbeid, dien men *inwendigen arbeid* noemt; zij deelt arbeidsvermogen in den vorm van *potentiëele energie* aan de moleculen (atomen) mede.

Bij uitzetting wordt de uitwendige druk, waaronder een lichaam verkeert (b. v. de luchtdruk) over zekeren afstand overwonnen; de

warmte verricht hierbij *uitwendigen arbeid*; zij deelt *potentiëele energie* aan de *omgeving* van het lichaam mede.

Slechts het gedeelte der aan een lichaam medegedeelde warmte, dat tot vermeerdering van de kinetische energie der moleculen of atomen dient, is door middel van den thermometer waar te nemen. De overige gedeelten gaan over in eene hoeveelheid arbeidsvermogen, die volgens de wet van het behoud van arbeidsvermogen met de verbruikte warmte *aequivalent* (gelijkwaardig) moet zijn. De voor inwendigen arbeid verbruikte warmte komt weer als warmte te voorschijn bij veranderingen, die tegenovergesteld zijn aan de bovengenoemde, dus bij stollen, verdichten, uitscheiden van kristallen uit oplossingen enz.; de voor uitwendigen arbeid verbruikte warmte komt weer als warmte te voorschijn bij vermindering van volumen.

De warmte, die men aan een lichaam moet mededeelen, om zijne *temperatuur te verhoogen*, bedraagt dus *meer* dan de hoeveelheid, die voor de vermeerdering van de *kinetische energie der moleculen* noodig is; behalve in die gevallen, waarbij geen inwendige en uitwendige arbeid verricht wordt, omdat de cohaesie verwaarloosd kan worden en geen uitwendige drukking moet overwonnen worden b.v. bij de verwarming van gassen, als de uitzetting belet wordt (dus bij standvastig volumen).

HOOFDSTUK I.

Verandering van het volumen der lichamen door verwarming en afkoeling.

614. Op enkele uitzonderingen na verkrijgen de lichamen door *verwarming* een *grooter volumen*; door *afkoeling* tot de vroegere temperatuur herkrijgen zij het *aanvankelijke* volumen.

De uitzetting der lichamen tengevolge van de verhooging hunner temperatuur is een noodzakelijk gevolg van de vermeerdering van de gemiddelde snelheid der moleculen. Daardoor zullen hunne banen en dus ook hunne onderlinge afstanden grooter worden.

a) Het ééne uiteinde eener staaf is vastgeklemd; het andere is vrij en drukt tegen den korten arm van een hefboom, waarvan de lange arm zich als een wijzer over een verdeelden cirkelboog bewegen kan. Wordt de staaf verwarmd, dan wordt de verplaatsing van het vrije uiteinde vergroot aangewezen door den wijzer. (Toestel van Musschenbroek).

Bij gelijke verhooging van temperatuur zetten ongelijksoortige staven van gelijke lengte niet even veel uit.

b) Een dunne metaaldraad wordt in horizontalen stand met de uiteinden vastgeklemd en in het midden door een gewichtstuk bezwaard. Bij verwarming van den draad daalt het gewichtstuk.

c) Een koperen ring, waarvan de inwendige middellijn even groot is als die van een koperen bol, zoodat de bol juist door den ring heen geschoven kan worden, laat den bol niet meer door, nadat men dien verwarmd heeft. — Verwarmt men ring en bol tot *dezelfde* temperatuur, dan blijkt, dat de middellijnen wederom gelijk zijn ('s Gravesande).

De laatstgenoemde proef bewijst, dat de inwendige middellijn van den ring door verwarming even veel toeneemt als de middellijn eener even groote schijf, die van dezelfde stof vervaardigd

is. Hieruit leidt men af, dat door verwarming *de inhoud van een vat even veel grooter wordt als een lichaam van dezelfde stof, waarvan het volumen gelijk is aan den inhoud van het vat.*

d) Een holle glazen bol, waaraan eene nauwe glazen buis gesmolten is (verg. fig. 181), bevat zooveel vloeistof, dat de buis nog gedeeltelijk gevuld is. Dompelt men den toestel in warm water, dan ziet men aanvankelijk de vloeistof in de buis dalen (ten gevolge van de uitzetting van het glas); daarna rijst de vloeistof boven haar oorspronkelijken stand. *Vloeistoffen zetten zich bij gelijke verhooging van temperatuur sterker uit dan vaste lichamen.*

e) Een vat van den in fig. 181 en 182, *a*, aangeduiden vorm bevat lucht (of een ander gas), door een kwikdruppel, dien men in de buis gebracht heeft, van de buitenlucht afgesloten. Door verwarming der afgesloten lucht wordt de kwikdruppel snel naar het open einde der buis gedreven.

Gassen zetten zich bij gelijke verhooging van temperatuur sterker uit dan vloeistoffen.

615. Heeft men op de buis van den toestel (*d* of *e*) eene schaalverdeeling aangebracht, zoodat men kan aflezen, hoe groot bij 0^0 het volumen (cM^3) van de vloeistof of van het gas in den toestel is, dan zal bij t^0 het aantal afgelezen cM^3 niet het *ware* volumen dezer lichamen voorstellen, omdat de inhoud van het vat toegenomen is. Het bij t^0 afgelezen volumen noemt men het *schijnbare volumen der vloeistoffen of gassen in glas bij de temperatuur* t^0.

I. Bepaling der uitzetting van vaste en vloeibare lichamen.

616. Als men de *uitzetting van vaste lichamen* slechts in ééne richting (lengte) beschouwt, spreekt men van *lineaire* uitzetting.

Is de uitzetting *regelmatig*, d. i. evenredig met de verhooging van temperatuur, dan noemt men *coëfficient van lineaire uitzetting de vermeerdering van lengte (in cM), die de eenheid van lengte (1 cM) ondergaat bij verwarming van* 0^0 *tot* 1^0.

Is L_0 de lengte eener staaf bij 0^0, en λ de coëfficient van lineaire uitzetting, dan is de *verlenging* der staaf bij verwarming van 0^0 tot t^0

$$l = L_0 \lambda t. \qquad 141$$

Bij t^0 is dus de *lengte* der staaf

$$L_t = L_0 + L_0 \lambda t = L_0 (1 + \lambda t). \qquad 142$$

Den factor $(1 + \lambda t)$ noemt men het *dilatatie-binomium* voor de temperatuur t^0. (Dilatatio = uitzetting).

617. Men kan den coëfficient van lineaire uitzetting λ bepalen, als men L_0, L_t en t kent (form. 142). De methode, die Lavoisier en Laplace hiervoor gevolgd hebben, berust op de proef van § 614, *a*. De staaf AB (fig. 179) wordt horizontaal (op rolletjes R) zoo in een bak G geplaatst, dat het éene uiteinde A tegen een vasten wand W steunt en het andere uiteinde B tegen den arm van een hefboom CB drukt. De uitzetting der staaf geschiedt dientengevolge alleen in de richting van A naar B. Met den hefboom draait om dezelfde as C een kijker K. Men richt de proef zoo in, dat, als de staaf de temperatuur 0^0 heeft (wat men verkrijgen kan door haar met smeltend ijs te omgeven), de hefboom CB verticaal staat en de vizierlijn van den kijker horizontaal gericht is; men neemt dan door den kijker het punt E eener verwijderde schaal waar. Vervangt men nu het ijs door eene vloeistof van de standvastige temperatuur t^0 (kokend water, verhitte olie enz.), dan wordt de lengte der staaf $= AD$; daardoor verkrijgt de hefboom den stand CD, en men ziet door den kijker het punt F der schaal. Nu is $\triangle\ CBD \backsim \triangle\ CEF$, waaruit volgt $BD : CB = EF : CE$. De verlenging is $l = BD = \frac{CB \times EF}{CE}$ en de coëfficient van lineaire uitzetting $\lambda = \frac{l}{L_0\, t} = \frac{CB \times EF}{CE \times AB \times t}$.

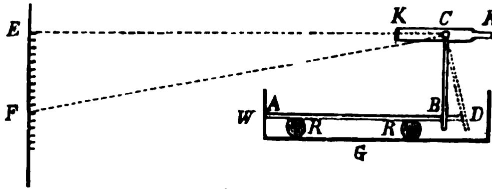


fig. 179.

De lengte van den hefboom CB, den afstand CE van de draaiingsas van den kijker tot de schaal en de lengte der staaf bij 0^0 (AB) vindt men door meting; EF wordt direct afgelezen.

De kijker dient als lange arm van een hefboom (verg. § 614 *a*).

Andere (nieuwere) methoden ter bepaling van λ veroorlooven juistere waarnemingen, dan die van Lavoisier en Laplace; wij laten de beschrijving daarvan echter achterwege, daar zij minder eenvoudig zijn.

618. Verwarmt men bij deze proeven de staaf achtereenvolgens van 0^0 tot $t_1{}^0$, $t_2{}^0$ enz. en berekent men telkens op de aangegeven wijze de waarde van λ, dan vindt men, dat de verkregen waarden niet volkomen overeenstemmen, m. a. w. dat de verlenging niet

volkomen evenredig is met de temperatuursverhooging. Men noemt de voor de verhooging van temperatuur van 0^0 tot t^0 verkregen waarde van λ den *gemiddelden coëfficient van lineaire uitzetting tusschen* 0^0 *en* t^0.

Daar hieruit blijkt, dat het bedrag der uitzetting voor één graad temperatuursverschil afhankelijk is van de temperatuur, die een lichaam reeds heeft, zoo stelt men de bij deze proeven gevonden gemiddelde waarden $\lambda_1 = a + bt_1$, $\lambda_2 = a + bt_2$ enz., en tracht daaruit de voor elke stof constante waarden van a en b af te leiden. Zijn a en b voor eene stof bekend, dan kan men den gemiddelden coëfficient van lineaire uitzetting tusschen 0^0 en eene willekeurige temperatuur t^0 — en daarmede de lengte eener staaf bij t^0 — berekenen.

Uit de proeven is gebleken, dat b een zeer klein getal is; men maakt dus geen groote fout, als men den gemiddelden uitzettingscoëfficient tusschen 0^0 en 100^0 voor alle niet zeer groote verhoogingen van temperatuur gebruikt.

Wij zullen dit in 't vervolg doen en den coëfficient van lineaire uitzetting kortweg door λ aanduiden.

Voor ijzer b.v. is $\lambda = 0{,}0000118$, voor koper $= 0{,}0000170$, voor zink $= 0{,}0000291$. — Men merke nog op, dat de coëfficient van lineaire uitzetting voor platina 0,0000088 ongeveer overeenkomt met dien voor verschillende glassoorten. Insmelten van platinadraden in glas.

619. *De lengten eener staaf bij de temperaturen* t_1^0 *en* t_2^0 *zijn evenredig met de dilatatie-binomia voor die temperaturen.* Immers uit form. 142 volgt:

$$L_1 : L_2 = (1 + \lambda t_1) : (1 + \lambda t_2). \qquad 143$$

De hieruit afgeleide formule

$$L_1 = L_2 \times \frac{1 + \lambda t_1}{1 + \lambda t_2} \qquad 144$$

stelt ons in staat, de lengte eener staaf bij eene willekeurige temperatuur te berekenen, als de lengte bij eene andere temperatuur bekend is. Het in form. 144 voorkomende quotient kan men, daar λ zeer klein is, bij benadering vervangen door $1 + \lambda\,(t_1 - t_2)$, als men namelijk in de uitkomst der deeling de termen, waarin λ tot de 2de, 3de enz. machten voorkomt, weglaat. (Verg. de aanmerking Deel I, bl. 186).

520. *Coëfficient van vlakte-uitzetting noemt men de vermeerdering van oppervlak (in* cM^2*), die de eenheid van oppervlak* ($1\ cM^2$) *ondergaat bij verwarming van* 0^0 *tot* 1^0.

Veronderstelt men dat een lichaam zich in alle richtingen gelijkmatig uitzet, zoo vindt men voor een vierkant (zijde bij $0^0 = L_0$, oppervlak bij $0^0 = O_0$, coëfficient van lineaire uitzetting $= \lambda$, coëfficient van vlakte-uitzetting $= \omega$) het oppervlak bij 1^0

$$O_1 = O_0 \ (1 + \omega) = L_0{}^2 \ (1 + \lambda)^2;$$

en, daar $O_0 = L_0{}^2$,

$$1 + \omega = (1 + \lambda)^2 = 1 + 2\lambda + \lambda^2,$$

of, λ^2 verwaarloozende,

$$\omega = 2\lambda. \qquad 145$$

Eene staaf, die bij 0^0 100 cM lang is, zal bij 1^0, als $\lambda = 0{,}0001$ is, eene vermeerdering van lengte $l = L_0 \lambda t = 100 \times 0{,}0001 \times 1 = 0{,}01$ cM ondergaan. Een vierkant van dezelfde stof, welks zijde bij 0^0 100 cM lang is, zal bij 1^0 eene vermeerdering van oppervlak $o = O_0 \omega t = 10000 \times 0{,}0002 \times 1 = 2$ cM² ondergaan.

621. *Coëfficient van kubieke uitzetting noemt men de vermeerdering van volumen (in cM^3), die de eenheid van volumen ($1\ cM^3$) ondergaat bij verwarming van 0^0 tot 1^0.*

Veronderstelt men dat het lichaam zich in alle richtingen gelijkmatig uitzet, zoo vindt men voor een kubus (ribbe bij $0^0 = L_0$, volumen bij $0^0 = V_0$, coëfficient van lineaire uitzetting $= \lambda$, coëfficient van kubieke uitzetting $= \alpha$) het volumen bij 1^0

$$V_1 = V_0 \ (1 + \alpha) = L_0{}^3 \ (1 + \lambda)^3;$$

en, daar $V_0 = L_0{}^3$,

$$1 + \alpha = (1 + \lambda)^3 = 1 + 3\lambda + 3\lambda^2 + \lambda^3.$$

Verwaarloost men de beide laatste termen, zoo is

$$\alpha = 3\lambda. \qquad 146$$

Een kubus, welks ribbe bij 0^0 100 cM lang is, zal, als $\lambda = 0{,}0001$ is, bij 1^0 eene vermeerdering van volumen $v = V_0 \alpha t = 1000000 \times 0{,}0003 \times 1 = 300$ cM³ ondergaan.

622. De betrekking $\omega = 2\lambda$ geldt niet alleen voor oppervlakken, die den vorm van een vierkant hebben, maar ook voor oppervlakken van willekeurigen vorm. Evenzoo geldt de formule $\alpha = 3\lambda$ niet alleen voor kuben, maar ook voor lichamen van willekeurige gedaante, mits zij slechts in alle richtingen gelijkmatig uitzetten. Voor die lichamen behoeven de coëfficienten ω en α dus niet afzonderlijk bepaald te worden.

Dit geldt niet voor anisotrope lichamen (§ 539), die zich in verschillende richtingen ongelijk uitzetten.

623. Voor de verandering van volumen door verwarming gelden de betrekkingen

$$V_t = V_0 (1 + \alpha t), \qquad 147$$

$$V_1 : V_2 = (1 + \alpha t_1) : (1 + \alpha t_2), \qquad 148$$

$$V_1 = V_2 \times \frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t_2} = V_2 \{ 1 + \alpha (t_1 - t_2) \}. \qquad 149$$

De in de laatste formule bedoelde vereenvoudiging kan bij *vaste* lichamen wegens de geringe waarde van α steeds toegepast worden.

624. Bij de berekening van de vermeerdering van inhoud, die een vat door verwarming ondergaat, kan men den inhoud van het vat vervangen door het volumen van een even groot lichaam van dezelfde stof, waaruit het vat vervaardigd is (§ 614, *c*). — Bij glazen vaten mag men echter den coëfficient van kubieke uitzetting niet uit den lineairen afleiden, omdat door de bewerking, die het glas bij de vervaardiging van vaten ondergaat, de uitzetbaarheid eenigszins gewijzigd wordt (Regnault). Men moet dus den coëfficient van kubieke uitzetting voor glazen vaten rechtstreeks bepalen; zie § 631 en 636.

---

625. Bij vloeistoffen (en ook bij gassen) heeft men alleen eene *kubieke* uitzetting.

De *uitzetting die men bij vloeistoffen waarneemt*, is slechts de *schijnbare*, niet de ware vermeerdering van volumen (§ 615). Let men niet op de verandering van inhoud van het vat, dan noemt men — indien de uitzetting der vloeistof evenredig mag gesteld worden met de temperatuursverhooging — *de schijnbare vermeerdering van volumen, die de eenheid van volumen der vloeistof ondergaat bij verwarming van* 0° *tot* 1°, *den schijnbaren uitzettings-coëfficient der vloeistof in dit vat.*

Vult eene bepaalde hoeveelheid vloeistof bij 0° V_0 afdeelingen, bij t_0 V_t afdeelingen van een vat, dan kan men dus stellen

$$V_t = V_0 (1 + \delta t), \qquad 150$$

als δ de schijnbare uitzettings-coëfficient der vloeistof in het vat is.

626. Zij nu Δ de *ware uitzettingscoëfficient der vloeistof* (d. i. de werkelijke vermeerdering van volumen, die de eenheid van volumen der vloeistof ondergaat bij verwarming van 0° tot 1°), dan is het *ware* volumen der vloeistof bij $t^0 = V_0(1 + \Delta t)$. Dit vult V_t of $V_0(1 + \delta t)$ afdeelingen van het vat. De *ware* inhoud dezer afdee-

lingen is echter, als γ de coëfficient van kubieke uitzetting van het vat is, $V_t\ (1+\gamma\, t)$ of $V_0\ (1+\delta\, t)\,(1+\gamma\, t)$. Door gelijkstelling van het ware volumen der vloeistof bij t^0 en den waren inhoud der gevulde afdeelingen van het vat verkrijgt men

$$V_0(1+\triangle\, t)=V_0(1+\delta\, t)\,(1+\gamma\, t),$$
$$1+\triangle\, t=1+\delta\, t+\gamma\, t+\delta\gamma\, t^2,$$
$$\triangle=\delta+\gamma+\delta\gamma\, t.$$

Daar men den laatsten term wegens de geringe waarden der factoren δ en γ verwaarloozen kan, vindt men de betrekking

$$\triangle=\delta+\gamma. \qquad 151$$

De ware uitzettingscoëfficient eener vloeistof is gelijk aan den schijnbaren uitzettingscoëfficient der vloeistof in een vat vermeerderd met den coëfficient van kubieke uitzetting van het vat.

627. Van deze drie grootheden is δ door directe waarneming te vinden (§ 625). Kende men nu ook nog γ, dan zou men met behulp van form. 151 den waren uitzettingscoëfficient der vloeistof kunnen vinden. Daar men bijna uitsluitend met glazen vaten te doen heeft, is dit echter wegens het in § 624 genoemde bezwaar niet mogelijk. Men tracht daarom den waren uitzettingscoëfficient $\triangle$ eener vloeistof te vinden door eene methode, waarbij de uitzetting van het vat geen invloed heeft, en bepaalt dan γ met behulp van $\triangle$.

628. De bedoelde methode is die *der communiceerende vaten*; zij wordt voornamelijk toegepast, om den *waren uitzettingscoëfficient van kwik* te bepalen (Dulong en Petit, Regnault). Zij berust op het hydrostatisch evenwicht van twee kwikkolommen van verschillende temperatuur, die zich in twee door eene nauwe buis verbonden vaten bevinden.

Door de uitzetting verandert de dichtheid (het soortelijk gewicht) van een (vast, vloeibaar of gasvormig) lichaam. Zijn D_0 en D_t de dichtheden van een lichaam bij de temperaturen 0^0 en t^0, de overeenkomstige volumina V_0 en V_t, dan is (form. 30)

$$D_t : D_0 = V_0 : V_t\ ;$$

maar
$$V_0 : V_t = 1 : (1+\triangle\, t),$$
derhalve
$$D_t : D_0 = 1 : (1+\triangle\, t),$$

$$D_t=\frac{D_0}{1+\triangle\, t}. \qquad 152$$

Men vult nu twee communiceerende vaten met kwik en geeft aan het kwik in het eene vat de standvastige temperatuur 0^0, aan

dat in het andere de standvastige temperatuur t^0. Zij h_0 de hoogte van het kwik in het eerste, h_t die van het kwik in het tweede vat (beide boven de nauwe verbindingsbuis gemeten), dan is de evenwichtsvoorwaarde (§ 315)

$$h_0 D_0 = h_t D_t = \frac{h_t D_0}{1 + \triangle t};$$

hieruit volgt:

$$1 + \triangle t = \frac{h_t}{h_0};$$

$$\triangle = \frac{h_t - h_0}{h_0 t}. \qquad 153$$

Daar de wijdte der communiceerende vaten geen invloed heeft op de evenwichtsvoorwaarde, *doet de uitzetting van het verwarmde vat niets ter zake.*

629. Herhaalt men de proef voor verschillende temperaturen, dat vindt men, dat de uitzetting van kwik niet volkomen evenredig is met de temperatuursverhooging. Kwik zet zich zelfs minder regelmatig uit, dan sommige vaste lichamen. Stelt men (verg. § 618) $\triangle = a + bt + ct^2$, dan volgt uit de onderzoekingen van Regnault, dat $a = 181163 \times 10^{-9}$, $b = 1155 \times 10^{-11}$ en $c = 21187 \times 10^{-15}$ is. Tusschen 0° en 100° kan men den uitzettingscoëfficient van kwik $= {}^1/_{5550}$ stellen.

---

630. Met behulp van den waren uitzettingscoëfficient van kwik kan men nu den *coëfficient van kubieke uitzetting van een glazen vat* rechtstreeks bepalen, en dezen wederom gebruiken, om de *uitzetting van andere vloeistoffen* en van *vaste lichamen* te meten. Men bezigt hiervoor twee toestellen, den *gewichtsthermometer* en den *dilatometer*.

631. De *gewichtsthermometer* is een glazen vat, waarvan de hals tot een nauw buisje uitgetrokken en omgebogen is (fig. 180). Nadat men door verwarming de lucht gedeeltelijk uit den toestel verwijderd heeft, dompelt men de opening van den hals in een bak met kwik; bij afkoeling krimpt de lucht in den toestel weer in en de overdruk der buitenlucht vult den toestel gedeeltelijk met kwik. Door het koken van dit kwik ontstaan kwikdampen, die de overgebleven lucht geheel uit den toestel verdrijven. Dompelt men nu de opening weer snel onder het kwik in



fig. 180.

den bak, dan wordt de geheele toestel gevuld. — Terwijl de opening in het kwik van den bak gedompeld blijft, laat men den toestel de temperatuur 0° aannemen; vervolgens brengt men hem, zonder dat er kwik uit kan loopen, op eene balans en maakt evenwicht. Na aftrekking van het bekende gewicht van den ledigen toestel vindt men nu het gewicht (de massa) P G van het kwik, dat den toestel bij 0° vult.

Men kent dus ook het *volumen van het kwik* en bijgevolg den *inhoud van den toestel* bij $0^\circ = \frac{P}{13{,}596}$ cM³.

Is γ de coëfficient van kubieke uitzetting van het glas, dan zal zijn inhoud bij t° zijn $\frac{P}{13{,}596}(1 + \gamma\, t)$ cM³.

Daar kwik meer uitzet dan glas, is bij t° p G kwik uit den toestel geloopen; p wordt wederom door de balans gevonden.

De overgebleven $(P - p)$ G hebben, daar bij t° de dichtheid van kwik $\frac{13{,}596}{1 + \Delta\, t}$ is (§ 628), het volumen $\frac{P-p}{13{,}596}(1 + \Delta\, t)$ cM³.

Door gelijkstelling van den inhoud van het glas bij t° en van het volumen van het overgebleven kwik bij t° vindt men, na vermenigvuldiging met 13,596,

$$P\,(1 + \gamma\, t) = (P - p)\,(1 + \Delta\, t). \qquad 154$$

Deze formule kan dienen

1) om bij bekende temperatuursverhooging den *coëfficient van kubieke uitzetting γ van het glas* te vinden;

2) om, als men γ eens voor altijd bepaald heeft, met behulp daarvan eene onbekende *temperatuur* te vinden.

632. Men kan de laatste formule ook schrijven (verg. § 626)

$$\frac{P}{P-p} = \frac{1 + \Delta\, t}{1 + \gamma\, t} = 1 + \delta t. \qquad 155$$

Deze formule kan dienen:

1) om bij bekende temperatuursverhooging den *schijnbaren uitzettingscoëfficient δ van kwik in glas* te vinden;

2) om, als men δ eens voor altijd bepaald heeft, met behulp daarvan eene onbekende *temperatuur* te vinden.

Men noemt den toestel gewichtsthermometer, omdat de bepaling der temperatuur volgens form. 154 en 155 geschiedt door middel van weging.

633. Heeft men door middel van de proef van § 631 den coëfficient van kubieke uitzetting van het glas bepaald, dan kan men op de aldaar beschreven wijze den gewichtsthermometer bij 0° met eene

willekeurige vloeistof vullen en door weging vinden, hoeveel de massa (Q G) dier vloeistof bedraagt en hoeveel vloeistof (q G) bij t^0 uit het vat geloopen is. Noemt men de dichtheid der vloeistof bij 0^0 D_0 en bij t^0 D_t, dan is:

de inhoud van het vat bij $0^0 = \frac{Q}{D_0}$ cM³;

de inhoud van het vat bij $t^0 = \frac{Q}{D_0} (1 + \gamma t)$ cM³;

het volumen der overgebleven vloeistof bij $t^0 = \frac{Q - q}{D_t}$ cM³.

Door gelijkstelling der beide laatstgenoemde waarden vindt men

$$\frac{Q}{D_0}(1 + \gamma t) = \frac{Q - q}{D_t},$$

of $$D_t : D_0 = (Q - q) : Q (1 + \gamma t); \qquad 156$$

en, daar voor *dezelfde vloeistofmassa* de dichtheden bij verschillende temperaturen omgekeerd evenredig zijn met de overeenkomstige volumina (verg. § 628),

$$V_t : V_0 = Q (1 + \gamma t) : (Q - q). \qquad 157$$

De formules 156 en 157 dienen, om de *dichtheid* en het *volumen eener willekeurige vloeistof bij* t^0 af te leiden uit de overeenkomstige grootheden bij 0^0.

634. Eindelijk kan men met dezen toestel ook den *coëfficient van kubieke uitzetting* α *van een vast lichaam* rechtstreeks bepalen (zonder gebruik te maken van den coëfficient van lineaire uitzetting λ). Voordat men den hals van den toestel uittrekt, wordt het vaste lichaam, welks gewicht P_1 G men bepaald heeft, in het vat gebracht. Door eene tweede weging vindt men het gewicht van den toestel en het lichaam. Nu vult men den toestel verder bij 0^0 met kwik en vindt door eene derde weging het gewicht P G van dit kwik.

Is D_0 de dichtheid van het vaste lichaam bij 0^0, dan is

het volumen van het lichaam bij $0^0 = \frac{P_1}{D_0}$ cM³;

het volumen van het kwik bij $0^0 = \frac{P}{13{,}596}$ cM³;

de inhoud van den toestel bij $0^0 = \left(\frac{P_1}{D_0} + \frac{P}{13{,}596}\right)$ cM³;

de inhoud van den toestel bij $t^0 = \left(\frac{P_1}{D_0} + \frac{P}{13{,}596}\right)(1 + \gamma t)$ cM³.

Door de verhooging der temperatuur tot t^0 loopen p G kwik uit den toestel. Dan is

het volumen van het lichaam bij $t^0 = \frac{P_1}{D_0} (1 + x\,t)$ cM³;

het volumen van het overgebleven kwik bij $t^0 = \frac{P - p}{13{,}596} (1 + \triangle\,t)$ cM³.

Door gelijkstelling van de som der laatstgenoemde volumina met den inhoud van den toestel bij t^0 verkrijgt men

$$\frac{P_1}{D_0}(1 + x\,t) + \frac{P - p}{13{,}596}(1 + \triangle\,t) = \left(\frac{P_1}{D_0} + \frac{P}{13{,}596}\right)(1 + \gamma\,t), \qquad 158$$

waaruit men x kan vinden, als men den coëfficient van kubieke uitzetting γ van het vat kent. Deze wordt gevonden door een anderen van dezelfde glassoort vervaardigden gewichtsthermometer, waarmede men handelt zooals in § 631 aangegeven is. Men mag dan aannemen, dat de voor dezen toestel gevonden waarde van γ ook voor den eersten toestel geldt. — Men kan ook met den toestel, die het vaste lichaam bevat, twee proeven nemen, waarbij men eerst tot t_1^0 en daarna tot t_2^0 verwarmt; uit de beide vergelijkingen, die men dan verkrijgt, kan men x en γ bepalen.

---

635. De *dilatometer* is een glazen vat, dat den vorm heeft van den gewonen thermometer: een reservoir R met zuiver cilindervormige buis B, die in deelen van gelijken inhoud verdeeld is (fig. 181). De trechter T dient, om den toestel gemakkelijk te kunnen vullen.

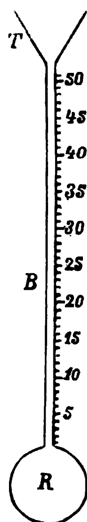


fig. 181.

Om de uitzetting van vloeistoffen met dezen toestel te meten, moet men eerst den inhoud I van het reservoir en den inhoud i van eene der afdeelingen der buis, beide bij 0°, bepalen. Daartoe brengt men in den toestel eene hoeveelheid kwik, P G, zóo dat bij 0° het reservoir en n afdeelingen der buis gevuld zijn. Men heeft dan:

$$I + ni = \frac{P}{13{,}596}.$$

Men brengt er nu nog p G kwik bij, zóo dat bij 0° het reservoir en n' afdeelingen der buis gevuld zijn. Nu is

$$(n' - n)\; i = \frac{p}{13{,}596}.$$

Uit de laatste formule berekent men i, en vervolgens uit de eerste formule I (in cM³).

636. Met den dilatometer kan men

1) den *schijnbaren uitzettingscoëfficient van kwik in den toestel* vinden. — Vult eene zekere hoeveelheid kwik bij 0^0 het reservoir en m afdeelingen der buis, bij t^0 het reservoir en m' afdeelingen der buis, dan is (§ 625)

$$I + m'i = (I + mi)(1 + \delta t). \qquad 159$$

2) den *coëfficient van kubieke uitzetting* γ *van het vat* bepalen, als de ware uitzettingscoëfficient $\triangle$ van kwik bekend is. — Men heeft namelijk:

volumen van het kwik bij $0^0 = (I + mi)$ cM^3;

volumen van het kwik bij $t^0 = (I + mi)(1 + \triangle t)$ cM^3;

inhoud van het vat bij t^0 (zoover het gevuld is) =

$$(I + m'i)(1 + \gamma t) \text{ cM}^3.$$

Men vindt dus γ uit

$$(I + mi)(1 + \triangle t) = (I + m'i)(1 + \gamma t). \qquad 160$$

3) het *volumen en de dichtheid eener willekeurige vloeistof bij* t^0 afleiden uit de overeenkomstige grootheden bij 0^0, als γ bekend is. — Vult eene zekere hoeveelheid der vloeistof bij 0^0 het reservoir en μ afdeelingen der buis, bij t^0 het reservoir en μ' afdeelingen der buis, dan is

het volumen V_0 der vloeistof bij $0^0 = (I + \mu i)$ cM^3;

het volumen V_t der vloeistof bij $t^0 = (I + \mu' i)(1 + \gamma t)$ cM^3.

Men heeft dus

$$V_t : V_0 = (I + \mu' i)(1 + \gamma t) : (I + \mu i),$$

$$V_t = V_0 \times \frac{(I + \mu' i)(1 + \gamma t)}{I + \mu i}, \qquad 161$$

en

$$D_t = D_0 \times \frac{I + \mu i}{(I + \mu' i)(1 + \gamma t)}. \qquad 162$$

—

637. De *uitzetting der vloeistoffen* bepaalt men gemakkelijker met den dilatometer (form. 161) dan met den gewichtsthermometer (form. 157). — Heeft men volgens § 636,3 de volumina V_1, V_2 enz. eener bepaalde hoeveelheid vloeistof bij de temperaturen $t_1{}^0$, $t_2{}^0$ enz. gevonden, dan kan men, door $V_1 = V_0(1 + \alpha_1 t_1)$, $V_2 = V_0(1 + \alpha_2 t_2)$ enz. te stellen, nagaan of $\alpha_1 = \alpha_2$ enz. is, m. a. w. of de gemiddelde uitzettingscoëfficienten tusschen 0^0 en $t_1{}^0$, tus-

schen 0° en $t_2{}^\circ$ enz. gelijk zijn, dus of de vloeistof zich regelmatig uitzet. Men vindt dat dit niet het geval is; alleen kwik zet zich vrij regelmatig uit (§ 629). De uitzetting bij eene temperatuursverhooging van 1° bedraagt meer, naarmate de temperatuur reeds hooger is. Men stelt daarom

$$V_1 = V_0 (1 + at_1 + bt_1{}^2 + ct_1{}^3),$$
$$V_2 = V_0 (1 + at_2 + bt_2{}^2 + ct_2{}^3), \text{ enz.}$$

en bepaalt daaruit voor elke vloeistof de constante getallen a, b en c. Met behulp daarvan drukt men dan het volumen bij eene willekeurige temperatuur in het volumen bij 0° uit.

Voor alcohol is b.v. $a = 104139 \times 10^{-8}$, $b = 7836 \times 10^{-10}$, $c = 17618 \times 10^{-12}$. Door vergelijking dezer getallen met die in § 629 voor kwik opgegeven vindt men, dat alcohol zich minder regelmatig uitzet dan kwik.

638. *Water* zet zich zoo onregelmatig uit, dat men, den in § 637 aangegeven weg volgende, tot geen resultaat komt. Er blijft dus niets anders over, dan in tabellen op te geven, hoe groot bij de verschillende temperaturen het volumen is van eene hoeveelheid water, die bij 4° een volumen van 1 cM^3 heeft. Het volumen van water bij t° drukt men n.l. niet, zooals bij de andere lichamen uit in het volumen bij 0°, maar in dat bij 4°, omdat uit proeven gebleken is, dat water bij 4° het *kleinste volumen* en dus de *grootste dichtheid* heeft.

Dat water bij verwarming van 0° tot 4° *inkrimpt*, bewijst niet, dat de kinetische energie der moleculen niet grooter wordt; de inkrimping schijnt veroorzaakt te worden door eene verandering in den toestand der moleculen, die het volumen sterker doet afnemen, dan de vermeerdering der temperatuur het doet toenemen.

De temperatuur der grootste dichtheid van water verandert overigens met den druk, waaronder het water verkeert. Bij toename van den druk wordt de temperatuur der grootste dichtheid lager ($0{,}025^\circ$ per atmospheer).

Behalve de tabellen voor het volumen van water zijn ook tabellen voor zijne dichtheid in gebruik. De getallen in de tabellen voor de dichtheid hebben de omgekeerde waarden van de overeenkomstige getallen der tabellen voor het volumen. Daar men de (grootste) dichtheid van water bij 4° als eenheid van dichtheid aanneemt, zoo is

$$D_t : D_4 = V_4 : V_t; \qquad 163$$
$$D_t : 1 = 1 : V_t;$$
$$D_t = \frac{1}{V_t}.$$

Wij laten hier een uittreksel uit de bedoelde tabellen volgen.

Temperatuur.	Volumen.	Dichtheid.
—10	1.00186	0.99814
—5	1.00070	0.99930
0	1.00013	0.99987
1	1.00007	0.99993
4	1.00000	1.00000
5	1.00001	0.99999
8	1.00011	0.99989
10	1.00025	0.99975
15	1 00084	0.99916
20	1.00174	0.99826
50	1.01195	0.98819
100	1.04312	0.95866
120	1.05992	0.94347

Ook bij afkoeling onder 0° (§ 674) en bij verwarming boven 100° (§ 698) zet het water zich uit.

Om den inhoud V_t cM³ van een vat af te leiden uit het gewicht P G van het water, dat het vat bij t^0 kan bevatten, heeft men

$$V_t = \frac{P}{D_t}; \qquad 164$$

en hieruit vindt men den inhoud van het vat V_0 bij 0°, als de coëfficient van kubieke uitzetting van het vat $= \gamma$ is:

$$V_0 = \frac{V_t}{1 + \gamma t} = \frac{P}{D_t(1 + \gamma t)}. \qquad 165$$

P stelt het gewicht van het water in het luchtledige voor.

639. Dat water zich op de aangegeven wijze gedraagt, blijkt als men het *ware* volumen van water bij eene willekeurige temperatuur t^0 vergelijkt met dat bij 0°. Dit kan geschieden:

1) door middel van den dilatometer volgens § 636,3;

2) door bepaling der opwaartsche drukkingen, die een vast lichaam in water van t^0 en van 0° ondergaat. Om echter de gevonden waarden onderling te kunnen vergelijken, moet men ze terugbrengen tot de waarde, die de opwaartsche druk zou hebben, als het vaste lichaam bij alle wegingen hetzelfde volumen behouden had, b.v. het volumen, dat het bij 0° heeft. Is α de coëfficient van kubieke uitzetting, dan zou het volumen van het lichaam bij 0° $(1 + \alpha t)$ maal zoo klein zijn als bij t^0. In dezelfde verhouding moet men den gevonden opwaartschen druk, p G, kleiner maken.

Had dus het lichaam de temperatuur 0° gehad, dan zou het in water van t^0 een opwaartschen druk van $\frac{p}{1 + \alpha t}$ G ondervonden hebben.

640. Heeft men met den dilatometer het ware volumen eener hoeveelheid water bij verschillende temperaturen uitgedrukt in dat bij 0°, dan kan men door eene graphische voorstelling de temperatuur vinden, waarbij het *ware* volumen het kleinst is, en de temperatuur, waarbij het *schijnbaar* volumen in glas het kleinst is. Dit is in fig. 182 uitgevoerd in de onderstelling, dat het volumen van het water bij 0° = 40000 volumen-eenheden en de coëfficient van kubieke uitzetting van glas = $^1/_{40000}$ is. De temperaturen zijn op *AB*, de volumina op *AC* aangegeven. Verder wijzen aan: de gebogen lijn het *ware* volumen van het water bij t°; de schuine lijn (*DE*) den *waren* inhoud, dien het bij 0° met water gevulde deel van het vat bij t° heeft; de verticale afstand der schuine en der gebogen lijn de *schijnbare* vermindering resp. vermeerdering van volumen van het water. De temperatuur van het kleinste volumen en de grootste dichtheid is ongeveer 4°; bij 0° en bij ongeveer 12° is het *schijnbare* volumen even groot; bij ongeveer 6° bereikt het de kleinste waarde (verg. *FG*).

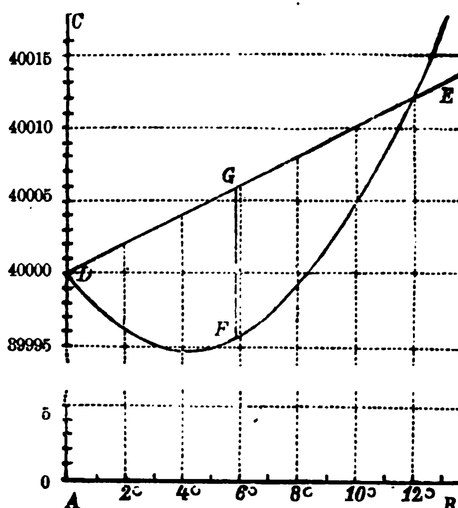


fig. 182.

Bij 6° loopt de raaklijn aan de gebogen lijn evenwijdig met *DE*.

Proef met een kwikthermometer en een »waterthermometer", die in een glas met aether gedompeld zijn en die men afkoelt, door met behulp van een aspirator (zie fig. 195) de lucht boven den aether weg te zuigen. De door deze vloeistof instroomende buitenlucht veroorzaakt verdamping en daardoor afkoeling van den aether en van de thermometers (verg § 677). — Door den zijwand van een met water gevuld cilinderglas zijn nabij den rand en den voet van het glas twee thermometers gestoken: het midden van het glas is omgeven door een koperen bak. Wordt deze met een afkoelend mengsel (§ 670) gevuld, dan koelt het water, dat zich binnen den bak bevindt, af: het wordt dichter en zinkt. Hierdoor ontstaat eene circulatie, die aanhoudt, totdat de onderste thermometer 4° aanwijst. Bij langeren duur der proef vindt men, dat de temperatuur van het water van beneden naar boven afneemt; de bovenste thermometer kan tot 0° dalen (proef van Hope).

Belangrijkheid dezer bijzondere eigenschap van het water in de natuur.

II. Bepaling der uitzetting van gassen.

641. De meting van de *uitzetting der gassen* berust op de proef van § 614, *e*. De toestel (fig. 182, *a*) is horizontaal in een bak geplaatst; bij elke aflezing van het volumen van het gas wordt de buis door eene opening in den zijwand van den bak zoo ver naar buiten geschoven, dat de afsluitende kwikdruppel k juist buiten den bak zichtbaar is. De inhouden van den bol en van de afdeelingen der buis bij 0° zijn bepaald volgens § 635, de uitzettingscoëfficient van het glas volgens § 636,2. Nadat men den bak met smeltend ijs gevuld heeft, leest men het volumen (V_0 cM³) van het gas af; daarna vervangt men het ijs door eene vloeistof van bekende temperatuur (b.v. kokend water) en vindt aldus het *schijnbare* volumen V_1 cM³) van het gas bij t^0. Het *ware* volumen der afgelezen V_1 cM³ bij t^0 is echter $V_1\,(1+\gamma\,t)$ cM³, als γ de uitzettingscoëfficient van het glas is. Derhalve is

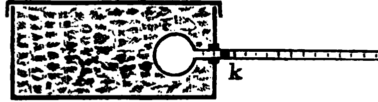


fig. 182 *a*.

$$V_0\,(1+\alpha\,t) = V_1\,(1+\gamma\,t). \qquad 166$$

Men herhaalt de proef voor verschillende temperaturen en gaat na, of men voor α steeds dezelfde waarde verkrijgt, m. a. w. of het gas zich regelmatig uitzet.

642. *Wet van Gay Lussac.* Op deze wijze met verschillende gassen handelende, meende Gay Lussac gevonden te hebben: 1) *dat de gassen zich regelmatig uitzetten*; 2) *dat de uitzettingscoëfficient voor alle gassen dezelfde is*. De wiskundige uitdrukking dezer wet is

$$V_t = V_0\,(1+\alpha t). \qquad 167$$

Voor de volumina van eene bepaalde massa gas bij t^0 en $t_1{}^0$ geldt de betrekking $V_1 : V_2 = (1+\alpha\,t_1) : (1+\alpha\,t_2)$ of

$$V_1 = V_2 \times \frac{1+\alpha t_1}{1+\alpha t_2}. \qquad 168$$

Gay Lussac vond voor α de waarde $^3/_{800}$. De juiste waarde is volgens Regnault $^1/_{273}$. — Daar α vrij groot is, mag men formule 168 niet vervangen door $V_1 = V_2 \{ 1+\alpha\,(t_1 - t_2) \}$.

643. Verandert men de spanning van eene bepaalde massa gas, (volumen $= V$) bij constante temperatuur van P in P_1, dan wordt volgens de wet van Boyle het volumen $V \times \frac{P}{P_1}$. Verandert men vervolgens de temperatuur, die eerst t^0 was, in $t_1{}^0$, dan wordt het

volumen $V \times \frac{P}{P_1} \times \frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t}$. Noemen wij dit volumen V_1, dan is

$$V_1 = V \times \frac{P}{P_1} \times \frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t},$$

of $$\frac{PV}{1 + \alpha t} = \frac{P_1 V_1}{1 + \alpha t_1}. \qquad 169$$

Het product van spanning en volumen, gedeeld door het dilatatiebinomium, geeft dus voor dezelfde massa gas onder alle omstandigheden een constant getal. Deze betrekking heet de *wet van Boyle-Gay Lussac.*

Men kan deze wet ook uitdrukken door de formule

$$\frac{P_t V_t}{1 + \alpha t} = P_0 V_0 = \text{Const.} \qquad 170$$

644. Blijft bij de verwarming van een gasmassa het *volumen* constant, dan volgt uit form. 169, dat

$$P : P_1 = (1 + \alpha t) : (1 + \alpha t_1). \qquad 171$$

De spanning verandert dan in dezelfde reden als het dilatatiebinomium, m. a. w. de verandering in spanning is in dat geval evenredig met de temperatuursverandering. Daar hier van uitzetting geen sprake is, noemt men α den *spannings-coëfficient.*

645. Regnault en anderen hebben de proeven van Gay Lussac met de meeste zorgvuldigheid herhaald. Uit hunne onderzoekingen volgt: 1) *dat bij elk gas de uitzettingscoëfficient niet volkomen gelijk is aan den spannings-coëfficient*; 2) *dat de waarden der coëfficienten voor verschillende gassen niet geheel dezelfde zijn*; 3) *dat deze waarden afhankelijk zijn van de spanning, die het gas aanvankelijk bezit.*

Zoo is bij 76 cM spanning voor
lucht de uitzettingscoëfficient = 0,003671, de spannigscoëfficient = 0,003665,
waterstof de » = 0,003661, » » = 0,003667.
Verder is voor lucht
de uitzettingscoëfficient bij eene spanning van 13 cM = 0,003648, bij eene spanning van 200 cM = 0,003690:
de spanningscoëfficient bij 262 cM spanning = 0,003696 enz.

Daar de uitzettingscoëfficienten en spanningscoëfficienten bij verschillende gassen minder van elkaar verschillen, naarmate de gassen ijler zijn, mag men aannemen, dat voor een *ideaal* gas, — d. w. z. een gas, waarvan de moleculen geen aantrekking op elkaar uitoefenen, en waarbij het totaal volumen der moleculen verwaarloosd kan worden ten opzichte van het volumen, dat het gas inneemt — de wet van

Boyle-Gay Lussac inderdaad zou doorgaan. De geringste afwijkingen vertoont waterstof.

Overigens kan men bij benadering aannemen, dat alle gassen de wet volgen, mits zij niet op het punt zijn van over te gaan in den vloeibaren toestand. Uitzettingscoëfficient en spanningscoëfficient kan men $= {}^1/_{273}$ stellen, en dus van deze waarde voor α in formule 169 gebruik maken, als door verwarming volumen en spanning van een gas tegelijkertijd veranderen.

646. De *proeven van Regnault* kunnen herhaald worden met den in fig. 183 afgebeelden toestel. Deze bestaat uit een glazen bol E, die door eene zeer nauwe buis B verbonden is met een open kwikmanometer. De beide glazen buizen A en C van den manometer staan met elkaar in gemeenschap door eene caoutchoucbuis D. In het been A, dat met E en B verbonden is, bevindt zich dicht bij het boveneinde een merk a (eene ingesmolten, naar beneden gekeerde glazen punt). Boven het kwik in A, in de buis B en in den bol E bevindt zich het *zorgvuldig gedroogde* gas. De volumina V van den bol en v van de buis (tot a) bij 0° zijn (door weging van het kwik of het water, dat zij kunnen bevatten) vooraf bepaald.

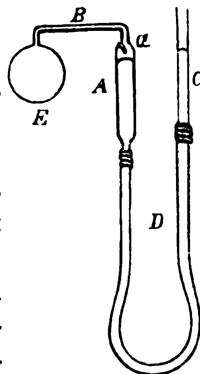


fig. 183.

1) *Bepaling van den spanningscoëfficient.* De bol wordt in smeltend ijs geplaatst, en als het gas daarin de temperatuur 0° heeft aangenomen, wordt het been C zoo hoog geplaatst, dat het kwik in A bij a staat. De spanning P, die het gas nu heeft, wordt bepaald door de som van den barometerstand en het verschil in hoogte der kwikspiegels in C en A.

Het product van spanning en volumen van het *gas in den bol* is nu $P \times V$.

Het volumen van het *gas in de buis* (tot a) is $v\,(1 + \gamma\, t)$, als γ de coëfficient van kubieke uitzetting van het glas en t^0 de temperatuur van de buis en van het daarin aanwezige gas (de temperatuur der omgeving) is. Had het *gas in de buis* bij dit volumen de temperatuur 0° gehad, dan zou zijne spanning $\frac{P}{1 + \alpha\, t}$ geweest zijn, indien α de spanningscoëfficient is. Het product van spanning en volumen zou dan zijn $\frac{P}{1 + \alpha\, t} \times v\,(1 + \gamma\, t)$.

De spanning P_0, die het gas in *bol en buis* zou bezitten, als behalve het gas in de buis, ook de buis zelf de temperatuur 0° en

het daarmede overeenkomende volumen v had aangenomen, vindt men nu volgens form. 87 uit de vergelijking

$$P_0 \times (V + v) = P \times V + \frac{P}{1 + \alpha t} \times v (1 + \gamma t).$$

Daarna vervangt men het smeltend ijs door eene verwarmde vloeistof van de temperatuur T°. De kwikspiegel in A zou nu dalen; door het been C op te heffen, brengt men dien weer tot a. Men bepaalt nu wederom de spanning P_1 van het gas uit de som van den barometerstand en het verschil in hoogte der kwikspiegels in C en A.

Het product van spanning en volumen van het *gas in den bol* is nu $P_1 \times V(1 + \gamma T)$.

Het volumen van het *gas in de buis* is $v\ (1 + \gamma t_1)$, als $t_1{}^0$ de temperatuur der omgeving bij dit gedeelte der proef is. Had het *gas in de buis* de temperatuur T^0 in plaats van $t_1{}^0$ gehad, dan zou zijne spanning $P_1 \times \frac{1 + \alpha T}{1 + \alpha t_1}$ geweest zijn. Voor het product van spanning en volumen zou dan gevonden zijn $P_1 \times \frac{1 + \alpha T}{1 + \alpha t_1} \times v (1 + \gamma t_1)$.

De spanning P_T, die het gas in *bol en buis* zou bezitten, als het in beide de temperatuur T^0 had, terwijl het volumen der vaten, evenals bij de eerste proef, $(V + v)$ was, vindt men uit de vergelijking

$$P_T \times (V + v) = P_1 \times V (1 + \gamma T) + P_1 \frac{1 + \alpha T}{1 + \alpha t_1} \times v (1 + \gamma t_1).$$

De gevonden spanningen P_0 en P_T zijn die, welke het gas bij de temperaturen 0° en T^0 zou bezitten, *als zijn volumen in beide gevallen even groot*, $(V + v)$, was geweest. Men kan dus den spanningscoëfficient berekenen uit de evenredigheid (zie form. 171)

$$P_0 : P_T = 1 : (1 + \alpha T).$$

Substitueert men hierin de uit bovenstaande vergelijkingen gevonden waarden P_0 en P_T, dan verkrijgt men

$$1 + \alpha T = \frac{P_1 (1 + \gamma T)}{P + P \frac{v}{V} \times \frac{1 + \gamma t}{1 + \alpha t} - P_1 \frac{v}{V} \times \frac{1 + \gamma t_1}{1 + \alpha t_1}}. \qquad 172$$

Men vindt α uit deze vergelijking door de ***methode der opvolgende benaderingen***. Door den zeer kleinen factor $\frac{v}{V}$ gelijk nul te stellen, wordt de formule

$$1 + \alpha T = \frac{P_1 (1 + \gamma T)}{P}.$$

De benaderde waarde van α, die men uit de aldus vereenvoudigde formule afleidt, substitueert men in het tweede lid der volledige vergelijking, berekent $(1 + \alpha T)$ en verkrijgt daaruit eene tweede waarde voor α, die dichter bij de juiste waarde ligt dan de eerst berekende. Door deze tweede waarde weder in het tweede lid der volledige vergelijking te substitueeren, en nogmaals $(1 + \alpha T)$ en daaruit α te berekenen, verkrijgt men eene derde waarde voor α, nog minder van de juiste waarde afwijkende. Men gaat hiermede voort, totdat de opvolgende waarden gelijk blijken te zijn.

2) *Bepaling van den uitzettingscoëfficient.* Hiervoor kan dezelfde toestel dienen, als de buis A in afdeelingen verdeeld is, waarvan men den inhoud bij 0^0 kent. Men omgeeft den bol met smeltend ijs en leest het volumen V_1 van het gas af, nadat men het been C zoo geplaatst heeft, dat de beide kwikspiegels even hoog zijn. Dan geeft men aan den bol de temperatuur T^0, laat de buis C dalen, totdat de beide kwikspiegels opnieuw even hoog staan, en leest het volumen V_2, dat het gas nu inneemt, af. Met behulp van den uitzettingscoëfficient van glas drukt men dan de waarde V_0, die het volumen van het gas zou hebben, als het bij dezelfde spanning ook in B en A de temperatuur 0^0 gehad had, in V_1 uit. Evenzoo drukt men de waarde V_T van het volumen, dat het gas zou ingenomen hebben, als het, weder bij dezelfde spanning, ook in B en A de temperatuur T^0 gehad had, in V_2 uit. Ten slotte stelt men

$$V_T = V_0 (1 + \alpha T),$$

en berekent daaruit den uitzettingscoëfficient α.

De afleiding der formules voor V_0 en V_T laten wij aan den lezer over.

647. Men kan aan de formule voor de wet van Boyle-Gay Lussac (form. 169 of 170) nog een anderen vorm geven. Uit form. 170 volgt

$$P_t V_t = P_0 V_0 (1 + \alpha t) = P_0 V_0 \times \frac{273 + t}{273}.$$

Van eene bepaalde massa van een ideaal gas, dat die wet dus volkomen juist volgt (hetgeen in werkelijkheid niet voorkomt), zou bij eene temperatuur van -273^0 de spanning of het volumen *nul* zijn, naarmate men die massa afkoelde zóó, dat het volumen of zóó dat de spanning constant bleef. Voor elke temperatuursverlaging van één graad wordt bij standvastig volumen de spanning, bij standvastige spanning het volumen $^1/_{273}$ kleiner. Bij -273^0 zou dus de energie der moleculaire beweging geheel verdwenen zijn. Daarom noemt men deze temperatuur het *absolute nulpunt*, en de

temperatuur, van af dit punt geteld, de *absolute temperatuur.* De absolute temperatuur T is dus gelijk aan $273 + t$, als t de temperatuur voorstelt, die door den kwikthermometer wordt aangewezen volgens de schaalverdeeling van Celsius (§ 612). Substitueert men deze waarde in de bovenstaande vergelijking, dan verkrijgt men

$$P_t \; V_t = \frac{1}{273} P_0 \; V_0 \; T = \alpha \, P_0 \; V_0 \; T. \qquad 173$$

$P_0 \; V_0$ is voor eene bepaalde massa gas een constant getal (form. 170), dus ook $\alpha \; P_0 \; V_0$. Stellen wij $\alpha \; P_0 \; V_0$ door R voor, dan wordt de vergelijking

$$P_t \; V_t = R \, T;$$

i. w. *het product van spanning en volumen is evenredig met de absolute temperatuur.*

Daar bij zeer lage temperaturen geen enkel gas de wet van Boyle-Gay Lussac nauwkeurig volgt, mag men aan de uitdrukking »absoluut nulpunt" slechts eene beperkte beteekenis hechten, nl.: dat *voor temperaturen, waarbij een gas deze wet volgt*, de spanning of het volumen veranderen, *alsof* — 273° de laagst bestaande temperatuur was.

III. Toepassingen van de uitzetting der lichamen.

648. De kracht, waarmede lichamen weerstanden kunnen overwinnen, die zich tegen hunne uitzetting of inkrimping verzetten, is zeer groot, daar zij gelijk gesteld moet worden aan de uitwendige kracht, waardoor eene overeenkomstige verandering van hun volumen veroorzaakt kan worden (verg. § 292 en 295).

Uitzetting en inkrimping van lichamen heeft men soms toegepast, om groote drukkende of trekkende krachten voort te brengen.

649. Talrijk zijn de toepassingen der verschijnselen van verandering van lengte of volumen, die men in het dagelijksch leven vindt. Spoorstaven, ijzeren bruggen, zinken daken moeten zich vrij kunnen uitzetten. De smid maakt van de inkrimping van een verwarmden ijzeren hoepel gebruik, om dien vast om een houten rad te doen sluiten. — Strooming van water en lucht, veroorzaakt door verschillen in dichtheid bij verwarming en ventilatie van gebouwen.

650. *Correctie van lengte-metingen.* De verdeeling op meetstaven is slechts bij eene bepaalde temperatuur (t_1 °) juist; gebruikt men de meetstaaf bij eene andere temperatuur (t °), dan moet de afgelezen lengte L gecorrigeerd worden. Is γ de coëfficient van lineaire uitzetting der stof, waaruit de staaf vervaardigd is, dan

is bij t^0 elke afdeeling er van $\{1 + \lambda(t - t_1)\}$ maal te groot, dus het aantal afgelezen afdeelingen evenveel maal te klein. De ware lengte is dus

$$L_t = L\{1 + \lambda(t - t_1)\}. \qquad 175$$

651. *Correctie van barometer- en manometeraflezingen.* Men is overeengekomen de drukking der lucht en de spanning van gassen op te geven door de hoogte, welke de kwikkolom, die er evenwicht mede maakt, zou hebben, als de temperatuur van het kwik 0^0 was. Heeft men dus bij t^0 de kwikhoogte h_t afgelezen, dan wordt dezelfde hydrostatische druk uitgeoefend door eene kwikkolom h_0, waarvan de temperatuur 0^0 is, zóo dat (§ 628)

$$h_0 : h_t = 1 : (1 + \triangle t),$$

dus

$$h_0 = \frac{h_t}{1 + \triangle t}. \qquad 176$$

Heeft de aflezing plaats door middel van eene verdeelde schaal, waarvan de verdeeling bij $t_1{}^0$ juist is, dan wordt

$$h_0 = h_t \frac{\{1 + \lambda(t - t_1)\}}{1 + \triangle t}. \qquad 177$$

652. *Compensatie-slinger.* Bij verandering van temperatuur zal de lengte van een gewonen slinger eveneens veranderen; dientengevolge zal de slingertijd grooter of kleiner worden, naarmate de temperatuur toeneemt of afneemt. Door een slinger uit twee metalen met ongelijke uitzettingscoëfficienten te vervaardigen, kan men de (wiskundige) lengte van den slinger onafhankelijk maken van de veranderingen der temperatuur.

Figuur 184 stelt een *roosterslinger* voor, die uit ijzeren staven (l, l_1, l_3 en l_5) en uit zinken staven (l_2 en l_4) zóo samengesteld is, dat de uitzetting der ijzeren staven het slingerpunt S zou doen dalen, terwijl de uitzetting der zinken staven het zou doen rijzen. Is λ_1 de lineaire uitzettingscoëfficient van ijzer, λ_2 die van zink, dan zou de verlenging van den slinger ten gevolge van de uitzetting der ijzeren staven per graad bedragen $(l + l_1 + l_3) \times \lambda_1$ of $(l + l_5 + l_3) \times \lambda_1$, de verkorting door de uitzetting der zinken staven $l_2 \times \lambda_2$ of $l_4 \times \lambda_2$. Er is compensatie, als $(l + l_1 + l_3) \times \lambda_1 = l_2 \times \lambda_2$. [1])

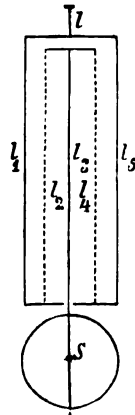


fig. 184.

[1]) Als lengte der middelste ijzeren staaf l_3 wordt genomen de afstand van haar bevestigingspunt (boven) tot het slingerpunt S.

De lengte van den roosterslinger is $L = (l + l_1 + l_3 - l_2)$. Deze vergelijking en de voorgaande stellen ons in staat voor een roosterslinger van bepaalden slingertijd de afmetingen der staven te bepalen.

Bij een compensatieslinger uit ijzeren en koperen staven moet de rooster minstens uit 9 naast elkaar geplaatste staven (5 ijzeren en 4 koperen) bestaan, daar de uitzettingscoëfficienten van koper en ijzer te weinig verschillen, om met 5 staven compensatie te kunnen verkrijgen.

Een andere compensatie-slinger (van Graham) bestaat uit een ijzeren staaf, die aan haar ondereinde in plaats van een metalen lens een glas draagt, dat tot op eene bepaalde hoogte met kwik gevuld is. De daling van het slingerpunt door de uitzetting der ijzeren staaf kan opgeheven worden door de rijzing van het slingerpunt tengevolge van de uitzetting van het kwik.

653. Bij verandering van temperatuur en spanning eener bepaalde massa gas verandert de *dichtheid* met betrekking tot water (het soortelijk gewicht) omgekeerd evenredig met het volumen.

Heeft eene hoeveelheid gas bij de temperatuur $t_1{}^0$ en de spanning P_1 cM kwikdruk het volumen V_1 en de dichtheid D_1, bij de temperatuur $t_2{}^0$ en de spanning P_2 cM het volumen V_2 en de dichtheid D_2, dan is (form. 170)

$$V_1 : V_2 = \frac{P_2}{1 + \alpha t_2} : \frac{P_1}{1 + \alpha t_1};$$

$$D_1 : D_2 = V_2 : V_1;$$

$$D_1 : D_2 = \frac{P_1}{1 + \alpha t_1} : \frac{P_2}{1 + \alpha t_2};$$

$$\frac{D_1}{P_1}(1 + \alpha t_1) = \frac{D_2}{P_2}(1 + \alpha t_2). \qquad 178$$

Tusschen de dichtheid D_0 van een normaal gas (temperatuur $= 0^0$, spanning $= 76$ cM kwikdruk) en de dichtheid D_t van dit gas bij de temperatuur t^0 en de spanning P cM geldt dus de betrekking

$$D_0 : D_t = 76 : \frac{P}{1 + \alpha t}. \qquad 179$$

Daar het *gewicht van* 1 cM^3 van een gas evenredig verandert met zijne dichtheid, zoo gelden ook hiervoor dezelfde betrekkingen:

$$p_1 : p_2 = \frac{P_1}{1 + \alpha t_1} : \frac{P_2}{1 + \alpha t_2}; \qquad 180$$

$$p_0 : p_t = 76 : \frac{P}{1 + \alpha t}. \qquad 181$$

Bij dezelfde spanning is het gewicht van een bepaald volumen gas van t^0 dus $(1 + \alpha t)$ maal zoo klein als het gewicht van hetzelfde volumen bij

0°. — Het gewicht van v cM³ lucht (spanning $= H$ cM, temperatuur $= t^0$) is in grammen (verg. § 399)

$$p = v \times 0{,}001293 \times \frac{H}{76} \times \frac{1}{1+\alpha t}; \qquad 182$$

terwijl het soortelijk gewicht of de dichtheid dezer lucht (met betrekking tot water) bedraagt

$$S = \frac{p}{v} = 0{,}001293 \times \frac{H}{76} \times \frac{1}{1+\alpha t}.$$

654. De *dichtheid van een gas met betrekking tot lucht* is het getal dat aanwijst, hoeveel maal de massa (of het gewicht) van een volumen gas grooter is dan de massa (of het gewicht) van een even groot volumen lucht bij *gelijke* spanning en temperatuur. *Zij is onafhankelijk van spanning en temperatuur, als men mag aannemen, dat het gas en de lucht de wetten van Boyle en Gay Lussac volgen* (§ 401).

Het gewicht van v cM³ gas (spanning $= H$ cM, temperatuur $= t^0$), waarvan de dichtheid met betrekking tot lucht D is, bedraagt in grammen

$$p = v \times 0{,}001293 \times \frac{H}{76} \times \frac{1}{1+\alpha t} \times D; \qquad 183$$

het soortelijk gewicht of de dichtheid van dit gas (met betrekking tot water) is

$$S = \frac{p}{v} = 0{,}001293 \times \frac{H}{76} \times \frac{1}{1+\alpha t} \times D.$$

In de Chemie is men gewoon de dichtheid van gassen (en dampen) op te geven met betrekking tot *waterstof*. Als eenheid van massa of gewicht neemt men dat van 1 atoom waterstof; de gewichten van andere atomen, in deze eenheid uitgedrukt, noemt men *atoomgewichten*. Zoo zijn de atoomgewichten van waterstof (H) $= 1$, zuurstof (O) $= 16$, stikstof (N) $= 14$, koolstof (C) $= 12$, zwavel (S) $= 22$, koper (Cu) $= 63{,}4$, zilver (Ag) $= 108$. In dezelfde eenheid drukt men de *moleculairgewichten*, d. i. de betrekkelijke gewichten van 1 molecule uit Daar eene molecule waterstof uit 2 atomen bestaat, is het moleculairgewicht van waterstof $= 2$; dat van water (H_2O) is $= 2 \times 1 + 16 = 18$; dat van koolzuur (CO_2) is $= 12 + 2 \times 16 = 44$. — De dichtheid van een gas met betrekking tot waterstof is nu de verhouding van de massa (of het gewicht) van een volumen gas tot de massa (of het gewicht) van een even groot volumen waterstof, beide bij gelijke spanning en temperatuur. Deze beide volumina bevatten echter volgens de wet van Avogadro (§ 360, 4 en 778) evenveel moleculen; *de verhouding der dichtheden van twee gassen is dus dezelfde als die hunner moleculairgewichten*. Stelt men de dichtheid van waterstof $= 1$, dan is b.v. die van koolzuur $= \frac{44}{2} = 22$. Bijgevolg wordt de dichtheid van een gasvormig lichaam uitgedrukt door de helft van het getal, dat zijn moleculairgewicht voorstelt. — Vermenigvuldigt men de gevonden getallen met de dichtheid van waterstof ten opzichte van lucht, dan verkrijgt men de dichtheid der gassen met betrekking tot lucht. Deze is dus voor koolzuur $= 22 \times 0{,}0693 = 1{,}525$ (verg. § 401).

655. *Correctie bij bepaling van de dichtheid of het soortelijk gewicht.* De in de natuurkundige tabellen voorkomende waarden van dichtheid en soortelijk gewicht gelden steeds voor de temperaturen 0° van het lichaam en 4° van water, d. w. z. zij stellen vóór de verhouding van de massa (of het gewicht in het luchtledige) van een lichaam tot de massa (of het gewicht in het luchtledige) van eene hoeveelheid water van 4°, die hetzelfde volumen heeft als het lichaam bij 0°. De in § 406 gevonden formule 102 zou dus juist zijn, als bij de weging het lichaam de temperatuur 0° en het water de temperatuur 4° gehad had. Daar dit niet het geval is, moet die formule eene correctie ondergaan.

Daartoe zullen wij vooreerst bepalen de verhouding van de massa of het gewicht in het luchtledige van het lichaam tot de massa of het gewicht in het luchtledige van eene hoeveelheid water van 4°, die hetzelfde volumen heeft als het lichaam bij t^0. Deze verhouding noemen wij de *ware dichtheid* of het *ware soortelijk gewicht van het lichaam bij t^0.*

Daarna zullen wij uit de ware dichtheid of het ware soortelijk gewicht bij t^0 de *ware dichtheid* of *het ware soortelijk gewicht bij* 0° afleiden.

656. Zij P G het gewicht van het lichaam in de lucht (= nominaal gewicht der gewichtstukken verminderd met den opwaartschen druk der gewichtstukken), P_1 G het gewicht van het verplaatste water in de lucht, en q G het gewicht der lucht, waarvan het volumen gelijk is aan dat van het lichaam of van het verplaatste water (verg. § 406), dan is:

het ware gewicht van het lichaam (in het luchtledige) = $(P + q)$ G;

het ware gewicht van het verplaatste water (in het luchtledige) = $(P_1 + q)$ G.

Had het water niet de temperatuur t° en de dichtheid D_t gehad (§ 638), maar de temperatuur 4° en de dichtheid 1, dan zou het gewicht van het verplaatste water $\frac{1}{D_t}$ maal zoo groot zijn geweest, dus $\frac{P_1 + q}{D_t}$ G.

Het ware soortelijk gewicht bij t^0 zou dus zijn

$$S_t = \frac{P + q}{P_1 + q} D_t.$$

$\frac{P_1 + q}{D_t}$ G water van 4° nemen een volumen van $\frac{P_1 + q}{D_t}$ cM³ in;

dit is ook het volumen der door het lichaam of het water verplaatste lucht. Is l het soortelijk gewicht der lucht, dan is dus $\frac{P_1+q}{D_t} \times l = q$, waaruit volgt $q = \frac{P_1 l}{D_t - l}$ Substitueert men deze waarde in bovenstaande vergelijking, dan vindt men na herleiding

$$S_t = \frac{P}{P_1}(D_t - l) + l.$$

Vervangt men eindelijk de verhouding der gewichten in de lucht door die der schijnbare (op de gewichtstukken aangegeven) gewichten, dan verkrijgt men

$$S_t = \frac{p}{p_1}(D_t - l) + l. \qquad 184$$

657. De soortelijke gewichten van een lichaam bij *verschillende* temperaturen zijn omgekeerd evenredig met de overeenkomstige volumina van het lichaam. Is x de coëfficient van kubieke uitzetting van het lichaam, dan bestaat tusschen het soortelijk gewicht bij 0° en bij t° de betrekking:

$$S_0 : S_t = V_t : V_0 = (1 + xt) : 1,$$

$$S_0 = S_t\,(1 + xt); \qquad 185$$

zoodat ten slotte het *ware soortelijk gewicht bij* 0° wordt:

$$S_0 = \left\{ \frac{p}{p_1}(D_t - l) + l \right\} (1 + xt). \qquad 186$$

658. Om het volumen V_t van een lichaam bij de temperatuur t° te berekenen uit zijn gewicht en zijn soortelijk gewicht, moet men het ware gewicht Q van het lichaam, dat natuurlijk voor alle temperaturen even groot is, deelen door zijn soortelijk gewicht S_t bij de temperatuur t°. Men heeft dus

$$V_t = \frac{Q}{S_t} = \frac{Q\,(1 + xt)}{S_0}. \qquad 188$$

Deze formule is in overeenstemming met de formule $V_t = V_0\,(1 + xt)$, daar $\frac{Q}{S_0} = V_0$ is.

Thermometers.

659. De belangrijkste toepassing vindt de uitzetting der lichamen bij het meten van temperaturen. Elk lichaam, waarvan de verandering van lengte of van volumen bij verandering van temperatuur bekend is, kan voor de bepaling van temperaturen dienen. Wij zullen achtereenvolgens thermometers bespreken, waarmede men de

temperatuur door uitzetting van vaste, van vloeibare en van gasvormige stoffen bepaalt.

660. *Thermometers met vaste stoffen,* zoogenaamde *metaalthermometers,* berusten op de ongelijke uitzetting van twee metalen. Twee dunne metalen reepen, waarvan de uitzettingscoëfficienten verschillen, b. v. koper en ijzer, worden op elkaar gesoldeerd of geklonken, en het geheel in den vorm eener spiraal gewonden. Als het metaal, dat den grootsten uitzettingscoëfficient heeft, zich aan den buitenkant der windingen bevindt, dan zal bij verwarming de spiraal meer opgerold worden; terwijl zij zich bij afkoeling ontrolt. Het éene uiteinde der spiraal is vastgeklemd; de beweging van het andere wordt overgebracht op een wijzer, die op eene proefondervindelijk verdeelde schaal de temperatuur aanwijst. Metaalthermometers van Bréguet, van Hermann en Pfister.

661. De *vloeistof,* die het meest gebruikt wordt voor de vervaardiging van thermometers, is *kwik,* en wel om de navolgende redenen: 1) het zet zich betrekkelijk regelmatig uit; 2) het is gemakkelijk zuiver te verkrijgen; 3) het heeft een laag vriespunt (— 39°) en een hoog kookpunt (357°); 4) het onttrekt aan het lichaam, welks temperatuur men wil meten, weinig warmte om zelf verwarmd te worden (§ 745); 5) het neemt *spoedig* de temperatuur van dat lichaam aan (vgl. § 807; goede warmtegeleider).

Bij het vervaardigen van een kwikthermometer dient men zich eerst te overtuigen, dat de inwendige doorsnede der buis overal even groot is. Dit is het geval, als eene kleine kwikkolom, die men in de buis gebracht heeft, op verschillende plaatsen in de buis dezelfde lengte vertoont (kalibreeren).

Het vullen met kwik geschiedt op de wijze bij den gewichtsthermometer, § 631, beschreven.

Vervolgens verwarmt men den geheel gevulden thermometer iets boven de hoogste temperatuur, die men met den thermometer nog wil kunnen bepalen, zoodat het overtollige kwik uit de buis loopt De buis wordt nu aan haar boveneinde dichtgesmolten, voordat het kwik afkoelt. Zoodoende voorkomt men, dat in de buis lucht overblijft, die op den duur chemisch op het kwik zou werken, en die, als zij bij hoogen stand van het kwik samengeperst werd, door hare spanning het volumen van het reservoir zou vergrooten en daardoor de aflezing onjuist zou maken

De schaalverdeeling volgens Celsius zie § 612. — Réaumur plaatste bij het vriespunt en kookpunt de cijfers 0 en 80, Fahrenheit 32 en 212. Men heeft dus

$$t^0 \text{ Celsius} = \frac{80}{100} \times t^0 \text{ Réaumur} = \left(\frac{212-32}{100} \times t + 32\right)^0 \text{ Fahrenheit};$$

$$t^0 \text{ Réaumur} = \frac{100}{80} \times t^0 \text{ Celsius} = \left(\frac{212-32}{80} \times t + 32\right)^0 \text{ Fahrenheit};$$

$$t^0 \text{ Fahrenheit} = \frac{100}{212-32} \times (t-32)^0 \text{ Celsius} = \frac{80}{212-32} \times (t-32)^0 \text{ Réaumur.}$$

Bij wetenschappelijke onderzoekingen gebruikt men alleen den thermometer van Celsius.

De schaalverdeeling van thermometers, waarop een der vaste punten of beide niet voorkomen, wordt verkregen door vergelijking met andere thermometers.

Daar glas — vooral in den eersten tijd na zijne bewerking in het vuur — veranderingen in zijne moleculaire structuur vertoont, laat men den gevulden en gesloten thermometer eenige maanden liggen, voordat men de schaalverdeeling aanbrengt. Anders zouden later vriespunt en kookpunt, en daarmede de geheele schaal onjuist worden.

De thermometer is *gevoelig*, als eene geringe verhooging van temperatuur het kwik belangrijk doet stijgen. De gevoeligheid tracht men meer door eene zeer geringe doorsnede der buis te bereiken, dan door een groot reservoir. Hoe geringer toch de massa kwik in den thermometer is, des te minder warmte behoeft de toestel voor eene bepaalde verhooging zijner temperatuur. — Om het kwik in de buis goed zichtbaar te maken, geeft men aan de doorsnede niet een ronden, maar een langwerpigen vorm.

De gewone kwikthermometer is slechts bruikbaar tusschen — 35° en + 350°. Door de volgende inrichting kan men de laatste grens van bruikbaarheid veel hooger opvoeren. Men laat de buis van boven uitloopen in een wijd vat en vult dit vat en het gedeelte der buis, dat zich boven het kwik bevindt, met eene sterk samengeperste hoeveelheid van een gas, dat chemisch niet op kwik inwerkt (stikstof, koolzuur). Dientengevolge wordt het kookpunt van kwik aanmerkelijk verhoogd (§ 692 en 698). De verandering van den stand van het kwik in de nauwe buis brengt geene belangrijke verandering van de spanning van het gas teweeg.

Behalve kwikthermometers gebruikt men ook *alcoholthermometers*, vooral voor zeer lage temperaturen, daar alcohol eerst bij — 130° bevriest.

Daar de uitzetting van alcohol onregelmatig is, zal de schaalverdeeling anders vervaardigd moeten worden dan bij den kwikthermometer. Men moet de plaats der deelstrepen door vergelijking met een vertrouwbaren kwikthermometer (of gasthermometer) bepalen; de afstanden der op elkaar volgende deelstrepen zijn niet gelijk.

662. Van den *lucht-* of *gasthermometer* geeft figuur 183 eene voorstelling. De bepaling der temperatuur kan geschieden op de in § 646,2 aangeduide wijze, door bij de verwarming van het gas in *E* zijne spanning constant te houden en de temperatuur uit de verandering van het volumen te berekenen.

Meestal echter bepaalt men de temperatuur van het gas, door op de in § 646,1 beschreven wijze bij alle temperaturen het schijnbare volumen van het gas constant te houden en dan de tempe-

ratuur t^0 uit de spanningen, die het gas bij deze temperatuur en bij 0^0 bezit, af te leiden.

Men ziet, dat de bepaling der temperatuur met behulp van den gasthermometer niet eenvoudig is. De gasthermometer wordt dan ook hoofdzakelijk gebruikt, om de schaalverdeeling van andere thermometers te controleeren (§ 665) en bij sommige wetenschappelijke onderzoekingen.

663. Daar bij gasvormige lichamen de uitzetting slechts in zeer geringe mate door de moleculaire krachten tegengewerkt wordt, mag men verwachten, dat de gassen zich regelmatiger uitzetten dan vaste en vloeibare lichamen. Men vindt inderdaad, dat verschillende gassen, waarmede men achtereenvolgens denzelfden gasthermometer gevuld heeft, bij gelijke verhooging van temperatuur (b. v. van het vriespunt tot het kookpunt van water) gelijke aanwijzingen geven.

Onderwerpt men gasthermometers, van verschillende glassoorten vervaardigd, aan dezelfde temperatuursverhooging, dan zijn hunne aanwijzingen nog gelijk. De kubieke uitzettingscoëfficient van glas is ongeveer 150 maal zoo klein als die der gassen; kleine veranderingen van de waarde der uitzettingscoëfficienten bij de verschillende glassoorten zullen dus op de aanwijzingen der gasthermometers geen merkbaren invloed uitoefenen.

De gelijkmatigheid der uitzetting van de verschillende gassen maakt het zeer waarschijnlijk, dat de gassen zich ook *regelmatig* uitzetten; en daarom neemt men aan, dat de aanwijzingen van den lucht- of gasthermometer werkelijk juist zijn. Door juiste proeven is echter gebleken, dat de verandering van volumen of van spanning door verandering van temperatuur bij verschillende gassen toch niet volmaakt gelijk is. Men heeft nu redenen om aan te nemen, dat onder de gasthermometers wederom de waterstofthermometer het meeste vertrouwen verdient.

Terwijl alle gasthermometers voor de bepaling van zeer hooge temperaturen gebruikt kunnen worden, is de waterstofthermometer geschikter dan andere gasthermometers bij de bepaling van zeer lage temperaturen, daar waterstof niet zoo gemakkelijk door afkoeling vloeibaar wordt als bijna alle andere gassen. — Zooals waterstof gedraagt zich ook helium.

664. De wetenschappelijke thermometer is dus de waterstofthermometer, en men beschouwt als *eenheid van temperatuursverschil die verhooging van temperatuur, waardoor een constant volumen waterstof eene vermeerdering van spanning verkrijgt, gelijk aan het honderdste deel der vermeerdering van spanning, die de waterstof verkrijgt, als zij verwarmd wordt van de temperatuur van smeltend*

ijs tot de temperatuur van water, dat onder eene dampkringsdrukking van 76 cM kookt.

665. Met behulp van den waterstofthermometer heeft men gevonden, dat kwik zich niet volkomen regelmatig uitzet. De aanwijzingen van een waterstofthermometer en een kwikthermometer, die bij 0° en 100° natuurlijk overeenstemmen, zullen dit bij de overige temperaturen dus niet doen, zelfs al zette zich het glas, waaruit de kwikthermometers vervaardigd zijn, volkomen regelmatig uit. — De wet van uitzetting is echter bij verschillende glassoorten niet dezelfde; dit zal van invloed zijn op de aanwijzingen van kwikthermometers, die uit verschillende glassoorten vervaardigd zijn, omdat de kubieke uitzettingscoëfficient van glas slechts ongeveer 7 maal zoo klein is als die van kwik. Zulke kwikthermometers geven alleen bij 0° en bij 100° dezelfde aanwijzingen. Voor eene juiste bepaling der temperatuur door middel van den kwikthermometer moet men de schaalverdeeling corrigeeren naar de aanwijzingen van den waterstofthermometer (*normaalthermometer*). Wij zullen in 't vervolg aannemen, dat alleen gecorrigeerde kwikthermometers gebruikt worden. — Het boven medegedeelde geldt in nog sterkere mate voor thermometers met andere vloeistoffen gevuld.

Als voorbeeld volgen hier overeenkomstige aanwijzingen (in graden) van den luchtthermometer (L) en eenen kwikthermometer (K) vervaardigd van Jena-glas:

L.	—19,85	0	19,92	39,89	59,10	79,95	100	149,1	200,04	250,63	301,91
K.	—20	0	20	40	60	80	100	150	200	250	300

666. *Thermometers voor bijzondere doeleinden* zijn:

a) *Maximum-* en *minimum-thermometers*, die de hoogste, resp. laagste temperatuur in eene zekere ruimte of gedurende zekeren tijd blijvend aanwijzen.

De maximum-thermometer van Rutherford is een kwikthermometer, die in het ledige deel der horizontaal geplaatste buis een verplaatsbaar staafje ijzer bevat. Is dit staafje met het oppervlak van het kwik in aanraking gebracht, dan zal het bij verhooging van temperatuur door de uitzetting van het kwik vooruitbewogen worden, terwijl het op de verkregen plaats blijft liggen, als het kwik weer inkrimpt. — De minimum-thermometer van Rutherford is een alcoholthermometer; binnen den alcohol bevindt zich in de horizontaal geplaatste buis een glazen staatje. Nadat dit staafje met het oppervlak van den alcohol in aanraking gebracht is, zal het door de inkrimping van den alcohol naar het reservoir toe bewogen worden, terwijl het op de verkregen plaats blijft liggen, als de alcohol zich weer uitzet. — Het medevoeren der staafjes is een gevolg van de werking der moleculaire krachten in de oppervlakken der vloeistofkolommen.

Maximum- en minimum-thermometer van Six; maximum-thermometer en minimum-thermometer van Walferdin; maximum-koortsthermometer.

b) *Differentiaal-thermometers*, die het *verschil in temperatuur* van twee dicht bij elkaar gelegen plaatsen aanwijzen (Leslie, Rumford). Aan de naar boven gekeerde uiteinden eener tweemaal rechthoekig omgebogen glazen buis zijn twee glazen bollen van gelijke inhouden gesmolten. De buis is aan weerskanten tot op gelijke hoogte met eene niet verdampende vloeistof (zwavelzuur) gevuld; daarboven en in de bollen bevindt zich droge lucht. Wordt een der bollen verwarmd, dan daalt de vloeistof in de met dezen bol verbonden buis en wijst op eene proefondervindelijk verdeelde schaal aan, hoeveel de temperatuur van den eenen bol meer bedraagt dan die van den anderen (verg. § 811).

c) *Pyrometers* (pyr = vuur), die dienen voor het bepalen van *zeer hooge* temperaturen, waarvoor de kwikthermometer niet meer bruikbaar is. Een der beste pyrometers is een luchtthermometer (fig. 183), waarvan het vat *E* vervaardigd is van platina of porselein. Bij temperaturen, waarbij de vaten gloeiend worden, is hij echter niet meer bruikbaar (diffusie der gassen door den wand).

De pyrometers van Brogniart (een metalen staaf, waarvan de uitzetting vergroot door een wijzer zichtbaar gemaakt wordt) en van Wedgwood (berustende op de samentrekking, die klei bij hooge temperatuur ondergaat) geven evenals vele andere pyrometers geen vertrouwbare aanwijzingen.

Voor de bepaling van zeer hooge temperaturen heeft men ook andere methoden, die in de leer der Electriciteit zullen besproken worden (§ 1244 en 1278).

d) Ook de bepaling van *zeer lage* temperaturen geschiedt met den gasthermometer of wederom door eene electrische methode. Gassen kunnen echter als thermometrische stoffen alleen gebruikt worden bij temperaturen boven die, waarbij zij vloeibaar worden. Daarom vult men bij de bepaling van temperaturen van ongeveer -250^0 de thermometerbuis met helium, dat men tot heden nog niet vloeibaar heeft kunnen maken. Ook de bedoelde electrische methode geeft bij zulke lage temperaturen geen vertrouwbare aanwijzingen.

Indien het er slechts op aankomt, den aard eener temperatuursverandering te constateeren of eene ruwe schatting van hare grootte te kunnen maken, dan bewijst de (*differentiaal-*)*thermoscoop* van Looser (skopeo = ik neem waar) in vele gevallen goede diensten. De toestel is een luchtthermometer, waarvan het vat, waarin zich de afgesloten lucht bevindt, in verbinding staat met een met eene lichte vloeistof (gekleurd petroleum) gevulde open manometer. De verandering van de temperatuur der afgesloten lucht blijkt uit de verandering van haar volumen en hare spanning. Een tweede gelijke toestel, die naast den eersten geplaatst is, dient ter vergelijking.

HOOFDSTUK II.

Verandering van aggregaatstoestand door de warmte.

I. Smelten en stollen.

667. Door verhooging der temperatuur van een lichaam, d. i. door vermeerdering van de gemiddelde kinetische energie der moleculen, worden de aantrekkende krachten, welke die moleculen op elkaar uitoefenen, geringer. Ten gevolge daarvan moet bij genoegzame verandering der temperatuur elk lichaam achtereenvolgens overgaan in toestanden, waarbij de cohaesie alle mogelijke waarden doorloopt, tenzij dat de stof bij het bereiken eener bepaalde temperatuur eene chemische verandering ondergaat (ontleding van hout, steenkool enz.) Hierdoor ontstaan de drie bekende (aggregaats-)toestanden, waarin de stof kan voorkomen. Door toevoeging van warmte wordt de overgang uit den vasten in den vloeibaren toestand, het *smelten*, en de overgang uit den vloeibaren in den gasvormigen toestand, het *verdampen*, verkregen.

668. 1e Wet. *De temperatuur, waarbij eene stof smelt (het smeltpunt) is, zoolang de uitwendige drukking niet verandert, voor elke stof standvastig.*

Het smeltpunt is bij normale drukking (76 cM) voor kwik — 39°, ijs 0°, phosphorus 44°,3, was 63°, zwavel 113—120°, tin 230°, lood 326°, zink 415°, zilver ca 1000°, koper ca 1100°, gietijzer ca 1200°, smeedijzer ca 1600°, platina ca 1800° enz.

Vele stoffen (b.v. glas, hars, was) worden week, voordat zij smelten; het smeltpunt kan dan niet juist bepaald worden.

669. Het smeltpunt van *legeeringen* is meestal lager dan de smeltpunten der samenstellende metalen.

De legeering van Rose (tin, lood, bismuth) smelt bij 95°, die van Wood (cadmium, tin, lood, bismuth) bij 65°,5—70°. — Soldeeren; het gewone soldeer (1 deel lood, 2 deelen tin) smelt bij ca 180°.

670. 2e Wet. *Tijdens het smelten blijft de temperatuur van het smeltpunt standvastig, totdat het vaste lichaam geheel in den vloeibaren toestand is overgegaan.* De warmte, die aan het lichaam medegedeeld wordt, dient dus niet om zijne temperatuur te verhoogen (de gemiddelde kinetische energie der moleculen te vermeerderen), maar uitsluitend om de meerdere cohaesie der vaste stof te overwinnen (*inwendigen arbeid* te verrichten of potentiëele energie aan de moleculen mede te deelen), en om, indien het lichaam bij het smelten uitzet, den uitwendigen druk te overwinnen (*uitwendigen arbeid* te verrichten of potentiëele energie aan de omgeving mede te deelen).

Daar de warmte, noodig voor het smelten, niet door den thermometer kan worden aangewezen (§ 613), noemde men haar vroeger *latente* (verborgen) *smeltingswarmte.*

De standvastigheid der temperatuur van smeltend ijs (0°) wordt gebruikt bij de bepaling van een der vaste punten van de thermometerschaal.

Sneeuw (of ijs) kan ook zonder toevoer van warmte smelten, als zij in aanraking gebracht wordt met een zout, dat in water oplosbaar is. De voor het smelten der sneeuw (en voor het oplossen van het zout, zie § 724) vereischte warmte wordt dan aan de beide lichamen onttrokken, die daardoor in temperatuur dalen. *Koudmakende mengsels.* Door menging van 3 deelen sneeuw en 1 deel keukenzout verkrijgt men eene temperatuur van —21°,3, door menging van 7 deelen sneeuw met 10 deelen chloorcalcium van —54°,9. Verg. § 832. U.

671. 3e Wet. *De meeste stoffen ondergaan bij het smelten eene vermeerdering van volumen. Van sommige echter (ijs, gietijzer, zilver, bismuth enz.) wordt het volumen bij het smelten kleiner.*

IJs drijft op water. De dichtheid van ijs is bij 0° = 0,9168, die van water van 0° is = 0,99987. 1 cM³ ijs van 0° wordt bij het smelten 0,91 cM³ water van 0°. Belangrijkheid dezer eigenschap van ijs in de huishouding der natuur.

672. 4e Wet. Het smeltpunt verandert met de uitwendige drukking, die op de stof wordt uitgeoefend. *Bij die stoffen, welke bij het smelten eene vergrooting van volumen ondergaan, wordt door vermeerdering der uitwendige drukking het smeltpunt verhoogd; bij die, welke bij het smelten eene vermindering van volumen ondergaan (ijs, gietijzer enz.), wordt het smeltpunt door vermeerdering der uitwendige drukking verlaagd.*

Bij de stoffen der eerste soort belemmert men door vermeerdering van den uitwendigen druk de met het smelten gepaard gaande vergrooting van volumen. Men kan zich voorstellen, dat de moleculen eene grootere snelheid noodig hebben om den moleculairen samenhang te verbreken en den grooteren uitwendigen druk te overwinnen.

Bunsen toonde deze verhooging van het smeltpunt bij parafine, zwavel enz. op de volgende wijze aan. Hij goot de stof in gesmolten toestand op het kwik, dat zich in het open been van een gesloten, uit glas vervaardigden manometer bevond, smolt het geheel met de stof gevulde been dicht en liet de stof vast worden. Het gesloten been, dat de lucht bevatte, was zeer nauw. De toestel werd geplaatst in eene vloeistof, waarvan de temperatuur verhoogd werd, totdat de vast geworden stof wederom smolt. Door de uitzetting van het kwik werd eene groote drukking op de vaste stof en op de lucht uitgeoefend. Uit de vermindering van het volumen der lucht kon hij dan de drukking bepalen, die op het oogenblik van het smelten op de stof werd uitgeoefend.

Bevindt eene hoeveelheid water zich bij 0° in een gesloten vat met stevige wanden, zóo dat het vat geheel gevuld is, dan zal het bij afkoeling niet dadelijk bevriezen; het water toch kan het voor de vorming van ijs vereischte grootere volumen niet innemen. Vroeger zagen wij, dat *water* zich bij afkoeling beneden 0° nog uitzet (verg. de tabel § 638). Door den weerstand der wanden geraakt het dus onder grooteren druk, zoodat daardoor het bevriezen ook bij temperaturen beneden 0° verhinderd wordt. Barst bij voortdurende verlaging der temperatuur de wand van het vat, dan bevriest het water voor een gedeelte plotseling (verg. § 674 en 675).

Mousson liet water bij eene temperatuur van —20° in een stevigen stalen cilinder bevriezen; een koperen bolletje dat zich onder in het water bevond, vroor in het ijs vast. De cilinder werd nu omgekeerd, en het ijs bij dezelfde temperatuur door het aanzetten eener schroef, die in den cilinder paste, aan eene drukking van eenige duizenden atmospheren onderworpen. Het ijs smolt, maar bevroor onmiddellijk weer, als de schroef losgedraaid werd. Dat het ijs door de groote drukking gesmolten was, werd bewezen door het feit, dat het koperen bolletje zich nu aan den anderen kant van den ijscilinder bevond. — Uit de mechanische theorie der warmte heeft men afgeleid, dat voor elke vermeerdering van den druk met één atmospheer het smeltpunt van ijs 0°,0075 daalt. Thomson heeft dit proefondervindelijk bevestigd.

673. *Stollen* is de overgang eener stof van den vloeibaren in den vasten toestand. Het wordt verkregen door afkoeling.

1e Wet. *De temperatuur, waarbij eene vloeistof, die afgekoeld wordt, stolt, het stollingspunt of vriespunt, is (bij gelijke drukking) dezelfde als die van het smeltpunt der stof.*

2e Wet. *Gedurende het stollen verandert de temperatuur niet.* Bij het stollen komt de (latente) warmte, die bij het smelten voor het verrichten van inwendigen en uitwendigen arbeid verbruikt is, wederom als warmte te voorschijn; de potentiëele energie, aan de moleculen en aan de omgeving van het lichaam gegeven, gaat wederom in warmte over.

Een gevolg hiervan is, dat eene vloeistofmassa, die tot haar stollingspunt afgekoeld is, niet plotseling geheel kan stollen, daar de vrijkomende warmte het verdere bevriezen tegenwerkt.

3e Wet. *Bij het stollen ondergaan de meeste stoffen eene vermindering in volumen*; *bij de in* § 671 *genoemde stoffen wordt het volumen grooter.*

Verbrokkeling van rotsen door het bevriezen van water, dat in de spleten der gesteenten gedrongen is.

674. Als men bij afkoeling beweging der vloeistof vermijdt, dan kan de stof nog vloeibaar blijven bij temperaturen, die lager zijn dan het vriespunt. Men noemt dit verschijnsel *oversmelting*. De moleculen verkeeren dan in een labielen evenwichtstoestand; een stoot tegen het vat, of het inwerpen van een stukje van de stof in vasten toestand is voldoende, om het stollen te doen beginnen. Hierbij stolt van de vloeistof zooveel, dat de daarbij vrij komende (latente) warmte de temperatuur der geheele massa tot het stollingspunt verhoogt.

Plotselinge verhooging der temperatuur als water in den toestand van oversmelting bevriest. (Proef met den thermoscoop van Looser).

Gesmolten natriumhyposulfiet (smeltpunt 56°) kan men zonder dat het stolt tot de gewone temperatuur afkoelen. Werpt men een stukje van een kristal dezer stof in de gesmolten massa, dan begint het stollen; de temperatuur der massa stijgt bij het stollen aanmerkelijk.

Water, dat zich in capillaire buizen bevindt, vertoont eveneens het verschijnsel van oversmelting. Planten »bevriezen" niet spoedig.

675. 4e Wet. *Bij die stoffen, welke bij het stollen eene vermindering van volumen ondergaan, wordt door vermeerdering der uitwendige drukking het stollingspunt verhoogd; bij die, welke bij het stollen eene vermeerdering van volumen ondergaan* (*water enz.*), *wordt het stollingspunt door vermeerdering der uitwendige drukking verlaagd.*

Is het smelten van ijs het gevolg van eene groote drukking, die er op uitgeoefend wordt, dan wordt de voor het smelten vereischte (latente) warmte aan de kinetische energie der moleculen onttrokken. De temperatuur van het gevormde water is dus lager, dan die van het ijs. Zoodra de drukking opgeheven wordt, zal het water weder bevriezen. Door deze *herhaalde bevriezing* is ijs, evenals taaie lichamen, in staat een vorm aan te nemen, die bepaald wordt door dien van de lichamen, welke het omgeven.

Legt men ijs tusschen twee uitgeholde houten blokken en perst men deze door middel eener hydraulische pers tegen elkaar, dan neemt het ijs den vorm der holle ruimte aan (Tyndall). — Gletschers.

II. Verdampen.

676. Moleculen, die zich in de oppervlakslaag eener vloeistofmassa bevinden en eene betrekkelijk groote snelheid bezitten, kunnen de aantrekking der naburige moleculen overwinnen en bij eene bepaalde richting hunner beweging zich van de overige vloeistof afscheiden. De beweging van zulk eene vrij geworden molecule komt geheel overeen met die eener gasmolecule. Men zegt dat de vloeistofdeeltjes in damp overgaan.

Dampen bezitten, evenals gassen, spanning.

De gewone dampvorming heeft alleen aan het oppervlak eener vloeistof plaats.

677. De moleculen der oppervlakslaag, die de grootste snelheid hebben (§ 609, kleine letters), zullen het gemakkelijkst in damp overgaan. De gemiddelde snelheid der overgebleven moleculen zal dus door dė verdamping verminderd zijn, m. a. w. de temperatuur der vloeistof daalt. — Men kan zich de zaak ook voorstellen, alsof bij het verdampen, evenals bij het smelten, inwendige en uitwendige arbeid verricht wordt; het daarvoor vereischte arbeidsvermogen zal dan óf aan het lichaam onttrokken worden (waardoor zijne temperatuur daalt), óf van buiten aangevoerd moeten worden, zonder dat de temperatuur behoeft toe te nemen. (*Latente*) *verdampingswarmte.*

Verkoelende werking van verdampende Eau de Cologne of æther. Gevoel van koude bij een persoon, die uit een bad komt. Bevriezen van water door snelle verdamping van æther. Verg. de proef § 640.

678. De meeste vloeistoffen verdampen bij alle temperaturen, die tusschen haar smeltpunt en kookpunt gelegen zijn. Zwavelzuur verdampt bij de gewone temperatuur niet, kwik zeer weinig.

Als men onder een glazen klok een bakje met zwavelzuur en een bakje met eene chloorbariumoplossing plaatst, dan wordt deze oplossing niet troebel; dit zou wel gebeuren, als het zwavelzuur verdampte. — Echt goudblad boven kwik geplaatst wordt grijs (vorming van goud-amalgaam). — De Torricelli'sche ruimte in een barometer is dus niet volkomen ledig, maar bevat kwikdamp, waarvan de spanning echter bij de gewone temperatuur zoo gering is (bij $0^{\circ} = 0{,}00002$ cM, bij $25^{\circ} = 0{,}0002$ cM), dat zij verwaarloosd kan worden (§ 702).

679. In eene afgesloten ruimte gaat bij eene bepaalde temperatuur slechts eene bepaalde hoeveelheid vloeistof in damp over. Heeft zich zooveel damp gevormd, als de ruimte (bij de daarin heerschende temperatuur) bevatten kan, dan noemt men den damp

verzadigd; is in de ruimte minder damp aanwezig, dan noemt men dien *onverzadigd.*

In het eerste geval zullen nog wel vloeistofmoleculen in damp overgaan, maar evenveel dampmoleculen worden weer tot vloeistof verdicht.

Vloeistof in een gesloten vat behoudt haar volumen.

De hoeveelheid damp, die zich in eene met gas gevulde ruimte bij zekere temperatuur hoogstens kan bevinden, is even groot als de hoeveelheid van dien damp, die hoogstens daarin aanwezig kan zijn, als de ruimte geen gas bevat — mits het gas en de damp niet chemisch op elkaar inwerken (§ 704). *De snelheid der verdamping is echter geringer.* Hoe dichter het gas is, des te langer zal het duren, eer de ruimte met damp verzadigd is; want des te meer kans is er, dat de uit de vloeistof tredende dampmoleculen tegen gasmoleculen aanbotsen en daardoor weer in de vloeistof terugkeeren.

680. In de open lucht wordt de verdamping bevorderd: 1° door verhooging van de temperatuur der vloeistof (vermeerdering van de gemiddelde snelheid der moleculen; 2° door vergrooting van het oppervlak der vloeistof; en 3° door de met damp gemengde lucht voortdurend door droge lucht te vervangen.

681. Ook sommige vaste lichamen (ijs, jodium, kamfer enz.) kunnen verdampen. Onder bepaalde omstandigheden gaan zij daarbij uit den vasten toestand in den gasvormigen toestand over zonder eerst vloeibaar te worden. *Sublimatie.* Zie § 691.

682. Het *koken* onderscheidt zich in twee opzichten van de gewone dampvorming: 1° het geschiedt bij eene bepaalde (van de uitwendige drukking afhankelijke) temperatuur; 2° de dampvorming heeft niet alleen aan de oppervlakte, maar *door de geheele vloeistof* plaats. De warmte, die men aan de vloeistof gedurende het koken geeft, wordt, evenals bij het smelten, latent, d. i. zij dient *niet* voor verhooging der temperatuur, maar alleen voor het verrichten van inwendigen en uitwendigen arbeid (latente verdampingswarmte). — Wij zullen het koken later behandelen (zie § 692 e. v.).

III. Verzadigde en niet verzadigde dampen.

683. De wetten der dampvorming kan men het best bestudeeren bij de verdamping in de luchtledige ruimte, omdat de moleculen bij het uittreden uit de vloeistof dan geen tegenstand ondervinden.

1e Wet. *Eene vloeistof verdampt in eene luchtledige ruimte snel en tot een bepaald bedrag.* Men laat door middel eener pipet in het kwik van een barometer eenige druppels vloeistof (water, alcohol, aether) opstijgen. Elke druppel, die in de Torricelli'sche ruimte komt, verdampt plotseling en zal het kwik iets doen dalen (vermeerdering der spanning van den damp), totdat de spanning eene bepaalde waarde bereikt. Van af dit oogenblik vermeerdert de hoeveelheid en de spanning van den damp door verdere bijvoeging van vloeistof niet meer; de damp is *verzadigd.*

De hoeveelheid vloeistof, voor de verzadiging benoodigd, is afhankelijk van de grootte der Torricelli'sche ruimte. — De damp is verzadigd, als zich in de Torricelli'sche ruimte nog vloeistof bevindt.

De spanning van *onverzadigden* damp ligt tusschen nul en de spanning van verzadigden damp bij dezelfde temperatuur.

In plaats van een gewonen barometer kan men bij deze proeven gebruik maken van een toestel (fig. 185), zooals wij voor het proefondervindelijk bewijs der wet van Boyle gebruikt hebben. Men vult den toestel tot aan de kraan *a* met kwik, sluit *a* af en vult de ruimte tusschen *a* en *b* met de vloeistof, die men wil doen verdampen. Door het been *B* te laten dalen, kan men in *A* onder *a* eene luchtledige ruimte verkrijgen, waarin men door middel van de kranen *a* en *b* de vloeistof druppelsgewijze kan doen intreden. — De spanning van den damp is gelijk aan den barometerstand verminderd met het hoogteverschil der kwikspiegels in *A* en *B*.

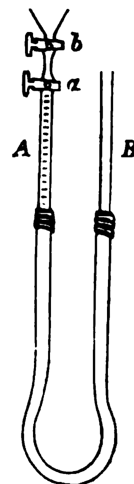


fig. 185.

684. Bij dezelfde temperatuur zijn de spanningen van verzadigde dampen van verschillende vloeistoffen niet gelijk. De dampspanning is grooter naarmate de vloeistof »gemakkelijker" verdampt.

Bij 20° is b.v. de spanning van verzadigden waterdamp = 1,74 cM, van alcoholdamp = 4,45 cM, van ætherdamp = 43,28 cM.

685. 2e Wet. *Niet verzadigde dampen volgen de wet van Boyle.* Vermeerdert of vermindert men (bij dezelfde temperatuur) het volumen van den niet verzadigden damp in *A* (fig. 185), door *B* te doen dalen of te doen rijzen, dan blijkt, dat *het product van volumen en druk constant blijft.*

De vermindering van volumen mag niet zooveel bedragen, dat de damp verzadigd wordt.

686. 3e Wet. *Niet verzadigde dampen volgen de wet van Gay Lussac.*

Omgeeft men het met damp gevulde deel van *A* door een vat, dat met warm water gevuld kan worden, dan blijkt, dat bij standvastige spanning de volumina van den damp, en bij standvastig volumen de spanningen van den damp evenredig zijn met de dilatatie-binomia voor de temperaturen, waartoe de damp achtereenvolgens verhit is; *de uitzettingscoëfficient van de dampen blijkt gelijk te zijn aan dien der gassen nl.* $^1/_{273}$. Vooral nabij het punt van verzadiging vertoonen zich echter belangrijke afwijkingen van deze wet, evenals bij gassen, die op het punt zijn tot vloeistof verdicht te worden. In 't algemeen geldt dus voor niet verzadigde dampen de *wet van Boyle-Gay Lussac.*

687. 4e Wet. *De spankracht van den verzadigden damp verandert niet, zoolang de temperatuur standvastig blijft.* Derhalve: *verzadigde damp volgt de wet van Boyle niet.* Als zich boven het kwik in *A* behalve damp nog vloeistof bevindt, dan vermindert resp. vermeerdert door het rijzen resp. dalen van *B* het volumen in *A* zonder dat het *verschil* in hoogte der beide kwikspiegels in *A* en *B* verandert. De spanning van den verzadigden damp blijft dus constant. Bij vermindering van het volumen gaat damp in vloeistof over, bij vermeerdering gaat vloeistof in damp over.

De vermeerdering van volumen mag niet zooveel bedragen, dat de damp onverzadigd wordt.

688. 5e Wet. *Verzadigde damp volgt de wet van Gay Lussac niet. Vermeerdert men de temperatuur van den verzadigden damp, dan neemt bij constant volumen de spanning van den damp niet evenredig met de temperatuur, maar in sterkere mate toe.* De vermeerdering der spanning per graad temperatuursverschil bedraagt meer, *naarmate de temperatuur hooger is.*

De spanning van verzadigden damp is alleen afhankelijk van zijne temperatuur. Verlaagt men (bij standvastig volumen) de temperatuur van verzadigden damp, dan wordt zooveel damp tot vloeistof verdicht, dat de overblijvende damp (bij geringere spanning) de ruimte nog verzadigt.

Over de juiste bepaling dezer spanning zie men § 699 en volg.

Het bedrag der spanning in cM kwikdruk is b.v. bij de temperaturen

	—20°	0°	20°	40°	60°	80°	100°
voor water	0,09	0,46	1,74	5,49	14,89	35,49	76,00
„ alcohol	0,33	1,27	4,45	13,37	35,02	81,29	169,76
„ æther	6,89	18,44	43,28	90,70	172,50	302,28	459,33

Verzadigde alcoholdamp bereikt de spanning van 76 cM bij 78°; verzadigde ætherdamp bij 35°.

Daar de spanning van verzadigden damp onafhankelijk is van den barometerstand, zal een barometer, waarvan de Torricelli'sche ruimte eene voldoende hoeveelheid vloeistof (b.v. æther) bevat, als thermometer kunnen dienen, mits men de spanning van ætherdamp bij alle temperaturen kent. Men behoeft slechts het verschil van den barometerstand en de hoogte der kwikkolom in dezen toestel te bepalen.

689. *Niet verzadigden damp kan men verzadigd maken* 1° door *vermindering van zijn volumen* (*vermeerdering der spanning* door het oplichten van buis *B*); 2° *door afkoeling* tot die temperatuur (het *dauwpunt*), waarbij de spanning van verzadigden damp gelijk is aan de spanning, die de damp uitoefent. — *Verzadigde* damp kan, als geen vloeistof meer aanwezig is, tot *onverzadigden* damp gemaakt worden: 1° door *vermeerdering van zijn volumen* (*vermindering der spanning*); 2° door *verwarming* (omdat bij hoogere temperatuur voor de verzadiging eene grootere spanning vereischt wordt).

690. Is de temperatuur van eene *luchtledige* ruimte, die behalve damp nog een overmaat van vloeistof bevat, niet overal even hoog, dan is in den evenwichtstoestand de spanning in de *geheele* ruimte gelijk aan de spanning van den verzadigden damp bij de *laagste* temperatuur, die in die ruimte heerscht. *Beginsel van Watt.* — Op de plaats der laagste temperatuur wordt voortdurend damp tot vloeistof verdicht. (Distillatie, § 712.)

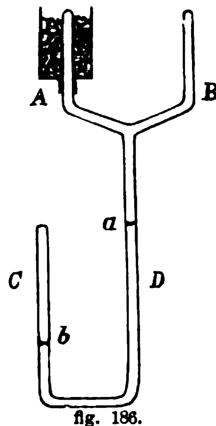


fig. 186.

Een gesloten glazen vat van den in fig. 186 afgebeelden vorm bevat water en verzadigden waterdamp, maar geen lucht. Bij gelijke temperatuur staat het water in de beide buizen *C* en *D* even hoog. Vult men den bak, waardoor het been *A* omgeven is, met ijs, dan daalt het water in *C* (tot *b*) en rijst in *D* (tot *a*). Is de temperatuur der omgeving 20°, dan drukt bij *b* waterdamp van 20° (spanning = 1,74 cM), bij *a* waterdamp, waarvan de spanning gelijk is aan die bij 0° (= 0,46 cM). Het hoogteverschil *ab* is dus (1,74 — 0,46) × 13,6 cM en verandert niet, tot welke temperatuur men ook het been *B* verwarmt. — *Condensator van Watt.* — Het gedeelte der buis *A*, dat zich binnen den bak met ijs bevindt, bevat *verzadigden* damp van 0°; het overige gedeelte van *A*, de buis *B* en *D* (boven *a*) bevatten *niet verzadigden* damp, die ongeveer de temperatuur der omgeving heeft.

De in fig. 187 afgebeelde kryophoor (kryos = ijs; phoros = voortbrengend) bestaat uit twee door eene omgebogen glazen buis verbonden glazen bollen; de toestel bevat alleen water en waterdamp. Dompelt men het eene vat *A* in eene ruimte, waarvan de temperatuur 10° tot 20° onder nul is (koud-

makend mengsel § 670), dan wordt de spanning van den waterdamp in dit vat zeer gering. Daardoor zal waterdamp uit het overige deel van den toestel snel naar dit vat stroomen, om daar tot water verdicht te worden en ten slotte te bevriezen. De vermindering der spanning heeft echter ten gevolge, dat het water in het andere vat *B* zoo sterk verdampt, dat het eveneens bevriest (§ 677).

691. Uit het feit, dat van eene vloeistof in eene luchtledige ruimte plotseling zooveel verdampt, dat de spanning gelijk wordt aan de maximum-spanning bij de temperatuur der vloeistof, volgt, dat eene vloeistof niet bestaan kan in eene ruimte, waarin de drukking kleiner is dan de maximum-spanning van den damp. Voor het bestaan eener vloeistof wordt dus eene drukking vereischt, die minstens zoo groot is als de maximum-spanning van den damp bij de temperatuur der vloeistof.

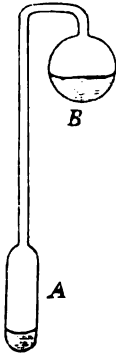


fig. 187.

IJs, dat in eene ruimte verdampt, waarin de drukking kleiner is dan 0,46 cM, gaat niet eerst in water over. Zoolang het ééne vat van een kryophoor op eene temperatuur beneden 0° gehouden wordt, is het oppervlak van het ijs in het andere vat dof en droog; zoodra echter de temperatuur in het eerste vat boven 0° gebracht wordt, verkrijgt het ijs in het andere vat een glanzend oppervlak; er vormt zich (bij de gewone temperatuur der omgeving) onmiddellijk water.

IV. Koken.

692. In § 682 is gezegd, dat men *onder het koken eener vloeistof eene verdamping verstaat, niet alleen aan de oppervlakte, maar door de geheele vloeistof heen.* Wil de vloeistof vrij kunnen verdampen, zoo zal de spankracht van den ontwikkelden damp den druk, die op de vloeistof uitgeoefend wordt, moeten kunnen overwinnen. Uit deze bepaling van het koken volgt dus:

1e Wet. *Eene vloeistof kookt bij die temperatuur, waarbij de spanning van haren verzadigden damp gelijk is aan de drukking, waaronder de vloeistof verkeert.*

Gevolg: Damp heeft eene maximum-spanning van 76 cM *bij de temperatuur, waarbij de vloeistof onder normale luchtdrukking kookt* (verg. § 688).

2e Wet. *Tijdens het koken blijft de temperatuur eener vloeistof onveranderd, mits de drukking op de vloeistof standvastig blijft.*

De dampen, die zich ontwikkelen uit water, dat in een open vat kookt, moeten den druk der lucht kunnen overwinnen. — Is de barometerstand kleiner of grooter dan 76 cM, dan kookt het water bij eene temperatuur

lager of hooger dan 100°. Hierop moet gelet worden bij het vervaardigen der schaalverdeeling van den thermometer. Is de barometerstand hooger of lager dan 76 cM, dan moet men bij den stand, dien het kwik bereikt, als de thermometer in stoom van kokend water gedompeld is, niet 100 plaatsen, maar die temperatuur, waarbij de spanning van verzadigden waterdamp gelijk is aan den barometerstand. Voor de barometerstanden 73,32 en 78,77 zijn de temperaturen respectievelijk 99° en 101°. — Hoe hooger eene plaats boven de oppervlakte der zee ligt, des te lager is daar het kookpunt van water. — Water onder de klok eener luchtpomp begint te koken, zoodra de verklikker eene spanning aanwijst, gelijk aan de maximum-spanning van waterdamp bij de temperatuur, die het water heeft.

Alcohol kookt onder normale luchtdrukking bij 78°; aether bij 35°. — Hoe grooter bij eene bepaalde temperatuur de spanning der verzadigde dampen van verschillende vloeistoffen is, des te lager is de temperatuur van het kookpunt dier vloeistoffen Verg. de tabel in § 688.

693. Laat men eene vloeistof in een diep vat koken, dan is de temperatuur, noodig voor de dampvorming, hooger, naarmate de diepte onder den vloeistofspiegel grooter is. Bij het omhoog stijgen der dampbellen neemt de druk, waaronder zij verkeeren, gedurig af; het volumen der bellen wordt grooter en de temperatuur daalt tot die, waarbij de vloeistof onder de drukking van den dampkring zou koken.

Bij het koken van water in een glazen kolf merkt men op, dat aanvankelijk het grootste deel der door het water opgeloste lucht opstijgt (verg. § 475). Wordt de vloeistof warmer, dan vormen zich aan den bodem van het vat dampbellen, die echter door het naburige minder warme water weer spoedig gecondenseerd worden; daardoor ontstaat bij omstreeks 70° het geruisch, dat men »zingen" noemt. Kookt eindelijk het water, dan verdrijft de waterdamp de lucht geheel uit de kolf; deze bevat boven de oppervlakte van het water uitsluitend (onzichtbaren) waterdamp van de spanning des dampkrings Treedt de damp uit den mond der kolf in de koudere lucht, dan verdicht hij zich tot kleine waterdruppeltjes (wasem) en wordt zichtbaar.

694. Door de adhaesie tusschen het water en de wanden van het vat kan het koken vertraagd en dus het kookpunt verhoogd worden. In glazen vaten, die vooraf zorgvuldig met zwavelzuur of loog schoon gemaakt zijn, ligt het kookpunt steeds eenige graden hooger, dan men bij den heerschenden luchtdruk zou verwachten. Het inwerpen van eenige stukjes metaal (de adhaesie tusschen metaal en water is gering) doet het kookpunt dalen tot het normale.

Bij de vervaardiging der schaalverdeeling van thermometers laat men daarom het water in metalen vaten koken. Ook dompelt men den thermometer niet in het kokende water zelf, maar in den opstijgenden damp, waarvan de temperatuur met het juiste kookpunt overeenkomt.

695. Ook de aanwezigheid van lucht of andere gassen in de

vloeistof heeft invloed op de hoogte van het kookpunt. Luchtvrij water kookt eerst boven 100°; het koken heeft ook onregelmatiger, met stooten, plaats.

696. Brengt men eene kleine hoeveelheid eener vloeistof in een gloeienden kroes, dan vormt zij een druppel, die slechts langzaam verdampt en waarvan de temperatuur beneden die van het kookpunt blijft. Aan den onderkant van den druppel vormt zich namelijk damp, waarvan de spanning voldoende is om den druppel te dragen, zoodat er geen aanraking tusschen de vloeistof en den bodem van den kroes bestaat. Voor de dampvorming is zooveel warmte noodig, dat de temperatuur van den druppel betrekkelijk laag blijft. De damp ontsnapt in verschillende richtingen langs de onderzijde van den druppel; daardoor vertoont deze eene eigenaardige trillende beweging. *Spheroidaaltoestand.* Proef van Leidenfrost.

Laat men den kroes afkoelen, terwijl de vloeistof in den spheroidaaltoestand verkeert, dan vermindert de spanning der damplaag, zoodat er na eenigen tijd aanraking tusschen vloeistof en kroes plaats heeft. De vloeistof begint dan te koken en verdampt plotseling.

Dat de druppel den kroes niet aanraakt, kan men proefondervindelijk aantoonen, door een der pooldraden van een galvanisch element in den druppel te houden, terwijl de andere met den (metalen) kroes in aanraking is. Er ontstaat geen galvanische stroom (eene magneetnaald, waaromheen een gedeelte van den draad gewonden is, wijkt niet af), omdat de damp de electriciteit niet geleidt; de stroom ontstaat echter (de magneetnaald wijkt af) op het oogenblik, dat er aanraking tusschen vloeistof en kroes plaats heeft.

Houdt men een klein reageerbuisje, dat water bevat, in vlooibaar zwaveligzuur (kookpunt —10°), dat in een gloeienden platinakroes den spheroidaaltoestand heeft aangenomen, dan bevriest het water. Evenzoo bevriest kwik in vloeibaar koolzuur (kookpunt —80°).

Aether neemt gemakkelijk den spheroidaaltoestand aan op water van omstreeks 60° of hooger.

697. *De verlaging van het kookpunt door vermindering van den druk,* waaronder de vloeistof verkeert, kan met behulp der luchtpomp worden aangetoond; zie § 692. — Ook de volgende proef van Franklin berust hierop. Als men eene glazen kolf, waarin water kookt, afsluit, nadat de lucht geheel uit de kolf verdreven is, dan kan men, door koud water op de kolf te gieten, het water in de kolf wederom aan het koken brengen. Door de afkoeling condenseeren namelijk de dampen en wordt de druk, dien zij op het water uitoefenen, kleiner dan de spanning van den damp, die zich bij de temperatuur van het water vormt.

Polshamer.

698. *De verhooging van het kookpunt door vermeerdering van den druk*, waaronder de vloeistof verkeert, kan men aantoonen met behulp van den Papiniaanschen pot, fig. 188 (Papin, 1647—1710). Op een koperen ketel, die gedeeltelijk met water gevuld is, is een koperen deksel luchtdicht vastgeschroefd. In het deksel is eene kegelvormige opening O geboord, waarin een stop van denzelfden vorm juist past. Een hefboom, die om a kan draaien, rust bij b op de stop; langs den hefboom kan een gewichtstuk P verschoven worden. M is een manometer, die de spanning van den stoom aanwijst, als het water verwarmd wordt; de thermometer T, waarvan de bol zich in een ijzeren, met kwik gevuld buisje bevindt, dat in het deksel geschroefd is, wijst de temperatuur van den stoom aan. Het water kookt bij die temperatuur, waarbij de druk, dien de stoom tegen den onderkant der stop uitoefent, evenwicht maakt met de drukking der lucht, vermeerderd met het gewicht der stop en met de kracht, waarmede de hefboom en het gewicht P op de stop drukken (*veiligheidsklep*).

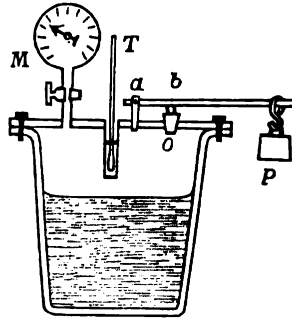


fig. 188.

Als het kookpunt bereikt is, veranderen de standen van den thermometer en den manometer niet meer; de stop beweegt zich over een geringen afstand op en neer, omdat afwisselend de spanning van den stoom en de uitwendige druk de overhand hebben.

Neemt men de stop weg, dan daalt de spanning van den stoom onmiddellijk tot een bedrag gelijk aan den druk der lucht, en de temperatuur tot die, waarbij water in een open vat kookt. De warmte, die het water hierdoor verliest, wordt als latente warmte voor de vorming van stoom gebruikt.

V. Bepaling der spanning van verzadigde dampen.

699. *Om de spanning van verzadigden waterdamp* nauwkeuriger te bepalen dan met den in § 683 beschreven toestel mogelijk is, heeft Regnault de volgende methoden toegepast.

Voor temperaturen beneden 0°. Eene barometerbuis (fig. 189), waarvan het ondereinde in een bak met kwik gedompeld is, staat boven door een buisje B in gemeenschap met een ballon C, terwijl een ander buisje D beide in verbinding kan stellen met eene lucht-

pomp. Voordat men den ballon en de barometerbuis verbonden heeft, is in den ballon een glazen buisje met zeer dunne wanden gebracht, dat geheel met uitgekookt (dus luchtvrij) water gevuld en daarna dichtgesmolten is. De hoeveelheid water moet zoo groot zijn, dat zij ook bij de hoogste temperatuur, waarbij men de spanning wil bepalen, den toestel met *verzadigden* damp kan vullen. Door de lucht herhaaldelijk uit den toestel te pompen en telkens weder droge lucht te laten toestroomen, maakt men den ballon en de buizen van binnen geheel droog [1]). Bevat de lucht geen waterdamp meer, dan pompt men den ballon nogmaals zooveel mogelijk ledig; het kwik in *A* bereikt dan, als men de spanning der overgebleven lucht verwaarloozen kan, eene hoogte boven het kwik in den bak, die gelijk is aan den barometerstand Men smelt nu het buisje *D* dicht, zonder dat lucht in den toestel kan stroomen. Verwarmt men dan den ballon op de plaats, waar het met water gevulde buisje ligt, dan springt dit, en de luchtledige ruimte wordt met verzadigden waterdamp gevuld. Daarna dompelt men den ballon in een vat, dat met een koudmakend mengsel gevuld is; de spanning van den waterdamp wordt dan gelijk aan de maximum-spanning *bij de temperatuur van het mengsel*; zij wordt bepaald door het verschil van den barometerstand en de hoogte der kwikkolom in *A*.

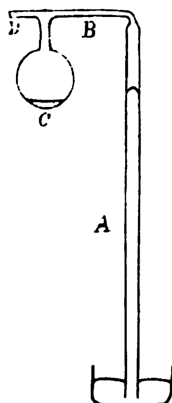


fig. 189.

Door de temperatuur van het mengsel te veranderen, verkrijgt men de spanning bij verschillende temperaturen beneden 0°.

Kan men de spanning der in den toestel overgebleven lucht niet verwaarloozen, dan moet zij bepaald worden, voordat men het buisje doet springen. De spanning van den waterdamp is dan het verschil van de door de proef gevonden spanning en de spanning der overgebleven lucht. Zie hieromtrent § 704.

De afgelezen kwikhoogten moeten (bij deze en de volgende proeven) steeds gecorrigeerd worden volgens § 651.

700. *Voor temperaturen tusschen* 0° *en ongeveer* 50°. Men handelt evenals bij de vorige proef. Het bovenste gedeelte van de

---

[1]) Door uitpompen daalt de temperatuur der lucht (§ 769) en daardoor zou de waterdamp, dien zij altijd bevat, op den binnenwand neerslaan. Men moet het uitpompen zoo dikwijls herhalen, dat alle waterdamp verwijderd wordt.

barometerbuis A, de ballon C en de buizen B en D zijn omgeven door een bak, waarvan de voorzijde en de achterzijde bestaan uit platen van spiegelglas en die met water gevuld wordt. Men geeft aan het water de temperatuur, waarbij men de spanning van den damp wil bepalen, daarbij zorg dragende, dat de temperatuur overal in het water even hoog is en tijdens de aflezing niet verandert.

Op deze wijze kan men de spanning van waterdamp slechts bepalen bij temperaturen tusschen 0° en 50°. Wilde men de spanning ook bij hoogere temperatuur bepalen, dan zou de bak dieper moeten zijn, en in eene diepe watermassa kan men de temperatuur moeielijk overal even hoog houden.

701. *Voor temperaturen van* 50° *tot* 230°. Een Papiniaansche pot A, fig. 190, (zonder manometer en veiligheidsklep) staat door eene hellende buis B in verbinding met een ballon C, en deze met een open kwikmanometer D en (door de buis E) met eene luchtpomp. Door de lucht gedeeltelijk uit den toestel te pompen, kan men aan de overgebleven lucht achtereenvolgens alle spanningen beneden den luchtdruk geven, zóó dat het kookpunt van het water in A alle temperaturen beneden dat van water in een open vat bereikt. Als het water de met de spanning der overgebleven lucht overeenkomende temperatuur van het kookpunt bereikt heeft, dan *blijft het bij voortdurende verhitting van A koken*, mits men den stoom in de buis B en den ballon C door afkoeling (omgeven met koud water) zoo sterk condenseert, dat de spanning in den toestel standvastig blijft. De manometer en de thermometers nemen een bepaalden stand aan. Bij de door de thermometers aangewezen temperatuur is dan de spanning van den gevormden damp gelijk aan de door den manometer aangewezen spanning der lucht in den toestel (§ 692).

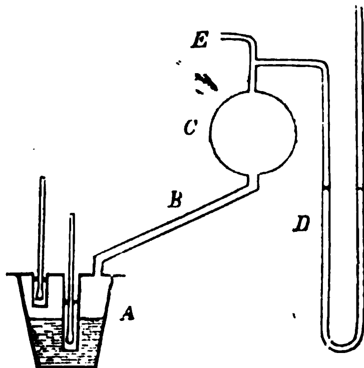


fig. 190.

Voor hoogere temperaturen vervangt men de luchtpomp door eene luchtperspomp, om de spanning der lucht in den toestel grooter te maken dan de drukking des dampkrings.

De volgende tabel geeft de spanning van verzadigden waterdamp bij de daarbij gevoegde temperaturen.

1	2	3	4	5	10	15 atm.
100°	120°,6	133°,9	144°	152°,2	180°,3	198°,8

Zie ook de tabel § 688. — Uit de waarnemingen van Regnault en anderen heeft men uitgebreide tafels samengesteld, waarin de spanning van verzadigden waterdamp bij een groot aantal temperaturen is opgegeven. Deze temperaturen stellen tevens voor de kookpunten van het water bij drukkingen, die gelijk zijn aan de daarbij gevoegde spanningen van den damp (§ 692).

Proeven *a*) met een barometer van den vorm van fig. 86, waarvan het wijde vat water en waterdamp (geen lucht) bevat en dichtgesmolten is; en *b*) met den *differentiaal-manometer* voor verzadigden waterdamp, fig. 191 (schaal 1 : 15). Twee glazen vaten, *A* en *B*, zijn door eene lange, tweemaal omgebogen buis verbonden. Boven het kwik, dat de opstaande beenen der buis gedeeltelijk vult, bevindt zich in beide buizen en vaten water en waterdamp; de lucht heeft men vóór het dichtsmelten van den toestel (door het water te doen koken) geheel daaruit verwijderd. Vult men den bak, die het vat *B* omgeeft, met koud water, terwijl men door den cilinder, die *A* omgeeft, stoom leidt (of hem met warm water vult), dan wordt het evenwicht veranderd, en kan men uit de (gecorrigeerde, § 638 en 651) hoogten der vloeistofkolommen boven den laagsten kwikspiegel het verschil in spanning van verzadigden waterdamp bij de temperaturen in *A* en *B* vinden. — De afmetingen van den toestel en de hoeveelheden water en kwik moeten zóo genomen worden, dat zich in *A* ook bij de hoogste temperatuur, die men er aan geeft, nog water bevindt, en dat het water in het vat *B* dit nooit geheel vult.

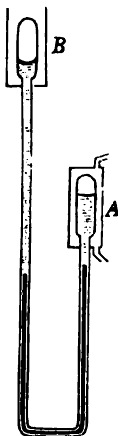


fig. 191.

De spanning, waarbij dampen verzadigd zijn, is in de nabijheid van vloeistofoppervlakken afhankelijk van den vorm van het oppervlak (de oppervlaksspanning, § 439). Hoe convexer een oppervlak is, des te grooter, hoe concaver het is, des te kleiner is de dampspanning. Bevinden zich een kleine en een groote druppel in elkaars nabijheid, dan verdampt de kleine gemakkelijker en »distilleert" naar den grooteren over (§ 712). — Aan concave oppervlakken kan damp neerslaan al is de omgeving niet met damp verzadigd.

702. De maximum-spanning van andere dampen wordt volgens dezelfde methoden bepaald.

De spanning van alcohol- en ætherdampen zie § 688.

De spanning van kwikdamp (methode § 701) is in cM kwikdruk bij

0°	10°	20°	30°	50°	100°	200°	357°
0,00002	0,00005	0,00013	0,00029	0,0015	0,028	1,825	76,0

703. Als water in een open vat kookt, is de spanning van den waterdamp gelijk aan de drukking van den dampkring. Men kan dus den barometerstand vinden, door het kookpunt van water te bepalen en de daarbij behoorende spanning van verzadigden waterdamp in de bovengenoemde tafels af te lezen. De thermometer, die hierbij den barometer vervangt, heet *hypsometer* (hypsos = hoogte): zijne schaal bevat slechts weinige graden Celsius (meestal van 90°

tot 101°), die echter elk in een groot aantal deelen (50 of 100) verdeeld zijn.

De hypsometer vervangt den barometer bij de berekening van hoogteverschillen (§ 368).

704. Laat men **water** (of eene andere vloeistof) in eene *afgesloten* ruimte, die reeds een droog **gas** bevat, zoo volledig mogelijk verdampen, dan neemt de spanning in die **ruimte** toe met het bedrag der spanning van den verzadigden damp bij de temperatuur der ruimte. *De spanning der vochtige lucht is gelijk aan de som der spanningen van de droge lucht en van den damp. Wet van Dalton* (vgl. § 679).

Eene met lucht gevulde ruimte kan dus evenveel dampmoleculen opnemen als eene even groote luchtledige ruimte. De aanwezigheid van gasmoleculen werkt alleen vertragend op de vorming van den damp. — De wet van Dalton geldt ook voor niet-verzadigde dampen.

Een glazen vat V (fig. 192) kan luchtdicht gesloten worden door eene ingeslepen stop S, waaraan een thermometer T vastgesmolten is.

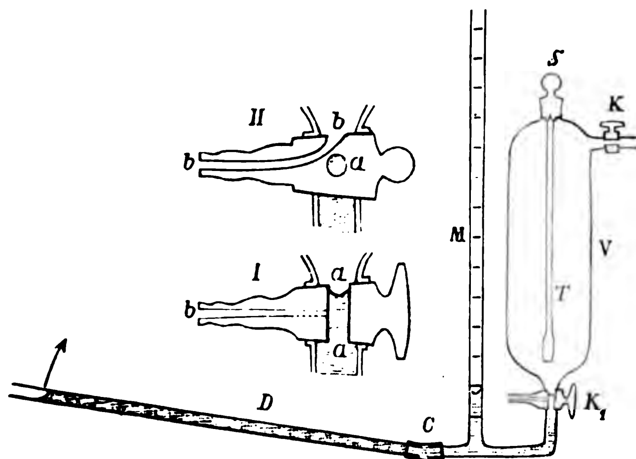


fig. 192.

Het vat staat in verbinding met eene (manometer-)buis M en, door middel van een caoutchoucbuisje C met eene andere glazen buis D, die aanvankelijk slechts eene geringe helling met een horizontaal vlak heeft. Van de beide glazen kranen K en K_1 kan de eerste het vat V met de buitenlucht in verbinding brengen; de tweede stelt het vat door het kanaal *aa* in gemeenschap met de buizen M en D (stand I) of door het kanaal *bb* met de buitenlucht

(stand II). Terwijl K_1 den stand I heeft, giet men in de hellende buis *D* water, totdat dit het kanaal *aa* in K_1 bijna geheel vult; daarna brengt men K_1 in den stand II, verbindt *K* met een aspirator en het kanaal *b* van K_1 met eene ruimte, welke lucht bevat, die door phosphorzuuranhydride gedroogd is. Men laat nu zoolang droge lucht door het vat *V* stroomen, totdat zich geen waterdamp of neergeslagen water meer daarin bevindt, sluit *K* en brengt K_1 wedeêrom in den stand I terug. De droge lucht in *V* komt nu in aanraking met het water, waarvan een gedeelte verdampt; de spanning in *V* wordt grooter en de waterspiegel in K_1 zou dientengevolge dalen. Door de hellende buis op te lichten kan men zorgen, dat de stand van den waterspiegel (in K_1) niet verandert [1]; de vermeerdering der spanning in *V* leidt men af uit de hoogte *h*, die het water in *M* boven den aanvankelijken stand bereikt heeft; zij blijkt gelijk te zijn aan de spanning van verzadigden waterdamp bij de temperatuur der omgeving.

Is door verandering van temperatuur en barometerstand gedurende de proef de aanvankelijke spanning *H* der lucht (in *V*) veranderd in H_1, dan is bij het einde der proef de druk der waterkolom *h* gelijk aan (H_1—*H*) vermeerderd met de spanning van verzadigden waterdamp bij de veranderde temperatuur.

Verdampen in eene met gas gevulde (afgesloten) ruimte twee vloeistoffen, die zich niet mengen, dan geldt voor elken damp de wet van Dalton; de totale spanning is de som van de spanning der lucht en van de maximumspanningen der beide dampen. — Mengen zich de beide vloeistoffen, dan ligt de spanning der dampen van het mengsel tusschen de dampspanningen der beide vloeistoffen in, en wel het dichtst bij de dampspanning van die vloeistof, waarvan de hoeveelheid in het mengsel het grootst is. — Spanning en kookpunt van mengsels van alcohol en water. — Drogen van gassen door geconcentreerd zwavelzuur; zie § 832, Q.

705. Als een gas, dat met de buitenlucht in verbinding staat, damp opneemt, dàn kan door de verdamping de spanning niet toenemen. In dit geval volgt uit de wet van Dalton, dat de spanning van het gas evenveel kleiner wordt, als de spanning van den damp bedraagt. Het volumen van het gas moet dus toenemen. — 1 cM³ vochtige lucht bevat minder luchtmoleculen, dan 1 cM³ droge lucht bij gelijke temperatuur en gelijken barometerstand.

Daar de lucht altijd waterdamp bevat, wijst de barometerstand niet de spanning der lucht aan, maar de spanning van een mengsel lucht en waterdamp. De spanning, die de droge lucht bezit, is het verschil van den barometerstand en de spanning van den in de lucht aanwezigen waterdamp.

---

[1]) Men kan zoodoende de snelheid, waarmede de damp zich vormt, van oogenblik tot oogenblik nagaan.

706. Veranderen de temperatuur en de drukking, waaronder met waterdamp verzadigde lucht verkeert, dan heeft condensatie van damp plaats, als het nieuwe volumen, dat de lucht inneemt, door eene *geringere* hoeveelheid damp verzadigd wordt; in het tegenovergestelde geval wordt de damp onverzadigd, of, als nog water aanwezig is, zal dit verdampen, totdat de ruimte wederom verzadigd is. Het volumen van den waterdamp wordt steeds bepaald door het volumen, dat *de lucht* onder de veranderde omstandigheden inneemt.

Als v cM^3 vochtige lucht (totale spanning $= H$ cM, spanning van den waterdamp $= h$ cM, temperatuur $= t^0$) de totale spanning H_1 cM en de temperatuur $t_1{}^0$ aannemen, terwijl de spanning van den waterdamp h_1 cM en het volumen v_1 cM^3 wordt, dan bestaat tusschen deze grootheden de betrekking (wet van Boyle-Gay Lussac)

$$\frac{(H-h)\times v}{1+\alpha t}=\frac{(H_1-h_1)\times v_1}{1+\alpha t_1}, \qquad 188$$

onverschillig of de damp al of niet verzadigd is en of er bij de bedoelde verandering condensatie van waterdamp of verdamping van nog voorhanden water plaats gehad heeft.

VI. Dichtheid van dampen.

707. *Onder de dichtheid van een damp met betrekking tot lucht* verstaat men het getal, dat aanwijst, hoeveel maal de massa (het gewicht) van een volumen damp grooter is dan de massa (het gewicht) van een even groot volumen lucht, indien de temperatuur en de spanning van lucht en damp gelijk zijn. Daar onverzadigde dampen de wet van Boyle-Gay Lussac volgen, is het gewicht van v cM^3 *onverzadigde* damp, waarvan de dichtheid D, de temperatuur t^0 en de spanning h cM kwik is, in grammen (verg. form. 183)

$$p=v\times 0{,}001293\times\frac{h}{76}\times\frac{1}{1+\alpha t}\times D. \qquad 189$$

Deze formule kan dienen, om de dichtheid van *onverzadigde* dampen te bepalen.

708. *Methode van Dumas.* Men bepaalt den inhoud v_0 bij 0° van een glazen bol met nauw uitgetrokken buis door het water te wegen, dat de toestel bij 0° kan bevatten (§ 638). Weegt de toestel met lucht (temperatuur = die der omgeving $= t_1{}^0$, spanning = barometerstand $= H$ cM) gevuld P G, dan is het gewicht van den luchtledigen toestel (form. 182)

$$P_1=P-v_0\,(1+\gamma\,t_1)\times 0{,}001293\times\frac{H}{76}\times\frac{1}{1+\alpha t_1}\ \text{gr.}$$

waarin γ den kubieken uitzettingscoëfficient van het glas voorstelt.

Eene kleine hoeveelheid vloeistof wordt nu in den ballon gebracht en deze verhit tot T^0, eene temperatuur hooger dan het kookpunt der vloeistof. Nadat al de vloeistof verdampt is en geen damp meer uit de opening stroomt, smelt men deze dicht. De ballon bevat dan *onverzadigden* damp, waarvan de temperatuur T^0, het volumen $v^0\ (1 + \gamma\ T)$ cM³ en de spanning (gelijk aan den barometerstand) H bekend zijn. Weegt nu de toestel P_2 G, dan is het gewicht van den damp

$$p = (P_2 - P_1) \text{ gr.}$$

Men heeft dus alle gegevens, om met behulp van form. 189 de dichtheid D van den damp te bepalen.

709. *Methode van Gay Lussac, Regnault, Hoffmann.* In de Torricelli'sche ruimte van een barometer, waarvan het bovenste deel omgeven is door een bak met water, brengt men eene hoeveelheid vloeistof, die niet voldoende is om de ruimte te verzadigen; het gewicht (de massa) der vloeistof is nauwkeurig bepaald. Het inbrengen der vloeistof kan geschieden op de in § 699 beschreven wijze (Regnault), of door zeer kleine fleschjes met ingeslepen stop, die de vloeistof bevatten, door het kwik omhoog te laten stijgen; in de Torricelli'sche ruimte openen zich deze fleschjes en de vloeistof verdampt (Hoffmann). Het gewicht p G van den damp is dus bekend; zijne temperatuur T^0 is die van het water in den bak; zijne spanning h cM is gelijk aan het verschil van den barometerstand H en de hoogte H_1 der kwikkolom in de buis; zijn volumen is $v\ (1 + \gamma\ T)$ cM³, indien hij schijnbaar v cM³ vult. Door substitutie dezer waarden in form. 189 vindt men D.

710. De dichtheid van onverzadigden damp met betrekking tot lucht is volgens de uitkomst dezer proeven *onafhankelijk van zijne temperatuur en zijne spanning*, mits de spanning niet te dicht bij die van verzadigden damp ligt.

De dichtheid van waterdamp met betrekking tot lucht is = 0,623.

Het gewicht van v cM³ vochtige lucht (spanning = H cM, temperatuur = t^0, dampspanning h cM) is gelijk aan de som van het gewicht der lucht (§ 705)

$$p_1 = v \times 0{,}001293 \times \frac{H - h}{76} \times \frac{1}{1 + \alpha t} \text{ gr.} \qquad 190$$

en het gewicht van den damp

$$p_2 = v \times 0{,}001293 \times \frac{h}{76} \times \frac{1}{1 + \alpha t} \times 0{,}623 \text{ gr.}$$

Het bedraagt dus

$$p_1 + p_2 = v \times 0{,}001293 \times \frac{H - 0{,}377\,h}{76} \times \frac{1}{1 + \alpha t} \text{ gr.,} \qquad 191$$

dus minder dan het gewicht van een gelijk volumen droge lucht, die eene spanning H cM en eene temperatuur t^0 heeft; dit gewicht bedraagt, volgens form. 182, $p = v \times 0{,}001293 \times \frac{H}{76} \times \frac{1}{1 + \alpha t}$ gr.

De dichtheid van waterdamp met betrekking tot waterstof (van gelijke temperatuur en spanning) is volgens § 654, daar het moleculairgewicht van waterdamp 18 is, $= \frac{18}{2} = 9$. Door dit getal met de dichtheid van waterstof met betrekking tot lucht (0,0693) te vermenigvuldigen, vindt men wederom de dichtheid van wàterdamp met betrekking tot lucht, nl. $9 \times 0{,}0693 = 0{,}6237$.

De dichtheid van onverzadigde dampen met betrekking tot water of, zooals men gewoonlijk zegt, het *soortelijk gewicht*, wordt uitgedrukt door het aantal massa-eenheden (Grammen) of het aantal der gebruikelijke gewichtseenheden (Grammen) van 1 cM^3 damp (§ 108 en 109). De waarde dezer grootheid vindt men, als men in form. 189 $v = 1$ stelt; zij is natuurlijk afhankelijk van de temperatuur en de spanning van den damp en bereikt bij eene bepaalde temperatuur eene grootere waarde, naarmate de damp meer verzadigd is.

711. Daar de wet van Boyle-Gay Lussac niet voor verzadigde dampen geldt, kan men de *dichtheid* of het *soortelijk gewicht van verzadigde dampen* niet met behulp van form. 189 vinden. Zonder over de wijze, waarop de waarde daarvan bepaald wordt, in bijzonderheden te treden, nemen wij de volgende getallen op, die men voor verzadigden waterdamp berekend heeft.

Temperatuur.	Spanning.	Gewicht van 1 cM^3.	Volumen van 1 gram.
0^0	0,46 cM	0,00000475 gr.	210660 cM^3
20^0	1,74 »	0,00001703 »	58720 »
50^0	9,2 »	0,000083 »	12049 »
100^0	1 atm.	0,000606 »	1650 »
$120^0,6$	2 »	0,00116 »	862 »
$133^0,9$	3 »	0,00170 »	588 »
144^0	4 »	0,00223 »	448,5 »
$152^0,2$	5 »	0,00275 »	363,6 »

Wilde men b. v. het volumen van 1 G verzadigden waterdamp van 100^0 berekenen met behulp van form. 189, dan zou uit de vergelijking

$$1 = v \times 0{,}001293 \times \frac{76}{76} \times \frac{1}{1 + {}^{100}/_{273}} \times 0{,}623$$

volgen $v = 1696$ cM^3, en daaruit het gewicht van 1 $cM^3 = 0{,}00059$ G. — Voor 20^0 zou men vinden $v = 51894$ cM^3 en het gewicht van 1 $cM^3 =$ 0,00001718 G.

VII. Vloeibaar maken van dampen en gassen.

712. *Verzadigde dampen kunnen tot vloeistoffen verdicht worden door samendrukking of door afkoeling* (§ 687 en 688).

Leidt men den damp van eene kokende vloeistof door een *koelvat*, dan wordt hij voor het grootste gedeelte vloeibaar. *Distilleeren*. Zuiveren der vloeistoffen door distillatie (opgeloste stoffen blijven achter). Ketelsteen. — Van een mengsel van twee vloeistoffen, die een verschillend kookpunt hebben, verdampt bij verwarming het meest van die vloeistof, die het laagste kookpunt heeft en waarvan dus de dampspanning bij eene bepaalde temperatuur hooger is. Verhooging van het gehalte van verdunden alcohol door *gefractioneerde distillatie*.

Onverzadigde dampen moeten eerst door afkoeling en vermeerdering der uitwendige drukking (vermindering van volumen) tot verzadigde dampen gemaakt worden, voordat de condensatie begint (§ 689).

Bij den overgang van den gasvormigen in den vloeibaren toestand komt de warmte, die bij verdamping inwendigen en uitwendigen arbeid verricht heeft, weer vrij.

Men kan water tot het kookpunt verwarmen, door er stoom van kokend water in te leiden. De hiervoor vereischte massa stoom is ongeveer $^1/_5$ van de massa van het koude water.

713. *Verdichting van gassen tot vloeistoffen geschiedt eveneens door afkoeling en vermeerdering der uitwendige drukking.*

Zwaveldioxyde kan vloeibaar gemaakt worden, door het in eene ruimte te brengen, waarvan de temperatuur lager dan — 10° is. Davy en Faraday maakten chloor, zwavelwaterstof, ammonia en koolzuur vloeibaar, door eene groote hoeveelheid gas in eene gesloten ruimte te ontwikkelen (zoodat dus de spanning vele atmospheren bedroeg) en het dan door een koudmakend mengsel af te koelen. Thilorier en Natterer bereidden vloeibaar koolzuur door samenpersing. — Vóór 1877 kon men alle gassen vloeibaar maken behalve *zuurstof, waterstof, stikstof, stikstofoxyde, kooloxyde* en *licht koolwaterstofgas (moerasgas)*; men noemde deze daarom *permanente gassen*.

714. Om een gas *alleen door afkoeling* vloeibaar te maken, zonder de drukking te verhoogen (dus b. v. in een open vat), moet men de temperatuur brengen beneden die, waarbij de vloeistof onder den druk van den dampkring kookt. — Heeft men b. v. zwaveldioxyde bij —15° gecondenseerd, dan zal het (in een open vat) warmte uit de omgeving opnemen, totdat zijne temperatuur —10° geworden is. Bij deze temperatuur kookt de vloeistof; de dampen hebben eene spanning gelijk aan den druk der lucht, en de warmte, die verder uit de omgeving toegevoerd wordt, dient uitsluitend tot vorming van damp. — Sluit men nu het vat luchtdicht, dan gedraagt zich de vloeistof als water in een Papiniaanschen pot; met de vermeerdering der temperatuur neemt ook de spanning der (verzadigde) dampen boven de vloeistof sterk toe; bij 10° is zij 2,26 atm., bij 20° 3,24 atm., bij 30° 4,52 atm. enz. Wordt het vat geopend,

dan gebeurt hetzelfde, wat in een Papiniaanschen pot plaats heeft, als de veiligheidsklep geopend wordt; de druk op de vloeistof wordt gelijk aan den luchtdruk en de temperatuur daalt plotseling weer tot de temperatuur, waarbij de vloeistof kookt, dus tot — 10°. De warmte, die de vloeistof hierbij verliest, wordt als (latente) verdampingswarmte voor de vorming van damp gebruikt.

In § 715 en 721 zullen wij zien, waarom wij hier liever van damp dan van gas spreken.

Voor koolzuur zouden de overeenkomstige getallen zijn: kookpunt —80°; spanning boven vloeibaar koolzuur (in een gesloten vat) bij 0° 35,40 atm., bij 10° 46,05 atm., bij 20° 58,84 atm, bij 30° 73,84 atm.

Door verdamping van vloeibaar gemaakte gassen kan men dus zeer lage temperaturen verkrijgen. Men kan de verdamping nog bevorderen en dientengevolge de temperatuur onder het kookpunt doen dalen, door de gevormde dampen met behulp eener luchtpomp voortdurend te verwijderen.

715. Daar het kookpunt hooger wordt bij vermeerdering van den uitwendigen druk, behoeft voor de verdichting van een gas tot vloeistof de temperatuur des te minder verlaagd te worden, naarmate de uitwendige druk grooter gemaakt wordt.

Bij 13°,1 en 21°,5 wordt koolzuur vloeibaar (resp. kookt) onder drukkingen van ongeveer 48 en 60 atmospheren. Verg. § 720 en fig. 194.

Voor elk gas bestaat echter eene bepaalde temperatuur, boven welke men door vermeerdering van drukking het gas niet *waarneembaar* tot eene vloeistof kan verdichten (Andrews); de overgang van den eenen in den anderen aggregaatstoestand heeft dan geleidelijk plaats zonder dat eene afscheiding tusschen de vloeistof en het gas zichtbaar is. Deze temperatuur noemt men de *kritische temperatuur*. Voor die stoffen, die bij gewone of iets lagere temperatuur vloeibaar zijn, ligt de kritische temperatuur hoog (water 365°, alcohol 234°,3, æther 195°,5, zwaveldioxyde 157°); men noemt deze stoffen bij de gewone temperatuur in den derden aggregaatstoestand meestal *dampen*; zij kunnen bij temperaturen tot aan de genoemde vloeibaar gemaakt worden door uitsluitend de drukking te vermeerderen. Voor andere stoffen ligt de kritische temperatuur aanzienlijk lager (koolzuur 30°,9, zuurstof —118°,8, stikstof —146°, waterstof —234°,5); men noemt deze stoffen gassen; zij hebben eerst bij zeer lage temperaturen het voorkomen van dampen.

Verwarmt men eene stevige gesloten glazen buis, die gedeeltelijk met vloeibaar koolzuur gevuld is, tot 30°,9, dan verdwijnt de meniscus; het koolzuur vertoont boven en onder in de buis geen verschil in toestand. Bij afkoeling tot 30°,9 verschijnt de meniscus weer. Hieruit meende Cagniard

de la Tour te moeten besluiten, dat boven de kritische temperatuur geen vloeistof bestaan kan.

Tusschen gassen en onverzadigde dampen bestaat dus geen wezenlijk verschil; hoe meer de gassen tot het punt van verdichting naderen, des te meer wordt de naam »damp" op hen van toepassing.

716. De zoogenoemde permanente gassen werden het eerst vloeibaar gemaakt door Cailletet en Pictet (1877).

Cailletet koelde het tot 300 atmospheren samengeperste gas door verdampend zwaveligzuur af en liet het gas zich dan plotseling zoo sterk uitzetten, dat de spanning weinig meer dan 1 atmospheer werd. Door de *ontspanning* daalde de temperatuur van het gas (§ 770) ongeveer 200°; daardoor kon hij alle gassen, behalve waterstof, in vloeibaren toestand verkrijgen.

Pictet perste de gassen tot meer dan 300 atmospheren samen en koelde ze dan af in een vat, waarin vloeibaar zwaveligzuur, koolzuur of stikstofoxydule door middel eener luchtpomp tot snelle verdamping werden gebracht. Door het openen van eene kraan had ontspanning plaats en stroomde het vloeibaar geworden gas in een dikken straal uit.

Wroblewski en Olszewski hebben volgens de methode van Cailletet met een verbeterden toestel grootere hoeveelheden vloeibare zuurstof, stikstof enz. verkregen; de laatstgenoemde heeft ook waterstof vloeibaar gemaakt.

Dewar verkreeg zeer lage temperaturen (—230°) door vloeibare zuurstof met behulp eener luchtpomp snel te laten verdampen. Hij verzamelde de volgens de methode van Pictet vloeibaar gemaakte gassen in glazen vaten met dubbele wanden. De ruimte tusschen de wanden was luchtledig gemaakt, nadat er eerst een druppel kwik ingebracht was. De luchtledige ruimte belet den toevoer van warmte van buiten (door geleiding), en de lage temperatuur der vloeistof in het vat heeft ten gevolge, dat op den buitenwand van het binnenste vat kwikdampen neerslaan, die een spiegel vormen, waardoor de van buiten komende warmtestralen teruggekaatst worden. Zoodoende konden de verkregen vloeistoffen onder den druk van den dampkring geruimen tijd bewaard blijven. — Door waterstofgas, dat tot 180 atmospheren samengeperst en in snel verdampende vloeibare lucht tot meer dan 200° onder nul afgekoeld was, te laten uitstroomen, verkreeg Dewar in den laatsten tijd dit gas in groote hoeveelheid vloeibaar en zelfs vast. Met den helium-thermometer bepaalde hij het kookpunt van vloeibare waterstof (bij 1 atmospheer)

op —252°,5, en het smeltpunt van vaste waterstof op —257°. — Helium heeft Dewar op —263° of 264° afgekoeld zonder condensatie waar te nemen.

717. In 1895 heeft Linde de door ontspanning voortgebrachte verlaging der temperatuur op eigenaardige wijze gebruikt, om grootere hoeveelheden vloeibare lucht te verkrijgen.

De schematische figuur 193 geeft eene voorstelling der bewerking. Door eene in een bak *A* met koud water geplaatste perspomp *P* wordt lucht in eene buis *B* tot 65 atmospheren samengeperst. Het eene gedeelte der buis is geplaatst in een vat *C*, waarin het door koud water of een koudmakend mengsel omgeven is; het andere gedeelte is omsloten door een vat *D*. Uit de buis kan de lucht door eene kraan *K* ontsnappen in een ruim vat *E*, waarbij hare spanning tot 22 atmospheren afneemt en hare temperatuur daalt. Deze daling van temperatuur wordt verkregen, omdat bij de ontspanning der lucht eene geringe hoeveelheid inwendige arbeid verricht wordt (§ 769). De afgekoelde lucht wordt dan door een buisje *F* in het vat *D* geleid, waar zij de, door de voortdurende werking der pomp in de buis *B* samengeperste lucht afkoelt; zij stroomt eindelijk door een kanaal *G* weer in de perspomp terug, om, vermengd met versche lucht, die bij *H* intreedt, opnieuw samengeperst te worden. De door ontspanning afgekoelde lucht dient dus, om andere lucht, die zich nog ontspannen moet, af te koelen, zoodat bij de opvolgende ontspanningen de temperatuur hoe langer hoe meer daalt. Na vrij langen tijd is de temperatuur der lucht in de buis *B* zoo ver gedaald, dat zij stroomende in vat *E*, vloeibaar wordt en in een vat van Dewar kan afgetapt worden.

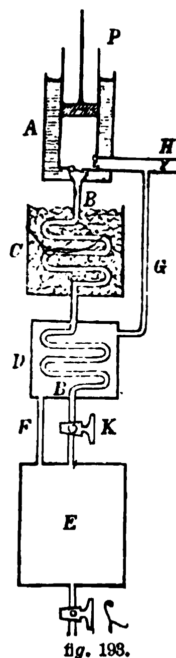


fig. 193.

De werking van den toestel is onafgebroken, indien men, terwijl de perspomp blijft werken, de kraan *K* zoo ver open zet, dat de spanning (van ongeveer 65 atmospheeren) in de buis *B* en die (van 22 atmospheeren) in het vat *E* slechts weinig veranderen.

Het **koolzuur**, dat zich in de lucht bevindt, wordt reeds in de buis *B* vloeibaar; bij het intreden in het vat *E* wordt het vast in den vorm van sneeuwvlokjes. De vloeibare lucht, die zich na

geruimen tijd in *E* vertoont, heeft door het daarin opgenomen vaste koolzuur een melkachtig voorkomen. Door filtreeren houdt men dit terug en verkrijgt men de vloeibare lucht als eene heldere blauwachtige vloeistof van ongeveer —190°. Laat men deze in een open vat eenigen tijd staan, dan wordt de blauwe kleur iets donkerder; de stikstof (kookpunt —194,4) verdampt namelijk bij een bepaalden druk sterker dan de zuurstof (kookpunt —181°,4), zoodat de overblijvende vloeistof grootendeels (95 %) uit vloeibare zuurstof bestaat.

718. Jamin gaf van de *kritische temperatuur* de volgende verklaring. Bij het verwarmen der vloeistof in een gesloten vat neemt hare dichtheid af, terwijl die van den damp toeneemt (verg. de tabel voor waterdamp in § 711). Bij eene bepaalde temperatuur wordt dus de *dichtheid van den damp gelijk aan die der vloeistof; die temperatuur is de kritische temperatuur*. Er is dan geen reden meer voor afscheiding van vloeistof en damp. De vloeistof vult, evenals de damp, de geheele ruimte; zij zweeft in den damp en kan daarom niet meer afzonderlijk waargenomen worden. Vloeistof en damp vormen eene emulsie. — Volgens Jamin kan dus vloeistof boven de kritische temperatuur wel bestaan.

719. In fig. 95 is eene graphische voorstelling gegeven van de betrekking tusschen volumen en spanning van een ideaal gas (dat is een gas, dat de wet van Boyle volkomen nauwkeurig volgt). De verkregen lijn (eene gelijkzijdige hyperbool) noemt men *isotherm*, omdat zij geconstrueerd is in de onderstelling, dat alle warmte, die bij de samendrukking ontstaat, weggevoerd wordt en dat het warmteverlies bij de uitzetting (§ 769) door warmtetoevoer van buiten vergoed wordt, zoodat de temperatuur constant blijft. Naarmate de (constante, boven de kritische temperatuur gelegen) temperatuur voor dezelfde massa gas anders genomen wordt, verandert bij elk bepaald volumen de afstand der isotherm van de horizontale lijn; haar vorm blijft echter dezelfde.

Neemt men aan, dat de door het samenpersen ontwikkelde warmte in het gas blijft, dus niet door den wand van het vat naar buiten treedt, en dat de daling der temperatuur (bij uitzetting) niet door toevoer van warmte uit de omgeving vergoed wordt, dan noemt men het vat adiabatisch (a-diabatos = ondoordringbaar) en de lijn, die graphisch de betrekking tusschen volumen en drukking voorstelt, een *adiabaat*. Eene adiabatische samenpersing geeft bij gelijke vermindering van volumen eene grootere spanning dan eene isothermische. De adiabaat loopt van rechts naar links steiler omhoog dan de isotherm. Vergelijk de isotherm c_1d_1 en de adiabaat c_1b_1 in fig. 202; zie ook § 770.

Indien de samenpersing of uitzetting zoo snel geschieden, dat de warmte zich intusschen niet verplaatsen kan, dan heeft men eveneens met adiabatische veranderingen te doen (§ 751,2 en 770).

720. Als voorbeeld voor de betrekking tusschen volumen en drukking van een gas *beneden*, *bij* en *boven* de kritische temperatuur diene fig. 194, die de isothermen van koolzuur volgens de proeven van Andrews voorstelt. De figuur is geteekend in de onderstelling, dat de massa van 1 G koolzuur in een cilinder *G* door middel van een zuiger *z* samengeperst wordt; de volumina zijn in cM³ aangegegeven op de horizontale lijn *OA* (volumen-as); de drukkingen in atmospheren op de verticale lijn *OL* (druk-as). De temperaturen, waarvoor de isothermen gelden, zijn naast deze lijnen aangegeven.

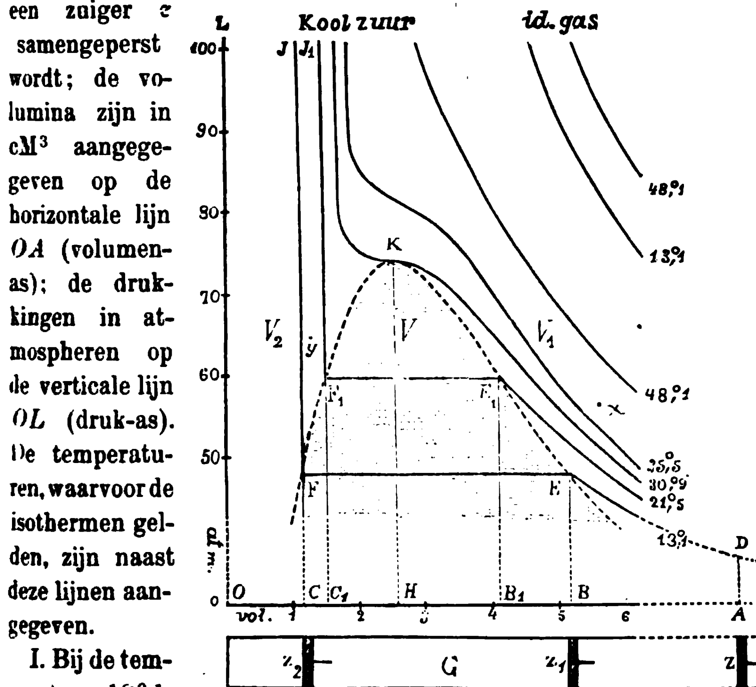


fig. 194.

I. Bij de temperatuur 13°,1 die *beneden* de kritische temperatuur (30°,9) ligt, bestaat de isotherm uit drie deelen:

1) Zoolang nog geene verdichting van het gas tot vloeistof verkregen is, heeft de isotherm een gebogen vorm *DE*, die aan dien van fig. 95 herinnert. Zij is echter geene zuivere hyperbool; koolzuur is namelijk meer samendrukbaar dan de wet van Boyle eischt, en deze afwijking neemt met klimmenden druk toe. De isothermen van koolzuur liggen dus lager dan de isothermen van een ideaal gas bij dezelfde temperaturen (bij evenredige vermindering van het volumen van koolzuur en van een ideaal gas van dezelfde aanvan-

kelijke spanning is de vereischte druk bij koolzuur kleiner); de isotherm loopt bij koolzuur van rechts naar links niet zoo sterk omhoog, als bij een ideaal gas.

Ter vergelijking zijn de isothermen van een ideaal gas voor de temperaturen 13°,1 en 48°,1 in de figuur eveneens aangeduid.

2) Zoodra door vermeerdering der drukking tot *BE* het volumen verminderd is tot *OB* (stand van den zuiger bij z_1), begint de verdichting van het gas tot vloeistof. De isotherm loopt dan horizontaal, *EF*, en blijft dit doen, totdat al het gasvormige koolzuur tot vloeistof verdicht is (bij den stand z_2 van den zuiger). Intusschen is de drukking constant gebleven, *EF* is evenwijdig met *OA* (verg. de spanning van verzadigden waterdamp bij vermindering van volumen, § 687). Beide aggregaatstoestanden, de gasvormige en de vloeibare, zijn *afgescheiden van elkander* aanwezig.

3) Is het gas geheel tot vloeistof verdicht, dan loopt de isotherm bij verdere vermeerdering van de drukking bijna verticaal omhoog, *FI*, (zij heeft eene geringe helling naar links), daar een zeer groote vermeerdering van drukking vereischt wordt, om het volumen ook slechts weinig te verminderen.

De isothermen voor de verschillende temperaturen beneden de kritische stemmen alle in genoemde onderdeelen overeen; alleen wordt het horizontaal gedeelte kleiner naarmate de temperatuur dichter bij de kritische ligt (verg. de isotherm voor 13°,1 met die voor 21°,5, waarbij de letters dezelfde beteekenis hebben als bij de eerstgenoemde). Men zal gemakkelijk inzien, waarom bij hoogere temperatuur de verdichting tot vloeistof later begint en vroeger eindigt dan bij lagere.

II. De isotherm *bij* de kritische temperatuur (30°,9) onderscheidt zich van de vorigen daardoor, dat bij haar geen horizontaal gedeelte bestaat; toch is de richting der gebogen lijn op het oogenblik, dat het volumen door *OH* en de druk door *HK* voorgesteld wordt, horizontaal. De punten *E* en *F* van de isothermen voor de lagere temperaturen vallen hier in *K* samen; m. a. w. er bestaat geen verschil meer tusschen de volumina (en dus evenmin tusschen de dichtheden) van het koolzuur in den gasvormigen en in den vloeibaren toestand. De stof gaat onmerkbaar — zonder de verschijnselen van condensatie of verdamping (koken) te vertoonen — van den eenen toestand in den anderen over.

Als dus bij de *kritische temperatuur* (30°,9) de druk opgevoerd

wordt tot eene bepaalde waarde *HK*, den *kritischen druk* (ong. 75 atmospheren), dan bezit koolzuur in vloeibaren of gasvormigen toestand een bepaald volumen *OH*, het *kritische volumen* (ong. 2,55 cM^3 per gram).

Bij de proef van Cagniard de la Tour (§ 715) moet dus eene bepaalde hoeveelheid vloeibaar koolzuur zich in de buis bevinden, om de besproken verschijnselen bij de kritische temperatuur te vertoonen.

De »dampspanning" van vloeibaar koolzuur, d. i. de druk, waarbij gasvormig koolzuur vloeibaar of vloeibaar koolzuur gasvormig wordt, is reeds in § 714 opgegeven voor verschillende temperaturen.

III. De isothermen voor temperaturen *boven* de kritische hebben, als de temperatuur niet veel van de kritische verschilt, een vorm, die herinnert aan dien van de isotherm voor de kritische temperatuur (zie de isotherm voor 35°,5). Is de temperatuur echter hooger, dan nadert de vorm der isotherm in haar geheel verloop tot den vorm eener hyperbool (zie de isotherm voor 48°,1).

721. Als men de punten E, E_1 enz., het punt K en de punten F_1,F enz. door eene vloeiende lijn verhindt ($E\,E_1\;K\;F_1F$), dan begrenst deze lijn in de figuur een veld V, waarvan alle punten omstandigheden van temperatuur, volumen en drukking aanwijzen, waarbij de gasvormige en de vloeibare toestand van koolzuur te gelijk, maar afgescheiden van elkander bestaan. De punten van het veld V_1, rechts van deze lijn, wijzen de omstandigheden aan, waarbij uitsluitend de gasvormige toestand kan bestaan; evenzoo wijzen de punten van het veld V_2, links van de bedoelde lijn, de omstandigheden aan, waarbij alleen de vloeibare toestand kan bestaan. Eene afscheiding der beide laatstgenoemde velden bestaat echter in de figuur niet; zij gaan onmerkbaar in elkander over. Bijgevolg moet het mogelijk zijn, gasvormig koolzuur (b.v. van de door het punt x aangewezen omstandigheden) over te brengen in vloeibaren toestand (b.v. van de door het punt y aangewezen omstandigheden) zonder dat men condensatie waarneemt; of ook vloeibaar koolzuur (y) over te brengen in gasvormig (x), zonder dat men verdamping waarneemt. Men behoeft te dien einde de temperaturen en de drukkingen slechts zóo te veranderen. dat deze veranderingen achtereenvolgens aangewezen worden door de punten eener gebogen of gebroken lijn $x \dots y$, resp. $y \dots x$, die geheel buiten het veld V ligt.

Uit fig. 194 blijkt, dat er geen scherpe grens kan aangegeven worden tusschen de omstandigheden, waaronder men eene stof in den derden aggregaatstoestand als gas, en die, waaronder men deze stof als damp

dient te beschouwen. Bij omstandigheden, die aangewezen worden door een punt van het veld V, zal men koolzuur een damp noemen, omdat het bij elke vermindering van volumen vloeibaar wordt. Bij omstandigheden, die aangewezen worden door punten op of dicht bij het verlengde der lijn HK (boven K), zal men van een gas spreken, omdat condensatie niet plaats kan hebben; hetzelfde geldt voor omstandigheden, die aangewezen worden door punten van het gedeelte der figuur, dat boven rechts ligt. Punten van het veld V_1, die dicht bij de lijn EE_1K liggen, wijzen op omstandigheden, die ons liever van een damp dan van een gas doen spreken; immers het volumen behoeft niet veel verminderd te worden, om condensatie te doen ontstaan. Punten eindelijk van het veld V_1, welke gelegen zijn op isothermen, die ook door het veld V gaan, wijzen, als zij ver van dit veld verwijderd zijn, op omstandigheden, waaronder koolzuur den indruk van een gas maakt. Eene bepaalde grens echter tusschen den gas- en den damptoestand kan niet aangegeven worden. — Vele natuurkundigen zijn gewoon van gas resp. damp te spreken, als de temperatuur der stof in den derden aggregaatstoestand hooger resp. lager dan de kritische temperatuur is; met het algemeene spraakgebruik stemt dit echter niet overeen. — Na het bovenstaande zal men het begrijpelijk vinden, dat koolzuur onder dezelfde omstandigheden van eenigen als gas, van anderen als damp aangeduid wordt.

VIII. Dissociatie.

722. Men heeft gevonden, dat tengevolge van verwarming niet slechts de moleculen, maar ook de atomen, die eene molecule samenstellen, kinetische energie verkrijgen. De samenhang der stoffen, die zich tot moleculen verbonden hebben, zal dus door toevoer van warmte verzwakt worden. Bij eene bepaalde temperatuur eener samengestelde stof zullen de krachten, die tot de vorming der moleculen gewerkt hebben, zoover opgeheven worden, dat er splitsing (*dissociatie*) der moleculen plaats heeft. De temperatuur, waarbij de dissociatie intreedt, is afhankelijk van de soort der moleculen.

De moleculen van koolzure kalk (calciumcarbonaat) worden bij voldoende verhitting gesplitst in koolzuur en kalk. Evenzoo stikstofperoxyde (stikstoftetroxyde), N_2O_4, in moleculen NO_2.

Blijven de bestanddeelen in een gesloten vat bijeen, zoo vereenigen zij zich weder tot de oorspronkelijke moleculen, zoodra bij afkoeling de dissociatie-temperatuur bereikt wordt.

Vermindering van drukking bevordert de dissociatie; vermeerdering van drukking werkt haar tegen, resp. vereenigt (gedeeltelijk) de gesplitste deelen weer.

723. Daar in eene stof, welker temperatuur t^0 is, zich steeds moleculen bevinden, waarvan de snelheden overeenkomen met die

van hoogere temperaturen, en andere moleculen, waarvan de snelheden overeenkomen met die van lagere temperaturen (§ 609), zoo zal de dissociatie reeds beginnen, als de stof de dissociatietemperatuur nog niet bereikt heeft, en eerst geëindigd zijn, als zij die reeds overschreden heeft. Beneden de temperatuur, waarbij de dissociatie begint, bevinden zich slechts niet gedissocieerde moleculen in de stof, boven de eindtemperatuur slechts gedissocieerde en tusschen beide temperaturen gedissocieerde en niet gedissocieerde moleculen. — Verg. overigens § 832, R.

Worden gas- of dampmoleculen in twee deelen gesplitst, dan vermindert de dichtheid der stof (met betrekking tot lucht of waterstof), naarmate meer moleculen gedissocieerd zijn. Immers volgens de wet van Avogrado bevat een bepaald volumen steeds evenveel moleculen; derhalve moet het volumen door de dissociatie toenemen en de dichtheid afnemen. Nadat alle moleculen gedissocieerd zijn, blijft de dichtheid bij verdere verhooging der temperatuur constant. Men heeft de juistheid dezer gevolgtrekking door proeven kunnen aantoonen. — Daar de deelen, waarin de moleculen gesplitst zijn, in 't algemeen niet met gelijke snelheden door den poreuzen wand van een vat gaan, waarin zij zich bevinden, kan de dissociatie geconstateerd worden door het chemisch onderzoek der uitgetreden stof.

IX. Oplossing.

724. Wordt eene vaste stof in eene vloeistof opgelost, zoo moet, evenals bij het smelten, de cohaesie der vaste stof overwonnen worden, m. a. w. er moet inwendige arbeid verricht worden. Wordt de hiervoor vereischte warmte niet van buiten toegevoerd, dan wordt zij aan de beide lichamen zelf ontnomen; deze zullen daardoor in temperatuur dalen, indien niet met de oplossing veranderingen gepaard gaan, die meer warmte ontwikkelen, dan er verdwijnt. (*Latente*) *oplossingswarmte.*

Proef met salpeterzure ammonia en water.
Hierop berusten de *koudmakende mengsels* (§ 670). — Kunnen de opgeloste stof en de vloeistof zich chemisch verbinden, dan wordt de daling der temperatuur tegengegaan door de chemische verbindingswarmte. Mengt men veel sneeuw met zwavelzuur, dan daalt de temperatuur van het mengsel; neemt men daarentegen weinig sneeuw, dan stijgt de temperatuur.

Bij elke temperatuur heeft eene vaste stof eene bepaalde *oplosbaarheid*, die meestal aangegeven wordt door de grootste massa der vaste stof, die in 100 deelen der vloeistof kan opgelost worden. De oplossing is *verzadigd* of *onverzadigd*, al naarmate deze massa of eene geringere massa stof opgelost is. Onder bepaalde omstandigheden

kan het gebeuren, dat het genoemde bedrag van de massa der vaste stof in de oplossing overschreden wordt. De oplossing is dan *oververzadigd*. Brengt men in eene oververzadigde oplossing een stukje der opgeloste stof in vasten toestand, dan scheidt zich zooveel der opgeloste stof in vasten toestand af, dat de oplossing verzadigd wordt.

Vergelijk het verschijnsel van oververzadiging met dat van oversmelting, § 674.

Bij dezelfde temperatuur is de oplosbaarheid eener bepaalde vaste stof in verschillende vloeistoffen en van verschillende vaste stoffen in dezelfde vloeistof niet even groot. De oplosbaarheid der meeste stoffen in water neemt met de temperatuur toe, bij eenige neemt zij bij verhooging der temperatuur af; er zijn ook stoffen (b.v. keukenzout), waarvan de oplosbaarheid bij alle temperaturen nagenoeg even groot is. Ook van den druk, waaronder de oplossing verkeert, is de oplosbaarheid in geringe mate afhankelijk.

In welken zin de oplosbaarheid der stoffen met de temperatuur verandert, blijkt uit een door Van 't Hoff uitgesproken beginsel (dat voor *alle* natuur- en scheikundige veranderingen geldt): *wordt op eene stof of een stelsel van stoffen eene werking uitgeoefend* (verwarming, afkoeling, samenpersing enz.), *dan ontstaan daarin veranderingen, welke deze werking tegenwerken.* Wordt dus aan eene verzadigde (met een overschot der vaste stof in aanraking zijnde) oplossing warmte medegedeeld, dan moet eene verandering plaats hebben, waardoor (op zich) de temperatuur zou verlaagd worden. Van vaste stoffen, bij welker oplossing warmte verdwijnt, wordt dus meer opgelost; de oplosbaarheid neemt met de temperatuur toe. Uit de oplossing van stoffen, bij welker oplossing warmte vrijkomt, wordt vaste stof afgescheiden; de oplossing neemt met stijgende temperatuur af. Als bij de oplossing eener stof noch warmte opgenomen noch afgestaan wordt, dan heeft de temperatuur geen invloed op de oplosbaarheid.

725. De overweging, dat er geen principiëel verschil bestaat tusschen de beide bestanddeelen eener oplossing, heeft er toe geleid, de vroegere onderscheiding tusschen opgeloste stof en oplossingsmiddel te laten vallen. Daar ook vaste lichamen (b.v. ijs en zout) door diffusie in elkander een vloeibaar stelsel kunnen opleveren, dat zich in voorkomen niet onderscheidt van de oplossing eener vaste stof in eene vloeistof of van het mengsel van twee met

elkander mengbare vloeistoffen [1]) of van eene vloeistof, welke gas geabsorbeerd heeft, wordt in nieuweren tijd het begrip »oplossing" ruimer opgevat en gedefinieerd als *een homogeen vloeibaar stelsel van twee of meer stoffen, onverschillig welke aggregaatstoestanden buiten het stelsel aan de verschillende stoffen toekomen.* Men kan dan elke der stoffen als opgeloste stof en de andere als oplossingsmiddel beschouwen.

726. In de oplossingen van vaste stoffen in vloeistoffen worden de natuurkundige veranderingen, die de warmte de vloeistof doet ondergaan, door de aanwezigheid der opgeloste stof gewijzigd.

Verlaging van het vriespunt en verhooging van het kookpunt van water waarin zout opgelost is.

De moleculen van opgeloste stoffen in (*verdunde*) oplossingen gedragen zich in vele opzichten als gassen of dampen.

Zij volgen de *wet van Boyle* (§ 470 en 472).

Door Van 't Hoff is mede aangetoond, dat voor die oplossingen ook de *wet van Gay Lussac* geldt.

Verwarmt men den met verdunde suikeroplossing gevulden toestel, fig. 139, achtereenvolgens tot verschillende temperaturen, terwijl men het volumen der oplossing constant houdt, dan blijkt, dat de osmotische druk evenredig met $(1 + \alpha t)$ verandert, waarin $\alpha = \frac{1}{273}$ is.

Voor verdunde oplossingen geldt dus de *wet van Boyle-Gay Lussac*: het product van het volumen en den osmotischen druk der oplossing is evenredig met de absolute temperatuur.

Uit de proeven van Pfeffer, die o.a. den osmotischen druk van suikeroplossingen bij verschillende temperaturen bepaald had, leidde Van 't Hoff af, dat een gas, waarvan de spanning gelijk is aan den osmotischen druk der opgeloste stof, bij gelijk volumen en gelijke

[1]) Zulke vloeistoffen onderscheidde men vroeger in *volkomen mengbare*, die zich in alle verhoudingen kunnen vermengen (b.v. water en alcohol) en in *onvolkomen mengbare*, die na geschud en weer aan zich zelve overgelaten te zijn, twee van elkaar afgescheiden mengsels vertoonen (b.v. water en æther). Bij de menging van water en æther kan men het bovenste mengsel beschouwen als eene oplossing van weinig water in veel æther, het onderste als eene oplossing van weinig æther in veel water. Men heeft echter gevonden, dat de mengbaarheid van zulke vloeistoffen met de temperatuur toeneemt, zoodat zij bij het bereiken eener bepaalde temperatuur volkomen mengbaar worden. Dan verdwijnt de afscheiding (de meniscus) en overal in het vat bevindt zich een homogeen mengsel. Wegens de analogie met de verschijnselen bij de kritische temperatuur heeft men de bedoelde temperatuur de *kritische oplossingstemperatuur* genoemd.

temperatuur evenveel moleculen bevat als de opgeloste stof, m. a. w. dat voor verdunde oplossingen ook de *wet van Avogadro* geldt.

Bij 15° vond Pfeffer den osmotischen druk eener oplossing van 1 G suiker op 100 G water (volumen der oplossing = 100,6 cM³) gelijk aan 52,5 cM kwik. Berekent men het gewicht van 100,6 cM³ waterstof van 15° en 52,5 cM spanning, dan vindt men (form. 183, § 654) daarvoor $^1/_{170}$ G, eene waarde, die nagenoeg overeenkomt met de hoeveelheid waterstof ($^1/_{171}$ G), die evenveel moleculen bevat als 1 G suiker.

727. Uit de oplossing eener vaste stof in eene vloeistof kan de vloeistof *verdampen*. De spanning dezer dampen is echter kleiner dan de spanning (bij dezelfde temperatuur) van de dampen, die afkomstig zijn van de zuivere vloeistof. De dampen boven eene oplossing zijn dus niet verzadigd.

Bepaalt men de spanning van de dampen eener zoutoplossing, door eenige druppels daarvan in eene Torricelli'sche ruimte te laten opstijgen, dan vindt men de spanning kleiner dan de maximum-spanning van waterdamp bij dezelfde temperatuur.

Is p de dampspanning der zuivere vloeistof, en p_1 de dampspanning der oplossing, dan is $\frac{p-p_1}{p}$ de *relatieve vermindering der dampspanning*. Hiervoor heeft Raoult (1877) proefondervindelijk de volgende wetten gevonden:

1) Voor oplossingen van *dezelfde* vaste stof in *dezelfde* vloeistof is de relatieve vermindering der dampspanning evenredig met de concentratie der oplossing.

Eene oplossing van 2% vermindert bij dezelfde temperatuur de spanning 2 maal zooveel als eene oplossing van 1%.

2) Oplossing van aequimoleculaire massa's van *verschillende* vaste stoffen in gelijke hoeveelheden van *dezelfde* vloeistof veroorzaakt gelijke relatieve vermindering der dampspanning.

De vermindering der dampspanning is dus (evenals de osmotische druk) alleen afhankelijk van het aantal der in 1 cM³ opgeloste moleculen, niet van de soort der opgeloste stof.

Oplossing van 1 Gram-molecule [1]) van verschillende vaste stoffen in gelijke hoeveelheden van dezelfde vloeistof veroorzaakt bij dezelfde temperatuur gelijke vermindering der dampspanning.

---

[1]) Gram-molecule beteekent zooveel gram, als het moleculairgewicht eener stof aanwijst. Gram-moleculen van verschillende stoffen hebben dus evenveel moleculen.

3) Voor alle oplossingen van *willekeurige* vaste lichamen in *willekeurige* vloeistoffen is de relatieve vermindering der dampspanning gelijk aan de verhouding van het aantal (n) der opgeloste moleculen tot de som van dit aantal en het aantal (N) der vloeistofmoleculen:

$$\frac{p-p_1}{p}=\frac{n}{N+n}. \qquad 192$$

Voor alle oplossingen bedraagt de vermindering der dampspanning b.v. 5% als 5 gram-moleculen eener vaste stof in 95 gram-moleculen eener vloeistof opgelost zijn.

728. Bij het *stollen* van verdunde oplossingen stolt alleen de vloeistof; de overblijvende oplossing wordt meer geconcentreerd.

Het vriespunt der oplossing is lager dan dat der zuivere vloeistof.

Zeewater bevriest eerst bij eene temperatuur, die lager dan 0° is.

Voor de *verlaging van het vriespunt* heeft Raoult uit zijn proeven de navolgende wetten afgeleid:

1) Voor oplossingen van *dezelfde* vaste stof in *dezelfde* vloeistof is de verlaging van het vriespunt evenredig met de concentratie der oplossing.

2) Oplossingen van aequimoleculaire massa's van *verschillende* vaste stoffen in gelijke hoeveelheden van *dezelfde* vloeistof veroorzaken gelijke verlaging van het vriespunt.

De verlaging van het vriespunt is dus wederom alleen afhankelijk van het aantal der in 1 cM^3 opgeloste moleculen, niet van de soort der opgeloste stof.

De verlaging van het vriespunt eener oplossing van 1 gram-molecule eener vaste stof in 100 gram-moleculen water bedraagt ongeveer 1°, in 100 gram-moleculen benzol 0°,63.

Met behulp van deze wetten kan men het vriespunt eener oplossing van p G eener vaste stof in p_1G eener vloeistof berekenen. Als voorbeeld diene: 342 G suiker (1 gram-mol.) in 1800 *G* water (100 gram-mol.) verlagen het vriespunt 1°; p G suiker in 1800 G water zouden het verlagen $\frac{p}{342}\times 1°$, en p G suiker in p_1 G water $\frac{p}{302}\times\frac{1800}{p_1}\times 1°$. Het vriespunt is dus 0° — $\frac{p}{342}\times\frac{1800}{p_1}\times 1°$.

729. Bij het *koken* eener oplossing verdampt alleen de vloeistof.

Het kookpunt eener oplossing ligt hooger dan dat der zuivere vloeistof, omdat bij de temperatuur, waarbij de zuivere vloeistof kookt, de dampen der oplossing nog niet de spanning bezitten, die noodig is om den luchtdruk te overwinnen.

Voor de *verhooging van het kookpunt* heeft Raoult uit zijne proeven de navolgende wetten afgeleid:

1) Voor oplossingen van *dezelfde* vaste stof in *dezelfde* vloeistof is de verhooging van het kookpunt evenredig met de concentratie der oplossing.

2) Oplossing van aequimoleculaire massa's van *verschillende* vaste stoffen in gelijke hoeveelheden van *dezelfde* vloeistof veroorzaakt gelijke verhooging van het kookpunt.

Ook de verhooging van het kookpunt is alleen afhankelijk van het aantal der in 1 cM^3 opgeloste moleculen, niet van de soort der opgeloste stof.

De verhooging van het kookpunt eener oplossing van 1 gram-molecule eener vaste stof in 100 gram-moleculen water bedraagt ongeveer $0^o,29$, in 100 gram-moleculen alcohol $0^o,25$.

Op dezelfde wijze als het vriespunt kan men dus ook het kookpunt eener willekeurige oplossing berekenen.

730. Het blijkt dus, dat *oplossingen van aequimoleculaire massa's van verschillende vaste stoffen in gelijke massa's van dezelfde vloeistof gelijken osmotischen druk, gelijke relatieve vermindering der dampspanning, gelijke verlaging van het vriespunt en gelijke verhooging van het kookpunt hebben.*

Men past deze eigenschappen der oplossingen, vooral de twee laatstgenoemde, toe, om het *moleculairgewicht* te bepalen van lichamen, die men niet in damptoestand kan brengen, en waarvan men dus het moleculairgewicht niet uit de dichtheid van den damp met behulp van de wet van Avogadro kan afleiden (§ 654 en 710). Men behoeft slechts door proefneming te bepalen, hoeveel gram der stof men b.v. in 100 gram-moleculen eener vloeistof moet oplossen, om het vriespunt evenveel te doen dalen of het kookpunt even veel te doen rijzen als door de oplossing (in 100 gram-moleculen van dezelfde vloeistof) van 1 gram-molecule eener andere vaste stof (waarvan men het moleculairgewicht kent).

731. Terwijl de oplossingen van chemisch indifferente stoffen zich ten opzichte van den osmotischen druk, de vermindering der dampspanning, de verlaging van het vriespunt en de verhooging van het kookpunt volgens de wetten van Van 't Hoff en Raoult gedragen, wijken de oplossingen van vele zouten, zuren en basen in water daarvan af en wel zóó, dat de waarden der bovengenoemde groot-

heden steeds grooter zijn, dan met de bekende moleculairgewichten dier stoffen overeenkomt. Deze oplossingen gedragen zich dus, alsof er meer moleculen in de vloeistof opgelost waren, dan men er in werkelijkheid bijgevoegd heeft. — De afwijkingen zijn grooter, naarmate de oplossingen meer verdund zijn, en de waarden voor de verlaging van het vriespunt en de verhooging van het kookpunt (bij deze beide verschijnselen heeft men de afwijkingen nauwkeuriger onderzocht) *naderen* óf tot 2-maal, óf tot 3-maal enz. de waarden aangegeven door de wetten van Raoult. De verschijnselen doen zich dus voor, alsof door de oplossing het aantal moleculen der vaste stof toeneemt tot een maximum van 2-maal of 3-maal het aantal, dat werkelijk in de vloeistof gebracht is.

Arrhenius bracht dit verschijnsel in verband met de Electrolyse en vond, dat in verdunde oplossingen (die door den galvanischen stroom ontleed worden) meer of minder moleculen *gedissocieerd* zijn. Bij die stoffen, waarvan de moleculen bij dissociatie in 2 of in 3 deelen gesplitst worden, moeten dus de verlaging van het vriespunt en de verhooging van het kookpunt, indien *alle* moleculen in de oplossing gedissocieerd zijn, 2- resp. 3-maal zoo groot worden als de wetten van Raoult aangeven.

Eene oplossing van 5,85 G chloornatrium in 100 G water moest volgens de wetten van Raoult het vriespunt $1^{\circ},8$ verlagen (§ 728). Men weet, dat eene molecule chloornatrium zich bij dissociatie in 2 deelen splitst. Waren dus *alle* moleculen gedissocieerd, dan moest de verlaging van het vriespunt $3^{\circ},6$ bedragen. Vindt men nu, dat zij $3,^{\circ}42$ ($= {}^{19}/_{20} \times 3,^{\circ}6$) bedraagt, dan bewijst dit, dat van elke 100 moleculen 90 gedissocieerd en 10 niet gedissocieerd zijn ($2 \times 90 + 10 = 190$). — Evenzoo kan men het percentgehalte der gedissocieerde moleculen berekenen uit eene onregelmatige verhooging van het kookpunt.

X. Waterdamp in den dampkring. Hygrometrie.

732. De dampkringslucht bevat altijd waterdamp.

De verhouding van de hoeveelheid waterdamp (m), *die zich in een bepaald volumen lucht bevindt, tot die hoeveelheid* (M), *die deze lucht zou bevatten, als zij* (*bij dezelfde temperatuur*) *verzadigd was, noemt men den vochtigheidstoestand* of *hygrometrischen toestand der lucht.* Om den vochtigheidstoestand

$$e = \frac{m}{M}$$

te vinden, leidt men door middel van een aspirator een bekend volumen lucht over stoffen, die den waterdamp nagenoeg geheel opnemen (chloorcalcium, geconcentreerd zwavelzuur, phosphorzuuranhydride), en bepaalt *m* door de gewichtsvermeerdering, die deze stoffen dientengevolge ondergaan. *M* ontleent men voor elke temperatuur aan tabellen, verg. § 711.

733. Berekent men met behulp van form. 189 het gewicht (de massa) van 1 cM^3 onverzadigden waterdamp bij eene temperatuur van t^0 en h cM spanning, en vergelijkt men de uitkomst met het gewicht van 1 cM^3 verzadigden waterdamp bij dezelfde temperatuur (zie § 711, slot), dan vindt men, dat de verhouding der beide gewichten $(m : M)$ ten naaste bij gelijk is aan die der spanningen van den onverzadigden en den verzadigden waterdamp $(h : H)$.

Men kan den vochtigheidstoestand dus ook uitdrukken door

$$e = \frac{h}{H}. \qquad 194$$

734. De bepaling van den vochtigheidstoestand door weging (§ 732) vereischt veel tijd en leert slechts den gemiddelden vochtigheidstoestand gedurende zekeren tijd kennen. Men bepaalt daarom de waarde van *e* liever door middel van form. 194, of leidt *e* af uit verschijnselen, die rechtstreeks met den vochtigheidstoestand der lucht in verband staan. Toestellen, die hiertoe dienen, heeten *hygrometers*.

735. Een toestel der eerste soort is de *condensatie-hygrometer*. De inrichting, die Regnault daaraan gegeven heeft, is de volgende. Een glazen cilinder *C* (fig. 195) is beneden gesloten door een gepolijst zilveren dopje *D* en gedeeltelijk met aether gevuld. In de stop *S*, die den cilinder boven afsluit, zijn drie openingen gemaakt; door de eerste opening is een gevoelige thermometer *T*, gestoken, waarvan het reservoir in den aether gedompeld is, door de tweede een glazen buisje *B*, dat slechts tot den onderkant der stop reikt, en door de derde een buisje B_1, dat tot onder

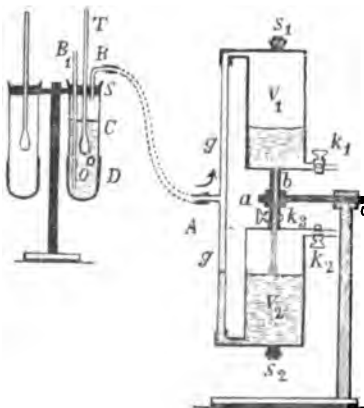


fig. 195.

in den aether reikt. Door een dubbelen aspirator A [1]), die met B verbonden is, wordt de lucht boven den aether weggezogen; de dampkringslucht stroomt door het buisje B_1 toe, stijgt in den aether omhoog en doet dezen verdampen. Daardoor wordt de overblijvende aether, het zilveren dopje en de omgevende lucht afgekoeld; de laatste wordt bij het bereiken eener bepaalde temperatuur $t_1{}^0$, die lager is dan de temperatuur t^0 der overige lucht, door den waterdamp, dien zij bevat, verzadigd. Bij de geringste daling, die de temperatuur nog ondergaat, vertoont zich dus een neerslag van water op het zilveren dopje, zoodat het oppervlak dof wordt. Men laat nu de temperatuur van den aether weer langzaam rijzen en teekent de temperatuur $t_2{}^0$ aan, waarbij de neerslag weer verdwijnt. Het gemiddelde van de afgelezen temperaturen, $\frac{t_1 + t_2}{2} = \tau^0$, neemt men aan als de temperatuur (het *dauwpunt*), waarbij de lucht juist verzadigd zou zijn door den waterdamp, dien zij bevat. Men behoeft nu slechts de spanningen h en H van verzadigden waterdamp bij de temperaturen τ^0 en t^0 in eene tabel op te zoeken; het quotient van beide is de vochtigheidstoestand.

Een tweede glazen cilinder met zilveren dopje, die (zonder æther) naast den eersten geplaatst wordt, dient om (door vergelijking) de oogenblikken, waarop de neerslag ontstaat en verdwijnt, juister te kunnen bepalen. Alluard heeft dezen condensatie-hygrometer een geschikteren vorm gegeven.

De vroeger gebruikelijke condensatie-hygrometer (Daniell) had den vorm van een kryophoor (fig. 187). De toestel was luchtledig; het aan den buitenkant vergulde vat A was met æther gevuld. In den toestel was een thermometer ingesmolten zóo, dat het reservoir zich in den æther en de steel zich in de buis bevond. De afkoeling van den æther in A werd verkregen door de verdamping van æther, dien men op een lapje mousseline, waarmede het vat B omwonden was, liet druppelen. De aanwijzingen van dezen toestel zijn echter weinig vertrouwbaar, 1) omdat de temperatuur der lucht, die den bol A omgeeft, niet volkomen gelijk zal zijn aan

[1]) De in fig. 195 afgebeelde aspirator veroorlooft, met eene geringe hoeveelheid water het doorstroomen van lucht gedurende een onbepaalden tijd voort te zetten. Uit het bovenste vat v_1 loopt water door het buisje b naar het onderste vat v_2; daardoor wordt de lucht door de glazen buis g naar het bovenste vat gezogen. Door middel van een kraan k_3 in het buisje b kan de snelheid, waarmede het water uit v_1 naar v_2 stroomt, geregeld worden. De lucht in het vat v_2 ontsnapt door de kraan k_2. — Is al het water in v_2 gestroomd, dan sluit men k_2, draait den toestel 180° om de as aa, zoodat de beide vaten van plaats verwisselen, en opent de kraan k_1. Het water valt dan uit v_2 in v_1, terwijl de lucht door buis g in v_2 stroomt enz. Door eene der met de stoppen s_1 en s_2 gesloten openingen wordt de toestel vóór het gebruik met water gevuld.

die van den (niet in beweging gebrachten) æther in A, en 2) omdat door de verdamping van den (meestal waterhoudenden) æther op bol B de vochtigheid der lucht vermeerderd wordt.

736. De spanning van den waterdamp der lucht (en den vochtigheidstoestand) kan men ook bepalen met behulp van den toestel in fig. 185 afgebeeld. Men brengt de lucht boven het kwik in de buis A, sluit de kraan a, en vult de ruimte tusschen a en b met geconcentreerd zwavelzuur. Daarna laat men eenige druppels zuur door a in A treden en sluit a weder. Nadat alle waterdamp door het zwavelzuur opgenomen is, geeft men aan de buis B zoodanigen stand, dat de lucht wederom het vroegere volumen inneemt. Uit de vermindering van de spanning der lucht volgt de gevraagde spanning van den waterdamp (§ 704).

737. De toestel van fig. 192 kan eveneens ter bepaling van den vochtigheidstoestand gebruikt worden. Nadat men bij den stand I der kraan K_1 water in den toestel gebracht heeft tot de hoogte, die de figuur aanwijst, geeft men aan kraan K_1 den stand II en zuigt nu zoolang lucht door het vat V, dat men mag aannemen, dat de lucht in V denzelfden vochtigheidstoestand heeft als de buitenlucht. Daarna sluit men K en brengt K_1 wederom in den stand I. De lucht in V wordt nu met waterdamp verzadigd; door het oplichten der buis B bepaalt men, hoeveel daarbij de spanning (bij onveranderd volumen der lucht) is toegenomen. Trekt men dit bedrag af van de spanning van den verzadigden waterdamp bij de temperatuur der lucht in V, dan verkrijgt men de spanning, die de waterdamp in de lucht had.

738. Een toestel der tweede soort (§ 734) is de *psychrometer* van August (psychros = koud). Van twee gevoelige thermometers wijst de eene de temperatuur t^0 der lucht aan; om den bol van den anderen is een lapje mousseline gewonden, waarvan het eene einde in een bakje met water hangt. Het water stijgt in het lapje, bevochtigt het oppervlak van den bol en verdampt daar des te sneller, naarmate de vochtigheidstoestand der lucht geringer is. De temperatuur van den vochtigen thermometer daalt, totdat bij eene temperatuur $t_1{}^0$ de warmte, die de thermometer door de verdamping verliest, even groot is als de warmte, die hij (wegens zijne lagere temperatuur) van de omgeving opneemt. Door vergelijking van de aanwijzingen van dezen toestel met die van den condensatie-hygrometer heeft men tabellen verkregen, waarin voor

elke temperatuur t^0 van den drogen en elke temperatuur $t_1{}^0$ van den vochtigen thermometer de vochtigheidstoestand der lucht te vinden is (tabellen met dubbelen ingang).

Door eene geringe beweging van den toestel moet men zorgen, dat de lucht, die zich rondom den bol van den vochtigen thermometer bevindt, steeds ververscht wordt; anders zou de verdamping spoedig verminderen.

739. Ook de *haarhygrometer* van Saussure behoort tot de toestellen der tweede soort. Hij berust op het langer en korter worden van haren (en andere organische stoffen) door opname of verlies van water. Een haar, dat men door middel van aether of loog ontvet heeft, wordt met één uiteinde vastgeklemd en door een klein gewicht of met behulp eener zwakke veer in verticalen stand gespannen. Nabij het ondereinde is het haar om een katrolletje geslagen, waaraan een wijzer bevestigd is. Bij vermeerdering of vermindering van den vochtigheidstoestand der lucht verkrijgt de wijzer door de verlenging of verkorting van het haar eene rechtsdraaiende of eene linksdraaiende beweging. — Den stand, dien de wijzer aanneemt, als men den toestel onder eene glazen klok plaatst, waarin de lucht door zwavelzuur of phosphorzuur-anhydride gedroogd is, duidt men door het cijfer 0 aan; den stand van den wijzer in met waterdamp verzadigde lucht (onder eene klok, waarvan men den binnenwand met water besprenkeld heeft) door het cijfer 100; den cirkelboog tusschen 0 en 100 verdeelt men in 100 gelijke deelen.

De verlenging van het haar is niet evenredig met de vermeerdering van den vochtigheidstoestand. Men moet dus nog nagaan, welke vochtigheidstoestanden door de verschillende standen van den wijzer aangewezen worden. Daartoe bereidt men oplossingen van een vast lichaam in water, die volgens de wet van Raoult dampspanningen hebben, welke 10%, 20% enz. geringer zijn dan die van verzadigden damp, en plaatst die achtereenvolgens met den toestel onder eene klok. Gay-Lussac vond op die wijze, dat de vochtigheidstoestand $^1/_2$ was, als de wijzer van zijn hygrometer op 72 stond enz.

De invloed der temperatuur op de lengte van het haar kan verwaarloosd worden. — De aanwijzingen van verschillende haarhygrometers komen bij denzelfden vochtigheidstoestand niet overeen, zoodat men eigenlijk voor elken toestel eene afzonderlijke schaalverdeeling moet vervaardigen.

HOOFDSTUK III.

Meten van warmte-hoeveelheden (Calorimetrie).

I. Eenheid van warmte. Warmte-capaciteit.

740. *De hoeveelheid warmte, die men aan een lichaam moet mededeelen, om zijne temperatuur te verhoogen, hangt af*

1) van de *massa* van het lichaam;

2) van de *verhooging der temperatuur*;

3) van de *soort* van het lichaam.

Dat de warmte, die men aan lichamen van dezelfde soort moet mededeelen, om hunne temperatuur van t^0 tot $t_1{}^0$ te verhoogen, evenredig is met de massa's der lichamen, behoeft geen betoog.

Of een bepaald lichaam evenveel warmte vereischt, om zijne temperatuur van 0° tot 1°, van 1° tot 2° enz. te doen stijgen, kan slechts door proefneming beslist worden. Het is gebleken (§ 748), dat deze hoeveelheden warmte niet volkomen gelijk zijn, maar toch zoo weinig van elkander verschillen, dat men bij benadering de warmte voor eene verhooging der temperatuur van een lichaam vereischt *evenredig* mag stellen *met de temperatuursverhooging*.

Legt men op eene wasplaat gelijke massa's van ongelijksoortige lichamen, die tot dezelfde temperatuur verhit zijn, zoo blijkt, dat zij niet alle even veel was kunnen doen smelten. — Bij menging van gelijke massa's kwik van 100° en water van 0° is de temperatuur van het mengsel ongeveer 3°; de warmte die het kwik afstaat, als zijne temperatuur 97° daalt, is slechts in staat, een gelijke massa water 3° te verwarmen.

741. Als *eenheid van hoeveelheid warmte* neemt men aan de hoeveelheid, die vereischt wordt, om 1 G water van 0° tot 1° te verwarmen. Deze eenheid van hoeveelheid warmte heet *calorie* (calor = warmte) of *gram-calorie* (kleine calorie), ter onderscheiding van de *kilogram-calorie* (groote calorie), de hoeveelheid warmte die 1 KG water behoeft, om van 0° tot 1° verwarmd te worden, en

die in de werktuigkundige vakken als eenheid van hoeveelheid warmte aangenomen wordt. 1 kilogr.-cal. = 1000 gr.-cal.

De gram-calorie en de kilogram-calorie zijn willekeurige eenheden; de C-G-S-eenheid van hoeveelheid warmte zullen wij later (§ 767) afleiden.

Het woord calorie (zonder bijvoeging) zal in dit boek steeds de beteekenis van gram-calorie hebben.

742. *Het aantal calorieën, die de eenheid van massa* (1 *G*) *eener stof bij de temperatuur* t^0 *behoeft, om de temperatuur* $(t+1)^0$ *te bereiken, noemt men de warmte-capaciteit dier stof bij de temperatuur* t^0.

De warmte-capaciteit van water bij 0^0 is dus 1 calorie.

De verhouding van de warmte-capaciteit (*c*) *eener stof tot die van water bij* 0^0 (1), *noemt men de soortelijke warmte dier stof.* De soortelijke warmte wordt door hetzelfde getal uitgedrukt als de warmte-capaciteit.

De hoeveelheid warmte W, die een lichaam (massa $= M$ G; warmte-capaciteit $= c$) bij verwarming van t^0 tot $t_1{}^0$ opneemt of bij afkoeling van $t_1{}^0$ tot t^0 afstaat, bedraagt

$$W = M\ c\ (t_1 - t) \text{ cal.} \qquad 195$$

Bij t^0 bezit het lichaam $W_1 = M c t$ cal. meer dan bij 0^0.
In deze en de volgende formules beteekent *c* de *gemiddelde* warmte-capaciteit (of soortelijke warmte) tusschen de laagste en de hoogste temperatuur.

II. Soortelijke warmte van vaste en vloeibare stoffen.

743. De soortelijke warmte eener vaste of vloeibare stof kan in de eerste plaats bepaald worden door de *mengingsmethode.* Men verwarmt M G der stof, waarvan men de soortelijke warmte c wil bepalen, tot de temperatuur T^0 en mengt ze met m G water van de temperatuur t^0. Nadat de temperatuur van beide lichamen gelijk geworden is, bepaalt men de *eindtemperatuur* ϑ^0. Het verwarmde lichaam heeft afgestaan $M c\ (T - \vartheta)$ cal.; het water heeft opgenomen $m\ (\vartheta - t)$ cal. Door gelijkstelling dezer hoeveelheden kan men c vinden uit de vergelijking

$$M c\,(T - \vartheta) = m\,(\vartheta - t). \qquad 196$$

De formule moet echter verbeterd worden, want 1) ook het vat (*calorimeter*), waarin de menging plaats heeft, en de in den calorimeter geplaatste roertoestel zijn van t^0 tot ϑ^0 verwarmd; 2) de

thermometer, waarmede de eindtemperatuur bepaald wordt, neemt eveneens warmte op; 3) gedurende den tijd, dat de temperatuur van den calorimeter hooger is dan die der omgeving, verliest hij door geleiding en uitstraling warmte aan de omgeving; in het tegenovergestelde geval neemt hij warmte daarvan op (Hoofdstuk VI).

744. Voordat men de soortelijke warmte van andere stoffen kan vinden, moet men dus eerst de soortelijke warmte c_1 der stof bepalen, waaruit de calorimeter *en* de roertoestel vervaardigd zijn, door een lichaam (M_1 G) van dezelfde stof, dat tot T^0 verwarmd is, in het water van den calorimeter te brengen. Is de massa van het water m G, die van calorimeter en roertoestel m_1 G, de aanvankelijke temperatuur van water en calorimeter t^0, de eindtemperatuur ϑ^0, dan wordt c_1 bepaald uit de vergelijking

$$M_1\, c_1\, (T-\vartheta) = (m + m_1\, c_1)\, (\vartheta - t). \qquad 197$$

Het product van de massa M en de soortelijke warmte c van een lichaam noemt men zijne *waterwaarde*, omdat dit product het aantal grammen water voorstelt, dat evenveel warmte vereischt als het lichaam, om eene gelijke temperatuursverhooging (τ^0) te ondergaan; $M \times c \times \tau = (Mc) \times 1 \times \tau$.

745. De warmte, die de thermometer opneemt, kan men niet op dezelfde wijze als die van den calorimeter (in zijne waterwaarde) uitdrukken, omdat niet de geheele thermometer in het water van den calorimeter gedompeld wordt. Aanvankelijk kan men de verwarming van den thermometer bijna geheel vermijden, als men door eene voorloopige proef eene benaderende waarde der eindtemperatuur bepaalt, en dan bij de eigenlijke proef, die geheel onder dezelfde omstandigheden moet plaats hebben als de voorloopige proef, den thermometer vóór het indompelen in den calorimeter eerst tot die temperatuur verwarmt.

Kent men de soortelijke warmte c_1 der stof, waaruit de calorimeter vervaardigd is, dan kan men proefondervindelijk de *waterwaarde w van den thermometer* of beter van het ondergedompelde deel van den thermometer bepalen, door hem tot eene bepaalde temperatuur T^0 te verwarmen en de eindtemperatuur ϑ^0 te bepalen, die ontstaat, als hij gedompeld wordt in een calorimeter van geringe waterwaarde, die de temperatuur t^0 heeft. Men vervangt het product $M_1 c_1$ in form. 197 door de gevraagde waterwaarde w van den thermometer:

$$w\, (T-\vartheta) = (m + m_1 c_1)\, (\vartheta - t). \qquad 198$$

De waterwaarde der thermometers is meestal zeer gering, omdat de soortelijke warmte van kwik ($^1/_{30}$) klein is en het glas van het reservoir slechts weinig massa bezit.

Heeft men aldus de waterwaarde w van den thermometer en de waterwaarde m_1c_1 van den calorimeter bepaald, dan kan men de soortelijke warmte c van een vast of vloeibaar lichaam vinden uit de formule

$$Mc(T-\vartheta) = (m + m_1c_1 + w)(\vartheta - t). \qquad 199$$

Bij deze proef moet de thermometer even diep in den calorimeter gedompeld worden als bij de proef, waardoor men zijne waterwaarde bepaald heeft.

Bij de bepaling van de soortelijke warmte eener vloeistof kan men, mits men eene voldoende hoeveelheid der vloeistof bezit, deze in plaats van water in den calorimeter brengen en de eindtemperatuur bepalen, die de thermometer na indompeling van een verwarmd lichaam van bekende massa en bekende soortelijke warmte aanwijst. — Geringe hoeveelheden van vloeistoffen doet men in een metalen of glazen buisje met dunne wanden (waarvan men de waterwaarde kent) en brengt dit in een met water gevulden calorimeter.

746. Winst en verlies van warmte gedurende de proeven door geleiding kan voorkomen worden door den calorimeter op slecht geleidende lichamen (b. v. drie spitse houten staafjes) te plaatsen.

De fouten, die door straling kunnen ontstaan, trachtte Person te vermijden door de temperatuur der omgeving op elk oogenblik gedurende de proef gelijk te maken aan die van den calorimeter. Dit is echter niet gemakkelijk te bereiken. — Rumford zorgde, dat bij zijne proeven de temperatuur van den calorimeter bij het begin der proef evenveel lager was dan die der omgeving, als zij bij het einde der proef hooger was; hij nam aan, dat dan de calorimeter gedurende het eerste gedeelte der proef evenveel warmte van de omgeving ontving, als hij gedurende het tweede gedeelte der proef aan de omgeving afstond. Nu is volgens Newton de hoeveelheid warmte, die een lichaam van de omgeving opneemt of daaraan afstaat, evenredig met den tijd en met het verschil der temperaturen van het lichaam en van de omgeving (mits het temperatuursverschil gering is). Het verlies van warmte door uitstraling zou dus verwaarloosd kunnen worden, indien de verhooging van de temperatuur des calorimeters gedurende de proef gelijkmatig plaats had (wat niet het geval is). Ook het neerslaan van waterdamp uit de lucht op den wand van den calorimeter gedurende het eerste gedeelte der proef en het verdampen van het gevormde water gedurende het tweede gedeelte

der proef zou de uitkomst onnauwkeurig kunnen maken. Bedraagt echter de geheele temperatuursverhooging slechts enkele graden, dan kan deze methode toegepast worden. — Regnault leidde uit de daling in temperatuur, die de verwarmde calorimeter bij een bepaald temperatuursverschil met de omgeving vertoonde, de eindtemperatuur $\vartheta_1{}^0$ af, die de calorimeter bereikt zou hebben, als geen verlies van warmte had plaats gehad. In formule 198 wordt dan ϑ vervangen door ϑ_1.

Men brengt bij deze proeven den calorimeter steeds in dezelfde omgeving, door hem in een wijderen bak te plaatsen. Het warmteverlies wordt geringer, als de buitenwand van den calorimeter en de binnenwand van den bak goed gepolijst zijn, omdat een metaaloppervlakte minder warmte uitstraalt, naarmate zij beter gepolijst is (§ 815).

Calorimetrische pyrometer. Men bepaalt de (hooge) temperatuur T^0, die een stuk platina (massa M G, soortelijke warmte c) heeft, door de eindtemperatuur waar te nemen, die het een calorimeter van bekende waterwaarde $(m + m_1c_1 + w)$ G en met eene aanvankelijke temperatuur t^0 doet aannemen (form. 199).

747. Beter dan de mengingsmethode is de *ijssmeltingsmethode*, toegepast op de door Bunsen aangegeven wijze. De *ijscalorimeter* van Bunsen (fig. 196) is van glas vervaardigd. Een reageerbuisje A is ingesmolten in een wijder vat B, dat in eene naar boven omgebogen buis C uitloopt. Het vat B bevat luchtvrij water, dat het reageerbuisje omgeeft, en kwik, dat het overige gedeelte van het vat (ongeveer tot de hoogte a) alsmede de buis C vult. Eene stop D, waardoor een nauw rechthoekig omgebogen buisje E gaat, wordt zoo diep in de buis C gebracht, dat het kwik tot aan het horizontale deel van het buisje E dringt, als de toestel, die tot aan E in een bak F met smeltend ijs geplaatst wordt, de temperatuur 0° heeft aangenomen. Het buisje E is nauwkeurig gekalibreerd.

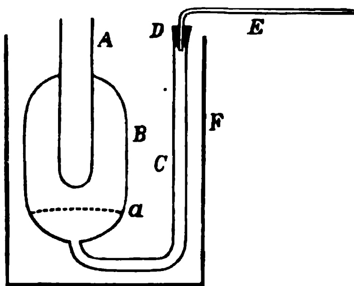


fig. 196.

Men koelt nu het reageerbuisje A sterk af, door er een koudmakend mengsel of eene snel verdampende vloeistof in te brengen. Daardoor bevriest het water rondom A; en daar het volumen van ijs grooter is dan dat van een even groote massa water, wordt het kwik in de buis E vooruitgedreven. Men verwijdert nu de koudmakende stof uit de buis A, vult deze gedeeltelijk met water en

laat alles de temperatuur 0^0 aannemen. Dit is geschied als de stand der kwikkolom in *E* niet meer verandert.

Brengt men nu de stof (massa = *M* G, temperatuur = T^0), waarvan men de soortelijke warmte wil bepalen, in het buisje *A*, dan daalt hare temperatuur tot 0^0, en de warmte, die zij daarbij afstaat, dient uitsluitend, om een gedeelte van het ijs om het buisje te doen smelten. De vermindering van volumen (v cM^3), die daarmede gepaard gaat, kan men bepalen door het teruggaan van het kwik in de gekalibreerde buis *E*. Nu heeft 1 G ijs van 0^0 een volumen van 1,0908 cM^3 en 1 G water van 0^0 een volumen van 1,0001 cM^3; deelt men het verschil dezer getallen (0,0907) op de waargenomen vermindering van volumen (v), dan verkrijgt men het aantal grammen ijs (m), dat gesmolten is.

Zooals wij later zullen zien (§ 754), heeft 1 G ijs 80 calorieën noodig om zonder verhooging van temperatuur te smelten. Men heeft dus:

$$m = \frac{v}{0,0907} \text{ en } McT = m \times 80, \qquad 200$$

waaruit men c kan bepalen.

De voordeelen, aan deze methode verbonden, zijn de volgende: 1) men behoeft geen eindtemperatuur waar te nemen; deze toch is 0^0; 2) de bepaling der hoeveelheid gesmolten ijs kan zeer nauwkeurig geschieden; 3) er wordt geene warmte aan de omgeving afgestaan.

Bij oudere ijssmeltingsmethoden (ijsput van Black, ijscalorimeter van Lavoisier en Laplace) wordt het gevormde water verzameld en gewogen; de bepaling zijner massa (m) op deze wijze levert geen nauwkeurige uitkomsten.

748. De bepaling der soortelijke warmte van vaste en vloeibare lichamen heeft tot de volgende uitkomsten geleid.

1) De soortelijke warmte van bijna alle stoffen is geringer dan die van water.

Belangrijkheid van de groote waarde der soortelijke warmte van water in de natuur.

2) De soortelijke warmte van bijna alle stoffen neemt met de temperatuur toe.

B.v. de soortelijke warmte van ijzer is bij $0^0 = 0,1116$, bij $300^0 = 0,1267$.

De *gemiddelde* soortelijke warmte eener stof tusschen 0^0 en t^0 kan men $c = a + bt + ct^2$ stellen, waarin a, b en c constante getallen voorstellen, die van den aard der stof afhankelijk zijn (verg. de beschouwing § 618). Voor water is volgens Regnault de gemiddelde soortelijke warmte tusschen 0^0 en t^0

$$c = 1 + 0{,}00002\,t + 0{,}0000003\,t^2, \qquad 201$$

zoodat voor de verwarming van 1 gr. water van 0° tot t^0 noodig zijn

$$W = ct = t + 0{,}00002\,t^2 + 0{,}0000003\,t^3 \text{ cal.} \qquad 202$$

Voor $t = 100$ is dit 100,5 cal. — Voor de soortelijke warmte van water *bij* t^0 (verg. 742) vond Regnault

$$c_t = 1 + 0{,}00004\,t + 0{,}0000009\,t^2.$$

Volgens andere waarnemers verandert de soortelijke warmte van water minder regelmatig.

3) De soortelijke warmte eener stof is in den vloeibaren toestand grooter dan in den vasten.

B.v. de gemiddelde soortelijke warmte van vast lood is (tusschen 0° en 48°) = 0,0315; voor vloeibaar lood is zij (tusschen 340° en 450°) = 0,0402. — De soortelijke warmte van ijs is ongeveer 0,5.

4) *Regel of wet van Dulong en Petit. De producten van de atoomgewichten* (m) *en de soortelijke warmten* (c) *der vaste elementen zijn ongeveer gelijk* (gemiddeld = 6,4).

B.v. voor lood is $mc = 207 \times 0{,}0315 = 6{,}5$; voor nikkel $59 \times 0{,}1092 = 6{,}44$; voor ijzer $56 \times 0{,}1116 = 6{,}25$.

Daar 207 G lood evenveel atomen bevatten als 59 G nikkel, 56 G ijzer enz., en al deze massa's ongeveer even veel (6,4) calorieën behoeven om 1° in temperatuur te rijzen, zoo kan men den regel van Dulong en Petit ook aldus uitdrukken, dat ongeveer even veel warmte noodig is, om de atomen der verschillende elementen 1° in temperatuur te doen stijgen, of, m. a. w. dat de *atoomwarmte* der elementen gelijk is.

Uit de standvastige grootte der atoomwarmte volgt, dat de soortelijke warmte evenredig is met het aantal atomen, begrepen op 1 G eener stof.

Daar de soortelijke warmte met de temperatuur verandert, moet het product mc voor eene stof bij verschillende temperaturen verschillende waarden hebben. Voor stoffen, waarbij dit product bij lage temperaturen veel van de waarde 6,4 afwijkt (b.v. borium, silicium, koolstof) heeft Weber aangetoond, dat de soortelijke warmte met de temperatuur zeer sterk verandert, zóo dat bij hoogere temperaturen de afwijkingen kleiner zijn. Zoo verandert voor borium c van 0,1915 (—40°) tot 0,3663 (233°): voor graphiet van 0,1138 (—50°) tot 0,4670 (997°); voor diamant van 0,0635 (—50°,5) tot 0,4589 (985°). — Verg. § 772.

5) In legeeringen behouden de atomen hunne soortelijke warmten, zoodat men de soortelijke warmte c eener legeering (massa = M G), die uit de massa's m_1, m_2 enz. G (soortelijke warmten c_1, c_2 enz.) samengesteld is, vindt uit de vergelijking

$$Mc = m_1c_1 + m_2c_2 \text{ enz.} \qquad 203$$

Ook voor scheikundige verbindingen heeft men gevonden, dat de

moleculairwarmte, het product van het moleculairgewicht (M) en de soortelijke warmte (c), ongeveer gelijk is aan de som der atoomwarmten van de atomen, waaruit de molecule is samengesteld. *Regel van Kopp en Neumann.* Bestaat eene molecule uit n_1, n_2 enz. atomen, waarvan de atoomgewichten m_1, m_2 enz. en de soortelijke warmten c_1, c_2 enz. zijn, dan is dus

$$M c = n_1 \times m_1 c_1 + n_2 \times m_2 c_2 \text{ enz.} \quad 204$$

III. Soortelijke warmte van gassen.

749. Verwarmt men een gas, zóo dat het zich vrij kan uitzetten, dus *onder standvastige drukking* (men stelle zich voor, dat het gas door middel van een beweeglijken zuiger afgesloten is), dan wordt niet slechts zijne temperatuur verhoogd, d. i. de kinetische energie zijner moleculen vermeerderd, maar ook uitwendige arbeid verricht (§ 613); de inwendige arbeid is wegens de zeer geringe cohaesie bij gassen zoo gering, dat hij meestal verwaarloosd kan worden. — Verwarmt men echter een gas, *terwijl zijn volumen constant blijft* (de zuiger wordt vast gezet), dan wordt geen uitwendige arbeid verricht, doch alleen de temperatuur verhoogd. Daaruit volgt, dat de soortelijke warmte van een gas in het eerste geval grooter moet zijn, dan in het tweede.

750. De *soortelijke warmte c_p van een gas bij constante drukking* kan men volgens Regnault bepalen met behulp van den in fig. 197 geschetsten toestel. A is een groot reservoir, waarin men het gas samengeperst heeft; het wordt door water, dat zich om het vat bevindt, op standvastige temperatuur gehouden. Uit A stroomt het gas met eene geringe, constante snelheid, die men met behulp van eene kraan K kan regelen, door eene lange nauwe buis B; deze is geplaatst in een

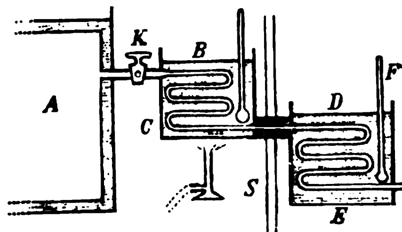


fig. 197.

vat C, dat met eene vloeistof gevuld is, die men op eene standvastige temperatuur T^0 houdt. Het gas wordt daardoor tot de temperatuur der vloeistof verwarmd en stroomt met eene spanning, gelijk aan den druk des dampkrings, in eene lange buis D met dunne wanden, die zich in den calorimeter E bevindt, waarvan

de (totale) waterwaarde w bekend is. Het verlaat eindelijk den calorimeter met eene temperatuur, die gelijk is aan de door den thermometer F aangewezen *temperatuur van den calorimeter.*

De massa M G van het gas wordt berekend uit den bekenden inhoud van het reservoir A en de vermindering van de spanning in A gedurende de proef (§ 360,2 en form. 183). Als eindtemperatuur van het gas neemt men het gemiddelde van de begin- en de eindtemperatuur van den calorimeter, $\vartheta = \frac{t + t_1}{2}$. De soortelijke warmte wordt bepaald uit de vergelijking

$$Mc_p\,(T - \vartheta) = w\,(t_1 - t). \qquad 205$$

Door schermen S tusschen het vat C en den calorimeter E te plaatsen voorkomt men, dat de calorimeter warmte van C ontvangt. — Het verbindingsbuisje tusschen de buizen B en D is omgeven door slecht geleidende stoffen. — De warmte, die de calorimeter gedurende de proef aan de omgeving afstaat, moet in rekening gebracht worden (§ 746). Dit is vooral noodig, omdat wegens de geringe massa der gassen eene groote hoeveelheid gas door den calorimeter geleid moet worden, om eene merkbare verhooging van temperatuur te verkrijgen. De bepaling der soortelijke warmte van een gas duurt dientengevolge veel langer, dan die van een vast of vloeibaar lichaam.

Regnault vond voor de *soortelijke warmte bij constante drukking* van lucht 0,2375, zuurstof 0,2175, stikstof 0.2438, waterstof 3,409, waterdamp 0,4805.

De soortelijke warmte van een gas bij standvastige drukking is afhankelijk van de grootte der drukking.

751. De *soortelijke warmte* c_v *van een gas bij constant volumen* kan proefondervindelijk niet *direct* bepaald worden. Daarom bepaalt men de verhouding der beide soortelijke warmten $\frac{c_p}{c_v}$, en leidt daaruit c_v af.

1) Verwarmt men 1 G van een gas, waarvan wij het volumen v noemen, onder constante drukking 1°, dan zijn daarvoor noodig c_p calorieën. Het volumen van het gas wordt v_1. Perst men nu het volumen v_1 weer samen tot het oorspronkelijk volumen v, dan stijgt de temperatuur van het gas nog τ^0, omdat de verrichte arbeid, die gelijk is aan den uitwendigen arbeid bij de verwarming onder constante drukking, in warmte overgaat. Hieruit volgt, dat c_p calorieën *bij constant volumen* het gas $(1 + \tau)^0$ zouden verwarmen, terwijl $c_p : c_v = (1 + \tau) : 1$ is, of

$$\frac{c_p}{c_v} = 1 + \tau.$$

Clement en Desormes hebben door eene proef, waarvan wij de beschrijving achterwege laten, de waarde van τ bepaald.

2) De voortplanting van trillingen in gassen is een gevolg van de vermeerdering der spanning in het verdichte en de vermindering der spanning in het verdunde gedeelte eener golf. De formule voor de voortplantingssnelheid (§ 513) werd door Newton afgeleid in de onderstelling, dat de spanning evenredig verandert met de dichtheid (wet van Boyle), hetgeen inderdaad het geval zou zijn, als bij de veranderingen der dichtheid de temperatuur constant bleef (isothermische veranderingen). Nu wordt echter (§ 770) de temperatuur der gasmoleculen door de verdichting hooger en door de verdunning lager; en deze temperatuursveranderingen kunnen, wegens den korten duur eener trilling, niet onmiddellijk door mededeeling van warmte aan de naburige moleculen of door aanvoer van warmte van de naburige moleculen opgeheven worden; m. a. w. de verdichtingen en verdunningen zijn adiabatisch (§ 719). Daardoor wordt de vermeerdering der spanning in de verdichte en de vermindering der spanning in de verdunde deelen grooter, dan uit de wet van Boyle zou volgen. *Beide* veranderingen hebben dus ten gevolge, dat de voortplantingssnelheid *grooter* moet zijn, dan de formule (129) van Newton aanwijst. — Laplace toonde aan, dat de spanning door de tijdelijke veranderingen der temperatuur in de verdichte deelen $\frac{c_p}{c_v}$ maal zoo groot, en in de verdunde deelen $\frac{c_p}{c_v}$ maal zoo klein wordt, als zonder deze veranderingen; zoodat men in de formule van Newton nog den factor $f = \frac{c_p}{c_v}$ onder het wortelteeken moet plaatsen. Is de voortplantingssnelheid in een gas proefondervindelijk bepaald, dan kan men dus door form. 130 de verhouding der beide soortelijke warmten vinden.

3) Over de berekening van $\frac{c_p}{c_v}$ met behulp van het mechanisch aequivalent der warmte zie men het slot van § 766.

De soortelijke warmte van een gas bij constant volumen is voor alle temperaturen en drukkingen nagenoeg gelijk.

De verhouding der beide soortelijke warmten is voor lucht 1,405, waterstof 1,414, zuurstof 1,402, koolzuur 1,305 enz. De soortelijke warmte bij constant volumen is dus voor lucht 0,1684, waterstof 2,411, zuurstof 0,1551 enz. (verg. § 750).

752. Men heeft nagegaan of voor gassen eene betrekking be-

staat, die overeenkomst vertoont met den regel van Dulong en Petit (§ 748,4). Berekent men het aantal calorieën, vereischt om de temperatuur van *gelijke* volumina van verschillende gassen (die volgens de wet van Avogadro evenveel moleculen bevatten) 1° te verhoogen, dan vindt men wel is waar voor eenige gassen getallen. die vrij wel met elkaar overeenkomen, maar voor de meeste gassen loopen die getallen zeer uiteen. Voor gassen bestaat zulk eene betrekking dus niet.

Neemt men b.v. voor alle gassen het volumen, dat 1 G lucht inneemt. Dit volumen is (bij 0°) $v = \frac{p}{s} = \frac{1}{0,001293} = 773$ cM³. Bij constante drukking zijn 0,2375 calorieën noodig, om de temperatuur van deze hoeveelheid lucht 1° te verhoogen. Een even groot volumen van een gas, welks dichtheid met betrekking tot lucht D is, heeft een massa D G en vereischt, om 1° warmer te worden, $D \times c_p$ calorieën. Het aantal calorieën, benoodigd om 773 cM³ van een gas 1° warmer te maken, wordt dus voorgesteld door het product van zijne dichtheid met betrekking tot lucht en zijne soortelijke warmte. Deze producten zijn b.v. voor lucht 1 × 0,2375, voor waterstof 0,06926 × 3,409 = 0,2362, voor zuurstof 1,1056 × 0,2175 = 0,2405, voor stikstof 0,9714 × 0,2438 = 0,2368, voor koolzuur 1,529 × 0,2169 = 0,3310, voor chloor 2,449 × 0,1241 = 0,2973 enz.

IV. Smeltingswarmte en verdampingswarmte.

753. *Smeltingswarmte noemt men het aantal gram-calorieën* (KG-*cal.*), *vereischt om de massa van* 1 G (1 KG) *eener vaste stof zonder temperatuursverhooging in den vloeibaren toestand te doen overgaan.* Zij is gelijk aan de hoeveelheid warmte, die vrij wordt, als dezelfde massa zonder verandering der temperatuur van den vloeibaren in den vasten toestand overgaat (verg. § 613, 667 en volg.).

754. De bepaling van de smeltingswarmte van *ijs* is zeer eenvoudig. In een calorimeter, waarvan de (totale) waterwaarde w G en de begintemperatuur t^0 bekend zijn, brengt men een stuk ijs van 0°, dat met zorg afgedroogd is, en bepaalt de eindtemperatuur ϑ^0, die de calorimeter aanneemt, nadat het ijs gesmolten en het gevormde water tot dezelfde eindtemperatuur verwarmd is. De massa M G bepaalt men door den calorimeter vóór het inwerpen van het ijs en na afloop der proef te wegen. Noemt men de smeltingswarmte l, dan neemt het ijs bij het smelten op Ml calorieën; het gevormde water neemt op $M\vartheta$ calorieën; de calorimeter heeft afgestaan $w(t-\vartheta)$ calorieën. Men bepaalt l dus uit de vergelijking

$$Ml + M\vartheta = w(t - \vartheta).$$ 206

Bij deze en bij alle proeven ter bepaling van de smeltingswarmte (en ook van de straks te bespreken verdampingswarmte) moet men, zooals in § 746 aangewezen is, de warmte in rekening brengen, die de calorimeter gedurende de proef van de omgeving ontvangt of daaraan afstaat.

De smeltingswarmte van ijs is ongeveer 80 calorieën, die van andere stoffen is geringer. Het groote bedrag der smeltingswarmte van ijs is van groot belang voor het klimaat van waterrijke streken.

755. De smeltingswarmte (stollingswarmte) van andere stoffen bepaalt men eveneens door de *mengings-methode*. Men verwarmt M G der stof tot eene temperatuur T^0, die boven haar smeltpunt $T_1{}^0$ gelegen is, brengt ze in een calorimeter, waarvan de (totale) waterwaarde w G en de temperatuur t^0 bekend zijn, en neemt de eindtemperatuur ϑ^0 $(< T_1{}^0)$ waar. De soortelijke warmte der stof in vloeibaren toestand zij c_1, die in den vasten toestand c_2. De stof staat af in vloeibaren toestand $M c_1 (T - T_1)$ calorieën, bij het stollen $M l$ calorieën en in vasten toestand $M c_2 (T_1 - \vartheta)$ calorieën. De calorimeter neemt op $w (\vartheta - t)$ calorieën. Men vindt l uit de vergelijking

$$M c_1 (T - T_1) + M l + M c_2 (T_1 - \vartheta) = w (\vartheta - t). \qquad 227$$

Is het smeltpunt der stof laag, zoo brengt men haar in vasten toestand in den verwarmden calorimeter en zorgt door eene passende keuze van de massa der stof, van de waterwaarde van den calorimeter en van de aanvankelijke temperaturen, dat de eindtemperatuur boven die van het smeltpunt ligt.

Ook de *ijssmeltingsmethode van Bunsen* kan gebruikt worden om de smeltingswarmte van stoffen te bepalen, waarvan het smeltpunt boven 0° ligt.

756. *Verdampingswarmte noemt men het aantal gram-calorieën* (KG-*cal.*), *vereischt om de massa van* 1 G (1 KG) *eener vloeistof zonder temperatuursverhooging in den gasvormigen toestand te doen overgaan.* Zij is gelijk aan de hoeveelheid warmte, die vrij wordt als dezelfde massa zonder verandering der temperatuur van den gasvormigen in den vloeibaren toestand overgaat (verg. § 677 en 692).

757. De *verdampingswarmte* eener vloeistof bepaalt men, door den damp in een calorimeter van bekende waterwaarde, w G, te leiden. De damp stroomt uit een Papiniaanschen pot, waarin de vloeistof aan het koken gebracht wordt, in eene lange spiraalvormige buis met dunne wanden, die zich in den calorimeter bevindt (verg. fig. 197, E), en waarvan de oppervlakte zoo groot is, dat al de damp tot vloeistof verdicht en de gevormde vloeistof tot de temperatuur van den calorimeter afgekoeld wordt. De vloeistof wordt

verzameld in eene doos, waarin de buis uitmondt; deze doos is eveneens door het water van den calorimeter omgeven. De massa M G van den damp vindt men, door den calorimeter vóór en na de proef te wegen. Is de temperatuur van het kookpunt der vloeistof T^0, de aanvankelijke temperatuur van den calorimeter t^0, de eindtemperatuur ϑ^0 en de soortelijke warmte der vloeistof c, dan vindt men de verdampingswarmte l uit de vergelijking

$$Ml + Mc(T - \vartheta) = w(\vartheta - t). \qquad 208$$

De verbindingsbuis tusschen den kooktoestel en den calorimeter moet zoo ingericht zijn, dat geen vloeistofdeeltjes met den damp in den calorimeter kunnen geraken.

Door den Papiniaanschen pot of de verbindingsbuis met eene luchtpomp of eene luchtperspomp te verbinden kan men de temperatuur van het kookpunt der vloeistof wijzigen (verg. § 701) en zoo de *verdampingswarmte bij verschillende temperaturen* bepalen.

Van de uitkomsten der proeven vermelden wij:

1) De verdampingswarmte van water is meestal veel grooter dan die van andere stoffen.

Belangrijkheid van de groote waarde der verdampingswarmte van water in de natuur.

2) De verdampingswarmte is afhankelijk van de temperatuur, waarbij de vloeistof verdampt.

758. Regnault heeft uit zijne proefnemingen eene formule afgeleid, waaruit men bij benadering de *totale warmte T van waterdamp bij t^0* kan vinden, d.i. het aantal calorieën, vereischt om 1 G water van 0° tot damp van t^0 te doen overgaan. Deze formule is:

$$T = 606,5 + 0,305\,t. \qquad 209$$

De totale warmte bestaat uit de *vloeistofwarmte W*, d. i. het aantal calorieën, waardoor de temperatuur van 1 G water van 0° op t^0 gebracht wordt (§ 748,2) en de *verdampingswarmte L* bij t^0, dus $T = W + L$. Berekent men voor verschillende temperaturen T en W (form. 209 en 201) en daaruit L, dan vindt men, *dat de verdampingswarmte bij lagere temperatuur grooter is dan bij hoogere.* B. v.

Temperatuur.	Totale warmte.	Vloeistofwarmte.	Verdampingswarmte.
100°	637	100,5	536,5
20°	612,6	20,0	592,6
0°	606,5	0	606,5

Clausius geeft voor de verdampingswarmte van water bij t^0 de benaderingsformule

$$L = 607 - 0,708\,t. \qquad 210$$

V. Chemische verbindingswarmte.

759. Het chemisch arbeidsvermogen, dat stoffen, die zich kunnen verbinden, ten opzichte van elkaar bezitten, gaat, als de verbinding tot stand komt, over in eene aequivalente hoeveelheid warmte. Nu komen echter bij een chemisch proces niet alleen verbindingen voor, maar meestal ook ontledingen, waarvoor warmte verbruikt wordt (verg. de dissociatie), of veranderingen van aggregaatstoestand, waarbij warmte verbruikt of ontwikkeld, d.i. inwendige arbeid verricht of gewonnen wordt, of eindelijk veranderingen van volumen, waarbij uitwendige arbeid verricht of gewonnen wordt. Wij meten echter alleen het verschil tusschen de ontwikkelde en de verbruikte warmte. Dit verschil is in de meeste gevallen positief; het kan echter gebeuren, dat het negatief wordt, en dan zal bij het tot stand komen der chemische verbinding warmte verdwijnen.

Bij de vorming van joodwaterstof uit jodium en waterstof verdwijnt warmte; evenzoo bij de vorming van zwavelkoolstof uit zwaveldamp en gloeiende kool (men moet de kool voortdurend verhitten).

De bij eene chemische verbinding ontwikkelde warmte is dus niet evenredig met de grootte der affiniteit tusschen de stoffen, die de verbinding vormen.

760. Voor de bepaling der chemische verbindingswarmte heeft men vroeger, behalve van de gewone calorimeters (§ 743 en v.) en van den ijscalorimeter van Bunsen, gebruik gemaakt van den kwikcalorimeter van Favre en Silbermann (fig. 198). *A* is een ijzeren vat, dat in verbinding staat met eene nauwe glazen buis *B*, die in deelen van gelijken inhoud verdeeld is. In den wand van het vat is een ijzeren koker *C* in schuine richting bevestigd; het vat heeft een hals *D*, die door een zuiger afgesloten is. De zuigerstang is eene schroef, die in eene, in het bovenvlak van den hals gesneden moer loopt (in de figuur weggelaten), zoodat men den stand van den zuiger nauwkeurig kan regelen. De ruimte tusschen het vat *A* en den houten bak *F*, waarin *A* geplaatst is, bevat stoffen, die de warmte slecht geleiden. — Nadat men het vat *A* met kwik gevuld heeft, plaatst men den zuiger zoo, dat het kwik bij de temperatuur der omgeving tot het punt *a* der glazen buis staat. Een reageerbuisje

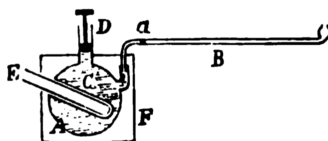


fig. 198.

E wordt door eene opening in den wand van den houten bak in den ijzeren koker C geplaatst; eenige druppels kwik, die men vooraf in den koker gebracht heeft, vullen de tusschenruimte tusschen dezen en het reageerbuisje en dienen om de warmte, die in het buisje ontwikkeld wordt, aan het kwik van den calorimeter mede te deelen. — Door eene voorloopige proef bepaalt men het aantal calorieën, die men in den toestel moet brengen, om het kwik in de buis B ééne deelstreep vooruit te doen gaan. Men giet eene hoeveelheid (M G) warm water (temperatuur $= T^0$) in het reageerbuisje. Als het water en de calorimeter daardoor de eindtemperatuur ϑ aannemen, dan heeft het water afgestaan $M(T - \vartheta)$ calorieën; is het kwik in B n afdeelingen vooruitgegaan, dan zal het vooruitgaan per afdeeling $\frac{M(T - \vartheta)}{n}$ calorieën aanwijzen. — De warmte, die bij eene chemische verbinding vrij komt, kan dus bepaald worden, als men de verbinding der stoffen *in* het reageerbuisje doet plaats hebben.

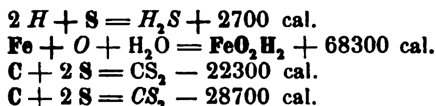
761. Om de warmte te meten, die bij verbranding ontstaat, verbrandt men eene stof in eene ruimte, die geheel door het water van een calorimeter omgeven is, en leidt de verbrandingsproducten door eene eveneens in het water geplaatste lange buis, zoodat zij bij het uittreden uit den toestel de temperatuur van den calorimeter aangenomen hebben.

In nieuweren tijd heeft men veel gebruik gemaakt van de »calorimetrische bom" (Berthelot), een in een calorimeter gedompeld stevig gesloten vat, waarbinnen gasvormige, vloeibare of vaste stoffen snel verbrand of tot ontploffing gebracht worden (zoo noodig na bijvoeging van samengeperst zuurstofgas). De ontsteking geschiedt door middel van electriciteit.

762. De uitkomsten dezer proeven drukt men uit door *thermochemische* vergelijkingen, waarvan het ééne lid de chemische teekens der samenstellende stoffen, en het andere die der verkregen verbinding en het aantal der ontwikkelde (+) of verbruikte (—) calorieën (*Wärmetönung*) bevat. Hierbij stellen de chemische teekens niet enkele atomen voor, maar *gram-atomen*, d. i. zooveel gram, als het atoomgewicht aanwijst. Verder worden op voorstel van Ostwald voor de chemische teekens der samenstellende en samengestelde stoffen vette, gewone of cursieve letters gebruikt, naarmate zij in vasten, vloeibaren of gasvormigen toestand verkeeren. Eindelijk

wijst men de temperatuur der samenstellende stoffen bij het begin der proef aan door binnen haakjes geplaatste getallen, die men aan den voet der chemische teekens bijvoegt; ontbreekt deze aanwijzing, dan is telkens de gewone temperatuur der omgeving bedoeld.

De beteekenis der volgende thermochemische vergelijkingen zal nu duidelijk zijn:



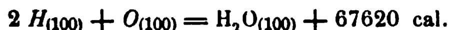
$$2\,H + \mathbf{S} = H_2S + 2700 \text{ cal.}$$
$$\mathbf{Fe} + O + H_2O = \mathbf{FeO_2H_2} + 68300 \text{ cal.}$$
$$\mathbf{C} + 2\,\mathbf{S} = CS_2 - 22300 \text{ cal.}$$
$$\mathbf{C} + 2\,\mathbf{S} = CS_2 - 28700 \text{ cal.}$$

Om den invloed aan te toonen, dien verandering van aggregaatstoestand of keuze van begin- en eindtemperatuur op de uitkomst der metingen hebben, diene het volgende, aan Ostwald ontleende voorbeeld. De vergelijking



$$2\,H_{(0)} + O_{(0)} = H_2O_{(0)} + 68400 \text{ cal.}$$

beteekent: als men 2 G waterstof van 0° met 16 G zuurstof van 0° bij constante drukking (des dampkrings) verbindt en het verkregen water afkoelt tot 0°, dan komen in den calorimeter 68400 calorieën vrij. Dit aantal bevat nu niet slechts de eigenlijke chemische verbindingswarmte bij 0°; er zijn ook in begrepen een aantal calorieën, die vrijkomen, doordat de omgeving (bij het verminderen van het volumen der gassen tot dat van het water) potentiëele energie verliest, die in warmte overgaat. Wij zullen in het volgend hoofdstuk deze hoeveelheid leeren berekenen (§ 769 en 773); zij bedraagt ongeveer 820 calorieën. Door de chemische verbinding alleen komen dus slechts 67580 calorieën vrij. — Uit bovenstaande vergelijking laat zich nu afleiden, hoeveel calorieën zouden vrij komen, indien men de gassen eerst tot 100° verwarmd had en er bij het einde der proef water van 100° gevormd was. Bij de verwarming der gassen van 0° tot 100° wordt warmte van buiten toegevoerd; het voor de temperatuur van 0° gevonden aantal calorieën wordt dus vermeerderd met $(m_1c_1 + m_2c_2) \times t$ of $(2 \times 3{,}409 + 16 \times 0{,}2175) \times 100$, dus met 1029 calorieën (§ 750); daarentegen wordt het, daar het gevormde water nu niet tot 0° wordt afgekoeld en dus ook zijne warmte niet afstaat, verminderd met $18 \times 100{,}5$ of 1809 calorieën (§ 748). De vrijkomende warmte bedraagt dus slechts 67620 calorieën, en de vergelijking luidt:



$$2\,H_{(100)} + O_{(100)} = H_2O_{(100)} + 67620 \text{ cal.}$$

Was het gevormde H_2O dampvormig gebleven, dan zouden nog $18 \times 536{,}5$ of 9675 calorieën minder vrij gekomen zijn (§ 758). De vergelijking zou in dit geval luiden:

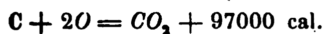


$$2\,H_{(100)} + O_{(100)} = H_2O_{(100)} + 57963 \text{ cal.}$$

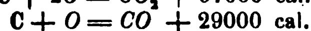
De *verbrandingswarmte* van brandstoffen geeft men gewoonlijk aan door het aantal calorieën, die vrij komen bij verbranding van 1 KG eener vaste of vloeibare stof en van 1 M³ van een gas.

763. *Het aantal calorieën, die bij de verbinding van stoffen vrij komen, is alleen afhankelijk van den toestand der stoffen vóór en na de verbinding, niet van de wijze, waarop de verbinding plaats heeft. Wet van Hess.*

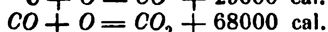
De verbinding van 12 G koolstof met 32 G zuurstof tot koolzuur levert 97000 calorieën. Evenveel bedraagt de warmte, die ontstaat bij verbinding van 12 G koolstof met 16 G zuurstof tot kooloxyde (29000 cal.), vermeerderd met die, welke ontstaat bij verbinding van de gevormde 28 G kooloxyde met 16 G zuurstof tot koolzuur (68000 cal.):



$$C + 2O = CO_2 + 97000 \text{ cal.}$$



$$C + O = CO + 29000 \text{ cal.}$$



$$CO + O = CO_2 + 68000 \text{ cal.}$$

Door toepassing dezer wet wordt het mogelijk, in gevallen, die voor calorimetrische proeven niet geschikt zijn, thermochemische vergelijkingen indirect af te leiden uit andere, die men door proeven gevonden heeft.

Bij ontleding eener samengestelde stof verdwijnt evenveel warmte, als bij de verbinding der samenstellende stoffen ontwikkeld wordt.

Door de ontleding verkrijgen de stoffen wederom chemisch arbeidsvermogen.

HOOFDSTUK IV.

Mechanische theorie der warmte.

---

764. In § 607 is reeds opgemerkt, dat men warmte vroeger als eene stof beschouwde, hoewel men verschillende verschijnselen kende, die met die opvatting in strijd waren. Rumford († 1814) bestreed de stoffelijke natuur der warmte, omdat ijs bij smelting niet in gewicht toeneemt, en omdat men het ontstaan van warmte ten gevolge van mechanische bewerking (boren van kanonnen) niet kan verklaren door eene verandering van de soortelijke warmte eener stof.

Eerst nadat Davy († 1829) aangetoond had, dat men ijs kan doen smelten, als men twee stukken dier stof over elkander wrijft in eene ruimte, waarvan de temperatuur lager dan 0° is, was bewezen, dat men in een lichaam warmte kon voortbrengen, zonder aan de omgeving warmte te onttrekken, en daarmede de onjuistheid van de theorie, waarbij warmte als eene stof werd beschouwd.

De eerste, die aannam, dat warmte eene vorm van energie is, was Mayer (1842).

Is warmte arbeidsvermogen, dan moet, als arbeidsvermogen verdwijnt en warmte daarvoor in de plaats treedt, steeds *eene bepaalde hoeveelheid energie ook eene bepaalde, daarmede aequivalente hoeveelheid warmte doen ontstaan en omgekeerd.* Dit is de *eerste hoofdwet der mechanische theorie der warmte.* Mayer gaf aan, hoe het *mechanisch aequivalent der warmte*, d. i. het aantal arbeidseenheden, die aequivalent zijn met de eenheid van hoeveelheid warmte, berekend kan worden (§ 765).

Joule was de eerste, die (1843) het mechanisch aequivalent der warmte proefondervindelijk bepaalde (§ 766).

Na Mayer en Joule hebben tal van natuurkundigen tot de ont-

wikkeling der door Clausius opgestelde mechanische warmtetheorie bijgedragen. Deze theorie heeft reeds onschatbare diensten aan de wetenschap bewezen.

765. *Berekening van het mechanisch aequivalent der warmte door Mayer.* Men denke zich 1 cM^3 lucht van 0° in een vat van 1 cM^2 doorsnede door een zuiger zonder gewicht afgesloten. *Verwarmt men de lucht, zóó dat zij zich vrij kan uitzetten (bij constante drukking)* tot 273°, dan wordt haar volumen 2 cM^3; de zuiger wordt dus 1 cM opgelicht. De warmte, noodig voor deze verwarming bedraagt (§ 750)

$$W_p = Mc_pt = 0{,}001293 \times 0{,}2375 \times 273 = 0{,}08383 \text{ cal.}$$

Verwarmt men echter de lucht, nadat de zuiger vastgezet is (bij constant volumen), dan is daarvoor noodig (§ 751)

$$W_v = Mc_vt = 0{,}001293 \times 0{,}1684 \times 273 = 0{,}05943 \text{ cal.}$$

In beide gevallen is de vermeerdering van de kinetische energie der moleculen dezelfde, terwijl geen inwendige arbeid wordt verricht, daar de geringe cohaesie bij gassen kan verwaarloosd worden. In het eerste geval wordt echter uitwendige arbeid verricht (de druk van den dampkring wordt overwonnen), in het tweede geval niet. Het verschil der beide hoeveelheden warmte, 0,08383 — 0,05943 of 0,02440 cal., heeft dus gediend, om den uitwendigen arbeid te verrichten; deze warmte is omgezet in potentiëele energie der omgeving. Bij normale dampkringsdrukking is de uitwendige arbeid

$$A_u = k \times s = (76 \times 13{,}596 \times 981{,}2) \times 1 = 1\,013\,870 \text{ ergs.}$$

De 0,02440 cal. hebben dus voortgebracht 1 013 870 ergs. Bijgevolg is

1 calorie aequivalent met 41550000 ergs; [1])

$$1 \text{ erg aequivalent met } \frac{1}{41\,550\,000} = 0{,}000\,000\,023\,996 \text{ cal.}$$

Het laatste getal noemt men het *calorisch aequivalent van den arbeid.*

Voor kilogram-calorieën (= 1000 gr.-cal.) en kilogrammeters (= 98 120 000 ergs) vindt men

$$1 \text{ KG-calorie aequivalent met } \frac{1000 \times 41\,550\,000}{98\,120\,000} \text{ of } 423{,}5 \text{ KGM;}$$

$$1 \text{ KGM aequivalent met } \frac{1}{423{,}5} \text{ KG-cal.}$$

---

[1]) Dit getal is iets te klein, omdat men bij de beschouwing de geringe cohaesie der lucht verwaarloosd heeft.

Men vergelijke met bovenstaande berekening de volgende. In een vat van o M² doorsnede denke men zich bij normale luchtdrukking v_0 M³ lucht van 0° afgesloten door een zuiger zonder gewicht. De massa dezer lucht is $v_0 \times 1{,}293$ KG $= m$ KG. Om de lucht tot t^0 te verwarmen zijn noodig

bij constante drukking $m\, c_p t$ KG-cal.,
bij constant volumen $m\, c_v t$ KG-cal.

Voor uitwendigen arbeid worden dus besteed

$$m\, t\, (c_p - c_v) \text{ of } 1{,}293\; v_0 t\; (c_p - c_v) \text{ KG-cal.}$$

De bij de uitzetting te overwinnen kracht is

$$k = o \times 100 \times 7{,}6 \times 13{,}596 = 10333\; o \text{ KG.}$$

Wordt hierbij de zuiger s M opgelicht, dan is de arbeid

$$A_u = k \times s = 10333\; o\, s \text{ KGM.}$$

Nu is $o\, s$ de vermeerdering van volumen $(v_t - v_0)$ of $v_0 \alpha t$ M³ (form. 167). De arbeid bedraagt dus

$$A_u = 10333\; v_0 \alpha t \text{ KGM.}$$

Duidt men door A (KGM) het mechanisch aequivalent der warmte-eenheid (KG-cal.) aan, dan is dus

$$\frac{10333\; v_0 \alpha t}{A} = 1{,}293\; v_0 t\; (c_p - c_v);$$

waaruit men na substitutie der waarden voor α, c_p en c_v vindt

$$A = \frac{10333\, \alpha}{1{,}293\, (c_p - c_v)} = 423{,}6 \text{ (KGM).}$$

766. *Proeven van Joule.* Voor de bepaling van het mechanisch aequivalent der warmte kan elke proef dienen, waarbij arbeid in warmte overgaat, mits men het aantal arbeidseenheden, die in warmte omgezet worden, en het aantal daardoor verkregen calorieën nauwkeurig kan bepalen. Wij beschrijven hier eene der proeven van Joule.

Twee massa's M (fig. 199), welke samen een gewicht P dynes $\left(= \frac{P}{981{,}2} \text{ G} = \frac{P}{981200} \text{ KG}\right)$ bezitten, kunnen over eene hoogte van H cM dalen. De massa's zijn bevestigd aan koorden, die over katrollen K zijn geslagen; door andere koorden wordt bij de daling der massa's de draaiing der katrollen overgebracht op een houten cilinder C en eene koperen as A, waarop hij geplaatst is. Het ondereinde der as is van het boveneinde gescheiden door een lichaam L (hout), dat de warmte slecht geleidt; het is van dwarsstaven en van schoepen S voorzien en in een watercalorimeter W geplaatst. Bij de draaiing der as wordt door de wrijving van het water tegen de schoepen, de wanden, en de vaste tusschenschotten b, die den calorimeter verdeelen, warmte voortgebracht, die haar ontstaan te danken heeft aan arbeidsvermogen, dat de dalende massa's verliezen.

Is de waterwaarde van den calorimeter (bak, water, thermo-

meter, as en schoepen) w G en stijgt de temperatuur bij de proef van t^0 tot ϑ^0, dan heeft de calorimeter opgenomen

$$W = w(\vartheta - t) \text{ calorieën.}$$

Het arbeidsvermogen van plaats, dat de massa's bij het dalen verliezen, is $P\,H$ ergs. Dit dient echter niet geheel, om den calorimeter te verwarmen; een gedeelte gaat over in arbeidsvermogen van beweging, dat de massa's bezitten als zij met zekere snelheid [1]) op den grond komen, terwijl een ander gedeelte dient, om de wrijving der katrollen en de stramheid der koorden te overwinnen.

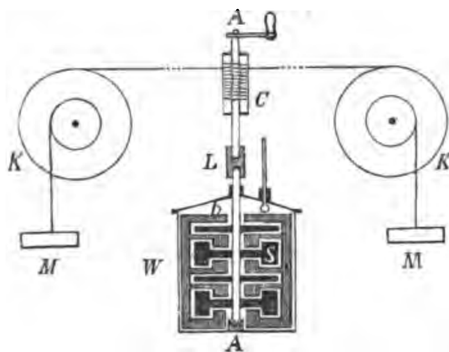


fig. 199.

Om de waarde van het eerste gedeelte te vinden, bepaalde Joule de snelheid, waarmede de massa's op den grond komen, en berekende (form. 49) de hoogte h cM, waarvan de massa's vrij moesten vallen om dezelfde snelheid te verkrijgen. Het verloren arbeidsvermogen, dat *niet* in arbeidsvermogen van beweging was overgegaan, bedroeg dan $P(H-h)$ ergs.

Hiervan moest nu nog worden afgetrokken het arbeidsvermogen, dat gediend had, om de wrijving en de stramheid der koorden te overwinnen. Joule bepaalde dit op de volgende wijze; hij verwijderde den calorimeter met de as A en wond de koorden om een anderen cilinder, die dezelfde doorsnede had als de eerste, en die met geringe wrijving om eene verticale spil kon draaien. Nu bepaalde hij het gewicht (p dynes), waardoor hij P moest vervangen, om dezen cilinder even snel te doen draaien, als den cilinder c bij de oorspronkelijke proef. Bij eene eenparige draaiing maakt p evenwicht met de wrijving en de stramheid der koorden. Om deze over een weg $(H - h)$ te overwinnen, was dus een arbeid $p \times (H - h)$ noodig, zoodat het arbeidsvermogen, dat in warmte omgezet werd, bedroeg

$$A = (P - p) \times (H - h) \text{ ergs.}$$

De voor W en A verkregen waarden aequivalent stellende, vond Joule uit eene reeks van proeven als gemiddelde waarde voor het

[1]) De beweging der massa's wordt spoedig eenparig, verg. § 94.

mechanisch aequivalent der warmte 41 660 000 ergs, een getal dat vrij wel overeenkomt met de uitkomst door Mayer verkregen.

Joule wijzigde zijne proeven vooreerst door den calorimeter met kwik in plaats van met water te vullen. Ten andere verving hij de met schoepen voorziene as door ijzeren platen, die hij in den met kwik gevulden calorimeter over elkander deed schuren. Hij verkreeg steeds nagenoeg dezelfde uitkomst.

Na Joule hebben vele natuurkundigen volgens verschillende methoden resultaten verkregen, die van die van Joule slechts weinig afwijken. Volgens nieuwere onderzoekingen (Rowland e. a.) nadert de waarde van het mechanisch aequivalent der warmte tot 41 890 000. In het vervolg zullen wij de volgende benaderde waarden gebruiken:

1 *gram-calorie aequivalent met* 42 000 000 *ergs.*

1 *erg aequivalent met* 0,000 000 024 *gram-calorie.*

1 *kilogr.-calorie aequivalent met* 427 *kilogrammeter.*

1 *kilogrammeter aequivalent met* $\frac{1}{427}$ *kilogram-calorie.*

Is het mechanisch aequivalent der warmte proefondervindelijk bepaald, dan kan men daaruit en uit de proefondervindelijk bepaalde waarde van c_p die van c_v vinden (§ 751).

767. Wij kunnen nu de *C-G-S-eenheid van warmte* bepalen; het is de hoeveelheid warmte, die *aequivalent is met* 1 *erg*; men noemt haar *absolute calorie.* Dus

1 *absolute calorie is aequivalent met* 1 *erg.*

1 *absolute calorie* = 0,000 000 024 *gram-calorie.*

1 *gram-calorie* = 42 000 000 *absolute calorieën.*

---

768. Uit hetgeen in de vorige hoofdstukken over de theorie der warmte is medegedeeld, blijkt, dat de beschouwing der warmte als kinetische energie der kleinste deeltjes van een lichaam de besproken verschijnselen zeer goed verklaart; men denke aan de verklaring der uitzetting, der smeltingswarmte, der verdampingswarmte en der chemische verbindingswarmte. Terwijl het nu aan geen twijfel onderworpen is, dat wij de warmte als een vorm van energie hebben te beschouwen, verlieze men echter niet uit het oog, dat de algemeen gevolgde opvatting, volgens welke de warmte eener molecule bestaat in het arbeidsvermogen, dat zij tengevolge eener voortgaande beweging bezit (kinetische energie), slechts eene hypothese is. Wel is waar vinden tal van verschijnselen daarin eene ongedwongen ver-

klaring; bij andere echter is dit niet het geval. Omtrent den aard der energie, die wij warmte noemen, zijn ook andere opvattingen mogelijk en van verschillende natuurkundigen inderdaad voorgestaan. Intusschen zullen wij ons ook bij de verdere bespreking der warmtetheorie aan de herhaaldelijk in dit boek gegeven beschouwingen houden.

769. Als arbeid verricht wordt of arbeidsvermogen verdwijnt, zonder dat arbeidsvermogen in een anderen vorm daarvoor in de plaats treedt, ontstaat steeds warmte.

Ontwikkeling van warmte door remmen, vijlen, bewerken van metalen op de draaibank enz. — Koud ijzer kan men door hameren gloeiend maken.

Van bijzonder belang is het ontstaan van warmte door samenpersing en het verlies van warmte door uitzetting der lichamen. Het gemakkelijkst kunnen deze verschijnselen worden aangetoond bij gassen. De afkoeling van een gas door uitzetting heeft echter — in overeenstemming met de theorie — alleen plaats, als het gas daarbij arbeid verricht. Meestal beschouwt men hierbij alleen den uitwendigen arbeid. Daar echter geen enkel gas een ideaal gas is, moet — ook al wordt bij de uitzetting geen uitwendige arbeid verricht (b.v. bij het stroomen van gas in eene ledige ruimte) — nog eene geringe daling der temperatuur plaats hebben wegens het overwinnen der moleculaire krachten (inwendige arbeid).

Vuurpomp. Verwarming van luchtperspompen bij het gebruik.

Is de lucht onder de klok eener luchtpomp nagenoeg met waterdamp verzadigd, dan ontstaat bij snel uitpompen nevel in de klok.

Laat men een samengeperst gas in den dampkring ontsnappen zóó, dat het tegen een gevoeligen thermometer stroomt, dan wijst deze eene vermindering der temperatuur van het gas aan. — Joule plaatste een vat met samengeperste lucht en een luchtledig vat in denzelfden calorimeter en nam geene verandering der temperatuur waar, als hij de beide vaten met elkander in gemeenschap stelde; daling der temperatuur wegens inwendigen arbeid had wel plaats, maar was bij deze proef te gering om gemeten te kunnen worden. Verg. § 717.

Bij normale luchtdrukking hebben 2 G waterstof van 0^0 een volumen van 0,0224 M^3, 16 G zuurstof van 0,0112 M^3, samen 0,0336 M^3. Denkt men zich deze gassen in een vat van 1 M^2 doorsnede door een zuiger (zonder gewicht) afgesloten, dan staat de zuiger 0,0336 M boven den bodem van het vat. Verbinden de gassen zich tot water, dan daalt de zuiger evenveel, daar men het volumen van het gevormde water (0,000018 M^3) kan verwaarloozen. De dampkring verliest dus een arbeidsvermogen van $k \times s = 10333 \times 0,0336$ KGM, waardoor eene warmte vrijkomt van $\frac{10333 \times 0,0336}{423,5}$ KG-cal. of 820 G-cal. (verg. § 762 en 773).

770. Bij het ondergaan of verrichten van arbeid door een gas kan voor de daarbij plaats grijpende veranderingen van volumen (samenpersing, uitzetting) de wet van Boyle gelden, mits deze veranderingen zoo langzaam plaats hebben, dat de door samenpersen ontwikkelde warmte geheel aan de omgeving wordt afgestaan, en dat de door uitzetting verkregen daling van temperatuur door toevoer van warmte uit de omgeving weer opgeheven wordt; *isothermische* veranderingen (§ 719). — Een gas kan echter ook arbeid ondergaan of verrichten, terwijl de samenpersing of uitzetting *adiabatisch* plaats grijpt. Men heeft aangetoond dat in zulke gevallen in plaats van de wet van Boyle de betrekking

$$\frac{P}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V}\right)^k \qquad 211$$

geldt, waarin $k = \frac{c_p}{c_v}$ de verhouding der soortelijke warmten bij constante drukking en bij constant volumen voorstelt [1]). Substitueert men nu in de formule voor de wet van Boyle-Gay Lussac

$$\frac{PV}{P_1 V_1} = \frac{T}{T_1}$$

voor $\frac{P}{P_1}$ of voor $\frac{V}{V_1}$ de uit formule (211) afgeleide waarde dezer grootheden, dan verkrijgt men de vergelijkingen

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V}\right)^{k-1} \qquad 212$$

en

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{P}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}. \qquad 213$$

Uit deze vergelijkingen volgen de absolute temperaturen, die een gas, waarvan de temperatuur T en de spanning P is, verkrijgt, als zijn volumen V adiabatisch verandert tot V_1, of als zijne spanning adiabatisch verandert tot P_1.

Lucht van 0°*C* ($T = 273$), die plotseling tot op $^1/_{10}$ van haar volumen wordt samengeperst, verkrijgt eene temperatuur $T_1 = 273 \times 10^{0,405} = 694$, d. i. 421°*C*. — Lucht van 0° en 10 atmospheren spanning, die zich

---

[1]) Van formule 211 kan men zich bedienen, om de adiabaat (§ 719) voor een gas te construeeren. Perst men b.v. lucht (volumen $= v$, spanning $= p$) adiabatisch samen tot $v_1 = \frac{1}{2} v$, $v_2 = {}^1/_3\, v$ enz., dan worden de spanningen achtereenvolgens $p_1 = 2^{1,405} \times p = 2,648\,p$; $p_2 = 3^{1,405} \times p = 4,681\,p$ enz., terwijl bij isothermische samenpersing $p_1 = 2p$, $p_2 = 3p$ enz. zou zijn.

plotseling tot 1 atmospheer ontspant, verkrijgt eene temperatuur $T_1 = 273 \times \left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{0,405}{1,405}} = 140$, d. i. $-133^0 C$. — De *ontspanning* van gassen van zeer hooge drukking is het krachtigste middel, om uiterst lage temperaturen voort te brengen (§ 716).

Helmholtz verklaart het verschijnsel, dat de zon niet merkbaar afkoelt, niettegenstaande zij voortdurend groote hoeveelheden warmte uitstraalt, door warmteontwikkeling ten gevolge van samentrekking.

771. De warmte W, die een lichaam opneemt, dient volgens de mechanische warmtetheorie tot drie doeleinden. Het eerste deel, w, dient om de *temperatuur van het lichaam te verhoogen* of de *kinetische energie zijner moleculen* (*en atomen*) *te vermeerderen;* dit gedeelte kan men met behulp van den thermometer meten. De beide andere deelen verdwijnen als warmte; het ééne, w_i, verricht *inwendigen arbeid* (overwinnen der cohaesie), het geeft *potentiëele energie aan de moleculen* (*atomen*). Het andere deel, w_u, verricht *uitwendigen arbeid* (overwinnen van den uitwendigen druk), het geeft *potentiëele energie aan de omgeving.*

Is bij verwarming van een lichaam de inwendige arbeid A_i en de uitwendige A_u arbeidseenheden, en wordt het mechanisch aequivalent der warmte voorgesteld door A, dan is

$$W = w + w_i + w_u = w + \frac{A_i}{A} + \frac{A_u}{A}. \qquad 214$$

Niet bij elke verwarming van lichamen hebben *al* deze werkingen plaats. Bij de verwarming van gassen b. v. kan men den inwendigen arbeid meestal verwaarloozen; bij het smelten van ijs *ondergaat* het lichaam uitwendigen arbeid, daar de omgeving arbeidsvermogen verliest (§ 671); bij smelten en verdampen is $w = 0$, d. w. z. de kinetische energie der moleculen blijft onveranderd.

Het verband, dat er tusschen de temperatuur van een lichaam en de kinetische energie zijner moleculen bestaat, blijkt uit het volgende. De snelheden der verschillende moleculen van een lichaam behoeven op zeker oogenblik niet gelijk te zijn. De gelijkheid der temperatuur van twee lichamen hangt dus af van de gelijkheid der *gemiddelde* kinetische energie van de moleculen van elk der beide lichamen. Bevat een lichaam n moleculen, waarvan elk de massa m bezit, dan is de totale energie der moleculen

$$\frac{1}{2} m c_1^2 + \frac{1}{2} m c_2^2 + \ldots + \frac{1}{2} m c_n^2 = \frac{1}{2} m \Sigma c^2.$$

De gemiddelde energie der moleculen is dus

$$\frac{1}{2} m \frac{\Sigma c^2}{n}.$$

Twee lichamen, waarvan elk slechts uit gelijksoortige moleculen bestaat, hebben gelijke temperatuur (§ 610), indien

$$\frac{1}{2} m_1 \frac{\Sigma c^2}{n_1} = \frac{1}{2} m_2 \frac{\Sigma c^2}{n_2}.$$

Stelt men

$$\frac{\Sigma c^2}{n_1} = C_1^2 \text{ en } \frac{\Sigma c^2}{n_2} = C_2^2,$$

dan zijn C_1 en C_2 de snelheden, die *alle* moleculen van het eerste resp. van het tweede lichaam op hetzelfde oogenblik zouden moeten bezitten, wil de totale energie van elk der lichamen onveranderd blijven. De temperaturen der beide lichamen zijn dus gelijk, als

$$\frac{1}{2} m_1 C_1^2 = \frac{1}{2} m_2 C_2^2.$$

772. In de verschillende waarden van den inwendigen (en uitwendigen) arbeid bij verschillende stoffen vindt men de reden voor de vroeger besproken afwijkingen van de wet van Dulong en Petit (§ 748, 4). De wet zou doorgaan voor alle vaste elementen, als de toegevoegde warmte uitsluitend tot vermeerdering van de kinetische energie der atomen diende.

Men neemt aan, dat bij verwarming van *gassen* de warmte de kinetische energie der *moleculen* vermeerdert. De wetten van Dulong en Petit, van Kopp en Neumann kunnen moeilijk verklaard worden, tenzij men aanneemt, dat bij *vaste* lichamen de kinetische energie van elk *atoom* op zich zelf vermeerderd wordt. De heen- en weergaande bewegingen, die de atomen om hunne gemiddelde plaatsen in de molecule volbrengen, en die op hetzelfde oogenblik verschillende richtingen hebben, veroorzaken dan eene beweging van de geheele molecule, zóó dat de verschijnselen, die wij vroeger als gevolgen van de beweging der moleculen beschouwd hebben (uitzetting, smelting enz.), ook plaats moeten hebben, als door de warmte rechtstreeks alleen de kinetische energie der atomen vermeerderd wordt.

773. In sommige gevallen kan men gemakkelijk nagaan, hoeveel van het aantal calorieën, die men aan een lichaam mededeelt, voor temperatuursverhooging (w), voor inwendigen (w_i) en voor uitwendigen arbeid (w_u) dienen. Een voorbeeld hebben wij reeds behandeld, nl. de berekening van het mechanische aequivalent der warmte door Mayer (§ 765).

Ten opzichte van de grootheid w_u bij gassen willen wij eene merkwaardige betrekking afleiden, die vooral voor de chemische warmteontwikkeling van belang is. Nemen wij aan, dat in een cilinder (doorsnede 1 cM²) onder een beweeglijken zuiger (zonder gewicht) V cM³ gas ontwikkeld wordt. Bij de vorming van het gas wordt de zuiger V cM opgelicht; is de (constante) druk des dampkrings op den zuiger P dynes, dan wordt daarbij een *uitwendige arbeid* van $P\,V$ ergs verricht. Daar de grootte van dezen

arbeid onafhankelijk is van den vorm van het vat, *stelt het product van spanning en volumen PV steeds dezen arbeid voor.* Nu is (§ 647)

$$PV = RT = \alpha P_0 V_0 T.$$

Berekenen wij het constante getal $R = \alpha P_0 V_0$ voor 1 gram-molecule van een gas (m G, als m het moleculairgewicht voorstelt). Bij normale drukking en temperatuur is $P_0 = 76 \times 13,596 \times 981,2$ dyne. Het volumen V_0 vindt men uit $m = V_0 \times 0,001293 \times D$ (form. 183), als D de dichtheid van het gas met betrekking tot lucht is. Men heeft dus

$$R = \frac{1}{273} \times 76 \times 13,596 \times 981,2 \times \frac{m}{0,001293\, D}. \qquad 215$$

Voor waterstof ($m = 2$; $D = 0,0693$) wordt

$$R = 2 \times 41\,447\,000. \qquad 216$$

Voor 1 gram-molecule van een ander gas *blijft de uitkomst dezelfde*, daar ten gevolge van de wet van Avogadro de volumina van 1 gram-molecule van alle gassen even groot en dus de dichtheden (D) evenredig zijn met de moleculairgewichten (m). — *De uitwendige arbeid*, die verricht is, als 1 gram-molecule van een (ideaal) gas onder den druk P dynes en bij de absolute temperatuur T^0 een volumen V cM³ inneemt, is dus

$$PV = 2 \times 41\,447\,000 \times T \text{ ergs.} \qquad 217$$

Even groot zou de uitwendige arbeid zijn, die verricht moet worden, als men dezelfde massa gas *onder een constanten druk van P dynes van het absolute nulpunt* (men kan zich voorstellen, dat daarbij het volumen nul is) *tot de absolute temperatuur T^0 verwarmt, waarbij het volumen V cM³ wordt.* Nu is de voor R gevonden waarde bijna gelijk aan 2-maal het mechanisch aequivalent der warmte (§ 765 en 766); *de warmte, die in uitwendigen arbeid overgaat, als men de temperatuur van 1 gram-molecule gas van het absolute nulpunt tot T^0 verhoogt, bedraagt dus 2 T gram-calorieën.* Dus is

$$PV \text{ aequivalent met } 2\,T \text{ calorieën.} \qquad 218$$

De uitwendige arbeid vereischt om 1 gram-molecule gas van T^0 te ontwikkelen, of om 1 gram-molecule gas van het absolute nulpunt tot T^0 te verwarmen, is dus steeds aequivalent met 2 T gram-calorieën; daaruit volgt, dat van de warmte, die één gram-molecule van een ideaal gas onder constante drukking voor eene temperatuursverhooging van 1° noodig heeft, 2 calorieën in uitwendigen arbeid omgezet worden (verg. § 778, slot).

Omgekeerd zal eene warmte van 2 T gram-calorieën vrij komen voor elke gram-molecule van een gas, waarvan het volumen verdwijnt. Dit gebeurt b.v. als een gas vloeibaar wordt of als door verbinding van twee gassen eene vloeistof ontstaat (mits men het volumen der vloeistof tegen dat van het gas verwaarloost). Zoo verdwijnen bij het in § 762 besproken voorbeeld (vorming van water uit waterstof en zuurstof) de volumina van 1 gram-molecule waterstof en 0,5 gram-molecule zuurstof, waarbij nagenoeg

$$(1 + 0,5) \times 2 \times 273 \text{ of } 819 \text{ gram-calorieën}$$

vrij komen (verg. § 762 en 769).

774. Een ander voorbeeld heeft betrekking op den uitwendigen arbeid bij verdamping. Om 1 G water van 100° in stoom van 100° te doen overgaan, zijn volgens § 758 noodig 536,5 calorieën. Daar hierbij $w = 0$ is, zoo is $w_i + w_u = 536,5$ calorieën. Het volumen

van 1 G stroom van 100° is 1650 cM³ (§ 711). De uitwendige arbeid is dus

$$A_u = ks = 76 \times 13{,}596 \times 981{,}2 \times 1649 \text{ ergs},$$

en deze is aequivavent met

$$w_u = \frac{76 \times 13{,}596 \times 981{,}2 \times 1649}{42\,000\,000} = 39{,}8 \text{ cal.},$$

zoodat voor den inwendigen arbeid overblijft

$$w_i = 536{,}5 - 39{,}8 = 496{,}7 \text{ cal.}$$

---

775. De toepassing der mechanische warmtetheorie op gassen is verder gevorderd dan die op vaste lichamen en vloeistoffen, vooreerst, omdat men daarbij wegens de geringe cohaesie den inwendigen arbeid kan verwaarloozen, en ten tweede, omdat men zich van de beweging der gasmoleculen eene nauwkeurige voorstelling kan maken. Het onderzoek van verschillende natuurkundigen (Krönig, Claudius, Maxwell e. a.) heeft geleid tot het opstellen eener *kinetische gastheorie*, waarvan wij een en ander beknopt mededeelen.

776. Bij de volgende beschouwingen denken wij ons een gas door een zuiger opgesloten in een vat, waarvan de doorsnede een vierkant is; de (zonder wrijving) beweegbare zuiger zal zoo hoog staan, dat het gas eene kubus-vormige ruimte vult; eindelijk zal het vat zich niet kunnen uitzetten.

Wat den aard van de beweging der gasmoleculen betreft, zoo kan men verwachten, dat zij zich *eenparig* en *rechtlijnig* bewegen, totdat zij tegen andere moleculen of tegen een wand botsen en als volkomen veerkrachtige lichamen teruggeworpen worden. Immers, als men de geringe cohaesie verwaarloost, dan werken op de moleculen geen inwendige krachten; en is, zooals men moet aannemen, het tijdsverloop tusschen twee op elkaar volgende botsingen zeer klein, dan kan men ook den invloed der zwaartekracht op de beweging der moleculen verwaarloozen. Uit het traagheidsbeginsel volgt onmiddelijk dat de moleculen, waarop geene krachten werken, zich eenparig en rechtlijnig bewegen.

De snelheden, die de verschillende moleculen op hetzelfde oogenblik hebben, kunnen niet gelijk zijn. Men kan zich echter voorstellen, dat alle moleculen eene zelfde snelheid C bezitten; deze snelheid moet men dan zóó kiezen, dat de totale moleculaire energie

van het gas niet verandert. Dit geschiedt volgens § 771, als men $C^2 = \frac{\Sigma c^2}{n}$ neemt.

Bij de beweging der moleculen moeten *alle mogelijke* richtingen vertegenwoordigd zijn, daar er geen enkele reden bestaat om aan te nemen, dat in eene bepaalde richting zich meer moleculen zouden bewegen dan in eene andere. De snelheid C van elke molecule kan men in drie componenten ontbinden, die loodrecht staan op elke twee tegenover elkaar staande wanden van den kubus. De som van alle componenten, die in *dezelfde* richting loopen, moet voor elke der drie richtingen even groot zijn. Van de gemiddelde snelheid toch, waarmede de moleculen loodrecht tegen een wand botsen, hangt de druk af, dien het gas tegen den wand uitoefent, en deze druk is in alle richtingen even groot. — Hetzelfde zou het geval zijn, als de (n) moleculen in drie gelijke groepen verdeeld waren, zóó dat in elke der drie loodrecht op elkaar staande richtingen $\frac{1}{3}n$ moleculen zich met de snelheid C bewogen, zonder dat de moleculen eener groep storend op de bewegingen van de moleculen der andere groepen werken.

In deze laatste voorwaarde ligt opgesloten, dat de afmetingen der moleculen oneindig klein moeten zijn.

Eindelijk nemen wij nog aan, dat als twee moleculen eener groep zich langs dezelfde lijn bewegen en tegen elkaar botsen, de uitwerking dezelfde is als bij de botsing van volkomen veerkrachtige lichamen, namelijk dat na de botsing de eene molecule de snelheid en de richting van de andere (gelijke) molecule verkrijgt. Het aantal botsingen tegen een wand is dan even groot, alsof elke molecule den afstand s cM tusschen twee tegenover elkaar gelegen wanden doorliep zonder tegen andere moleculen te botsen. Ook bij de botsing eener molecule tegen den wand passen wij de wetten toe, die in de Mechanica voor de botsing van volkomen veerkrachtige lichamen afgeleid worden.

777. Als eene molecule tegen eenen wand botst, zal zij teruggekaatst worden en den weg 2 s cM (heen en weer) moeten doorloopen, eer zij denzelfden wand wederom treft. Het tijdsverloop tusschen twee op elkaar volgende botsingen is dus (form. 1)

$$t = \frac{2\,s}{C} \text{ sec.}$$

Het aantal malen, dat eene bepaalde molecule per seconde tegen

denzelfden wand botst, is de omgekeerde waarde van t, dus =

$$\frac{1}{t} = \frac{C}{2s}.$$

Hieruit volgt, dat het aantal botsingen, die de wand per seconde van $\frac{1}{3}n$ moleculen ontvangt, is

$$N = \frac{1}{3} n \times \frac{C}{2s}.$$

Nu leert de Mechanica, dat de hoeveelheid van beweging, die eene molecule bij de botsing aan den wand zou mededeelen, indien deze volkomen beweeglijk was, even groot is als de hoeveelheid van beweging, die de molecule van den wand ontvangt. De eerste hoeveelheid bedraagt $M c$, als M de massa van den wand is en c de snelheid, die hij verkrijgt. De tweede hoeveelheid is $2\ m\ C$, want de snelheid C van de massa m der molecule wordt door den stoot niet alleen opgeheven, maar in eene even groote snelheid van tegengestelde richting veranderd.

Men heeft dus

$$M c = 2\ m\ C;$$

$$c = \frac{2\ m\ C}{M} \text{ kines.}$$

In 1 seconde zou de snelheid van den wand evenredig met het aantal botsingen per seconde toegenomen zijn; de vermeerdering der snelheid per seconde, de *versnelling*, die de wand door de botsende moleculen zou verkrijgen, is dus

$$a = N c = \frac{1}{3} n \times \frac{C}{2s} \times \frac{2\ m\ C}{M} \text{ kines per sec.,}$$

en de kracht, die de botsende moleculen op den wand uitoefenen,

$$K = M a = \frac{1}{3} \frac{n\ m\ C^2}{s} \text{ dynes.}$$

Is het oppervlak van den wand O cM², dan is de druk van het gas op 1 cM²

$$P = \frac{K}{O} = \frac{1}{3} \frac{n\ m\ C^2}{s\ O} \text{ dynes,}$$

en daar $s\ O$ den inhoud van het vat en dus het volumen V van het gas voorstelt,

$$P = \frac{1}{3} \frac{n\ m\ C^2}{V} \text{ dynes.}$$

Hieruit volgt

$$P\ V = \frac{1}{3} n\ m\ C^2. \qquad 219$$

Deze formule geldt ook voor vaten van anderen vorm; zij is dus niet afhankelijk van den vorm van het vat, waarin het gas zich bevindt.

778. Uit deze vergelijking volgen:

1) de *wet van Boyle.* Daar voor eene bepaalde hoeveelheid gas, waarvan de temperatuur niet verandert, het tweede lid dezer vergelijking constant is, moet ook $P\,V$ eene constante waarde hebben.

Denkt men zich eene massa gas, die den vorm van een kubus heeft, samengeperst zóo, dat zij wederom een kubus vormt, waarvan de ribbe $\frac{1}{n}$ der oorspronkelijke ribbe is, dan is het volumen n^3 maal zoo klein geworden. De afstand van twee moleculen is n maal zoo klein, het aantal moleculen, dat tegen 1 cM^2 van een wand botst, is n^2 maal zoo groot geworden; het aantal botsingen van elke molecule tegen een wand is n maal zoo groot geworden (omdat de afstand der tegenover elkaar liggende wanden n maal zoo klein is). De druk van het gas per cM^2 van den wand is dus n^3 maal zoo groot geworden. Daar de druk bij gelijk volumen niet afhangt van den vorm van het vat, waarin het gas zich bevindt, geldt dus algemeen, dat de druk omgekeerd evenredig is met het volumen.

2) de *wet van Boyle-Gay Lussac,* die wij in § 647 uitgedrukt hebben door

$$P\,V = R\,T. \qquad 220$$

Schrijven wij form. 219 in den vorm

$$P\,V = \frac{2}{3}\,n \times \frac{1}{2}\,m\,C^2, \qquad 221$$

en bedenken wij, dat $\frac{2}{3}\,n$ voor dezelfde massa gas een constante waarde heeft, dan volgt uit de vergelijkingen 220 en 221, dat de kinetische energie der moleculen evenredig is met de absolute temperatuur.

Uit de beide laatste vergelijkingen volgt nog: *de* in § 776 bedoelde *gemiddelde snelheid der moleculen van een gas is evenredig met den vierkantswortel uit zijne absolute temperatuur:*

$$C_1 : C_2 = \sqrt{T_1} : \sqrt{T_2}. \qquad 222$$

3) de *wet van Avogadro* (§ 360,4). Voor twee verschillende gassen geldt de evenredigheid

$$P_1\,V_1 : P_2\,V_2 = n_1\,m_1\,C_1{}^2 : n_2\,m_2\,C_2{}^2.$$

Is de temperatuur van beide gassen gelijk, dan is $m_1\,C_1{}^2 = m_2\,C_2{}^2$ (§ 771); en indien bovendien $P_1 = P_2$ en $V_1 = V_2$ is, dan wordt

$$n_1 = n_2.$$

Uit form. 221 volgt

$$n \times \frac{1}{2} m C^2 = \frac{3}{2} PV. \qquad 223$$

Het eerste lid dezer vergelijking stelt de totale kinetische energie der *n moleculen* van een gas bij T^0 voor, en de vergelijking drukt uit, dat deze $^3/_2$ maal zoo groot is als de uitwendige arbeid, die verricht is bij verwarming van het gas van het absolute nulpunt tot T^0, indien het dan een volumen V inneemt (§ 773). Is de uitwendige arbeid bij eene temperatuursverhooging van 1° voor 1 gram-molecule van een ideaal gas aequivalent met 2 calorieën, dan is de arbeid, vereischt voor de vermeerdering der kinetische energie, aequivalent met 3 calorieën. Hieruit volgt, dat de soortelijke warmte van een gas bij constanten druk (uitwendige arbeid + kinetische energie) zich tot de soortelijke warmte bij constant volumen (kinetische energie) verhoudt als (2 + 3) tot 3;

$$c_p : c_v = 5 : 3. \qquad 224$$

Dit is echter alleen juist, als niet ook nog warmte vereischt wordt voor de vermeerdering van de kinetische energie der *atomen* in de molecule; hetgeen zeker niet gebeurt, als eene molecule slechts uit 1 atoom bestaat. Daar de genoemde betrekking (form. 224) nagenoeg voor kwikdamp, argon en helium geconstateerd is, beschouwt men deze stoffen als éénatomig. — Daar men de soortelijke warmten van gassen in 't algemeen grooter vindt dan de uit deze beschouwing voor een ideaal gas voortvloeiende waarden, zoo is men genoodzaakt aan te nemen, dat een gedeelte der toegevoegde warmte gebruikt wordt, om aan de atomen van samengestelde moleculen afzonderlijk nog kinetische energie mede te deelen.

779. Daar in form. 219 het product nm de massa van het gas voorstelt, zoo is $\frac{nm}{v}$ de dichtheid D van het gas (form. 30). Wij kunnen form. 219 dus ook schrijven

$$P = \frac{1}{3} D C^2. \qquad 225$$

Voor twee verschillende gassen, die gelijke spanningen hebben, is dus

$$C_1 : C_2 = \sqrt{D_2} : \sqrt{D_1}; \qquad 226$$

de gemiddelde snelheden der moleculen zijn omgekeerd evenredig met de vierkantswortels uit de dichtheden der gassen.

De waarde der gemiddelde snelheid is (form. 225):

$$C = \sqrt{\frac{3P}{D}}. \qquad 227$$

Bij normale drukking (76 cM) is $P = 1033{,}3$ G $= 1033{,}3 \times 981{,}2$ dyne. Voor zuurstof van 0° is $D = 0{,}0014293$. De gemiddelde snelheid der moleculen van zuurstof bij 0° vindt men hieruit = 46100 kines. Voor waterstof is deze snelheid = 184400 kines, voor stikstof = 49200 kines, voor lucht 44700 kines.

780. Uit verschijnselen, die van de beweging der gasmoleculen

afhankelijk zijn (b.v. de inwendige wrijving, de warmtegeleiding en de diffusie) heeft men benaderde waarden voor den gemiddelden weg afgeleid, dien eene molecule aflegt tusschen twee op elkander volgende botsingen met andere moleculen. Daaruit en uit de gemiddelde snelheid der moleculen bij eene bepaalde temperatuur vindt men dan bij benadering het aantal botsingen per seconde.

Evenzoo heeft men door verschillende methoden, die wij hier niet kunnen bespreken, benaderde waarden voor de afmetingen der moleculen en haar aantal in 1 cM^3 van een normaal gas berekend.

Voor waterstofmoleculen heeft men de volgende benaderde waarden gevonden:

gemiddelde lengte van den weg	15×10^{-6} cM;
aantal botsingen per seconde	12×10^{9};
volumen eener molecule	12×10^{-24} cM^3;
aantal moleculen per cM^3 (bij 0°)	56×10^{18};
massa eener molecule	17×10^{-25} G;
gemiddelde snelheid (bij 0°)	184400 kines.

781. Daar de gassen de wetten van Boyle en Gay Lussac niet volkomen volgen, is de formule voor de wet van Boyle-Gay Lussac,

$$PV = RT,$$

niet geheel juist. Van der Waals heeft deze formule op de volgende wijze verbeterd. — Is de cohaesie der gasmoleculen niet nul, dan zullen daardoor in het oppervlak van een gas, evenals vroeger bij vloeistoffen werd gevonden (§ 434), krachten opgewekt worden, die van buiten naar binnen werken. Deze krachten zijn evenredig met het vierkant der dichtheid van het gas, want bij n maal zoo groote dichtheid wordt niet slechts het aantal moleculen der grenslaag, behoorende bij een oppervlak van 1 cM^2, n maal zoo groot, maar ook het aantal moleculen (in de aantrekkingssphee r), waarvan de op eene molecule in de grenslaag werkende krachten uitgaan. Daar de dichtheid omgekeerd evenredig is met het volumen, kan men de grootte dezer krachten omgekeerd evenredig stellen met het vierkant van het volumen, dat het gas inneemt. Zij deze kracht (per cM^2 van het oppervlak) $= a$ dynes, als het volumen eener hoeveelheid gas 1 cM^3 is, dan is zij, als het volumen V cM^3 wordt, $= \frac{a}{V^2}$ dynes. Met dit bedrag moet de uitwendige druk P dynes (per cM^2) vermeerderd worden; het gas verkeert dus onder eene drukking van $(P + \frac{a}{V^2})$ dynes.

In de tweede plaats zijn de moleculen niet oneindig klein, zoodat niet het geheele volumen, dat het gas inneemt, voor de beweging der moleculen beschikbaar is. Van der Waals verminderde daarom in de bovenstaande formule het volumen V met een volumen b, dat evenredig is met het totale volumen der *gasmoleculen* (verg. § 359).

De formule voor de wet van Boyle-Gay Lussac wordt dus

$$(P + \frac{a}{V^2})\ (V - b) = RT. \qquad 228$$

De som van den uitwendigen druk en den druk door de onderlinge aantrekking der moleculen in de oppervlakslaag te weeg gebracht, vermenigvuldigd met het volumen, dat voor de beweging der moleculen beschikbaar blijft, is evenredig met de absolute temperatuur van het gas. Deze betrekking heet de ***wet*** van ***Van der Waals.***

De grootheden a en b moeten voor elk gas proefondervindelijk bepaald worden. — Waterstof kan slechts tot 0,00062 van zijn volumen in normalen toestand samengeperst worden.

782. Ten slotte willen wij er nog op wijzen, dat ook door licht en electriciteit warmte kan voortgebracht worden. Vooral uit den overgang van electriciteit in warmte kan het mechanisch aequivalent der warmte nauwkeurig bepaald worden. De op deze wijze gevonden waarde van het mechanisch aequivalent der warmte stemt, zooals ons in de leer der Electriciteit zal blijken, volkomen overeen met de boven (§ 766) genoemde waarde.

HOOFDSTUK V.

Machines.

783. *Calorische machines* is de algemeene naam voor toestellen, die dienen om door warmte arbeid voort te brengen. Wij bespreken in de eerste plaats de *stoommachines*, waarbij het voortbrengen van arbeid geschiedt door de spankracht van stoom. In hoofdzaak worden zij tegenwoordig nog geconstrueerd zooals James Watt (1736—1819) ze heeft verbeterd. Terwijl wij de nadere beschouwing dezer toestellen aan de Mechanica moeten overlaten, bepalen wij ons tot enkele aanwijzingen, die noodzakelijk zijn voor eene beknopte uiteenzetting van de natuurkundige theorie der stoommachines.

784. De stoom wordt ontwikkeld in den *stoomketel*, een groote Papiniaansche pot, waarin het kookpunt van het water tot een temperatuur hooger dan 100^0 kan worden opgevoerd. De stoomketel is voorzien van eene *veiligheidsklep*, een *manometer*, eene *peilbuis* en somtijds van eene inrichting, waardoor de machinist gewaarschuwd wordt, als het water in den ketel tot een bepaald niveau gedaald is. Het *mangat* dient om aan een persoon den toegang tot het inwendige van den ketel mogelijk te maken, als de *ketelsteen*, die zich op den binnenwand van den ketel afzet, verwijderd moet worden.

785. Van den ketel wordt de stoom geleid naar de *stoomkast* K en van daar naar den *stoomcilinder* C, fig. 200. Beide toestellen zijn in de figuur duidelijkheidshalve in doorsnede geteekend. Van een der wanden van de stoomkast gaan drie kanalen uit; de beide buitenste leiden naar de beide uiteinden van den cilinder, het middelste m (verloren stoomgat) naar de buitenlucht of naar den *condensator* (§ 789). Langs dezen wand (den spiegel) wordt de *stoomschuif* S heen en weer bewogen, zóó dat op het oogenblik, waarop de zuiger in den cilinder omhoog moet gaan, de opening van het

onderste kanaal vrij komt, en de stoom om de stoomschuif heen door dit kanaal onder den zuiger kan stroomen. De bovenste en de middelste opening zijn dan door de holte der stoomschuif met elkander in verbinding, zoodat de afgewerkte stoom uit den cilinder door deze beide kanalen kan ontsnappen. Op het oogenblik, dat de zuiger wederom omlaag moet gaan, is de stand der stoomschuif zooals in figuur *B* aangeduid is. — De beweging der stoomschuif moet dus zoodanig geregeld zijn, dat zij de beweging in eene bepaalde richting *vroeger* begint, dan de zuiger, en dat de opening van elk der kanalen zoo lang vrij blijft, als nog stoom door dat kanaal naar den cilinder moet stroomen. Men bereikt dit door het *excentriek E*, eene cilindrische schijf, die zóó op de *drijfas DD* bevestigd is, dat haar middelpunt niet met het middelpunt van de doorsnede der drijfas samenvalt, en wier omtrek langs den binnenkant van een lossen ring kan glijden. De ring is door middel van een scharnier verbonden met eene stang, terwijl het andere uiteinde van deze (eveneens door een scharnier) verbonden is met de stoomschuif; de ring neemt ten gevolge daarvan aan de draaiing der excentrische schijf geen deel, maar neemt verschillende standen in ten opzichte van de as. Bij zijne beweging kan men vier hoofdstanden onderscheiden; twee, waarin het verbindingspunt van ring en stang zich hoofdzakelijk in verticale, en twee, waarin dat punt zich hoofdzakelijk in horizontale richting beweegt. Alleen de beweging van den ring in de beide eerstgenoemde standen heeft invloed op de beweging der stoomschuif. Door de excentrische schijf in een bepaalden stand op de as te bevestigen, kan men de boven- en benedenwaartsche bewegingen der stoomschuif op de juiste oogenblikken doen beginnen.

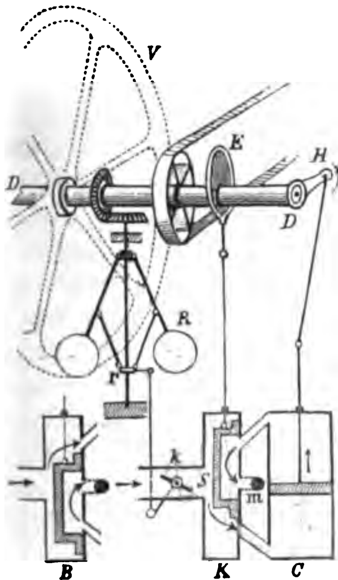


fig. 200.

786. De beweging van den zuiger, die volkomen in de richting der cilinderas moet plaats hebben, geeft door middel eener kruk

H eene ronddraaiende beweging aan de drijfas. Hierbij is het moment der kracht veranderlijk, omdat haar arm bij de verschillende standen der kruk telkens andere waarden verkrijgt. Bij elke omwenteling wordt de arm twee keeren nul (*doode standen*), als namelijk de stand der kruk verticaal is. Om de beweging gelijkmatiger te maken, brengt men het *vliegwiel V* aan. Dit is een rad van groote massa, die zich bijna geheel aan den omtrek bevindt. De groote hoeveelheid arbeidsvermogen van beweging, die het vliegwiel bij eene bepaalde omwentelingssnelheid bezit, heeft ten gevolge, dat de veranderlijkheid van het moment der stoomkracht slechts geringen invloed op den gelijkmatigen gang der machine uitoefent.

Komt eene machine tot rust, als de zuiger in een der doode standen staat, dan moet men de as een weinig draaien, wil de stoom de machine weer in beweging kunnen brengen. Men kan dit voorkomen door twee stoomcilinders aan te brengen zóo, dat de éene zuiger zich in het midden zijner baan bevindt, als de andere in een der doode standen staat.

787. Om veranderingen der omwentelingssnelheid (ten gevolge van toevallige veranderingen der hoeveelheid gevormde stoom of van verandering van den arbeid, dien de machine moet verrichten) binnen enge grenzen te beperken, heeft Watt den *centrifugaal-regulator* (*gouverneur*) *R* aangebracht. De draaiende beweging der horizontale as wordt door middel van twee kegelvormige tandraderen overgebracht op eene verticale stang. Twee aan de stang door middel van scharnieren verbonden staven, die zware bollen dragen, draaien mede rond (kegelslingers) en maken met de stang grootere hoeken, naarmate de omwentelingssnelheid grooter wordt. Door twee andere staven zijn zij in verbinding met een ring *r*, die los over de stang kan glijden. Wordt de omwentelingssnelheid der machine grooter of kleiner, dan zal deze ring zich dus omhoog of omlaag bewegen Deze beweging wordt door hefboomen overgebracht op de *smoorklep k*, een plaatje, dat zich in de toevoerbuis van den stoom bevindt, en dat om eene loodrecht op de lengte der buis gelegen as draaibaar is. De smoorklep is zoodanig met den ring verbonden, dat bij toenemende omwentelingssnelheid het vlak van het plaatje een grooteren hoek met de as der toevoerbuis maakt, dus den toevoer van den stoom belemmert, en omgekeerd.

788. Naarmate men de spanning van den stoom opvoert tot ongeveer 2,5 atmospheren, 5 atmospheren of hooger, onderscheidt men machines *met lage*, *met middelbare* en *met hooge drukking.*

Men merke op, dat de arbeid, dien eene machine per zuigerslag verricht, niet alleen bepaald wordt door de spanning van den stoom, maar ook door de grootte van het oppervlak van den zuiger (doorsnede van den cilinder) en de zuigerslaglengte. Zijn de doorsneden der cilinders van twee machines omgekeerd evenredig met de spanningen van den stoom, dan zijn de drukkingen op beide zuigers gelijk; zijn bovendien de zuigerslaglengten gelijk, dan verrichten beide machines evenveel arbeid per zuigerslag.

Het aantal kilogrammeters arbeid, die eene machine *per seconde* verricht, dient ter bepaling van haar *effect*. Dit wordt meestal uitgedrukt in Paardekrachten (75 KGM per seconde). 1 Paardekracht is 75 $\times$ 98 120 000 ergs per seconde. (§ 250).

Eene machine van lage drukking moet bij gelijk effect grootere afmetingen hebben, dan eene met hooge drukking.

789. De stoom, die den zuiger bewogen heeft, moet bij het teruggaan van den zuiger uit den cilinder verwijderd worden. Men kan dezen (*afgewerkten*) stoom door de stoomschuif òf in den dampkring òf in den *condensator* laten ontsnappen. De condensator is een luchtledig vat, waarin zich koud water bevindt. In het eerste geval oefent de afgewerkte stoom op den zuiger eene drukking van 1 atmospheer uit; in het tweede geval wordt zijne drukking gelijk aan de maximum-spanning van waterdamp bij de temperatuur van den condensator (§ 690). Daar deze temperatuur door het inspuiten van koud water laag gehouden wordt, heeft de stoom, die uit den stoomketel komt, bij machines *met condensatie* een geringeren tegendruk te overwinnen dan bij machines *zonder condensatie.*

Stoom van 5 atmospheren spanning werkt bij machines zonder condensatie met 4 atmospheren overdruk. Heeft de machine een condensator, en is daarin de temperatuur van het water 25°, dan daalt de spanning van den afgewerkten stoom tot 2,36 cM (spanning van verzadigden waterdamp van 25°), zoodat de overdruk van den stoom op den cilinder slechts weinig minder dan 5 atmospheren bedraagt.

Bij machines met condensatie moet eene door de machine zelf in werking gestelde luchtpomp den condensator luchtledig houden: eene andere pomp moet het door de condensatie van den stoom verwarmde water verwijderen (en in den stoomketel pompen), en een derde pomp moet koud water in den condensator brengen. Bij geringe spanning van den stoom in den condensator kan de laatstgenoemde arbeid door den overdruk van den dampkring verricht worden.

Bij machines met lage drukking wint men door het aanbrengen van een condensator betrekkelijk meer dan bij machines met hoogere drukking.

790. Men kan gedurende de geheele beweging van den zuiger stoom in den cilinder laten stroomen; de stoom drukt dan steeds met dezelfde kracht op den zuiger. Men kan echter (bij machines met hooge spanning) den toevoer van den stoom doen ophouden, als de zuiger slechts een deel ($^1/_3$ of $^1/_4$) der zuigerslaglengte heeft

afgelegd. De stoom, die op dit oogenblik in den cilinder is, zal zich dan ontspannen en den zuiger met afnemende kracht verder doen bewegen. Naarmate het eene of het andere plaats heeft, onderscheidt men machines *zonder* en *met expansie.*

Machines met expansie werken, zooals straks zal blijken, voordeeliger dan machines zonder expansie.

791. Als voorbeeld van de werking eener stoommachine berekenen wij den arbeid, dien eene machine *met condensatie* en *zonder expansie* kan verrichten. Hetgeen bij elken zuigerslag geschiedt, splitsen wij in twee deelen.

1) Wij laten stoom uit den ketel in den cilinder stroomen en daardoor den zuiger, die aanvankelijk een der uiterste standen had, zich over de geheele zuigerslaglengte verplaatsen en nemen aan, dat de arbeid van den stoom uitsluitend dient, om aan het vliegwiel arbeidsvermogen van beweging te geven. Daarna sluiten wij de toevoerbuis af.

2) Wij stellen den met stoom gevulden cilinder in gemeenschap met den condensator en gebruiken een deel van het arbeidsvermogen van het vliegwiel, om den stoom in den condensator te persen.

792. 1) Is de druk van den stoom op 1 cM^2 p_1 dynes, de oppervlakte van den zuiger o cM^2 en de zuigerslaglengte l cM, dan is

de druk op den zuiger uitgeoefend $= p_1 \times o$ dynes;

de arbeid van den stoom $A_1 = p_1 \times o \times l$ ergs.

Nu is $o \times l$ de ruimte v cM^3, die met stoom gevuld wordt. Den arbeid kan men dus ook uitdrukken door

$$A_1 = p_1 \times v \text{ ergs.} \tag{229}$$

Is de temperatuur van den stoom $133{,}^0 9$, dan is zijne spanning 3×76 cM; dus

$$p_1 = 3 \times 76 \times 13{,}596 \times 981{,}2 \text{ dyne.}$$

Is de doorsnede van den cilinder $o = 2000$ cM^2, de zuigerslaglengte $l = 80$ cM, dan is

$$v = 160000 \text{ cM}^3;$$

dus de arbeid van den stoom per zuigerslag

$$A_1 = p_1 \times v = 486657 \times 10^6 \text{ ergs.}$$

Deze arbeid is aequivalent met (§ 767)

$$w_1 = \frac{A_1}{42\,000\,000} = 11614 \text{ calorieën.}$$

793. 2) Door de verbinding met den condensator, waarvan wij de temperatuur 30^0 stellen, wordt de spanning van den stoom plotse-

ling 3,16 cM. De arbeid vereischt om den stoom in den condensator te persen, is dus

$$A_2 = p_2 \times v \text{ ergs};$$

en daar $p_2 = 3{,}16 \times 13{,}596 \times 981{,}2$ dyne is, vindt men

$$A_2 = 6745 \times 10^6 \text{ ergs}.$$

Deze arbeid is aequivalent met

$$w_2 = \frac{A_2}{42\,000\,000} = 161 \text{ calorieën}.$$

Bij elken zuigerslag gaan dus theoretisch $(w_1 - w_2) = 11453$ cal. in arbeid over.

794. De massa van den benoodigden stoom bedraagt per zuigerslag

$$M = 160000 \times 0{,}0017 = 272 \text{ G},$$

daar 1 cM^3 verzadigde stoom (van $133{,}^09$) 0,0017 G weegt (§ 711).

Het water (in den condensator), waarmede de ketel gevuld wordt, heeft de temperatuur 30^0. Om nu 272 G water van 30^0 in stoom van $133^0{,}9$ te veranderen, zijn noodig (§ 758)

$$W_1 = 272 \times (606{,}5 + 0{,}305 \times 133{,}9 - 30) = 167911 \text{ cal}.$$

Van deze hoeveelheid warmte worden in den condensator gebracht

$$W_2 = 167911 - 11453 = 156458 \text{ cal}.$$

Het *theoretisch effect* dezer machine (d. i. de verhouding der warmte, die in arbeid overgaat, tot de warmte, die men aan het water in den ketel moet geven) bedraagt dus

$$\varepsilon = \frac{W_1 - W_2}{W_1}, \qquad 230$$

d. i. ongeveer 6,9%.

Duurt de beweging van den zuiger der bedoelde machine $^4/_5$ seconde, dan is de per seconde verrichte arbeid $^5/_4 \times (A_1 - A_2)$ ergs. De machine heeft dus $\frac{^5/_4 \times (486657 - 6745) \times 10^6}{75 \times 98\,120\,000}$ of ongeveer 81,5 paardekracht.

In hetgeen wij *theoretischen* arbeid genoemd hebben, is steeds de arbeid begrepen, die vereischt wordt, om de wrijvingsweerstanden in de deelen der machine te overwinnen. Deze arbeid, die weer in warmte omgezet wordt, gaat voor het doel, waarvoor men de machine laat werken, verloren, zoodat in werkelijkheid het voor den *nuttigen* arbeid beschikbare arbeidsvermogen (gemiddeld $^1/_4$ à $^1/_5$) kleiner wordt dan boven berekend is. — Verder gaat van de warmte, die door de verbranding der kolen ontstaat, slechts een gedeelte over op het water van den ketel; het overige gaat door straling, geleiding enz. verloren. — Vergelijkt men dus het nuttige arbeidsvermogen eener stoommachine met het aantal calorieën, dat de kolen moeten ontwikkelen, om dit arbeidsvermogen voort te brengen, dan blijkt, dat de stoommachine een zeer onvoordeelig werkende toestel is.

795. Het effect eener stoommachine wordt grooter, indien zij met

expansie werkt. Men laat den stoom slechts in den cilinder stroomen gedurende den tijd, dat de zuiger (fig. 201) den weg AB (= 1/4 der zuigerslaglengte AC) aflegt. Wij stellen

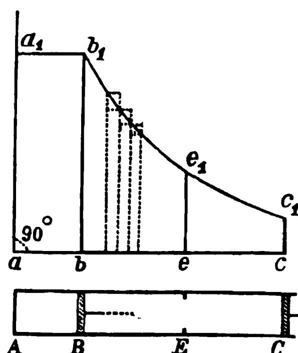


fig. 201.

het volumen (cM³), dat de stoom dan bezit, voor door ab (cM);

den inhoud (cM³) van den cilinder verminderd met het volumen van den zuiger door ac (cM), en

den druk van den stoom op 1 cM² gedurende den toevoer (dynes) door $aa_1 = bb_1$ (cM).

De arbeid (ergs), dien de stoom gedurende het eerste vierde gedeelte van de beweging des zuigers verricht, wordt dan volgens form. 229 voorgesteld door ($pv =$) inh. aa_1b_1b (cM²).

Wordt nu de toevoerbuis afgesloten, dan zal zich de stoom ontspannen en afkoelen en den zuiger met afnemende kracht vooruit drijven. Stelt men den druk, dien de stoom per cM² uitoefent op het oogenblik, dat de zuiger in een willekeurig, tusschen B en C gelegen punt E gekomen is, vóór door eene loodlijn ee_1, die men in het met E overeenkomende punt e der lijn ac opricht, dan wordt de verandering der drukking van den stoom aangewezen door de gebogen lijn b_1c_1, die de uiteinden van al deze loodlijnen verbindt [1]). De arbeid, dien de stoom gedurende zijne ontspanning verricht, wordt voorgesteld door den inhoud van figuur bb_1c_1c [2]); de totale arbeid gedurende den zuigerslag door den inhoud van $aa_1b_1c_1c$.

---

[1]) Den vorm dezer lijn bepaalt men proefondervindelijk door middel van den *indicator* (aanwijzer). In een der eindvlakken van den stoomcilinder is een buisje geschroefd, waarin zich een zuiger bevindt. Tegen den zuiger drukt de stoom, terwijl eene spiraalveer en de dampkringsdrukking de verplaatsing van den zuiger tegenwerken. Een stift, die aan de stang van den zuiger bevestigd is, teekent op een met papier bekleeden ronddraaienden cilinder den stand van den zuiger in het buisje aan gedurende eene heen- en weergaande beweging van den zuiger in den stoomcilinder. De op het papier beschreven lijn komt overeen met de lijn $a_1b_1c_1caa_1$ van fig. 201. De vorm van b_1c_1 blijkt nagenoeg die eener gelijkzijdige hyperbool te zijn.

[2]) Verdeelt men den inh. bb_1c_1c door lijnen, evenwijdig met bb_1, in een zeer groot aantal smalle strookjes, dan blijkt dit uit eene beschouwing, overeenkomende met die van § 36, fig. 4 en 5.

Verg. ook § 358, fig. 95.

Het effect wordt door de expansie verhoogd, omdat de stoom nu meer arbeid verricht, dan hij bij gelijke hoeveelheid zonder expansie zou doen. Dit staat in nauw verband met de daling der temperatuur gedurende de expansie; immers in de formule voor het theoretisch effect $\varepsilon = \frac{W_1 - W_2}{W_1}$, wordt de naar den condensator gevoerde warmte W_2 geringer.

796. Om in het algemeen de verhouding te vinden tusschen de warmte, die men aan eene machine mededeelt, en den arbeid, dien deze dientengevolge kan verrichten, stellen wij ons voor, dat de stoom door uitzetting en samenpersing eene reeks van vier veranderingen ondergaat, zóó dat hij — na deze te hebben doorloopen — hetzelfde volumen inneemt en dezelfde temperatuur en spanning bezit als in het begin. Deze reeks van veranderingen is bekend als het *kringproces van Carnot*. De stoom bevindt zich in een cilinder (fig. 202) die door een zuiger afgesloten is (stand A). Zijn volumen (cM^3) worde voorgesteld door Oa (cM), zijne drukking per cM^2 (dynes) door aa_1 (cM); zijne absolute temperatuur zij $T_1{}^0$. De bedoelde veranderingen zijn nu de navolgende.

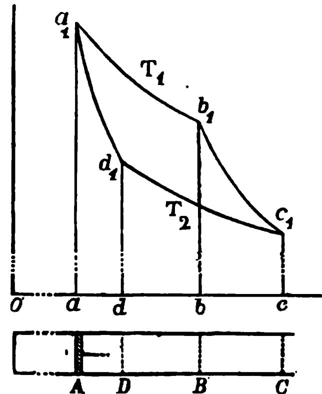


fig. 202.

1) De stoom verplaatst den zuiger van A naar B, waardoor het volumen van den stoom vergroot wordt van Oa tot Ob. In B houdt men den zuiger vast. Ten gevolge van de uitzetting van den stoom zou zijne temperatuur dalen; men voert echter tijdens de vergrooting van het volumen zooveel warmte toe, dat de temperatuur $T_1{}^0$ blijft. Men kan zich b.v. voorstellen, dat de cilinder omgeven is door een lichaam, waarvan de temperatuur standvastig op $T_1{}^0$ wordt gehouden, en dat de wand des cilinders de warmte volkomen geleidt. De druk van den stoom verandert dan van aa_1 tot bb_1 en de lijn a_1b_1, die graphisch de verandering der drukking voorstelt, is eene isotherm. De *arbeid* (ergs) *door den stoom verricht*, wordt voorgesteld door den inhoud van aa_1b_1b (cM^2). Daar de *toegevoegde* warmte de temperatuur van den stoom niet verandert, wordt door haar alleen deze arbeid verricht.

De daarvoor vereischte warmte bedraagt $W_1 = \frac{\text{inh.}\, aa_1b_1b}{42\,000\,000}$ calorieën.

2) Men staakt nu den toevoer van warmte en laat den zuiger (in B) weer vrij. De stoom zal dan den zuiger naar C drijven, waar men hem nogmaals tegenhoudt. Heeft de stoom hierbij geene warmte van buiten ontvangen of naar buiten afgestaan, dan is deze uitzetting eene adiabatische, waarbij de temperatuur van den stoom daalt van $T_1{}^0$ tot $T_2{}^0$. Evenzoo daalt de drukking van bb_1 tot cc_1, het volumen wordt daarentegen vermeerderd van Ob tot Oc. De adiabaat b_1c_1 stelt de verandering van den druk voor, de inhoud van bb_1c_1c den *door den stoom verrichten* arbeid.

3) Door eene uitwendige kracht wordt nu de stoom samengeperst, totdat de zuiger in D is gekomen. Te gelijker tijd onttrekt men door middel van een lichaam, waarvan de temperatuur standvastig op $T_2{}^0$ gehouden wordt, evenveel warmte aan den stoom, als door de samenpersing ontstaat, zoodat zijne temperatuur $T_2{}^0$ blijft. Het volumen vermindert van Oc tot Od, de druk vermeerdert van cc_1 tot dd_1. De isotherm c_1d_1 stelt de verandering van den druk voor. De arbeid, *dien de uitwendige kracht bij deze samenpersing moet verrichten* (het arbeidsvermogen, dat in de machine *verbruikt* wordt), wordt voorgesteld door den inhoud van cc_1d_1d. De warmte, die de stoom *afgestaan* heeft, bedraagt $W_2 = \frac{\text{inh.}\ cc_1d_1d}{42\ 000\ 000}$ calorieën.

4) Is de zuiger in D gekomen, dan perst men den stoom weer adiabatisch samen, zoodat hij geene warmte naar buiten kan afstaan of van buiten opnemen, en men zet dit voort, totdat zijne temperatuur $T_2{}^0$ wederom $T_1{}^0$ geworden is. De druk neemt hierbij toe van dd_1 tot aa_1, het volumen neemt af van Od tot Oa, want als de aanvankelijke omstandigheden van spanning en temperatuur wederom verkregen zijn, moet ook het volumen wederom de aanvankelijke waarde verkregen hebben. De adiabaat d_1a_1 stelt de verandering van den druk voor, terwijl de *arbeid der uitwendige kracht* voorgesteld wordt door den inhoud van dd_1a_1a.

Hiermede is het kringproces afgeloopen; eindtoestand en begintoestand van den stoom zijn volkomen gelijk. Daarbij is door den stoom *meer* arbeid verricht (inh. aa_1b_1b + inh. bb_1c_1c), dan door de uitwendige kracht (inh. cc_1d_1d + inh. dd_1a_1a). *Het verschil van beide waarden, inh. $a_1b_1c_1d_1$, stelt den arbeid voor, dien de machine kan leveren.* Deze arbeid is verkregen door omzetting van het

verschil der hoeveelheden opgenomen en afgegeven warmte, $W_1 - W_2$.

797. Bij de stoommachine levert de ketel de voor de isothermische uitzetting van A tot B vereischte warmte, terwijl de condensator de door de isothermische samenpersing van C tot D afgegeven warmte opneemt. Als het lichaam, dat den voor het samenpersen vereischten arbeid verricht, kunnen wij het vliegwiel beschouwen, dat door de beweging van den zuiger van A naar C arbeidsvermogen van beweging verkregen heeft. Het kringproces is geëindigd, als de stoom, na in den cilinder arbeid te hebben verricht, in den condensator tot water verdicht is, van daar in den ketel gebracht en hier wederom in stoom van de aanvankelijke temperatuur veranderd is. De door dezen kringloop verkregen *arbeid* ($a_1 b_1 c_1 d_1$), is de maximum-hoeveelheid, die men met de machine verkrijgen kan, *als de temperatuur van den stoom van* $T_1{}^0$ (ketel) *tot* $T_2{}^0$ (condensator) *daalt.*

Uit deze beschouwing volgt, dat men *meer* arbeid alleen kan verkrijgen, door de temperatuur van den ketel (T_1) hooger, en die van den condensator (T_2) lager te maken. De meest volkomene omzetting van warmte in arbeid zou men bereiken, als men de temperatuur van den stoom kon doen dalen tot het absolute nulpunt. Dit is echter onmogelijk.

798. Men kan bewijzen, dat de uitkomst der beschouwing van Carnot over den arbeid, dien men door eene bepaalde hoeveelheid warmte kan verkrijgen, onafhankelijk is van den aard van het lichaam, dat men in de machine arbeid laat verrichten. Neemt men in plaats van stoom een gas, zooals in de heete-lucht-machines, dan blijft de uitkomst dezelfde. Het kringproces wordt dan echter eenvoudiger, omdat in deze toestellen de adiabatische veranderingen ($b_1 c_1$ en $d_1 a_1$) vervangen kunnen worden door veranderingen, waarbij het volumen constant blijft, zoodat daarbij geen arbeid verricht wordt. Het kringproces is dan als volgt (fig. 203):

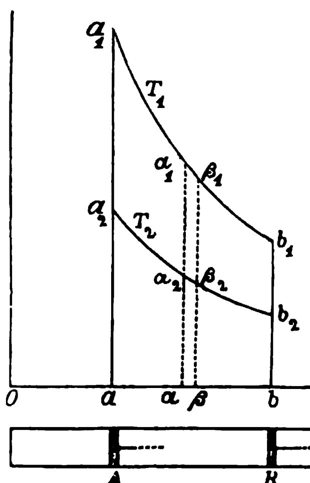


fig. 203.

1) Isothermische uitzetting van het gas van A tot B; constante temperatuur $= T_1{}^0$; verandering van druk van aa_1 tot bb_1; vermeerdering van volumen van Oa tot Ob; de *door het gas verrichte arbeid* (ergs)

wordt voorgesteld door den inhoud van aa_1b_1b (cM²); de *warmte, opgenomen* van een lichaam, waarvan de temperatuur constant op $T_1{}^0$ gehouden wordt, bedraagt

$$W_1 = \frac{\text{inh. } aa_1b_1b}{42\ 000\ 000} \text{ calorieën.}$$

2) Het gas wordt, terwijl zijn volumen Ob constant blijft, afgekoeld; zijne temperatuur daalt van $T_1{}^0$ tot $T_2{}^0$; de druk daalt van bb_1 tot bb_2; *arbeid wordt niet verricht.*

3) Isothermische samenpersing van het gas van B tot A; constante temperatuur $= T_2{}^0$; verandering van druk van bb_2 tot aa_2; vermindering van volumen van Ob tot Oa; *de door eene uitwendige kracht verrichte arbeid* (ergs) wordt voorgesteld door den inhoud van bb_2a_2a; de *warmte* aan een lichaam, waarvan de temperatuur constant op $T_2{}^0$ gehouden wordt, *afgestaan* bedraagt

$$W_2 = \frac{\text{inh. } bb_2a_2a}{42\ 000\ 000} \text{ calorieën.}$$

4) Het gas wordt, terwijl zijn volumen Oa constant blijft, verwarmd; zijne temperatuur rijst van $T_2{}^0$ tot $T_1{}^0$; de druk stijgt van aa_2 tot aa_1; *arbeid wordt niet verricht.*

De warmte, die bij 2) aan het gas ontnomen wordt, *bedraagt evenveel* als die, welke bij 4) daaraan wordt medegedeeld. Immers, daar in beide gevallen geen arbeid verricht wordt, verliest het gas door afkoeling van $T_1{}^0$ tot $T_2{}^0$ evenveel calorieën, als het bij verwarming van $T_2{}^0$ tot $T_1{}^0$ opneemt. Gedurende het kringproces worden dus opgenomen $W_1 - W_2 = \frac{\text{inh. } aa_1b_1b - \text{inh. } bb_2a_2a}{42\ 000\ 000} =$ $\frac{\text{inh. } a_1b_1b_2a_2}{42\ 000\ 000}$ calorieën, en deze worden omgezet in arbeid (inh. $a_1b_1b_2a_2$).

799. Bij dit kringproces verhouden zich dus de hoeveelheden warmte, die het gas opgenomen en afgestaan heeft, als de hoeveelheden arbeid, die het gas en de uitwendige kracht verricht hebben. Dus

$$W_1 : W_2 = \text{inh. } aa_1b_1b : \text{inh. } aa_2b_2b.$$

Om deze verhouding te vinden, verdeelen wij figuur aa_1b_1b door lijnen, evenwijdig met aa_1, in een groot aantal smalle strookjes. Een dezer strookjes is in fig. 203 (te breed) door gestippelde lijnen aangewezen.. Daar wij de *verandering* van den druk gedurende de uitzetting van α tot β en gedurende de samenpersing van β

tot x kunnen verwaarloozen, mogen wij $\alpha x_1\beta_1\beta$ en $x x_2\beta_2\beta$ als rechthoeken beschouwen. Dus is

$$\text{inh. } \alpha x_1\beta_1\beta : \text{inh. } x x_2\beta_2\beta = \alpha\alpha_1 : x\alpha_2.$$

$x\alpha_1$ en $x\alpha_2$ zijn echter de drukkingen p_1 en p_2, die het gas bij de uitzetting en bij de samenpersing bezit op het oogenblik, dat zijn volumen Ox is. Men heeft dus

$$\text{inh. } x\alpha_1\beta_1\beta : \text{inh. } x\alpha_2\beta_2\beta = p_1 : p_2.$$

De drukkingen van een gas verhouden zich echter bij gelijke volumina (Ox) als de absolute temperaturen, zoodat men verkrijgt

$$\text{inh. } x\alpha_1\beta_1\beta : \text{inh. } x\alpha_2\beta_2\beta = T_1 : T_2.$$

Daar dezelfde verhouding voor alle strookjes geldt, waaruit aa_1b_1b samengesteld is, zoo vindt men ten slotte

$$\text{inh. } aa_1b_1b : \text{inh. } aa_2b_2b = T_1 : T_2,$$

en dus ook

$$W_1 : W_2 = T_1 : T_2\,;$$

zoodat wij de formule voor het theoretisch effect,

$$\varepsilon = \frac{W_1 - W_2}{W_1},$$

ook kunnen schrijven

$$\varepsilon = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \qquad 231$$

Warmte kan alleen arbeid verrichten, als zij van warmte van hoogere temperatuur (T_1) *verandert in warmte van lagere temperatuur* (T_2). *Van eene gegeven hoeveelheid warmte kan slechts een gedeelte in arbeid omgezet worden*; *dat gedeelte is evenredig met de daling der temperatuur.* Dit is de *tweede hoofdwet der mechanische warmtetheorie.*

Deze wet werd door Clausius (1850) afgeleid. Daar Carnot reeds het bestaan dezer betrekking tusschen warmte en arbeid uitgesproken had (1824), noemt men haar ook wel de wet van Carnot.

Het door formule 230 aangewezen maximum van arbeid, dien eene beschikbare hoeveelheid warmte leveren kan, indien de stoom of het gas van de temperatuur $T_1{}^0$ tot de temperatuur $T_2{}^0$ daalt, wordt in werkelijkheid nooit bereikt. Hoeveel de arbeid eener bepaalde machine beneden dit maximum blijft, hangt van de inrichting der machine af.

Is bij eene machine de temperatuur in den ketel 133°,9, die van den

condensator 30°, dan kan van de door den stoom opgenomen warmte hoogstens in arbeid overgaan

$$\frac{(273 + 133,9) - (273 + 30)}{273 + 133,9}$$

of 20,5%.

800. Het in § 796 en 798 beschreven kringproces is *omkeerbaar*; d. w. z. men kan den stoom of het gas de reeks van veranderingen ook in omgekeerde richting laten doorloopen. Nemen wij als voorbeeld het kringproces van § 798. Het gas vulle den cilinder tot A, zijne temperatuur zij $T_1{}^0$, zijn volumen Oa, zijn druk aa_1 (fig. 203).

1) Men onttrekt door middel van een lichaam, waarvan de temperatuur constant op $T_2{}^0$ gehouden wordt, zooveel warmte aan het gas, dat zijne temperatuur van $T_1{}^0$ tot $T_2{}^0$ daalt, terwijl zijn volumen Oa blijft. Zijn druk neemt af van aa_1 tot aa_2. *Arbeid wordt hierbij niet verricht.*

2) Men laat het gas zich isothermisch uitzetten, totdat de zuiger in B is gekomen; te dien einde voert men door middel van het lichaam met de constante temperatuur $T_2{}^0$ zooveel warmte toe, dat het gas de temperatuur $T_2{}^0$ behoudt. Zijn volumen neemt toe van Oa tot Ob, zijn druk neemt af van aa_2 tot bb_2. *Het gas verricht arbeid,* die voorgesteld wordt door den inhoud van aa_2b_2b. De *opgenomen* warmte is $W_2 = \frac{\text{inh. } aa_2b_2b}{42\ 000\ 000}$ calorieën.

3) Men verhoogt door middel van een lichaam, waarvan de temperatuur constant op $T_1{}^0$ gehouden wordt, de temperatuur van het gas van $T_2{}^0$ tot $T_1{}^0$, terwijl zijn volumen Ob blijft. Zijn druk neemt toe van bb_2 tot bb_1. *Arbeid wordt niet verricht.*

4) Door eene uitwendige kracht perst men het gas samen, totdat de zuiger weer in A gekomen is, terwijl men de door de samenpersing ontwikkelde warmte overbrengt op het lichaam met de constante temperatuur $T_1{}^0$. Het gas behoudt de temperatuur $T_1{}^0$; zijn volumen neemt af van Ob tot Oa, zijn druk neemt toe van bb_1 tot aa_1. *De uitwendige kracht moet arbeid verrichten,* die voorgesteld wordt door den inhoud van bb_1a_1a. De *afgegeven* warmte is $W_1 = \frac{\text{inh. } bb_1a_1a}{42\ 000\ 000}$ calorieën.

Eindtoestand en begintoestand van het gas zijn weer gelijk; de warmte, die het gas bij 1) opneemt, is weer gelijk aan de warmte, die het bij 3) afgeeft.

Daarentegen is bij 2) *minder* warmte (W_2) door het gas opgenomen, dan bij 1) afgegeven is (W_1). De uitkomst is dus, dat ($W_1 - W_2$) calorieën aan een lichaam van de temperatuur $T_2{}^0$ onttrokken zijn en gegeven zijn aan een lichaam van de *hoogere* temperatuur $T_1{}^0$. Maar de machine *verbruikt* den arbeid, dien de uitwendige kracht *meer* verricht heeft dan het gas. Deze arbeid wordt voorgesteld door den inhoud van $a_1b_1b_2a_2$.

Als gevolg van de tweede hoofdwet der mechanische warmtetheorie heeft men dus:

Warmte kan van een lichaam met lagere temperatuur overgebracht worden naar een lichaam met hoogere temperatuur, maar dan wordt noodzakelijk arbeidsvermogen verloren. De machine kan niet alleen geen arbeid verrichten, maar verbruikt arbeid.

Pompwerken voor het verkrijgen van lage temperaturen door verdamping van vloeibaar koolzuur enz. IJsmachines, § 802.

---

801. De geringe waarde van het nuttig effect, dat ook de beste stoommachines leveren, heeft aanleiding gegeven tot de constructie van andere machines, die warmte met minder verlies in arbeid kunnen omzetten.

In het *stoomrad* (*stoomturbine*) van Laval stroomt stoom van hooge spanning uit eenige buizen tegen de schoepen van een rad, waarvan de constructie ten deele overeenkomt met die van een waterrad. Als de stoom tegen de schoepen stoot, is zijne spanning afgenomen tot één atmospheer; hij werkt door de groote snelheid, die hij daarbij verkrijgt en die nagenoeg geheel aan de schoepen afgegeven wordt, zoodat de stoom met zeer geringe snelheid uit den toestel ontsnapt. Het effect dezer toestellen is grooter dan dat eener stoommachine van Watt (bij gelijke spanning en gelijk verbruik van den stoom). — In de *gasmotoren* ontploft een mengsel van lucht en lichtgas, dat gedurende het eerste gedeelte van de beweging des zuigers in den cilinder gezogen wordt; de hooge druk, die daardoor ontstaat, drijft den zuiger voort; door het arbeidsvermogen van het vliegwiel wordt de zuiger weer terug gebracht, waarbij de verbrandingsproducten van het gas uit den cilinder verwijderd worden. Om bij het in werking brengen der machine de *eerste* inzuiging van gas en lucht te doen plaats hebben, moet de zuiger bij het begin van den eersten slag *door den machinist* in beweging gebracht

worden. Een belangrijk voordeel, dat deze machines aanbieden, is, dat men ze zonder voorbereidende werkzaamheden in werking kan stellen, en dat na het ophouden der werking geen verder verlies van warmte plaats heeft.

802. *IJsmachines* noemt men toestellen, waarmede men eene lage temperatuur kan voortbrengen, hetzij door snelle verdamping eener vloeistof, hetzij door plotselinge ontspanning van een samengeperst gas.

1) De eenvoudigste dezer machines bestaat uit eene luchtpomp, waarvan de ontvanger een gedeeltelijk met water gevuld vat is. Tusschen ontvanger en pompbuis bevindt zich een looden vat, dat sterk zwavelzuur bevat. Bij voldoende verdunning der lucht geraakt het water aan het koken; de gevormde waterdamp wordt door het zwavelzuur opgeslorpt, zoodat de spanning in den toestel laag blijft en het koken voortduurt. Door de snelle verdamping wordt aan het niet-verdampte water zooveel warmte onttrokken, dat dit in korten tijd bevriest.

De *ammoniakijsmachine* (Carré) bestaat uit twee met elkander in gemeenschap staande vaten. In het eerste vat wordt ammoniakgas uit eene verzadigde oplossing door verwarming verdreven (§ 475); in het tweede vat, dat in koud water geplaatst is, wordt het gas door zijne eigen hooge drukking vloeibaar. Koelt men nu het eerste vat af, dan verdampt de vloeibare ammonia in het tweede vat zeer snel, daar het gas door het water in het eerste vat weer gretig opgeslorpt wordt. Het water, waarin het tweede vat geplaatst is, geeft de voor deze verdamping vereischte warmte af en bevriest spoedig; het water in het eerste vat daarentegen wordt (door het opslorpen van het gas) warmer.

De afkoeling, die door snelle verdamping van vloeibaar zwaveligzuur en vloeibaar koolzuur ontstaat, heeft men gebruikt om andere gassen te condenseeren; men zie § 716.

2) Van de toestellen, die door ontspanning van een samengeperst gas werken, hebben wij in § 716 en 717 reeds voorbeelden leeren kennen.

In al deze toestellen is de werking de omgekeerde van die der machines, welke dienen om arbeid uit warmte voort te brengen (§ 800). Bij de eerste der beschreven machines b.v. wordt door den arbeid eener uitwendige kracht (die de luchtpomp doet werken) warmte aan een koud lichaam (het water) onttrokken en overgebracht op een warmer lichaam (bak met zwavelzuur).

HOOFDSTUK VI.

Voortplanting der warmte.

I. Warmtegeleiding.

803. Bestaat de warmte, die een lichaam bezit, in kinetische energie der kleinste deeltjes, dan kan slechts evenwicht ten opzichte der warmte bestaan, als de gemiddelde kinetische energie der laagjes, die met elkaar in aanraking zijn, even groot is; *elk laagje staat dan aan de naburige laagjes evenveel energie af, als het wederkeerig van hen ontvangt*; er heeft geene verandering van temperatuur plaats. — Zoodra echter de kinetische energie van een laagje grooter is dan die van een ander, waarmede het in aanraking is, moet het daaraan zoo lang warmte mededeelen, totdat de temperatuur van beide gelijk is geworden. Deze overgang van warmte heet *geleiding*.

804. Men denke zich eene plaat, die twee ruimten, waarvan de temperaturen standvastig T^{0} en t^{0} zijn, van elkander scheidt. Aanvankelijk ontvangen de moleculen, die zich aan die oppervlakte der plaat bevinden, welke met de warmere ruimte in aanraking is, meer warmte van deze, dan zij aan de volgende laag moleculen afstaan; hare temperatuur toch neemt toe. Hetzelfde geldt van elke twee op elkaar volgende lagen. — Na eenigen tijd treedt een evenwichtstoestand in, en wel als elke laag evenveel warmte van de voorgaande ontvangt, als zij aan de volgende afstaat. Hare temperatuur verandert niet meer; de temperatuur der opvolgende lagen neemt van de eerste oppervlakslaag tot de andere gedurig af van T^{0} tot t^{0}.

Bij deze beschouwing zien wij af van het warmteverlies aan de omgeving door de randen der plaat.

805. De snelheid, waarmede bij een bepaald temperatuursverschil de warmte van de eene laag tot de andere overgaat, is afhankelijk van den aard der stof.

Het *geleidingsvermogen* (k) eener stof wordt bepaald door *het aantal calorieën, die* — nadat de evenwichtstoestand is ingetreden — *per seconde door de doorsnede van een kubus van* 1 *cM*^{3} *inhoud stroomen, als de temperaturen van de beide zijvlakken, die met deze doorsnede evenwijdig zijn,* 1^0 *verschillen.* Hierbij wordt ondersteld, dat de warmte uitsluitend van het warmere naar het koudere vlak stroomt, dus dat geene warmte door de andere zijvlakken van den kubus verloren gaat.

De warmte, die per seconde door eene plaat (dikte $= d$ cM, oppervlak $= O$ cM^2) stroomt, als het temperatuursverschil aan beide oppervlakken $(T - t)^0$ bedraagt, is 1) evenredig met het temperatuursverschil; 2) evenredig met de grootte van het oppervlak; 3) evenredig met het geleidingsvermogen, en 4) omgekeerd evenredig met de dikte der plaat. Zij bedraagt dus

$$W = k \times \frac{(T - t) \times O}{d} \text{ cal.} \qquad 232$$

806. Had bij de warmtegeleiding aan de zijkanten der geleidende plaat of staaf geen overgang van warmte naar (de koudere) of van de (warmere) omgeving plaats, dan zou men proefondervindelijk de juistheid dezer formule kunnen aantoonen en daaruit het *geleidingsvermogen* der stoffen kunnen afleiden. Daar dit niet mogelijk is, leidt men k op eene wijze, die wij hier niet kunnen bespreken, af uit de verschillen in temperatuur, die eene *lange* staaf op verschillende plaatsen met de omgeving vertoont, als een van de uiteinden der staaf tot eene constante temperatuur verwarmd wordt, terwijl het andere uiteinde de temperatuur der omgeving bezit. Wij doen alleen opmerken, dat *de temperatuursverschillen tusschen staaf en omgeving volgens eene meetkundige reeks afnemen, als de afstanden tot het verwarmde uiteinde volgens eene rekenkundige reeks toenemen.*

De bepaling van de temperatuur der staaf geschiedt, beter dan door den thermometer, volgens Wiedemann en Franz door een thermo-electrisch element (zie de Electriciteitsleer).

807. *Uitkomsten der proeven.* Het geleidingsvermogen is meestal het grootst bij vaste lichamen, kleiner bij vloeistoffen en het geringst bij gassen.

Men onderscheidt gewoonlijk *goede* en *slechte* warmtegeleiders.

Van de *vaste lichamen* behooren tot de eerste soort de metalen, tot de tweede minder dichte en niet homogene stoffen, b.v. hout. De volgende getallen geven de benaderde waarden voor het geleidingsvermogen (*k*) van eenige stoffen in calorieën:

Zilver 1,1, koper 0,9, ijzer 0,17, bismuth 0,025, glas 0,0008.

Bij anisotrope stoffen (§ 539) is het geleidingsvermogen niet in alle richtingen even groot (verg. § 622). Bedekt men een gipsplaatje, dat zóó geslepen is, dat het twee assen bevat, met een laagje was, en verwarmt men het midden van het plaatje door het aan te raken met het uiteinde van een warmen metaaldraad, dan vormt het gesmolten was niet eene cirkelvormige, maar eene ellipsvormige figuur. — Het geleidingsvermogen van hout is in de richting van de vezels grooter dan loodrecht daarop.

Bij de bepaling van het geleidingsvermogen moet men rekening houden met het verschil in soortelijke warmte der lichamen.

De ongelijkheid van het geleidingsvermogen bij verschillende vaste stoffen toont men aan door den toestel van Ingenhousz. Door een der wanden van een bak zijn staafjes van verschillende stoffen gestoken; de staafjes zijn buiten den bak met een laagje was bedekt. Na het ingieten van kokend water in den bak smelt het was op de verschillende staafjes niet even ver. — Verschil in gewaarwording, die men ondervindt, als men achtereenvolgens de hand op ijzer en op hout legt, die beide evenveel warmer of evenveel kouder zijn dan de hand. — Proeven met den *thermoscoop* (§ 666).

Om het geleidingsvermogen van *vloeistoffen* en *gassen* te bepalen, moet men deze stoffen van boven verwarmen, b.v. door boven op de vloeistof een bak te plaatsen, waarin stoom gecondenseerd wordt. Verwarmt men ze van onderen, dan ontstaat in de stof eene strooming (*convectie*) door het verschil in dichtheid van de warmere en de koudere lagen, zoodat verwarming door geleiding niet plaats heeft.

Strooming van water, waarin zaagmeel zweeft, bij verwarming in een glazen vat.

Het geleidingsvermogen van *kwik* is aanzienlijk grooter dan dat der overige *vloeistoffen*. Evenzoo is het geleidingsvermogen van *waterstof* veel grooter dan dat der andere gassen. Men vergelijke de volgende benaderde waarden (in gram-calorieën) van het geleidingsvermogen:

Kwik 0,02, water 0,0013, alcohol 0,0005.

Waterstof 0,0003, lucht 0,00006, koolzuur 0,00003.

Dat het geleidingsvermogen van lucht gering is, blijkt uit het feit, dat alle vaste stoffen, die veel lucht bevatten (poreuze stoffen), slecht geleiden.

808. Toepassingen. Men bevordert of verhindert de verspreiding der warmte van een lichaam, door het in aanraking te brengen met goede of met slechte geleiders. Omgeeft men een lichaam door slechte warmtegeleiders, dan verhindert men den toevoer van warmte uit de omgeving, evenals het verlies van warmte aan de omgeving.

Kleeding. — Inrichting van ijskelders. Bewaren van ijs in den zomer in wollen dekens. — Bekleeding van stoomketels. — Vaten van Dewar (§ 716). — Afkoeling eener vlam door metaalgaas. Veiligheidslamp van Davy. — Houten handvatsels aan metalen vaten, die verwarmd moeten worden.

II. Warmtestraling.

809. Geheel verschillend van de voortplanting der warmte door geleiding is die door *straling*. Hierbij gaat de warmte niet betrekkelijk langzaam van eene molecule op de naburige moleculen over, maar de voortplanting heeft met groote snelheid plaats zonder tusschenkomst van bekende stoffen. De lijn, volgens welke de voortplanting geschiedt, heet straal; door hetzelfde woord duidt men ook aan de calorische energie, die zich in de aangewezen richting voortplant (bundel stralen).

Een thermometer, waarvan het reservoir zich in een *luchtledigen* glazen bol bevindt, wordt verwarmd, als men den toestel in de nabijheid van een warm lichaam brengt. — De warmte der zon plant zich naar de aarde grootendeels voort door een luchtledige ruimte.

810. Daar men aannemen moet, dat de kinetische energie der moleculen van een warm lichaam naar een ander verwijderd lichaam slechts kan voortgeplant worden door middel eener stof, zoo hebben de natuurkundigen de hypothese opgesteld, dat de geheele wereldruimte gevuld is met eene uiterst ijle stof, die alle lichamen doordringt, en waarvan men de massa niet door weging bepalen kan. Deze stof, de *aether*, zou dan door de kinetische energie der warme moleculen in trilling geraken en daardoor de warmte naar andere lichamen overbrengen. Daar de aether het licht op dezelfde wijze moet voortplanten, zijn warmtestralen en lichtstralen van gelijken aard. Lichtstralen noemt men zulke stralen, die wij door ons oog kunnen waarnemen; zij worden veroorzaakt door aethertrillingen van bepaalde trillingsgetallen. Is het aantal trillingen van den aether geringer dan ongeveer 400 billioen, dan ontvangen wij geen lichtindruk; hoofdzakelijk door zulke (donkere) stralen wordt de warmte overgebracht.

Ook de stralen, veroorzaakt door aethertrillingen, waarvan het trillingsgetal meer dan ongeveer 750 billioen bedraagt, worden door ons oog niet als lichtstralen waargenomen; over deze zal in de leer van het Licht gesproken worden.

Wegens de identiteit van warmtestralen en lichtstralen zullen wij de nadere beschouwing der straling uitstellen tot de behandeling van het Licht. Toch is het wenschelijk eenige verschijnselen hier reeds in 't kort te vermelden.

811. Als warmtebronnen gebruikt men voor lichtende stralen verschillende lampen, gloeiend platina enz., voor donkere stralen een kubusvormig vat, dat met warm water gevuld is (Leslie), verwarmd blik enz.

De gewone thermometer is meestal niet gevoelig genoeg voor proeven, die betrekking hebben op warmtestraling. Men bedient zich hierbij van de volgende toestellen. 1) De *differentiaalthermometer* (Leslie) bestaat uit twee glazen met lucht gevulde bollen, die even groot en door eene nauwe, tweemaal rechthoekig omgebogen buis verbonden zijn; het horizontale deel en de helft der beide opstaande deelen van de verbindingsbuis zijn met gekleurd zwavelzuur gevuld. Vallen warmtestralen op een der bollen, dan daalt de vloeistof aan de zijde van den verwarmden bol en stijgt aan de andere zijde. Heeft de vloeïstof een vasten stand aangenomen, dan ontvangt de eerste bol in zekeren tijd evenveel warmte als hij aan de omgeving afstaat. Daar men de verandering van het volumen der lucht kan verwaarloozen (wegens de geringe wijdte der buis), is de vermeerdering van spanning der verwarmde lucht (gemeten door het hoogteverschil der vloeistofspiegels) evenredig met de vermeerdering van de temperatuur der lucht (§ 644). — De *thermo-multiplicator* (zie Electriciteit, § 1278). De warmtestralen, die op eene *thermo-electrische zuil* vallen, doen een galvanischen stroom ontstaan, die om eene magneetnaald geleid wordt en daaraan eene afwijking geeft. Uit de grootte der afwijking bepaalt men de grootte der stroomsterkte, en daaruit de grootte der verwarming. — 3) De *bolometer* (Electriciteit, § 1245) is een uiterst gevoelige toestel, die berust op de verandering van den geleidingsweerstand, dien een electrische stroom ondervindt in een draad, waarvan de temperatuur door bestraling verandert. Men kan daarmede de geringste veranderingen der temperatuur bepalen. — In die gevallen, waar men slechts verandering van temperatuur door straling wil aantoonen, zonder haar bedrag

te bepalen, maakt men gebruik van den *differentiaal-thermoscoop* (§ 666) of van een met zilverkwikjodide bestreken plaatje, dat, als zijne temperatuur door bestraling tot 45° gestegen is, eene duidelijke verandering van kleur vertoont.

812. Zooals wij weten, neemt men aan, dat de moleculen van alle lichamen in voortdurende beweging zijn. Deze bewegingen veroorzaken in den aether evenwichtsverstoringen, die zich naar alle richtingen volgens *rechte lijnen* voortplanten. — Laat men de van een punt (klein oppervlak) uitgaande warmtestralen op een scherm vallen, dat de stralen onderschept, dan ontstaat achter het scherm een »warmte-schaduw".

Proef met een der boven genoemde toestellen.

813. De hoeveelheid warmte, die een (klein) vlak door de van een punt uitgaande stralen ontvangt, is omgekeerd evenredig met het vierkant van zijn afstand tot de warmtebron, als de invalshoek der stralen (d. i. de hoek, dien de invallende straal maakt met de loodlijn in het invalspunt op het vlak opgericht, § 541) dezelfde blijft. Denkt men zich om het punt, dat de warmtestralen uitzendt, twee concentrische bollen beschreven, die dat punt tot middelpunt hebben, en waarvan de stralen r en $2r$ cM zijn, dan verhouden de oppervlakken dier bollen, welke evenveel stralen ontvangen, zich als 1 : 4; elke vierkante centimeter van het tweede oppervlak ontvangt dus 4 maal zoo weinig stralen als 1 cM² van het eerste.

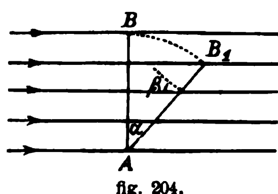


fig. 204.

Plaatst men op eene (kleine) thermo-electrische zuil een kegelvormigen koker van zwart papier (dat de invallende warmtestralen niet terugkaatst), dan ontvangt de zuil op afstanden d, $2d$ enz. cM van een der zijvlakken van den kubus van Leslie stralen van oppervlakken (grondvlakken der kegels), die zich verhouden als 1 : 4. Uit de afwijking der magneetnaald blijkt echter, dat de hoeveelheid warmte, die de zuil ontvangt, even groot blijft.

Wordt een vlak door evenwijdige stralen getroffen, dan is de hoeveelheid stralen, die het ontvangt, evenredig met den cosinus van den invalshoek β (fig. 204).

Draait men het vlak AB (invalshoek = nul) in den stand AB_1 (invalshoek = β), dan wordt, daar $\beta = \alpha$ is, het aantal stralen, dat het vlak nu ontvangt, cos α maal zoo klein als in den eersten stand.

814. De hoeveelheid warmte, die een warm lichaam *uitstraalt*, is afhankelijk:

a) van de grootte van het uitstralende oppervlak;

Het proefondervindelijk bewijs wordt geleverd met behulp van een thermomultiplicator en van een kubus van Leslie, als men onmiddellijk vóór den uitstralenden wand van den kubus achtereenvolgens schermen met openingen van verschillende grootte plaatst.

b) van het verschil der temperatuur T^0 van het uitstralende oppervlak en de temperatuur t^0 der omgeving. Newton vond, dat de afkoeling van een lichaam, indien $T > t$ is, evenredig is met dit temperatuursverschil, mits het eene bepaalde waarde (ongeveer 30^0) niet overschrijdt [1]. Verg. § 746.

Proefondervindelijk bewijs met behulp van een thermomultiplicator en een kubus van Leslie, die achtereenvolgens met water van verschillende temperaturen gevuld wordt.

c) van de natuur van het oppervlak.

Proefondervindelijk bewijs met behulp van een thermomultiplicator en een kubus van Leslie, waarvan één zijvlak blank is, terwijl de andere met verschillende stoffen bedekt zijn.

Slechts de onmiddellijk onder het oppervlak gelegen lagen blijken invloed op de uitstraling te hebben. — Als de dichtheid der buitenste lagen van een lichaam door hameren, polijsten, krassen enz veranderd wordt, dan wordt door deze bewerkingen de uitstraling gewijzigd.

815. Men is gewoon, het uitstralingsvermogen der lichamen te vergelijken met dat eener bepaalde stof, en heeft hiervoor lampzwart (roet) gekozen. Onder het *relatief uitstralingsvermogen* van een lichaam verstaat men de verhouding der hoeveelheid warmte, die het oppervlak van het lichaam uitstraalt, tot de hoeveelheid, die een even groot met lampzwart bedekt oppervlak onder dezelfde omstandigheden uitstraalt. Hierbij stelt men het uitstralingsvermogen van lampzwart = 100 (Melloni). De bepaling van het relatief uitstralingsvermogen geschiedt met den thermomultiplicator.

Melloni vond o. a. de volgende waarden: lampzwart 100, oostindische inkt 85, metalen 12.

Doffe oppervlakken stralen beter uit dan glimmende. Metalen trekpotten. Kachels, die gepotlood zijn.

---

[1]) Een lichaam, dat door een gas van lagere temperatuur omgeven is, verliest ook warmte door directe mededeeling aan de gasmoleculen, waarmede het in aanraking is (uitwendige geleiding). Dit verlies is onder overigens gelijke omstandigheden in verschillende gassen verschillend; het is b.v. in waterstof grooter dan in lucht.

816. De warmte, die door straling op een lichaam valt, wordt in 't algemeen in drie deelen gesplitst; één deel wordt volgens dezelfde wetten als (bij het geluid en) bij het licht *teruggekaatst*, het tweede deel wordt door het lichaam *opgeslorpt* en dient tot verhooging der temperatuur van het lichaam; het derde deel wordt door het lichaam *doorgelaten*, zonder zijne temperatuur te verhoogen.

Over de terugkaatsing zie men de Leer van het Licht.

817. Het *absolute opslorpingsvermogen* eener stof wordt bepaald door de verhouding van de hoeveelheid der opgeslorpte tot de hoeveelheid der invallende stralen.

Opslorping (absorptie) heeft plaats, als de kinetische energie der aethertrillingen omgezet wordt in kinetische energie der moleculen van het lichaam.

Onder *relatief opslorpingsvermogen* verstaat men de verhouding der hoeveelheid warmte, die het oppervlak van een lichaam opslorpt, tot de hoeveelheid, die een even groot met lampzwart bedekt oppervlak onder dezelfde omstandigheden opslorpt. Daar lampzwart bijna geen stralen terugkaatst, mag men aannemen, dat het nagenoeg alle stralen opslorpt. Het relatief opslorpingsvermogen wordt bepaald met behulp van den thermomultiplicator; men plaatst onmiddellijk vóór de thermo-electrische zuil koperplaatjes, waarvan het naar de zuil gekeerde oppervlak met lampzwart bedekt is, terwijl het andere, naar eene constante warmtebron gekeerde oppervlak achtereenvolgens met verschillende stoffen bedekt wordt.

Stelt men het opslorpingsvermogen van lampzwart wederom = 100, dan blijkt, *dat het relatief opslorpingsvermogen van eene stof door hetzelfde getal uitgedrukt wordt, als haar relatief uitstralingsvermogen*.

Proeven met den zilverkwikjodide-thermoscoop.
Het opslorpingsvermogen verandert met den aard der warmtestralen (lichtende en donkere stralen) en met de temperatuur der warmtebron.

818. Is de aether, die zich binnen een lichaam bevindt, in staat, de energie der invallende stralen door het lichaam voort te planten, dan laat het lichaam de warmte door, zonder zelf verwarmd te worden; men noemt zulke lichamen *diathermaan* (dia = door). Is dit niet het geval, dan noemt men het lichaam *athermaan* (*a* = het ontkennend voorzetsel on-). Het *doorlatingsvermogen* is wederom de verhouding van de hoeveelheid warmte, die doorgelaten wordt, tot

die, welke het lichaam bereikt. Het is afhankelijk van de soort van het lichaam en van den aard der invallende stralen.

Het doorlatingsvermogen van een lichaam wordt bepaald door het tusschen de warmtebron en den thermomultiplicator te plaatsen.

Diathermane lichamen zijn meestal doorschijnend, athermane ondoorschijnend. Uitzonderingen zijn b.v. aluin, die doorschijnend en athermaan is: eene oplossing van jodium in zwavelkoolstof, die ondoorschijnend en diathermaan is.

Volgens Melloni is steenzout voor warmtestralen van elken aard zeer diathermaan. Glas en bergkristal zijn vrij diathermaan voor lichtende, bijna athermaan voor donkere warmtestralen.

Lucht is zeer diathermaan. Als men zonnestralen, die door een brandglas in één punt vereenigd worden, door eene met lucht gevulde en aan weerskanten door steenzoutplaten gesloten buis laat gaan, zóó dat de stralen de wanden der buis niet treffen, dan wordt de afgesloten lucht niet verwarmd; men leidt dit af uit het feit dat een manometer, die met de buis in verband staat, geene vermeerdering van spanning aanwijst.

---

819. Het aantal calorieën, die de aarde door straling van de zon ontvangt, wordt bij benadering bepaald met behulp van den *pyrheliometer* van Pouillet (pyr = vuur, helios = zon). Deze toestel is een geslotene cilindervormige met water gevulde calorimeter, die zóó geplaatst wordt, dat de stralen der zon loodrecht invallen op een der eindvlakken, dat met lampzwart bedekt is. De cilinder kan om zijne as gedraaid worden, zoodat het water gelijkmatig verwarmd kan worden. — Men doet drie proeven: 1) men plaatst gedurende 5 minuten den toestel in de schaduw en neemt waar, of de calorimeter in dien tijd warmte opgenomen of afgestaan heeft; zijne temperatuursvermeerdering of -vermindering bedrage $t_1{}^0$; 2) men stelt den toestel 5 minuten aan de stralen der zon bloot en neemt de vermeerdering $t_2{}^0$ zijner temperatuur gedurende dien tijd waar; 3) men plaatst den toestel weer 5 minuten in de schaduw en bepaalt de vermindering $t_3{}^0$ zijner temperatuur gedurende dien tijd. — De warmte, die de calorimeter gedurende de tweede proef door uitstraling verloren heeft, zou zijne temperatuur $\frac{1}{2}(t_3 - t_1)^0$ of $\frac{1}{2}(t_3 + t_1)^0$ boven t_2 hebben doen stijgen, naarmate bij de eerste proef de calorimeter warmte opgenomen of afgestaan heeft. Is de totale waterwaarde van den calorimeter w G, dan bedraagt de warmte, die de toestel bij de tweede proef van de zon ontvangen heeft,

$$W = w\left(t_2 + \frac{t_3 \pm t_1}{2}\right) \text{ calorieën.}$$

Ofschoon de lucht diathermaan is, wordt een gedeelte der zonnewarmte op den grooten weg, dien de stralen in de lucht afleggen, opgeslorpt (waterdamp enz.). Dit gedeelte bepaalt men uit de uitkomsten, die de beschreven proef op verschillende tijden van den dag levert, en waarbij dus de lengten van de in de lucht doorloopen wegen verschillend zijn. Op die wijze vindt men het aantal calorieën, die een oppervlak van 1 cM^2 per seconde door de loodrecht invallende stralen der zon zou ontvangen, als geen absorptie der stralen in de lucht en geen verlies door uitstraling plaats had (*solaire constante*). Volgens nieuwere onderzoekingen is dit bedrag ongeveer $^1/_{15}$ calorie.

Stelt men de doorsnede der aarde $\pi R^2 = 3{,}14 \times 637\,000\,000^2$ cM^2, dan ontvangt de aarde van de zon *in elke seconde* 85×10^{15} calorieën. De warmte, die door verbranding van 1 G steenkool ontwikkeld wordt, op 7500 calorieën stellende, zou men deze hoeveelheid warmte verkrijgen door verbranding van $11\,^1/_3 \times 10^9$ KG steenkool, d. i. meer dan $^1/_7$ van de jaarlijksche steenkoolproductie in Duitschland. — Het aantal calorieën, die de zon per seconde in *alle* richtingen uitstraalt, is meer dan 2×10^9 maal zoo groot als de hoeveelheid, die de aarde ontvangt.

HOOFDSTUK VII.

Warmteverschijnselen in den dampkring.

820. Het gedeelte der zonnestralen, dat door den dampkring opgeslorpt wordt, heeft geen invloed op de temperatuur der onderste luchtlagen; deze worden niet rechtstreeks verwarmd door de stralen der zon, maar door de warmte, die zij van de verwarmde oppervlakte der aarde ontvangen. De verwarmde lucht stijgt omhoog om plaats te maken voor andere lucht, die op haar beurt verwarmd wordt en opstijgt (convectie). Bij het opstijgen wordt de spanning der lucht kleiner; zij zet zich uit en koelt dientengevolge af; ook de vermeerdering van haar arbeidsvermogen van plaats bij het opstijgen geschiedt ten koste van hare warmte. De hoogste *temperatuur der lucht* vindt men dus aan de oppervlakte der aarde; hoe hooger men stijgt, des te lager is de temperatuur; de vermindering bedraagt 1^0 voor een hoogteverschil van ongeveer 150 — 175 M. — Sneeuwgrens.

Veranderlijkheid van de hoogte der sneeuwgrens (en in het algemeen der vlakken van gelijke luchttemperatuur) met de geographische breedte en het jaargetijde.

821. De hoogte der temperatuur, die de lucht verkrijgt, hangt in 't algemeen af van de temperatuur van dat gedeelte der aardoppervlakte, waarmede de lucht in aanraking is. Daar het land door de werking der zonnestralen sterker verwarmd wordt, maar gedurende den nacht ook sterker afkoelt dan het water, moeten de *dagelijksche veranderingen der luchttemperatuur* op het land grooter zijn dan op zee. Hetzelfde geldt voor de *jaarlijksche veranderingen*.

Gedurende den nacht ontvangt de aarde geen warmte, maar straalt voortdurend warmte uit, zoodat het *minimum* van temperatuur tegen zonsopgang bereikt wordt. Met het klimmen der zon

neemt de warmte, die de aarde ontvangt, toe (§ 813, slot); omstreeks 12 uur is haar bedrag het grootst. Toch bereikt de temperatuur haar *maximum* eerst later, tegen 2 uur 's namiddags, daar om 12 uur de aarde meer warmte ontvangt dan zij uitstraalt; de temperatuur moet dus nog toenemen tot op het oogenblik, waarop het verlies van warmte door uitstraling even groot wordt als de toevoer van warmte. — Om eene overeenkomstige reden valt de hoogste temperatuur van het jaar niet samen met den langsten dag (21 Juni), maar ongeveer één maand later; evenzoo wordt de laagste temperatuur ongeveer één maand na den kortsten dag (21 December) bereikt.

Bij het bepalen van de temperatuur der lucht moet de thermometer zoo geplaatst worden, dat hij geen warmte door straling van den bodem of van andere lichamen kan opnemen.

Trekt men op eene landkaart lijnen door alle plaatsen, die dezelfde gemiddelde jaarlijksche temperatuur bezitten, dan verkrijgt men de zoogenoemde *isothermen*. *Isotheren* (theros = zomer) zijn lijnen van gelijke gemiddelde zomertemperatuur, *isochimenen* (cheimon = winter) zijn lijnen van gelijke gemiddelde wintertemperatuur.

822. De lucht bevat steeds *waterdamp*. Wordt door de eene of andere oorzaak (opstijgen der lucht, uitstraling, koude winden) de lucht beneden het dauwpunt (§ 689) afgekoeld, dan heeft verdichting van den waterdamp plaats (verg. § 735). De verschillende vormen, die de verdichte waterdamp kan aannemen, zijn de volgende:

Nevel ontstaat, als de wind warme en vochtige lucht in aanraking met een kouden bodem brengt, of als de tengevolge van de uitstraling der aarde afgekoelde lucht den waterdamp verdicht, die uit warmere rivieren, grachten, polders enz. opstijgt. Evenals de wasem boven kokend water bestaat de nevel uit uiterst kleine waterbolletjes, die tengevolge van den weerstand der lucht slechts zeer langzaam dalen.

Mist is een nevel, die zich over eene grootere uitgestrektheid en tot eene grootere hoogte in vochtige lucht vormt, als hare temperatuur belangrijk daalt. De vorming van mist wordt bevorderd door de aanwezigheid in de lucht van stofdeeltjes, waarop de waterdamp kan neerslaan.

Dauw ontstaat ten gevolge van uitstraling op lichamen, die een groot uitstralingsvermogen bezitten, als het dauwpunt hooger dan 0^0 is. Wordt de uitstraling belet (bedekken der lichamen, rook, wolken), dan heeft geen dauwvorming plaats. De warmte, die door

condensatie van den waterdamp vrij wordt, belet eene snelle daling der temperatuur en verlaging van het dauwpunt.

Vindt men 's avonds door middel van een hygrometer, dat het dauwpunt eenige graden boven 0° ligt, dan zal zeer waarschijnlijk geen nachtvorst volgen.

Rijp wordt onder dezelfde omstandigheden gevormd als dauw, met dit verschil echter, dat het dauwpunt beneden 0° ligt.

Wolken kan men beschouwen als mist, die zich bij het opstijgen van (vochtige) lucht op eenige hoogte boven het oppervlak der aarde vormt. De lagere wolken bestaan uit waterbolletjes; de hoogste (vederwolken, schaapjes) uit ijsnaalden (hoogte ongeveer 10000 M). Naarmate deze kleine lichaampjes langzaam dalende in warmere luchtlagen komen, verdampen zij weer (zweven der wolken).

Regen ontstaat, als de waterbolletjes eener wolk door voortdurende condensatie grooter worden, zoodat de weerstand der lucht het vallen niet meer kan beletten. Zijn de onderste luchtlagen warm en vochtig, dan wordt de massa der (koude) regendruppels gedurende het vallen grooter.

Regenmeters.

IJzel wordt gevormd òf door regen, die op een onder 0° afgekoelden bodem valt en dientengevolge bevriest, òf door regen, die in den toestand van oversmelting (§ 674) verkeert en op het oogenblik bevriest, dat hij met een vast lichaam in aanraking komt.

Sneeuw noemt men kristalletjes van ijs, die zich vormen, als de temperatuur, waarbij de verdichting van waterdamp in eene wolk plaats heeft, lager dan 0° is; door langzaam aanvriezen van andere verdichte deeltjes ontstaan de losse sneeuwvlokken.

Hagel is ijs, dat zich (meestal) bij onweer in de wolken vormt. De buitengewone grootte, die de hagelkorrels somtijds vertoonen, is niet gemakkelijk te verklaren. Sommigen nemen aan, dat de ijskristallen door wolken vallen, waarvan de waterbolletjes in den toestand van oversmelting verkeeren, zoodat deze snel als ijs daarop neerslaan. Volgens anderen zou het aangroeien der hagelkorrels plaats hebben, terwijl zij zich tusschen twee (met ongelijknamige electriciteiten geladen) wolken of deelen eener wolk herhaaldelijk op en neer bewegen.

823. Het *klimaat* van eene landstreek wordt bepaald door de meteorologische veranderingen, die daar plaats hebben (meteoros = in de lucht zwevend). Deze veranderingen zijn afhankelijk van de

geographische ligging, de hoogte boven den zeespiegel, de nabijheid van groote watermassa's en van gebergten, de overheerschende windrichting enz. Vooral de grootere of kleinere hoeveelheid water in of nabij een land oefent een grooten invloed op zijn klimaat uit, zóo dat men als hoofdvormen *zeeklimaat* of *kustklimaat* en *binnenklimaat* of *landklimaat* onderscheidt. Wij hebben er reeds op gewezen, dat op zee de dagelijksche en jaarlijksche veranderingen der temperatuur geringer zijn dan op het vasteland; maar ook in landen met uitgestrekte kusten of groote binnenwateren is dit het geval. De aanwezigheid van groote wateroppervlakten heeft steeds eene vertraging der temperatuursveranderingen ten gevolge.

Het is duidelijk dat de nabijheid van groote watermassa's invloed heeft op de hoeveelheid regen en sneeuw, en daarmede staat de vegetatie wederom in nauw verband.

Door zijne groote soortelijke warmte kan het water groote hoeveelheden warmte opnemen, als de temperatuur stijgt, en weer afstaan, als zij daalt. Door de verdamping van water wordt in het warme jaargetijde veel warmte latent; door condensatie van den waterdamp der lucht wordt zij weer vrij. Bij het bevriezen staat het water warmte aan de omgeving af, bij het dooien onttrekt het ijs warmte aan de omgeving. Daar bij een zeeklimaat de lucht in 't algemeen vochtiger is dan bij een landklimaat, wordt bij het eerste de verwarming door de zonnestralen, maar ook de afkoeling door uitstraling minder sterk dan bij het tweede.

Als een voorbeeld van den invloed, dien gebergten op het karakter van het klimaat kunnen uitoefenen, diene het volgende. Men stelle zich voor, dat door een zeewind warme en vochtige lucht naar een land gevoerd wordt, waarin evenwijdig met de kust eene bergketen loopt. Zoodra de lucht tegen het gebergte omhoog stijgt, wordt zij afgekoeld, en de waterdamp, dien zij bevat, zal voor een groot deel neerslaan, zoodat tusschen kust en gebergte veel regen valt. Als de lucht aan den anderen kant van het gebergte weer daalt, wordt zij warmer en kan de geringe hoeveelheid waterdamp, die zij nog bezit, behouden, zoodat het weer daar meestal droog en helder zal zijn. Föhn (Zwitserland).

824. De *barometer* wijst niet de drukking der lucht alleen aan, maar volgens de wet van Dalton de som der drukkingen van lucht en waterdamp. Boven eene plaats zal de verhouding der massa's van de beide bestanddeelen der vochtige lucht niet overal dezelfde zijn. Het kan gebeuren, dat de dampkring op grootere hoogte meer of minder met waterdamp verzadigd is dan aan de oppervlakte der aarde. — Lijnen, die op eene landkaart alle plaatsen met gelijken barometerstand (gereduceerd op de temperatuur 0^0 van het kwik en op de hoogte van den zeespiegel) verbinden, heeten *isobaren*.

De *verandering van den barometerstand* kan verschillende oor-

zaken hebben. — Als de lucht niet voortdurend in beweging was, zou de barometer alleen den aërostatischen druk aanwijzen; door de beweging der lucht (wind) kan echter hare drukking verminderen (verg. § 431). — Bij verwarming der lucht boven eene landstreek zet de lucht zich uit en stijgt omhoog, daar zij zich zijdelings niet kan verplaatsen. Dientengevolge moet echter in de hoogere lagen eene strooming van lucht naar de naburige koudere streken ontstaan. Het gevolg zal zijn, dat boven het warmere land de barometer daalt, boven het koudere stijgt. — Ook de verdamping van water en de verdichting van waterdamp hebben invloed op den barometerstand, omdat vochtige lucht lichter is dan droge lucht van gelijke temperatuur en spanning. — Een hooge of lage barometerstand, die in eene naburige streek heerscht, zal vermeerdering of vermindering van den luchtdruk ten gevolge hebben.

De verandering van den barometerstand is dus niet altijd gemakkelijk te verklaren. Om deze reden kan de barometer niet eenvoudig als weerglas beschouwd worden. In het algemeen echter geldt voor onze streken, dat de warme en vochtige ZW-winden den barometer doen dalen en veelal regen brengen, terwijl de koude en droge NO-winden den barometer doen stijgen en het weer droog en helder maken Met eenige waarschijnlijkheid kan men dus aannemen, dat bij ons een voortdurend en regelmatig dalen van den barometer gevolgd zal worden door »slecht" weer, een voortdurend en regelmatig stijgen door »mooi" weer. Toch hebben wij dikwijls regen bij hoogen en droogte bij lagen barometerstand.

825. Het verschil in luchtdruk op naburige plaatsen is de oorzaak van den *wind*. De lucht moet zich volgens de wetten der Aërostatica op de oppervlakte der aarde van plaatsen met hoogeren naar plaatsen met lageren barometerstand bewegen.

Het *verval* in luchtdruk wordt aangegeven door het verschil der barometerstanden in *mM* kwikdruk per graad van den grooten cirkel, die door twee plaatsen gaat (*gradiënt*).

Aan de kusten merkt men overdag een *zeewind* op, d. i. een wind, die van de zee naar het land waait, omdat boven het land de luchtdruk wegens de sterkere verwarming geringer is, en gedurende den nacht een *landwind* (van het land naar de zee), omdat dan de temperatuur der lucht boven de zee hooger en de luchtdruk geringer is dan boven het land. — De *moessons* in den Indischen Oceaan zijn zeewinden, die gedurende het warmere, en landwinden, die gedurende het koudere jaargetijde waaien.

De richting van den wind is echter ten gevolge van de aswenteling

der aarde niet loodrecht op de isobaren, maar ondergaat in het noordelijk halfrond eene afwijking naar *rechts* (in de richting, waarin zich de wijzers van een uurwerk bewegen), in het zuidelijk halfrond naar *links*.

Beschouwen wij als voorbeeld het ontstaan der *passaatwinden*. In de nabijheid van den evenaar wordt de aarde sterker verwarmd dan op hoogere breedte. De lucht stijgt dus omhoog en wordt op de oppervlakte der aarde vervangen door lucht, die in het noordelijk halfrond uit het Noorden, in het zuidelijk halfrond uit het Zuiden toestroomt, terwijl de opgestegen lucht in de hoogere lagen respectievelijk naar het Noorden en naar het Zuiden zal afvloeien. Wentelde de aarde niet om hare as, dan zouden dus op eenigen afstand van den evenaar in het noordelijk halfrond waaien: aan de oppervlakte der aarde een N-wind en in hoogere luchtstreken een Z-wind. In het zuidelijk halfrond zou het juist omgekeerd zijn. Maar als lucht bewogen wordt van plaatsen met kleinere (grootere) naar plaatsen met grootere (kleinere) omwentelingssnelheid, dan zal zij niet onmiddellijk de veranderde omwentelingssnelheid aannemen. De N-wind in het noordelijk halfrond blijft iets achter ten opzichte van de van West naar Oost wentelende oppervlakte der aarde, d. w. z. zijne oorspronkelijke beweging, N—Z, wordt samengesteld met eene schijnbare beweging O—W, zoodat de *benedenpassaat* een NO-wind wordt Om dezelfde reden is de benedenpassaat in het zuidelijk halfrond een ZO-wind. — Men vindt nu gemakkelijk, dat de *bovenpassaat* in het noordelijk halfrond een ZW-wind, in het zuidelijk halfrond een NW-wind moet zijn.

Van den benedenpassaat wordt door zeilschepen gebruik gemaakt.

Door waarneming van de bewegingsrichtingen der hoogste wolken en der door vulkanen uitgeworpen aschdeeltjes heeft men deze gevolgtrekkingen ten opzichte van den bovenpassaat kunnen bevestigen.

826 Als men de isobaren voor barometerstanden, die met gelijke verschillen opklimmen, voor hetzelfde oogenblik op eene kaart van een niet te klein gedeelte der Aarde teekent, dan vindt men, dat de isobaren gesloten lijnen zijn, die om eene plaats loopen, waar de barometerstand òf hooger (*maximum*) òf lager (*minimum*) is dan in de omgeving. Van een maximum waait de wind dus in alle richtingen weg, naar een minimum stroomt hij in alle richtingen toe. Daar de N- en Z-winden in het noordelijk halfrond naar rechts afwijken, noodzaken zij ook de W- en O-winden dit te doen. Ten N, O, Z en W van een maximum is de wind ZW, NW, NO en ZO; ten N, O, Z en W van een minimum NO, ZO, ZW en NW.

Buys-Ballot (1817—1890) heeft den volgenden regel voor de ligging van het maximum en minimum (in het noordelijk halfrond) gegeven: *als men zich met het gezicht naar de richting plaatst, waarheen de wind waait, dan ligt het minimum naar voren en iets naar links, het maximum naar achteren en iets naar rechts.*

De winden rondom een maximum (minimum) zouden spoedig den luchtdruk daar ter plaatse kleiner (grooter) maken en het maximum (minimum) doen verdwijnen, indien tot herstel van het verstoorde evenwicht alleen de *onderste* luchtlagen verplaatst werden. Daar echter de maxima en minima korteren of langeren tijd blijven bestaan, zoo moet men aannemen, 1) dat in de *hoogere* luchtstreken lucht van alle kanten naar de plaats van het maximum stroomt en daar daalt, terwijl in een minimum de lucht omhoog stijgt en zich boven naar alle richtingen verspreidt; 2) dat de oorzaken, waaraan beide hun ontstaan te danken hebben, eenigen tijd voortduren.

In de nabijheid van een maximum is de hemel meestal helder, daar de lucht bij het dalen verwarmd wordt en dus relatief droger wordt; in de nabijheid van een minimum heeft het omgekeerde plaats.

De laatste oorzaak van alle weersveranderingen moet gezocht worden in de ongelijkmatige verwarming van de oppervlakte der aarde door de zon.

827. Van bijzonder belang voor de weersgesteldheid in onze streken (West-Europa) zijn de *depressies* (lage luchtdruk rondom een minimum). Wij zullen daarom de verschijnselen, die daarmede gepaard gaan, kort bespreken met behulp der schematische figuur 205, waarin de gesloten lijnen de isobaren van 735 tot 760 mM aanwijzen, terwijl de luchtdruk in het minimum ondersteld wordt 730 mM te zijn.

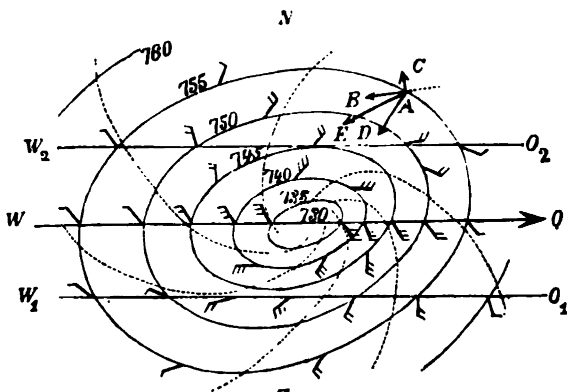


fig. 205.

828. De richting van den wind is door pijltjes aangegeven; naarmate de pijltjes 1, 2 of 3 veeren hebben, is de wind zwak, sterk of stormachtig. De richting van den wind is overal in overeenstemming met den regel van Buys Ballot; de sterkte is des te grooter, naarmate de isobaren dichter bij elkaar liggen (de gradienten grooter zijn). Volgen wij een bepaald luchtdeeltje in zijne beweging, dan zien wij, dat het

in eene spiraalvormige baan tot het minimum nadert. Deze beweging, die een luchtdeeltje A in de richting AE bezit, is het gevolg van: 1) de traagheid, die het deeltje de verkregen richting (AB) wil doen behouden; 2) de aswenteling der aarde, waardoor het eene afwijking van deze richting (AB) naar rechts (in de richting AC) zou verkrijgen; 3) den aërostatischen druk, die het naar het minimum wil doen bewegen (AD).

829. Uit de figuur blijkt nu, dat de lucht, die naar den *oostkant* van het minimum stroomt, afkomstig is uit Z en ZW; de lucht, die naar den *westkant* stroomt, uit N en NO. Voor West-Europa komt de eerste uit de warme streken van den Atlantischen Oceaan; zij is warm, vochtig en dus betrekkelijk licht. Zij zal dus *de temperatuur aan den oostkant van het minimum doen toenemen en den luchtdruk doen afnemen*; bij het omhoog stijgen dezer lucht zal haar waterdamp spoedig verzadigd zijn en dan condenseeren, zoodat *zware bewolking* en *veel neerslag* ontstaat (regen, sneeuw). — De lucht, afkomstig uit N en NO is koud, droog en dus betrekkelijk zwaar. Zij zal *de temperatuur aan den westkant van het minimum doen dalen en den luchtdruk doen toenemen*; in onze warmere streken gekomen wordt zij verwarmd, zoodat haar *vochtigheidstoestand geringer wordt en de hemel opklaart.*

830. Terwijl dus de barometer aan den oostkant van een minimum daalt en aan den westkant stijgt, wordt als het ware oostelijk van het minimum een nieuw minimum gevormd, en westelijk daarvan de barometerstand hooger; m. a. w. *het minimum schijnt zich van W naar O te verplaatsen.* Werkelijk vertoonen de minima bij ons bijna zonder uitzondering eene beweging in oostelijke richting, in den zomer meer naar het Noord-Oosten, in den winter meer naar het Zuid-Oosten. Zij komen uit den Atlantischen Oceaan en bewegen zich meestal noordelijk van ons naar Rusland.

Somtijds volgen de minima elkaar snel op; het weer is dan zeer veranderlijk. Bevinden zich geen depressies in de nabijheid eener landstreek, dan is daar het weer veel bestendiger.

De vorm der isobaren is niet altijd zoo regelmatig, als de figuur aanwijst. Zijn de verschillen in luchtdruk niet groot, dan doen de plaatselijke omstandigheden haren invloed meer gevoelen. Om de richting, waarin de beweging der depressie plaats heeft, te bepalen, kan men zich dan bedienen van eenen regel, dien de ervaring heeft doen kennen: de beweging is zoo gericht, dat de plaatsen van hoogen barometerstand en van hooge temperatuur rechts blijven.

831. Ook de maxima bewegen zich in West-Europa meestal

naar het Oosten. Hunne beweging is evenwel in 't algemeen langzamer dan die der minima; soms blijven zij zelfs langen tijd boven eene landstreek. De meteorologische veranderingen, die met de maxima gepaard gaan, zijn niet zoo geprononceerd als die bij de minima.

Koude zomers met N-wind zijn bij ons het gevolg van maxima, die zich geruimen tijd boven Engeland vertoonen.

832. De wetenschappelijke voorspelling van het weer berust op de kennis der meteorologische toestanden (barometerstand, temperatuur, vochtigheid, bewolking, neerslag, sterkte en richting van den wind enz.) over een grooter gedeelte van de oppervlakte der aarde *op hetzelfde oogenblik.* Volgens het bovengezegde is daarbij vooral de kennis dezer toestanden in het Westen (Engeland) van belang. In de *meteorologische stations* ontvangt men uit tal van plaatsen meermalen per dag telegraphische berichten omtrent de genoemde grootheden. Door deze gegevens op kaarten (zooveel mogelijk graphisch) aan te teekenen, verkrijgt men een duidelijk overzicht van den meteorologischen toestand eener geheele landstreek op een bepaald oogenblik, en de ervaring wijst de waarschijnlijke verandering van dezen toestand in de naaste toekomst (de volgende 12 uren) aan.

Kent men b.v. de snelheid waarmede, en de richting waarin zich een minimum voortbeweegt, dan wijst de bedoelde kaart — mits geen onvoorziene veranderingen in den toestand komen — ook het waarschijnlijke weer gedurende de volgende uren aan, als men haar met de betrekkelijke snelheid en in de richting van het minimum over eene andere even groote kaart heen beweegt. Voor eene plaats ten Z. van de baan, die een minimum doorloopt, worden b.v. de op elkaar volgende windrichtingen voorgesteld door de pijlen, in de verschillende punten der lijn $O_1 W_1$ (fig. 205) getrokken; de wind draait in de richting, waarin zich de wijzers van een uurwerk bewegen enz. Toch kunnen locale invloeden (b.v. nabijheid van bergen), den vorm der isobaren en daarmede den meteorologischen toestand doen veranderen. De ervaring moet bij het bepalen der waarschijnlijke veranderingen den weg wijzen.

Nadat men eenige typische vormen van weersveranderingen heeft leeren kennen, die in bepaalde jaargetijden dikwijls voorkomen, heeft men, als deze zich voordoen, met eenig succes beproefd, de verandering van het weer ook voor eenige dagen te voorspellen.

Alle andere voorspellingen, zooals die, welke op den invloed der maan en der planeten op het weer berusten, of die het weer voor langeren tijd vooruit bepalen, hebben geen waarde.

AANHANGSEL.

De Phasenregel.

832, *A.* Reeds sedert langen tijd had men het uit de Mechanica bekende begrip »evenwicht" overgebracht op den toestand, waarin zich stoffen bevinden, die met elkander in aanraking zijn zonder dat zich als gevolg dier aanraking eenige verandering der stoffen voordoet. Men slaagde er echter niet in, eene algemeene wet te vinden, die het geheele gebied van het natuurkundig en scheikundig evenwicht beheerscht, totdat Gibbs uit de beginselen der Thermodynamica theoretisch eene wet afleidde, den zoogenoemden *Phasenregel*, welke — den aard der bij elkander gebrachte moleculen geheel buiten beschouwing latende — alle verschijnselen samenvat, die met het evenwicht en de verstoring van het evenwicht der stoffen samenhangen. Het is de verdienste van onzen landgenoot Prof. Bakhuis Roozeboom, de beschouwingen van Gibbs, die aanvankelijk nagenoeg onopgemerkt bleven, uitgewerkt en de groote beteekenis der phasenleer voor de natuurwetenschappen opgehelderd te hebben. Ofschoon hare toepassingen meer op scheikundig dan op natuurkundig gebied liggen, meenen wij hier toch eene korte uiteenzetting van den phasenregel in aansluiting aan eenige bekende natuurkundige verschijnselen te moeten geven, waarbij wij echter zijne theoretische herleiding achterwege laten.

— *B.* Onder *phasen* van een stelsel van een of meer stoffen verstaat Gibbs de plaatselijk (door oppervlakken) van elkander gescheiden bestanddeelen, die elk voor zich homogeen zijn, maar van elkander in natuurkundige eigenschappen of scheikundige samenstelling verschillen. Men kan zich zulk een stelsel ontstaan denken uit eene stof of uit meer stoffen, die in *veranderlijke* verhouding met elkander vereenigd kunnen worden, en uit welker natuurkundige

of scheikundige veranderingen de verschillende phasen gevormd zijn. Deze stoffen noemt men de *componenten* van het stelsel. Kan het ontstaan der phasen van een stelsel op meer dan éene wijze opgevat worden, dan behoort men steeds die te kiezen, waarbij het aantal componenten zoo klein mogelijk is. — Voorloopig denken wij ons de stelsels in luchtledige vaten, die afgesloten zijn door zuigers, welke op elke hoogte vastgezet kunnen worden.

In overeenstemming met de gegeven definities vindt men:

Twee allotrope vormen eener stof of twee verschillende hydraten van eenzelfde zout moeten als twee phasen beschouwd worden.

Een mengsel van alcohol en water vertegenwoordigt wegens de volkomene mengbaarheid slechts éene phase; evenzoo elk mengsel van twee (of meer) dampen (gassen).

Bevindt zich in een stelsel koolzure kalk, dan mag daarvoor slechts éene componente ingevoerd worden, $Ca\,CO_3$, niet twee, CaO en CO_2, of zelfs drie, Ca, C en O, omdat de bestanddeelen eener molecule daarin niet in veranderlijke maar in vaste verhouding voorkomen. — Het stelsel »koolzure kalk en koolzuur" heeft twee componenten, $Ca\,CO_3$ en CO_2; men kan echter ook, *zonder het aantal componenten te vermeerderen*, als zulke beschouwen CaO en CO_2; want ook uit deze kan men zich de phasen ontstaan denken.

Als zich onder den zuiger de stof H_2O slechts in één, of in twee of in drie aggregaatstoestanden bevindt, heeft men een stelsel van 1 componente met 1, 2 of 3 phasen.

Eene niet verzadigde oplossing van keukenzout in water heeft 2 componenten, $NaCl$ en H_2O, en 2 phasen, oplossing en damp, indien tusschen de oplossing en den zuiger nog ruimte blijft voor dampvorming; daarentegen slechts 1 phase, als de zuiger direct met de oplossing in aanraking is

Al naarmate damp aanwezig is of niet, hebben de volgende, uit 2 componenten samengestelde stelsels

alcohol en water: 2 of 1 phase;

aether en water: 3 of 2 phasen (verg. § 725, aanmerking);

verdund zwavelzuur: 2 of 1 phase;

verzadigde oplossing van keukenzout in water, met een overschot van onopgelost zout: 3 of 2 phasen;

koudmakend mengsel van zout en ijs: 4 of 3 phasen.

— *C.* Een stelsel is in *evenwicht*, indien veranderingen in de verhouding van de massa's der enkele phasen (door wijziging der aggregaatstoestanden, der concentratie, der chemische samenstelling enz.) zich niet (meer) voordoen. Met »veranderingen in de verhouding van de massa's der phasen" worden echter hier niet bedoeld zulke, die het gevolg zijn van de bijvoeging eener nieuwe massa van een of meer der in het stelsel aanwezige phasen (niet der componenten!) of van de verwijdering van een gedeelte van eene of meer phasen uit het stelsel. Zulke veranderingen veroorzaken geene verbreking

van het evenwicht; want dit is *onafhankelijk van de massa's der enkele in een stelsel naast elkander bestaande (coëxisteerende) phasen.*

Water is in evenwicht met zijn verzadigden damp, onverschillig hoe groot de massa's van het water en den damp zijn [1]). Zoolang de damp boven het water nog niet verzadigd is, bestaat er geen evenwicht: de massa van het water neemt af, die van den damp neemt toe; hare verhouding wordt dus gewijzigd.

In het stelsel »zout, oplossing, damp" ontstaat evenwicht zoodra de oplossing verzadigd wordt, want dan kunnen de massa's der vaste en der dampvormige phase niet meer verminderen (§ 727) en die der vloeibare niet meer vermeerderen. Bijvoeging van vast zout of van eene eveneens verzadigde oplossing kan dan het evenwicht niet (meer) verstoren; bijvoeging van water (dat geene *phase* is) zou dit wel doen, daar het vermindering der concentratie, en dientengevolge vermeerdering der dampspanning en oplossing van zout ten gevolge heeft.

Is een stelsel van drie of meer phasen in evenwicht, dan bestaat het evenwicht niet slechts tusschen phasen, die elkander onmiddellijk aanraken, maar tusschen alle; dus ook tusschen zulke, die door eene of meer andere phasen gescheiden zijn.

In het stelsel »zout, verzadigde oplossing, damp" is ook de damp in evenwicht met het zout, dat op den bodem van het vat ligt. Om dit proefondervindelijk te bewijzen moest men aantoonen, dat de massa's der enkele phasen niet veranderen, als men het vat zoo laat hellen, dat het zout ook met den damp in aanraking komt. Een gemakkelijker bewijs leeren wij spoedig kennen.

— *D.* Als kenmerk voor het in een stelsel bestaand evenwicht dient een zekere *druk*. In elk stelsel nl. bestaat bij constant gehouden temperatuur een bepaalde druk, die niet verandert zoolang het stelsel in evenwicht is; want verandering van dezen druk staat in het nauwste verband met veranderingen, waardoor de verhouding van de massa's der phasen gewijzigd wordt. In vele gevallen is deze druk de dampspanning in het stelsel [2]); in andere gevallen is het de spanning van gassen, die zich als phase in het stelsel bevinden, de dissociatiedruk, de osmotische druk of een van buiten op het stelsel uitgeoefende druk.

---

[1]) Er is niets tegen, het evenwicht hier (en in andere gevallen) dynamisch op te vatten: het evenwicht wordt door verdampen van het water niet verstoord, mits er evenveel dampmoleculen tot water condenseeren.

[2]) Ook aan vaste stoffen dient men eene dampspanning toe te schrijven, die echter meestal onmeetbaar klein is en alsdan bij deze beschouwingen verwaarloosd kan worden.

In het stelsel »water, damp'' is de druk de spanning van den verzadigden damp bij de heerschende temperatuur; in het stelsel »ijs, water, damp" is het eveneens de dampspanning van het water, 0,46 cM kwikdruk, die gebleken is even groot te zijn als de dampspanning van het ijs (bij de temperatuur van het vriespunt). — Om het stelsel »ijs, water'' bij eene temperatuur onder het gewone vriespunt in evenwicht te doen blijven moet (door middel van een zuiger) een druk op het stelsel uitgeoefend worden, zoo groot dat noch ijs smelt, noch water bevriest (§ 672).

Om het aan het slot der vorige paragraaf bedoelde bewijs voor het evenwicht tusschen ijs en damp te leveren, behoeft men slechts voor de beide daar genoemde standen van het vat de gelijkheid van druk in het stelsel te constateeren

Wegens de eischen, dat eene phase honogeen en dat de druk daarin overal (boven en beneden) even groot moet zijn, dient men het verschil tusschen het inwendige gedeelte en de grenslaag eener phase, alsmede den door het gewicht van hoogere vloeistoflagen uitgeoefenden druk te kunnen verwaarloozen.

Beschouwt men de stelsels niet in eene luchtledige ruimte, maar in de gewone lucht, dan worden slechts de omstandigheden, waaronder het evenwicht intreedt, iets gewijzigd (vertraging der dampvorming; geringe verandering van het volumen van vloeibare en vaste phasen; kleine verschuiving van de temperatuur der smeltpunten resp. stollingspunten, enz.) zonder dat de beschouwing van het evenwicht daardoor wezenlijk verandert. Overigens oefent de drukking der lucht, als deze ten opzichte van de phasen van een stelsel indifferent blijft, evenmin invloed uit als de weerstand, dien de wanden van het vat bieden. Waar bij een stelsel in de luchtledige ruimte de druk niets anders is dan de spanning eener damp- of gasvormige phase, daar is hij in de lucht de spanning, die aan den damp of het gas volgens de wet van Dalton toekomt in het mengsel lucht-gas of lucht-damp.

— *E*. Beschouwen wij nu in de eerste plaats het evenwicht bij een stelsel, waarvan het aantal phasen (p) *één meer* bedraagt dan het aantal componenten (n), zoodat dus $p = (n + 1)$ is, b.v. het stelsel »zout, verzadigde oplossing, damp." — Bij elke bepaalde temperatuur heeft de druk, en bij elken bepaalden druk de temperatuur, eene volkomen bepaalde waarde, die onafhankelijk is van de massa's der phasen en niet grooter of kleiner kan gemaakt worden, zoolang nog alle phasen voorhanden zijn.

Tracht men b.v. bij constante temperatuur eene verandering der dampspanning te bereiken door vermeerdering van het volumen (uittrekken van den zuiger), dan zal water uit de oplossing verdampen en dientengevolge het opgeloste zout gedeeltelijk neergeslagen worden. Het tijdelijk — zoolang de verandering in de verhouding van de massa's der phasen blijft duren — verbroken evenwicht herstelt zich onmiddellijk weer en de druk bereikt weer zijne vroegere waarde. Maakt men het volumen kleiner, dan zal damp condenseeren, de vloeibare phase zal vermeerderd en meer

zout zal opgelost worden, totdat het vroegere evenwicht bij dezelfde dampspanning zich weer hersteld heeft.

Beproeft men door mededeeling van warmte de temperatuur te verhoogen, terwijl men door verplaatsing van den zuiger zorgt, dat de druk constant blijft, dan moet verdamping van het warmer geworden water plaats hebben. Hierdoor daalt de temperatuur weer; de dampvorming en de daling der temperatuur houden aan, totdat de dampspanning der oplossing weer gelijk geworden is aan den onveranderden druk van den reeds voorhanden damp; en dit heeft plaats, als de temperatuur de vroegere waarde weer verkregen heeft. — Evenzoo kan bij constanten druk door onttrekking van warmte de temperatuur niet blijvend lager gemaakt worden. Aan de kouder geworden oplossing, waarvan de dampspanning kleiner geworden is, moet damp condenseeren en door de vrijkomende warmte de temperatuur der oplossing verhoogen, totdat zij weer de vroegere dampspanning bij de vroegere temperatuur verkregen heeft.

Het eigenaardige van dit evenwicht is, dat (zoolang nog alle phasen aanwezig blijven) de druk, resp. de temperatuur, slechts door verandering van temperatuur, resp. druk, verandert en onmiddellijk eene andere bepaalde waarde aanneemt, zóó dat er wederom evenwicht is. Gibbs noemde dit evenwicht *volledig*. Temperatuur en druk kunnen in zulk een stelsel niet beide vrij gekozen worden: m. a. w. er bestaat slechts *ééne onafhankelijk veranderlijke*; is deze bepaald, dan is de andere mede bepaald.

Het volledig evenwicht komt steeds en uitsluitend voor bij stelsels, waarin $p = (n + 1)$ is.

Men vergelijke het stelsel »water, damp."

— *F*. Een andere vorm van evenwicht is dat in een stelsel, waarvan het aantal phasen *gelijk* aan het aantal componenten, dus $p = n$ is, b.v. het stelsel „niet verzadigde oplossing van zout, damp". Houdt men de temperatuur constant en vergroot men het volumen van het stelsel, dan verdampt water uit de oplossing, die daardoor meer geconcentreerd wordt. Vermeerdering der concentratie heeft echter vermindering der dampspanning ten gevolge. In het vergroote volumen zal het evenwicht zich op nieuw instellen, maar bij kleineren druk. — Vermindering van het volumen brengt condensatie van den damp, vermindering van de concentratie der oplossing en verhooging der dampspanning te weeg; het nieuwe evenwicht stelt zich dus bij grooteren druk in. — Na verandering der tem-

peratuur kan men door passende verandering van het volumen een nieuwen evenwichtstoestand bereiken, zóó dat de druk weer even groot is als vroeger. — In het stelsel kan dus bij dezelfde temperatuur evenwicht bestaan bij eene reeks van drukken, en onder denzelfden druk bij eene reeks van temperaturen.

Het eigenaardige van dit evenwicht is, dat (zoolang het aantal phasen niet verandert) door de keuze der temperatuur de druk niet tevens mede bepaald is, en omgekeerd. Temperatuur en druk kunnen beide vrij gekozen worden, m. a. w. er bestaan in zulk een stelsel *twee onafhankelijk veranderlijken*. Gibbs noemde dit evenwicht *onvolledig*; het komt steeds en uitsluitend voor bij stelsels, waarin $p = n$ is.

Men vergelijke de stelsels »verdund zwavelzuur, damp" en »water."

— *G.* Er is nog een derde vorm van evenwicht mogelijk, nl bij stelsels, waarin het aantal phasen *twee meer* bedraagt dan het aantal componenten, waarin dus $p = (n + 2)$ is, b.v. het stelsel „ijs, water, damp". Het evenwicht tusschen de drie phasen der componente H_2O bestaat slechts bij *eene enkele temperatuur*, $0^\circ{,}0075$ [1]) en *een enkelen druk*, 0,46 cM kwikdruk. Deze druk is de dampspanning van water of van ijs. Bij de genoemde temperatuur zijn nl. de dampspanningen van beide phasen even groot, daar deze anders niet in evenwicht konden zijn (§ 832, *C*). — Dat de coëxistentie der drie phasen alleen onder de genoemde omstandigheden mogelijk is, blijkt aldus: bij hoogere temperatuur kan geen ijs bestaan, terwijl bij lagere temperatuur het naast elkander bestaan van ijs en water alleen mogelijk is bij vermeerdering van den druk; daardoor echter wordt het bestaan van den damp onmogelijk. Bij hoogeren druk kan damp alleen bestaan, als ook de temperatuur passend verhoogd wordt; dan kan echter geen ijs bestaan. Bij kleineren druk kunnen ijs en damp alleen naast elkander bestaan, als tevens de temperatuur passend verlaagd wordt; dan is echter het bestaan van water (in aanraking met ijs) onmogelijk.

— *H.* Verandering van volumen en mededeeling of onttrekking van warmte kunnen — mits daardoor geen der phasen verdwijnt — den druk en de temperatuur van het stelsel niet blijvend veranderen. Zoodra de verandering van het volumen afgeloopen is of de mede-

[1]) In de luchtledige ruimte ligt het smeltpunt van ijs (en het vriespunt van water) $0^\circ{,}0075$ hooger dan in de lucht (0°). Verg. § 672, slot.

deeling of onttrekking van warmte opgehouden heeft, bereiken druk en temperatuur wederom de vorige waarden, en is het verbroken evenwicht weer hersteld.

Bij vermeerdering van het volumen wordt de spanning van den damp een oogenblik kleiner; daarna echter verdampt onmiddellijk water. De hiervoor noodige warmte kan (wegens de aanwezigheid van ijs) niet door daling der temperatuur van het overige water verkregen worden; zij wordt geleverd door bevriezen van een gedeelte van het water. De temperatuur verandert dus niet; en het verdampen en bevriezen houdt op, als de spanning van den damp weer 0,46 cM geworden is. — Bij vermindering van volumen wordt de spanning van den damp een oogenblik grooter; onmiddellijk echter condenseert zooveel damp, dat de beschikbare ruimte gevuld blijft met damp van de vroegere spanning. De door de condensatie vrij komende warmte kan (wegens de aanwezigheid van ijs) de temperatuur van het water niet verhoogen, maar dient om ijs te smelten. De temperatuur verandert dus niet.

Als door mededeeling van warmte aan het stelsel eene aanvankelijke verhooging der temperatuur van het water bereikt wordt, dan wordt zijne dampspanning grooter. Daar die van het ijs (dat zijne vroegere temperatuur behoudt) niet grooter kan worden, moet dus damp van het water naar het ijs overgaan, daar gecondenseerd worden en een gedeelte van het ijs door de vrijkomende (latente) warmte doen smelten. Het verdampen van het water en de andere verschijnselen houden aan, totdat het water door verlies van verdampingswarmte weer tot de vroegere temperatuur en de vroegere dampspanning teruggebracht is. — Onttrekking van warmte veroorzaakt eene aanvankelijke verlaging der temperatuur van het ijs en vermindering zijner dampspanning. Daar de dampspanning van het water (dat zijne temperatuur behoudt) niet kleiner kan worden, moet damp van het water naar het ijs overgaan, daar gecondenseerd worden en de temperatuur van het ijs door de vrijkomende (latente) warmte verhoogen. De weggevoerde damp moet door verdamping van water vervangen worden; de daarvoor vereischte warmte kan niet door verlaging der temperatuur van het water verkregen worden (wegens de aanwezigheid van ijs), zij wordt dus geleverd door bevriezing van een gedeelte van het water. Deze verschijnselen houden aan, totdat het ijs weer de vroegere dampspanning en de vroegere temperatuur verkregen heeft.

— *I.* Het eigenaardige van het beschreven evenwicht is, dat er *geene onafhankelijk veranderlijke* bestaat, daar noch de temperatuur, noch de druk vrij gekozen kunnen worden. Gibbs noemde dit evenwicht, dat steeds en uitsluitend voorkomt bij stelsels, waarin $p = (n + 2)$ is, evenwicht *in een tripelpunt* (drievoudig punt), als $p = 3$ is, of *in een quadrupelpunt* (viervoudig punt), als $p = 4$ is, enz.

De phasen van het stelsel »zout, ijs, oplossing, damp" (in een koudmakend mengsel) kunnen alleen in evenwicht zijn in een quadrupelpunt.

— *J.* Wij kunnen nu den *phasenregel* aldus uitspreken: tusschen de p phasen van een stelsel van n componenten bestaat:
onvolledig evenwicht, als $p = n$ is;
volledig evenwicht, als $p = (n + 1)$ is;
evenwicht in een meervoudig punt, als $p = (n + 2)$ is.

Voor het aantal (V) der vrij veranderlijken vindt men:
bij onvolledig evenwicht $V = 2$ (temperatuur *en* druk);
bij volledig evenwicht $V = 1$ (temperatuur *of* druk);
bij evenwicht in een meervoudig punt $V = 0$ (temperatuur *noch* druk).
Men ziet, dat in alle drie gevallen de betrekking geldt

$$V = n + 2 - p.$$

Naar de waarde van V noemt men de stelsels
divariant [1]) bij onvolledig evenwicht; $V = n + 2 - (n) = 2$;
monovariant bij volledig evenwicht; $V = n + 2 - (n + 1) = 1$;
nonvariant bij evenwicht in een meervoudig punt; $V = n + 2 - (n + 2) = 0$.

Zonder in eene beschouwing daarvan te treden stippen wij slechts even aan, dat er ook *trivariante* stelsels bestaan, waarin $p = (n - 1)$ is, b.v. het stelsel »alcohol, water" met 2 componenten en 1 phase. Voor zulke stelsels is $V = n + 2 - (n - 1) = 3$. Inderdaad vindt men, dat daarbij, behalve de temperatuur en de druk, nog eene derde onafhankelijk veranderlijke bestaat, nl. de concentratie van het mengsel. Ook deze stelsels gedragen zich dus naar den phasenregel.

Bij stelsels waarin het aantal phasen grooter is dan in een nonvariant stelsel, zoodat $p > (n + 2)$ is, b.v. bij het stelsel »rhombische zwavel, monoclinische zwavel, vloeibare zwavel, zwaveldamp", kan geen evenwicht bestaan: zulke stelsels zijn dus niet stabiel.

— *K.* Bij afzonderlijke of gelijktijdige verandering van temperatuur en druk hangt het van de grootte en den zin dezer veranderingen af, of het aantal phasen en daarmede de aard van het evenwicht in een stelsel behouden blijven of gewijzigd worden. Wij

[1]) dis = tweemaal, dubbel; monos = enkel; non = niet; tris = driemaal.

overzien de omstandigheden, waaronder het eene of het andere plaats heeft, het best in eene graphische voorstelling en kiezen als voorbeeld de stof H_2O. — In fig. 205,*a* worden de temperaturen aangewezen door de punten der horizontale lijn *MT* (temperatuur-as), de drukken door de punten der verticale lijn *MP* (druk-as). Richten wij in die punten der lijn *MT*, welke temperaturen aanwijzen, waarbij H_2O als vloeistof bestaan kan, ordinaten op, waarvan de lengten de dampspanningen van water (de spanningen van verzadigden waterdamp) bij deze temperaturen aanwijzen, dan geeft de curve *OA*, door de uiteinden der ordinaten gelegd, de bij elkander behoorende waarden van dampspanning en temperatuur aan. Het beginpunt *O* dezer curve wordt bepaald door de waarden $t = 0^0{,}0075$ (in de luchtledige ruimte) en $p =$ 0,46 cM kwikdruk; het eindpunt wordt bepaald door de kritische temperatuur en den kritischen druk van water. Het snijpunt van *OA* met de ordinate van 100° wijst een druk van 76 cM aan, enz.

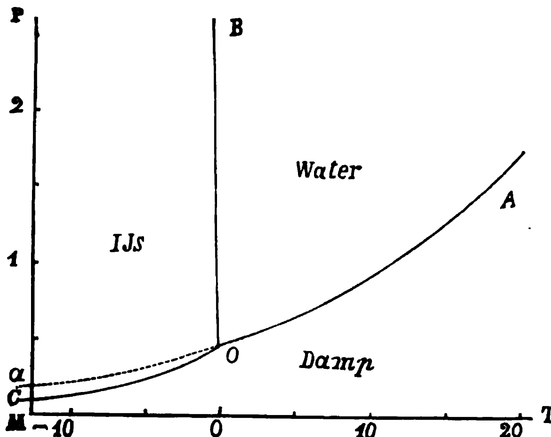


fig. 205 *a*.

Op analoge wijze geven de punten der lijn *OC* de dampspanningen van ijs bij de verschillende temperaturen aan. Deze curve begint eveneens in het punt *O*; immers de hoogste temperatuur van ijs valt samen met de laagste van water, terwijl de dampspanningen van ijs en water dan ook gelijk zijn. De curve *OC* zou links een einde hebben (in een punt der lijn *MT* of op haar verlengde), indien men eene bepaalde temperatuur kon vinden, waarbij de dampspanning van ijs nul was. De curven *OA* en *OC* vertoonen bij *O* een haast onmerkbaren knik, die in de figuur duidelijkheidshalve veel te sterk geteekend is.

Ook eene derde curve *OB*, die de temperaturen aangeeft, waarbij ijs onder verschillende drukkingen smelt, begint wederom in *O* (welk punt temperatuur en dampspanning van smeltend ijs in de luchtledige ruimte aanwijst). Daar haar snijpunt met de ordinate van 0°

eenen druk van 76 cM aanwijst, loopt deze lijn bijna steil omhoog; zij helt slechts zeer weinig naar links, daar voor elke vermeerdering van den druk met ééne atmospheer het smeltpunt van ijs slechts $0^{0},0075$ daalt [1]). Deze helling is ook te sterk geteekend. Dat de curve *OB* ergens een einde heeft mag men niet beweren, zoolang men niet eene temperatuur gevonden heeft, waarbij ijs onder een bepaalden druk *niet waarneembaar* smelt (verg. de kritische temperatuur).

— *L.* Het door de curven *OA* en *OC* begrensde gedeelte van het *P-T*-vlak noemt men het veld van den damp, omdat de door elk punt van dit veld aangewezen waarden van temperatuur en druk gelijktijdig alleen bij de dampvormige phase van H_2O kunnen bestaan. Om soortgelijke redenen noemt men het door *OA* en *OB* begrensde gedeelte het veld van het water, en het door *OB* en *OC* begrensde het veld van het ijs. — De phasen water en damp kunnen naast elkander alleen bestaan bij temperaturen en drukken, die aangewezen worden door punten der curve *OA*; voor de coëxistentie der phasen water en ijs, resp. ijs en damp hebben de curven *OB* resp. *OC* dezelfde beteekenis. — Het naast elkander bestaan der drie phasen ijs, water en damp is alleen mogelijk bij de temperatuur en den druk, die door het punt *O* aangewezen worden.

Elk punt in het *P-T*-vlak karakteriseert dus een bepaalden vorm van evenwicht met eene bepaalde temperatuur en een bepaalden druk; het punt *O* het evenwicht in een tripelpunt van het nonvariante stelsel »ijs, water, damp"; de punten der curven *OA*, *OB* en *OC* het volledige evenwicht van een der monovariante stelsels »water, damp", »water, ijs" en »ijs, damp" met van elkander afhankelijke waarden voor temperatuur en druk; de punten der velden *AOB*, *BOC* en *COA* het onvolledige evenwicht in een der divariante stelsels »water", »ijs" en »damp" met van elkander onafhankelijke waarden voor temperatuur en druk.

— *M.* Met behulp der figuur kan men nu nagaan, bij welke veranderingen van temperatuur en druk (of van een van beide) een gegeven stelsel behouden blijft of in een ander stelsel overgaat. Deze veranderingen worden blijkbaar aangewezen door (rechte, gebroken of gebogen) lijnen, welke het punt, dat den begintoestand aanwijst, verbinden met het punt, dat den eindtoestand aanwijst.

[1]) Voor stoffen, waarvan het smeltpunt door vermeerdering van druk verhoogd wordt, b.v. zwavel, zou deze curve iets naar rechts hellen.

Als voorbeeld diene het volgende. Wij hebben in § 832, *H* afgeleid, dat het evenwicht van het nonvariante stelsel »ijs, water, damp" bij verandering van volumen of bij mededeeling of onttrekking van warmte niet blijvend verbroken wordt, zoolang nog alle phasen aanwezig zijn. Deze veranderingen kunnen dus niet onbeperkt voortgezet worden, daar zij gepaard gaan met vermindering der massa van een of twee der phasen. Ten slotte kunnen de temperatuur en de druk andere waarden (dan 0^{0},0075 resp. 0,46 cM) aannemen, maar dan is ook het nonvariante stelsel verdwenen. Verandert men aldus temperatuur en druk zoodanig als aangewezen wordt door eene verplaatsing uit het punt *O* naar een van de punten der curven *OA*, *OB* of *OC*, dan is in het eerste geval de vaste phase, in het tweede de dampvormige en in het derde de vloeibare verdwenen. Het nonvariante stelsel is dan overgegaan in een der monovariante stelsels »water, damp", »water, ijs" en »damp ijs", en het evenwicht in een tripelpunt is veranderd in volledig evenwicht. — Verandert men temperatuur en druk (of ook een van beide) zoodanig als aangewezen wordt door eene verplaatsing uit *O* naar een willekeurig punt van een der velden *AOB*, *BOC* of *COA*, dan verdwijnen in het eerste geval de vaste en de dampvormige phase, in het tweede de vloeibare en de dampvormige, en in het derde de vaste en de vloeibare. Het nonvariante stelsel is overgegaan in een der divariante stelsels »water", »ijs" en »damp", en het evenwicht in een tripelpunt is veranderd in onvolledig evenwicht.

— *N*. Water bevindt zich ook in den *toestand van oversmelting* met zijn damp in volledig evenwicht. De dampspanning van zulk water is grooter dan die — volgens § 699 bepaalde — van ijs van dezelfde temperatuur; zij wordt aangewezen door eene curve *Oa* (fig. 205, *a*), die de voortzetting der curve *OA* is en met deze bij *O* geen knik vormt. Het *volledige evenwicht* in het stelsel »water, damp" onder 0^{0},0075 (resp. 0^{0} in de open lucht) verschilt echter van dat in het stelsel »water, damp" boven deze temperatuur. De bijvoeging nl. van de geringste massa ijs doet het water gedeeltelijk bevriezen en de temperatuur plotseling rijzen tot het vriespunt; het monovariante stelsel met zijn volledig evenwicht verandert onmiddellijk in het nonvariante stelsel, »ijs, water, damp" met het evenwicht in een tripelpunt. Boven de temperatuur 0^{0},0075 zou de bijvoeging van eene geringe massa ijs het stelsel niet in een ander doen overgaan en dus den aard van het evenwicht niet veranderen;

alleen zou het ijs smelten en de temperatuur en den druk iets kleiner maken. — De verklaring van het verschijnsel is als volgt. Al is aanvankelijk de temperatuur van het ijs hooger dan die van het water, zoo nemen beide spoedig (bij de aanrakingsplaatsen) dezelfde temperatuur ($< 0^0$) aan. Daar nu de dampspanning van het water grooter wordt dan die van het ijs, stroomt damp van het water naar het ijs toe, wordt daar gecondenseerd en verhoogt door de vrijkomende warmte de temperatuur van het ijs. Om den weggevoerden damp te vervangen verdampt nu water; de daarvoor noodige warmte kan niet door afkoeling van het water verkregen worden, daar ijs van hoogere temperatuur aanwezig is; er moet dus zooveel water bevriezen, dat de vrijkomende warmte voldoende is voor de dampvorming en voor de verhooging der temperatuur van het water tot die, welke het ijs reeds bereikt heeft. Deze werking moet voortduren, totdat de dampspanningen van het ijs en het water even groot geworden zijn, d.i. totdat de temperatuur van het gewone vriespunt bereikt is. — Men noemt het beschreven evenwicht *labiel* of *metastabiel*.

— *O*. De beschouwing der evenwichtsvormen bij de stof H_2O zal voldoende zijn om als voorbeeld voor andere gevallen te dienen. Zonder dus op zulke gevallen verder in te gaan, willen wij alleen nog in het kort enkele toepassingen der phasenleer op natuurkundig gebied bespreken.

De *veranderingen van aggregaatstoestand* berusten meestal op tijdelijke verstoring van het evenwicht in monovariante stelsels. Wordt b.v. water in een open vat verwarmd, dan neemt met de temperatuur ook de druk in het stelsel »water, damp", d.i. de dampspanning, toe. Hoe grooter de spanning van den damp in het mengsel van lucht en damp boven het water wordt, des te kleiner wordt volgens de wet van Dalton de spanning der daarin overgebleven lucht. Bevat ten slotte de ruimte onmiddellijk boven het water alleen damp, dan heeft deze eene spanning verkregen gelijk aan den druk des dampkrings, en nu kan de druk en dus ook de temperatuur niet meer blijvend toenemen, m.a w. *de temperatuur van het kookpunt is afhankelijk van den druk*, waaronder de vloeistof verkeert. — Hetzelfde geldt als bij condensatie van damp, smelting van ijs, bevriezing van water, sublimatie van ijs en verdichting van damp tot ijs slechts twee phasen voorhanden zijn.

Koken van water in een Papiniaanschen pot (§ 701).

— *P.* Van de onveranderlijkheid der temperatuur bij het evenwicht (in een meervoudig punt) van nonvariante stelsels maakt men gebruik, om gedurende langeren tijd (zoolang nog alle phasen aanwezig blijven) *eene constante temperatuur te behouden.*

Standvastigheid van het smeltpunt van ijs en het vriespunt van water. — Glauberzout ($Na_2SO_4 + 10\, H_2O$) splitst zich bij 32°,5 in het anhydride (Na_2SO_4) en eene verzadigde oplossing daarvan. Zoolang nog een overschot van het hydraat aanwezig is, behoudt het nonvariant stelsel »hydraat, anhydride, oplossing, damp" de vaste temperatuur 32°,5. — Bij verwarming van zwavel komen vier tripelpunten voor (wegens de allotrope vormen, die vaste zwavel kan aannemen), nl. bij 95°,4, 115°, 120° en 131°.

Ook van de onveranderlijkheid der temperatuur in monovariante stelsels *bij constanten druk* maakt men voor hetzelfde doel gebruik.

Kookpunt van water. — Het monovariante stelsel »vast koolzuur, alcoholische oplossing van koolzuur, koolzuurdamp" heeft bij een druk van 1 atmospheer (dus in een open vat) de constante temperatuur van — 83°.

— *Q.* Het *drogen van stoffen* door middel van hygroscopische stoffen berust daarop dat in een stelsel, waarin geen evenwicht bestaat, zulke veranderingen plaats hebben, die geschikt zijn het evenwicht te doen ontstaan. — Zal b.v. eene stof door middel van zwavelzuur van het adhaereerende water bevrijd worden, dan heeft men aanvankelijk een monovariant stelsel (componenten: H_2SO_4 en H_2O; phasen: zwavelzuur, water, damp), waarin geen evenwicht bestaat, daar de dampspanning van het water grooter is dan die van het zwavelzuur, die nul of zeer klein is [1]). Er moet dus damp van het water naar het zwavelzuur stroomen en daarin opgenomen worden. De vermindering van den dampdruk veroorzaakt verdamping van het water, en deze houdt aan, totdat al het water verdampt is. Op dit oogenblik wordt het stelsel divariant; de in de ruimte aanwezige waterdamp zal verder door het zwavelzuur opgenomen worden, totdat de spanning van den overblijvenden damp even groot geworden is als de dampspanning van het zwavelzuur (die intusschen iets grooter geworden is). — Dat ook in dit divariante stelsel (na verkregen evenwicht) de eindtoestand bij *verschillende* temperaturen nagenoeg dezelfde is, berust daarop, dat de dampspanning van zwavelzuur met de temperatuur slechts weinig verandert. — Moet een *gas* gedroogd worden, dan heeft men dadelijk met het divariante stelsel te doen.

---

[1]) Zwavelzuur, dat eenigen tijd met lucht in aanraking geweest is, zal altijd eene geringe hoeveelheid waterdamp uit de lucht opgenomen hebben en dus ook eene (zeer geringe) dampspanning bezitten.

In eene luchtledige ruimte heeft de strooming van den damp natuurlijk sneller plaats dan in de lucht; de eindtoestand is echter dezelfde. — Op overeenkomstige wijze werkt de zwavelzuur-ijsmachine (§ 802, 1). Theoretisch beschouwd moet de werking dezer machine een einde nemen, als het zwavelzuur zooveel damp opgenomen heeft, dat zijne dampspanning even groot geworden is als die van het ijs.

— *R*. Ook de verschijnselen der *dissociatie* worden door den phasenregel beheerscht. Dissocieerende koolzure kalk b.v. vormt een monovariant stelsel (componenten: $CaCO_3$ en CO_2, of CaO en CO_2, zie § 832, *B*; phasen: koolzure kalk, kalk en koolzuur). De bepaalde, tot eene bepaalde temperatuur behoorende druk is de spanning van het ontwikkelde koolzuur, de *dissociatiedruk*; bij 600° is deze b.v. 4 cM kwikdruk. Wordt dus koolzure kalk in een *gesloten* vat verhit tot 600°, dan houdt de dissociatie op, zoodra de spanning van het ontwikkelde koolzuur 4 cM geworden is [1]), onverschillig hoe groot op dit oogenblik de massa's der enkele phasen zijn. Verhooging der temperatuur of vergrooting van het volumen van het vat doet de dissociatie voortgaan; verlaging der temperatuur of vermindering van het volumen brengt omgekeerd verbinding van koolzuur en kalk te weeg. — De bij een dissociatiedruk van 1 atmospheer behoorende temperatuur is 812°. Bijgevolg zou in de open lucht het »kalkbranden" niet bij eene lagere temperatuur kunnen plaats hebben, indien niet de lucht zich met het ontwikkelde koolzuur vermengde, zoodat in het mengsel de spanning van het koolzuur alleen lager dan 1 atmospheer blijft. In den regel zijn de omstandigheden zoo, dat het branden ook nog bij heel wat lagere temperatuur mogelijk is.

— *S*. Bij de proef van Cagniard de la Tour (§ 715) vormt het vloeibare koolzuur met den koolzuurdamp een monovariant stelsel. Zoolang beide phasen aanwezig blijven, is er volledig evenwicht; tot elke temperatuur behoort een bepaalde druk (spanning). Zoodra echter de *kritische temperatuur* overschreden wordt, kan men de spanning bij dezelfde temperatuur of de temperatuur bij dezelfde spanning verschillende waarden doen aannemen; het stelsel is divariant geworden; er blijft slechts één, de gasvormige phase over.

In § 832, *K* is reeds opgemerkt, dat de curve *OA* eindigt in de ordinate voor de kritische temperatuur van water.

---

[1]) Is het vat niet luchtledig, dan gebeurt dit, als de totale spanning gelijk is aan de spanning der lucht + 4 cM (wet van Dalton, § 704). De aanwezigheid der lucht heeft geen invloed.

— *T.* Eenige overeenkomst met het verschijnsel bij de kritische temperatuur vertoont zich bij verwarming van een mengsel van twee vloeistoffen, die onvolkomen in elkander oplosbaar zijn (§ 725, aanmerking), b.v. aether en water. Het stelsel is monovariant (componenten: aether en water; phasen: oplossing van aether in water, oplossing van water in aether, damp); voor het evenwicht wordt bij verandering der temperatuur eene bepaalde verandering van druk (en dientengevolge eene bepaalde verandering der oplosbaarheid) vereischt. Zoodra echter de temperatuur eene bepaalde hoogte bereikt, die men de *kritische oplossingstemperatuur* genoemd heeft, verdwijnt de afscheiding tusschen de beide vloeibare phasen, die zich tot eene enkele phase — een homogeen mengsel van aether en water — vereenigen. Daarbij wordt het stelsel divariant; en bij verdere verwarming kunnen bij dezelfde temperatuur verschillende drukken heerschen en omgekeerd.

— *U.* Beschouwen wij ten slotte een ***koudmakend mengsel.*** Worden ijs en keukenzout bij elkander gevoegd, dan diffundeeren de beide stoffen in elkander [1]), en daar het smeltpunt (vriespunt) der door diffusie verkregen massa lager is dan dat van ijs (water) [2]), ontstaat eene verzadigde oplossing van zout in water, waarvan de temperatuur wegens verbruik van smeltings- en oplossingswarmte verminderd is. Het stelsel »zout, ijs, oplossing, damp" is echter aanvankelijk niet in evenwicht (zoolang de temperatuur slechts weinig onder 0^0 is), want dan is de dampspanning van ijs nog grooter dan die der oplossing. Er moet dus damp van het ijs naar de oplossing overgaan, en daarin opgenomen worden, terwijl het ijs nieuwen damp vormt. De verdamping van het ijs bindt meer warmte, dan bij het condenseeren van den damp in de oplossing vrijkomt; bovendien wordt door de verdere oplossing van zout in de vermeerderde vloeibare phase nog warmte verbruikt. De temperatuur

---

[1]) In nieuweren tijd heeft men gevonden, dat eigenschappen, die men vroeger als aan den vloeibaren toestand eigen beschouwde, ook aan stoffen in den vasten toestand toekomen en omgekeerd. Zoo kent men diffusie bij vaste stoffen en kristalvorming bij vloeistoffen. Bedenkt men verder, dat men vaste stoffen alleen door druk vloeibaar heeft kunnen maken, en dat men het oogenblik, waarop amorphe stoffen (glas) van den eenen in den anderen aggregaatstoestand overgaan, niet met juistheid kan bepalen, dan schijnt eene scherpe afscheiding tusschen den vasten en den vloeibaren toestand niet meer volgehouden te kunnen worden.

[2]) Verg. hetgeen over het smeltpunt van legeeringen gezegd is, § 669.

van het stelsel wordt dus verlaagd; en dit blijft doorgaan totdat de (afnemende) dampspanning van het ijs gelijk is geworden aan die der verzadigde oplossing. Op dit oogenblik is in het nonvariante stelsel evenwicht in een quadrupelpunt verkregen; de temperatuur blijft nu verder (bij mededeeling of onttrekking van warmte) constant, zoolang nog alle vier phasen aanwezig zijn. Deze temperatuur (— 23°) noemt men de *kryohydratische*, omdat daarbij onttrekking van van warmte ten gevolge heeft het »uitvriezen" van een innig mengsel van zout en ijs, een *kryohydraat* [1]).

---

[1]) Uit eene niet verzadigde (verdunde) oplossing van zout kan alleen ijs uitvriezen, en wel bij eene temperatuur, die gelegen is tusschen 0° en de kryohydratische, en die bepaald wordt door den graad van concentratie (verg. § 728). Deze temperatuur is die, waarbij het divariante stelsel »oplossing, damp" overgaat in het monovariante »ijs, oplossing, damp", omdat de dampspanning der oplossing dan gelijk wordt aan die van het ijs.

INLEIDING.

833. In § 810 is er reeds op gewezen, dat men, om het overbrengen van energie van de moleculen van een warm lichaam naar die van een ander lichaam te verklaren, het bestaan eener middelstof aanneemt, waaraan men den naam *aether* geeft. Men moet onderstellen, dat de kleinste aetherdeeltjes afmetingen hebben, die zóo gering zijn, dat zij zich in de intermoleculaire ruimten van alle lichamen bevinden, zoodat het niet mogelijk is, eene (afgesloten) ruimte te verkrijgen, waarin zich geen aether bevindt. Men kan daarom de massa of het gewicht van een bepaald volumen aether niet bepalen en noemt hem *onweegbaar*, zonder dat men daarmede wil te kennen geven, dat de aetherdeeltjes niet door de moleculen der lichamen worden aangetrokken.

834. Verschijnselen, die wij later zullen leeren kennen, toonen aan, dat dit overbrengen van energie door middel van den aether geschiedt door *trillingen*, waarin de aether tengevolge van de bewegingen der moleculen of atomen van een warm lichaam gebracht wordt, en dat de wetten, die zich bij de aethertrillingen voordoen, overeenkomen met die, welke wij bij het overbrengen der geluidstrillingen door de lucht hebben leeren kennen. Men is daarom geneigd zich voor te stellen, dat de aether eene groote overeenkomst heeft met een uiterst ijl gas. Wij willen echter dadelijk doen opmerken, dat de aethertrillingen *transversaal* zijn, terwijl transversale trillingen niet bij gassen (en bij vloeistoffen), maar slechts bij vaste lichamen kunnen voorkomen (§ 506). Ofschoon dus de natuur der aethertrillingen anders dient verklaard te worden, is men toch gewoon de

aethertrillingen te behandelen, alsof zij elastische trillingen waren, en aan den aether eene veerkracht en eene dichtheid toe te schrijven, die hij zou moeten bezitten, om de bij het overbrengen van energie waargenomen verschijnselen in overeenstemming te brengen met de trillingstheorie. Zoo moet men de veerkracht van den aether zeer groot en zijne dichtheid zeer klein stellen, om de groote waarde der *voortplantingssnelheid* eener evenwichtsverstoring in den aether (3×10^{10} kines) te kunnen verklaren.

Of de naaste oorzaak van het ontstaan der aethertrillingen te zoeken is in de beweging der moleculen, of in trillingen der atomen of zelfs in trillende bewegingen binnen de atomen, willen wij onbesproken laten. — Bij de behandeling der Electriciteitsleer zullen wij vermelden, waarom men tegenwoordig de aetherbewegingen tot electrische verschijnselen terugbrengt.

835. De kinetische energie, die de moleculen van het »bestraalde" lichaam van de trillende aetherdeeltjes ontvangen, vertoont zich meestal in den vorm van warmte. Wij hebben echter een zintuig, het *oog*, dat reageert op aethertrillingen van bepaalde trillingsgetallen (ongeveer van 400 tot 750 billioen per sec.); daardoor verkrijgen wij de gewaarwording van *licht*. Trillingen, waarvan het aantal grooter of kleiner is, nemen wij niet als licht waar, evenals ook ons oor de elastische trillingen der lichamen slechts tusschen twee bepaalde grenzen als geluid waarneemt.

Dat de kinetische energie, die de gezichtszenuw ontvangt, door ons als licht wordt waargenomen, kunnen wij niet verklaren.

836. Bedoelen wij dus met het woord »licht" eensdeels de *gewaarwording*, die wij verkrijgen, als aethertrillingen van bepaalde trillingsgetallen ons oog treffen, men gebruikt dit woord ook, om de *energie* der aethertrillingen, die de oorzaak van de zichtbaarheid der lichamen zijn, zelf aan te wijzen. Verder komt het woord licht voor in de beteekenis van *lichtbron*, d. i. het lichaam, dat door de kinetische energie zijner moleculen of atomen de zichtbare aethertrillingen opwekt.

Lichtstraal is de richting, waarin de zichtbare aethertrillingen zich voortplanten; soms beduidt lichtstraal de kinetische energie der zichtbare aethertrillingen, die zich in eene bepaalde richting voortplanten (*lichtbundel*).

Men moet onderscheid maken tusschen de *totale* energie der stralen, die een (uitstralend) lichaam uitzendt, de *uitstralingssterkte*, en de energie der *zichtbare* stralen, de *lichtsterkte*. Evenzoo onder-

scheidt men de totale hoeveelheid stralen en de hoeveelheid zichtbare stralen, die een lichaam door bestraling ontvangt, de *bestralingssterkte* en de *verlichtingssterkte*.

837. Bij de bepaling der totale energie bedient men zich van een toestel, die *alle* stralen, welke hij van een uitstralend lichaam ontvangt, opslorpt en in warmte omzet; men meet de hoeveelheid warmte, die daardoor in den toestel voortgebracht wordt (thermomultiplicator, pyrheliometer). Wat de hoeveelheid *lichtende* stralen betreft, zoo moeten wij die beoordeelen naar den indruk van *helderheid*, die ons oog verkrijgt van lichamen, die door de lichtstralen getroffen worden. De toestellen, die hierbij ter vergelijking dienen, heeten *photometers* (phōs = licht).

838. Wij kunnen een lichaam *zien*, als ons oog zichtbare stralen van dat lichaam ontvangt. Worden deze stralen door de energie der moleculen of atomen van het lichaam zelf voortgebracht, dan is het lichaam *zelflichtend* (zon, vlam, gloeiend lichaam); zijn ze afkomstig van eene andere lichtbron, en worden zij door het lichaam slechts naar ons oog teruggeworpen, dan noemt men het lichaam *donker*.

Dat een donker (niet zelflichtend) voorwerp, indien het door eene lichtbron verlicht wordt, in alle richtingen kan gezien worden, bewijst dat het voorwerp de invallende stralen naar *alle* richtingen terugkaatst (verstrooide of *diffuse* terugkaatsing). Verg. § 857.

Een lichaam, dat *alle* invallende stralen opslorpt, zou men dus niet kunnen zien; het is *absoluut zwart*. Een onvolmaakt zwart lichaam zien wij nog.

839. In *doorschijnende* lichamen zijn de binnen het lichaam zich bevindende aetherdeeltjes in staat, de *lichtgolven*, welke het oppervlak van het lichaam bereiken, verder te leiden. Is dit niet het geval, dan noemt men het lichaam *ondoorschijnend*. — Het vermogen, om invallende aethertrillingen door het lichaam voort te planten, is niet voor alle aethertrillingen gelijk, maar staat bij een bepaald lichaam in verband met het *trillingsgetal* of de *golflengte* der stralen. Een doorschijnend lichaam behoeft daarom niet tevens diathermaan te zijn (verg. § 818).

Het al of niet voortplanten van aethertrillingen door de lichamen hangt af van de omstandigheden, waaronder de aether binnen de lichamen verkeert. — In uiterst dunne laagjes zijn alle lichamen doorschijnend (goudblad).

Met lucht gevulde holten of kanalen in lichamen, die anders doorschijnend zouden zijn, hebben eene vermindering der doorschijnendheid ten gevolge, omdat daardoor meer licht teruggekaatst wordt (§ 908). Schuim op eene zeepoplossing; gestampt glas. Dun wit papier laat meer licht door en werpt minder terug, indien de poriën in het papier met vet of olie gevuld zijn.

840. Evenals de warmte hield men vroeger ook het licht voor eene stof, die door het lichtende lichaam zou uitgezonden worden; deze *emissie-* (uitzendings-) of *emanatie-* (uitstroomings-) theorie werd vooral door Newton voorgestaan en uitgewerkt. Men heeft echter de *trillingstheorie* (*undulatie-theorie*, unda=golf), die aanvankelijk door Huygens ontwikkeld werd, aangenomen, nadat aangetoond was, dat zich onder bepaalde omstandigheden bij het licht evenals bij het geluid *interferentie*-verschijnselen vertoonen.

De *intensiteit* van het licht is volgens de theorie van Huygens afhankelijk van de amplitude der trillingen, de *kleur* van het aantal trillingen per seconde (of den trillingstijd).

HOOFDSTUK I.

Voortplanting van het licht.

I. Rechtlijnige voortplanting.

841. De voortplanting van het licht heeft in homogene en isotrope stoffen (§ 539) naar alle richtingen volgens *rechte lijnen* plaats.

842. Treffen de van *een enkel lichtpunt* uitgaande stralen een ondoorschijnend lichaam, dan ontstaat *schaduw* achter het lichaam binnen de kegelvormige ruimte, die gevormd wordt, als men eene rechte lijn, die steeds door het lichtpunt blijft gaan, zich langs den omtrek van het lichaam laat bewegen. *Lichtkegel* heet deze ruimte tusschen het lichtpunt en het lichaam, *schaduwkegel* de ruimte achter het lichaam.

Een enkel lichtpunt verkrijgt men b.v. door de zonnestralen met behulp van een brandglas (lens) in een punt te vereenigen. Treffen de stralen, na door dit punt gegaan te zijn, een ondoorschijnend lichaam, dan werpt dit op een daarachter geplaatst scherm een scherp begrensde schaduw, die geheel overeenkomt met de doorsnede van het scherm met den schaduwkegel.

843. Bezit de lichtbron uitgebreidheid, dan is elk lichtuitstralend punt het toppunt van een licht- of schaduwkegel. Binnen de ruimte, die al deze kegels gemeen hebben, ontstaat *slagschaduw*, terwijl in een punt, dat slechts binnen eenige dezer kegels gelegen is, *bijschaduw* ontstaat.

Slagschaduw en bijschaduw bij zons- en maansverduisteringen.

844. Is in een der wanden eener donkere kamer eene zeer kleine opening, dan zal van elk punt der lichtende of verlichte voorwerpen, die zich buiten de kamer vóór dezen wand bevinden, een lichtstraal door de opening gaan en den tegenovergelegen wand der kamer treffen. Daardoor wordt op dezen wand een *omgekeerd beeld* der

voorwerpen gevormd, waarvan de grootte toeneemt met den afstand van den wand tot de opening. Hoe kleiner de opening is, des te zwakker, maar ook des te scherper is het beeld. Is de opening niet oneindig klein, dan beantwoordt aan elk punt, dat licht uitstraalt, een verlicht vlakje op den tegenovergelegen wand; de doorsnede voorstellende van den wand met den lichtkegel, waarvan het lichtende punt het toppunt en de opening eene doorsnede is. De beelden in de donkere kamer worden dan wel helder, maar minder scherp. — *Camera obscura.*

Kleur en intensiteit van dit verlichte vlakje worden bepaald door de kleur en de intensiteit van het lichtend punt.

Om het beeld helder en scherp te verkrijgen, plaatst men in een wijde opening eene lens, die alle stralen, welke zij van één punt ontvangt, op den wand der kamer wederom in één punt vereenigt.

Stralen der zon of der volle maan, die door *kleine* openingen van *willekeurigen vorm* (loof van boomen) heengaan, verlichten den bodem of eenen wand steeds in eene cirkelvormige of ellipsvormige figuur; is de maan echter niet vol, dan vindt men in de gevormde figuur de schijngestalte der maan terug.

Toepassing der camera bij het teekenen, in de photographie, enz.

845. Tengevolge van de rechtlijnige voortplanting van het licht wordt de van *een* lichtpunt uitgaande energie verdeeld over bol-oppervlakken, die steeds grooter worden. Deze oppervlakken zijn evenredig met de vierkanten hunner afstanden tot het lichtpunt; m. a. w. de (gemiddelde) *verlichting* van een vlak van bepaalde grootte is *omgekeerd evenredig met het vierkant van zijn afstand tot het lichtend punt.* Dit geldt ook bij lichtbronnen, waarvan de afmetingen ten opzichte van den afstand tot het verlichte vlak verwaarloosd kunnen worden.

Dat onder gelijke omstandigheden (afstand, invalshoek) de verlichtingssterkte van een vlak *evenredig is met de sterkte* der lichtbron, is duidelijk.

Wordt een vlak door *evenwijdige* stralen getroffen, dan is de verlichtingssterkte evenredig met den cosinus van den invalshoek (verg. § 813).

846. Gelijksoortige (kleine) oppervlakken worden door verschillende lichtbronnen bij gelijke invalshoeken der stralen even sterk verlicht, als de sterkten der lichtbronnen *recht evenredig zijn met de vierkanten harer afstanden tot de verlichte vlakken.*

Op afstanden van eene lichtbron, die zich verhouden als 1 : 2, verhouden zich de verlichtingen van gelijke oppervlakken als 1 : $^1/_4$; om dus bij een

tweemaal zoo grooten afstand eene even sterke verlichting van het vlak te behouden, moet de sterkte der lichtbron 4maal zoo groot worden. Proef zie § 848.

847. De *lichtsterkten* van twee lichtbronnen kan men dus vergelijken door de verhouding harer afstanden tot twee gelijksoortige vlakken te bepalen, die zij onder dezelfde omstandigheden *even sterk* verlichten. Bij gelijke verlichtingssterkte der beide vlakken ontvangt een op gelijke afstanden daarvan geplaatst oog van even groote stukken der beide vlakken evenveel stralen; d. w. z. de *helderheid* der beide vlakken is gelijk. Daar het oog nu zeer gevoelig is voor kleine verschillen in helderheid van twee dicht bij elkaar geplaatste vlakken, kan men gemakkelijk den afstand der ééne lichtbron tot het door haar verlichte vlak zoo lang wijzigen, totdat de helderheid, en dus ook de verlichtingssterkte, van beide vlakken gelijk is. Zijn dan de afstanden der lichtbronnen tot de door haar verlichte vlakken respectievelijk a en b cM, dan verhouden zich de lichtsterkten als $a^2 : b^2$. Hierop berusten de *photometers*.

848. *Photometer van Foucault.* Een der kleinere zijwanden eener langwerpige kast K (fig. 206) heeft in het midden eene opening, die door eene plaat van melkglas M gesloten is. De kast wordt door een dun verticaal tusschenschot S over de geheele lengte in twee gelijke vakken verdeeld, waarin de te vergelijken lichtbronnen L_1 en L_2 zóo geplaatst zijn, dat elk der lichtbronnen slechts ééne der helften van het melkglas verlicht. In een donker vertrek plaatst men zich nu vóór den door het melkglasplaatje afgesloten wand, en laat den afstand van een der lichtbronnen tot de daardoor verlichte helft van het melkglas zoolang veranderen, totdat de beide helften even sterk verlicht worden. Zijn de afstanden der lichtbronnen tot het glas a en b cM, dan verhouden zich hare lichtsterkten als $a^2 : b^2$.

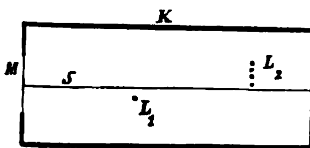


fig. 206.

Zooals bij alle optische toestellen (optikos = het zien betreffende) is de kast binnen dof zwart geverfd, om geen door de wanden teruggekaatst licht op het glas te laten vallen.

Wordt de eene lichtbron door één kaars, de andere door vier kaarsen gevormd, dan verhouden zich bij gelijke verlichting de afstanden der beide lichtbronnen tot het glas als 1 : 2 (§ 846).

849. *Photometer van Rumford.* Vóór een wit scherm bevindt zich een ondoorschijnend verticaal geplaatst staafje, dat door de

beide lichtbronnen in een donker vertrek zoo verlicht wordt, dat op het scherm twee schaduwbeelden der staaf dicht bij elkander ontstaan. Het schaduwbeeld, veroorzaakt door elk der beide lichtbronnen, wordt alleen door de andere lichtbron verlicht; het overige gedeelte van het scherm wordt door beide lichtbronnen verlicht. Men verplaatst nu een der lichtbronnen zóo, dat de beide schaduwen zich even donker vertoonen, dus (bij gelijke invalshoeken) even veel licht ontvangen. De verhouding der lichtsterkten is dan weer gelijk aan de verhouding van de vierkanten der afstanden van elk der lichtbronnen tot het *door de andere* lichtbron veroorzaakte schaduwbeeld.

850. *Photometer van Bunsen.* Eene vetvlek op een wit, niet geheel ondoorschijnend papier vertoont zich donker op een helderen achtergrond, als men haar beschouwt van die zijde, van waar het papier verlicht wordt; daarentegen helder op een donkeren achtergrond, als men het papier tusschen het oog en de lichtbron houdt. Het vettige papier laat namelijk meer licht door en werpt minder licht terug dan het niet vettige (§ 839). Eene vetvlek op een papierscherm, dat door eene lichtbron C van de achterzijde verlicht wordt, vertoont zich dus — van de voorzijde gezien — helder op een donkeren achtergrond. Verlicht men nu de voorzijde door eene andere lichtbron A, dan zal bij een *bepaalden* afstand van A tot het scherm de vetvlek, van de voorzijde gezien, onzichtbaar worden; bij een kleineren afstand vertoont zij zich donker op een helderen achtergrond, bij een grooteren afstand helder op een donkeren achtergrond.

De vetvlek wordt onzichtbaar, als èn voor het vettige èn voor het niet vettige papier de *som* der doorgelaten stralen (lichtbron C) en der teruggeworpen stralen (lichtbron A) even groot is.

Om de sterkte van twee lichtbronnen, A en B, te vergelijken, wordt in een donker vertrek de achterzijde van een papierscherm met vetvlek door eene constante lichtbron C verlicht; de voorzijde wordt nu achtereenvolgens verlicht door A en B, die men op afstanden a en b cM vóór het scherm plaatst, zóó dat — van de voorzijde gezien — de vetvlek in beide gevallen onzichtbaar wordt. De lichtbronnen A en B verlichten dan de voorzijde van het scherm even sterk, en hare lichtsterkten verhouden zich (bij gelijke invalshoeken) als $a^2 : b^2$.

Bij proeven met de photometers van Rumford en van Bunsen moet men zorgen, dat het oog niet door stralen getroffen wordt, die rechtstreeks van de lichtbronnen afkomstig zijn.

Over den photometer van Lummer en Brodhuhn zie § 924, *d.*

851. Als *eenheid van lichtsterkte* heeft Violle voorgesteld de hoeveelheid licht, die door eene oppervlakte van 1 cM^2 gesmolten platina bij de stollingstemperatuur loodrecht op het oppervlak uitgestraald wordt. Daar deze hoeveelheid voor het practisch gebruik te groot is, neemt men in Frankrijk het twintigste deel daarvan als eenheid aan (bougie décimale). — Gemakkelijker te verkrijgen is de in Duitschland gebruikelijke eenheid van lichtsterkte; men drukt de sterkte der lichtbronnen uit in die eener lamp van bepaalde constructie (Hefner), waarin amylacetaat met eene vlamhoogte van 40 mM verbrandt. — In Engeland wordt op eene soortelijke wijze gebruik gemaakt van eene lamp, waarin pentaan verbrandt.

Somtijds wordt nog de sterkte eener lichtbron uitgedrukt in die van zorgvuldig vervaardigde kaarsen (normaal-kaarsen).

II. Voortplantingssnelheid van het licht.

851. De weg, waarover zich eene evenwichtsverstoring van den aether in ééne seconde voortplant, kan op verschillende wijzen bepaald worden.

a) *Methode van Römer* (1675). De omloopstijd der tweede maan van Jupiter J (fig. 207), afgeleid uit den tijd, waarin een groot aantal omloopen voltooid worden, is $42^h\ 28^m\ 35^s$. Wilde men dezen omloopstijd bepalen door — als de aarde A in hare baan om de zon Z zich in de richting naar Jupiter toe beweegt — twee op elkaar volgende keeren (in A_1 en in A_2) het verdwijnen (intreden, i) dezer maan in den schaduwkegel van Jupiter waar te nemen, dan zou men daarvoor ongeveer 14 seconden minder vinden dan het genoemde bedrag. De oorzaak van dit verschijnsel is dat bij het waarnemen der tweede verduistering, als de aarde zich in A_2 bevindt, het licht een korteren weg heeft af te leggen om de aarde te bereiken, dan bij het waarnemen der eerste verduistering in A_1. In 14 seconden legt dus het licht een weg af, gelijk aan het verschil dezer beide wegen (A_1A_2), of gelijk aan den weg, dien

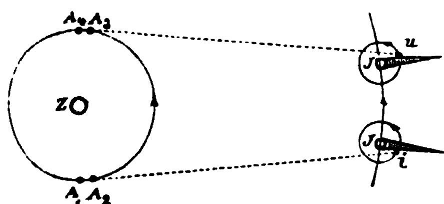


fig. 207.

de aarde in ongeveer 42^h 28^m 35^s aflegt. Daar deze weg bekend is, kan men dus de snelheid van het licht vinden.

Beweegt zich eenigen tijd later de aarde van Jupiter af, dan kan men (in A_3 en A_4) het uittreden (u) der maan uit den schaduwkegel waarnemen. Het tijdsverloop tusschen de oogenblikken waarop dit twee op elkaar volgende keeren plaats heeft, is nu ongeveer 14 seconden grooter dan de ware omloopstijd der maan, omdat de afstand der aarde van Jupiter bij de tweede waarneming grooter is dan bij de eerste.

853. b) *Methode van Bradley* (1725). Nemen wij aan, dat het vlak der baan AA_1 (fig. 208), die de aarde om de zon beschrijft (ecliptica), samenvalt met het vlak van teekening, en dat het licht L eener ster, die ook in dit vlak ligt, de aarde in de richting $LO \,//\, L_1 O_1$ treft. Om de ster door een kijker OV waar te nemen, moet een lichtstraal, die door het midden V van het naar de ster gekeerde einde van den kijker gegaan is, door het midden O van het naar het oog gekeerde einde weêr uittreden, m. a. w. de lichtstraal moet de as van den kijker doorloopen. Dit kan echter alleen gebeuren, als de as van den kijker niet rechtstreeks op de ster gericht is, maar van deze richting een hoek α afwijkt naar die zijde, waarheen de aarde zich beweegt. Immers in den tijd, waarin het licht den weg VO_1 aflegt, verplaatst zich de kijker door de beweging der aarde over den weg OO_1 (evenwijdig met AA_1), zoodat de kijker intusschen uit den stand OV in den stand $O_1 V_1$ komt. Wij zien de ster dus niet in de richting OL, waarin zij zich werkelijk bevindt, maar in de richting OL_2 (*aberratie*, afdwaling van het licht). — De wegen VO_1 en OO_1 verhouden zich als de snelheden C en c van het licht en van de aarde. Uit driehoek VO_1O, waarin $c : C = \sin\alpha : \sin\beta$, kan men dus de snelheid van het licht vinden, als men die der aarde c en de hoeken α en β kent.

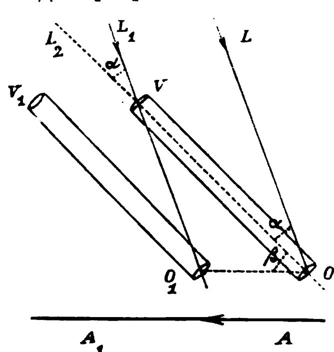


fig. 208.

De vorm van driehoek VO_1O is afhankelijk van den hoek $(\alpha + \beta)$, dien de richting van het licht en de richting der aarde met elkaar maken; en deze hoek verkrijgt in den loop van een jaar alle mogelijke

waarden. De schijnbare stand der ster ligt een half jaar aan den eenen en een half jaar aan den anderen kant van den waren stand der ster in de ecliptica. De hoek van aberratie α wordt nul, als de hoek tusschen de richtingen van het licht en van de aarde 0^0 of 180^0 is; hij verkrijgt zijne grootste waarde (*constante der aberratie*), als de richting LO (of $L_1 O_1$) van het licht loodrecht staat op de richting AA_1 der aarde, dus als $\angle L_1 O_1 O = 90^0$ is. Dan wordt $\frac{c}{C} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin (90 - \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = tg\, \alpha$. In dit geval is de afwijking α van den kijker het eenvoudigst te bepalen: men vindt $\alpha = 20''$ ongeveer; en daar $tg\, 20'' = 0{,}0001$, zoo is de snelheid van het licht ongeveer 10000maal zoo groot als die der aarde, die ongeveer 3000000 kines bedraagt.

Men merke op, dat de *lengte* van den kijker geen invloed heeft op de gevonden betrekking. De kijker is dan ook slechts gebruikt, om onze voorstelling gemakkelijker te maken; voor ons oog geldt hetzelfde, wat voor den kijker is gezegd.

In de Cosmographie wordt aangetoond, dat eene ster, die niet in het vlak der ecliptica staat, tengevolge van de aberratie van het licht in den loop van één jaar eene kleine ellips om haar waren stand schijnt te beschrijven.

854. *Methode van Arago en Fizeau* (1848). Een lichtstraal LA van eene lichtbron L uitgaande (fig. 209) [1]) valt onder een hoek van 45^0 op eene glazen plaat GG_1 en wordt (gedeeltelijk) onder een gelijken hoek in de richting AB teruggekaatst (zie § 859). De straal valt dan op een ver verwijderden spiegel SS_1 zóo, dat hij langs den omgekeerden weg BA naar de plaat teruggekaatst wordt (de enkele pijlen wijzen de richting van den heengaanden, de dubbele die van den terugkeerenden lichtstraal aan); de terugkeerende straal gaat (gedeeltelijk) door de plaat en kan door een oog O, achter de plaat, waargenomen worden. Plaatst men nu een getand rand R, dat zeer snel om zijne met AB evenwijdige as aa

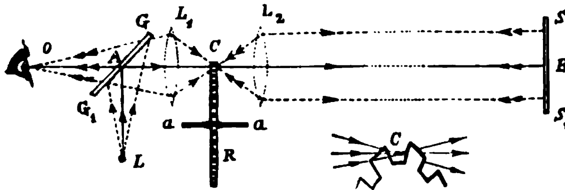


fig. 209.

1) Men beschouwe vooreerst slechts de getrokken lijnen in de figuur.

gedraaid kan worden, zóo dat bij de draaiing de getande rand door een punt C van den straal AB gaat, dan zal het oog bij zeer langzame draaiing van het rad afwisselend het teruggekaatste licht zien en niet zien, naarmate het heengaande licht door eene opening tusschen twee tanden doorgelaten of door een tand onderschept wordt. — Bij eenigszins snellere draaiing van het rad, waarbij de door eene opening heengaande straal echter nog door dezelfde opening terugkomt, zal het oog voortdurend licht waarnemen; dit is een gevolg van de eigenschap van ons oog, dat de lichtindruk nog eenigen tijd voortduurt, nadat de prikkeling onzer gezichtszenuw door het licht reeds opgehouden heeft. Daar dus de enkele lichtindrukken zoo snel op elkander volgen, dat de eerste nog niet verdwenen is, als de tweede ontstaat, blijft het oog licht waarnemen. — Vermeerdert men de omwentelingssnelheid van het rad voortdurend, dan komt er eindelijk een oogenblik, waarop het oog geen licht meer waarneemt; dit is het geval, als het licht, dat door eene opening tusschen twee tanden heengaat, bij zijne terugkomst door den volgenden tand onderschept wordt; m. a. w. als het licht den weg $CB + BC = 2s$ in denzelfden tijd aflegt, waarin de rand van het rad een boog, gelijk aan den afstand van het midden eener opening tot het midden van den naburigen tand, eenparig doorloopt. Dezen tijd vindt men gemakkelijk uit het met behulp van een telwerk bepaalde aantal omdraaiingen n per seconde en het aantal tanden m van het rad; en daar de afstand $CB = s$ bekend is, leidt men daaruit met behulp der formule (1) $s = ct$ de voortplantingssnelheid van het licht af $\left(2s = c \times \frac{1}{2mn}\right)$.

Wordt de omwentelingssnelheid van het rad twee maal zoo groot als de laatstbedoelde, dan verschijnt het licht weer, omdat het licht, dat door eene opening gegaan is, bij zijne terugkomst de volgende opening ontmoet. Bij driemaal zoo groote omwentelingssnelheid verdwijnt het licht weer, bij viermaal zoo groote snelheid vertoont het zich weer, enz.

Bij de proeven, die Cornu volgens deze methode genomen heeft, bedroeg de afstand BC meer dan 10 KM; hij kon het licht tot zeven malen toe laten verdwijnen.

Bij deze proeven wordt niet van een enkele lichtstraal LA gebruik gemaakt, maar met behulp van de lenzen L_1 en L_2 worden de stralen, die van de lichtbron L in alle richtingen op de glazen plaat GG_1 vallen, naar den verwijderden spiegel en van daar in omgekeerde richting naar het oog gezonden (men zie de gestippelde lijnen der figuur). De rand van het rad gaat door de plaats (C), waar al deze lichtstralen door de werking der lenzen L_1 en L_2 in één punt vereenigd worden.

855. *Methode van Foucault* (1850). Het beginsel dezer methode, die de bepaling der voortplantingssnelheid zelfs bij de kleine afmetingen eener kamer mogelijk maakt, willen wij met behulp van fig. 210 duidelijk maken. Men stelle zich het vlak van teekening als horizontaal voor. Door eene kleine opening O in den wand eener donkere kamer treedt een lichtstraal horizontaal in de kamer en valt op een verticaal geplaatsten spiegel S_1. Bij een bepaalden stand (1) van dezen spiegel wordt de lichtstraal door eene opening in een scherm D naar een tweeden spiegel S_2 teruggekaatst zóo, dat hij loodrecht op S_2 valt. Na de tweede terugkaatsing bereikt de straal langs den omgekeerden weg wederom den spiegel S_1 en gaat van daar weer door de opening O naar buiten [1]).

Laat men den spiegel S_1 om een verticale as A met zeer groote snelheid eenparig wentelen, dan zal bij elke omdraaiing de spiegel een oogenblik weer in den stand komen, waarin hij het licht door de opening in scherm D naar den spiegel S_2 terugkaatst. (De niet door de opening D gaande stralen worden onderschept). Van S_2 terugkomende, ontmoet dit licht echter den spiegel S_1 in een anderen stand (2), die met den eersten een zeer kleinen hoek x maakt. Volgens de wetten van terugkaatsing volgt het licht nu niet meer den weg AO, maar een anderen weg AO_1, zóo dat $\angle OAO_1 = 2x$ is (zie § 864, *e*). De lichtstraal treft dus den wand in O_1. Men meet den afstand OO_1, die des te grooter is, naarmate AB en de omwentelingssnelheid van den spiegel grooter zijn. Uit de vergelijking $\frac{OO_1}{OA} = tg\, 2x$ vindt men x en berekent uit het met behulp van een telwerk bepaalde aantal omwentelingen per seconde den tijd, waarin de spiegel x^0 gedraaid is. Deze is echter ook de tijd, waarin het licht den bekenden weg $AB + BA$ heeft afgelegd, zoodat men de voortplantingssnelheid wederom door formule (1) kan vinden.

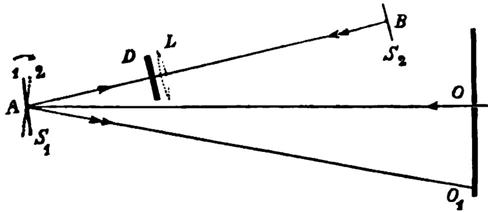


fig. 210.

[1]) Om de verspreiding der door O in de kamer tredende stralen (§ 844) tegen te gaan, plaatst men tusschen A en B eene lens L zóo, dat de teruggekaatste stralen ter plaatse van de opening O een scherp beeld dezer opening zouden doen ontstaan.

Door tusschen de beide spiegels een kolom water in te voegen, die door het licht doorloopen moest worden, vond Foucault, dat bij onveranderde omwentelingssnelheid van S_1 de afstand OO_1 *grooter* werd. De tijd, waarin het licht de waterkolom doorloopt, is dus grooter dan die waarin het eene even lange luchtkolom doorloopt; of *de voortplantingssnelheid van het licht in water is kleiner dan die in lucht.* Uit dergelijke proeven heeft men afgeleid, dat de verhouding van beide snelheden 3 : 4 is.

856. *Uitkomsten.* Door de methode van Römer wordt de voortplantingssnelheid van het licht in de (luchtledige) wereldruimte, dus in den vrijen aether, bepaald; door de overige methoden die in de dampkringslucht; door de methode van Foucault ook die in andere doorschijnende lichamen. Daar bij alle methoden de voortplantingssnelheid moet afgeleid worden uit waarnemingen of berekeningen van zeer kleine grootheden (tijden, hoeken), vindt men de uitkomst slechts bij benadering. Ook het (kleine) verschil, dat bestaan moet tusschen de voortplantingssnelheid in de luchtledige ruimte en in de lucht, blijkt niet duidelijk. Als benaderde waarde voor beide nemen wij 3×10^{10} kines.

Beter dan door deze methoden kan de verhouding der voortplantingssnelheden in de luchtledige ruimte en in de dampkringslucht gevonden worden uit de theorie der breking van het licht. Zij bedraagt 1,00029 : 1 (§ 915 en 920). Ook voor andere stoffen wordt deze verhouding op dezelfde wijze bepaald.

Dat de voortplantingssnelheid der warmtestralen even groot is als die der lichtstralen, volgt reeds uit het feit, dat wij de warmte der zon bespeuren op hetzelfde oogenblik, waarop het licht der zon ons bereikt.

HOOFDSTUK II.

Terugkaatsing van het licht.

857. Een gedeelte der lichtstralen, die op een willekeurig lichaam vallen, wordt teruggeworpen (verg. § 816).

Deze *terugkaatsing* (*reflexie*) kan zijn:

a) *regelmatig*, als de oppervlaks-moleculen van het bestraalde lichaam in een zelfde plat of gebogen vlak gelegen zijn; het oppervlak heet dan *spiegel*, de terugkaatsing *spiegeling;*

b) *diffuus* (verstrooid), als het terugkaatsende oppervlak oneffen is (§ 838).

De spiegeling en de diffuse terugkaatsing hebben volgens dezelfde wetten plaats (§ 859). Terwijl echter bij gladde oppervlakken de terugkaatsing slechts in bepaalde richting plaats heeft, worden stralen, die op elk klein gedeelte van het oppervlak van een diffuus terugkaatsend lichaam invallen, naar alle richtingen teruggeworpen.

858. De stralen, die van een zelflichtend lichaam uitgaande ons oog treffen, liggen voor elk lichtpunt binnen den lichtkegel, die het lichtend punt tot toppunt en de pupil van ons oog tot basis heeft. Hierdoor *zien* wij het lichtpunt (Hoofdstuk V) en bepalen zijne plaats in het toppunt van den kegel. Op dezelfde wijze ontvangt ons oog ook bij diffuse terugkaatsing de stralen, die van elk punt van het bestraalde oppervlak uit *divergeeren*, d.i. zich verspreiden; wij *zien* dus het diffuus terugkaatsende oppervlak. — Anders is het bij de spiegeling. Het toppunt van een lichtkegel, waarvan onze pupil de basis voorstelt, is hier niet een punt van den (vlakken) spiegel, ook niet het lichtende punt zelf, maar een punt, waarin de tusschen den spiegel en ons oog loopende stralen, achter den spiegel verlengd elkander zouden snijden. Dit punt noemt men het *beeld* (§ 862) van het lichtende

punt. Wij *zien* dus bij spiegeling *niet den spiegel*, ook niet het voorwerp zelf, maar een beeld van het voorwerp.

Als wij een spiegel toch kunnen zien, is dit een gevolg van de onvolmaaktheid of onzuiverheid van het spiegelende vlak.

Op de diffuse terugkaatsing door de voorwerpen op aarde en door waterdruppeltjes, ijsnaalden en stofdeeltjes, die zich in de lucht bevinden, berust het *daglicht* en de *schemering*. — Een lichtbundel, die in eene donkere kamer geleid wordt, is alleen zichtbaar, als de lucht stofdeeltjes bevat, die het licht diffuus verspreiden. Verbrandt men de stofdeeltjes, door een Bunsensche vlam onder den lichtbundel te houden, dan bevatten de uit de vlam opstijgende gassen geen stofdeeltjes meer; er schijnt een zwarte walm van de vlam uit te gaan.

Het gedeelte van het invallend licht, dat regelmatig teruggekaatst wordt, is afhankelijk 1° van de meerdere of mindere gladheid van het oppervlak; 2° van den hoek van inval; in het algemeen is de spiegeling sterker, als de invalshoek grooter wordt; 3° van het terugkaatsingsvermogen der stof, d. i. van de verhouding der hoeveelheid teruggekaatste stralen tot die der invallende stralen (onder gelijke omstandigheden). Het terugkaatsingsvermogen van glas is kleiner, dan van gepolijste metaaloppervlakken en kwik. — Om nagenoeg geen stralen door een oppervlak te laten terugkaatsen, maakt men het dof zwart (§ 848). — Spiegels vervaardigt men van metaal of van glas, waarvan de achterzijde met een laagje metaal (tinamalgaam of zilver) bedekt wordt; men kan ook op de vóórzijde van glas zilver chemisch neerslaan en dan het oppervlak polijsten.

I. Vlakke spiegels.

859. De *wetten van terugkaatsing* kunnen volgens het beginsel van Huygens op dezelfde wijze afgeleid worden, als wij in § 541 voor de terugkaatsing van elastische trillingen gedaan hebben.

a) *De invallende straal, de teruggekaatste straal en de loodlijn, in het invalspunt op het spiegelende oppervlak opgericht, liggen in één vlak.*

b) *de invalshoek is gelijk aan den hoek van terugkaatsing.*

Deze beide hoeken zijn wederom die, welke de invallende en de teruggekaatste stralen *met de loodlijn* maken.

De verklaring der terugkaatsing door de theorie van Newton berust op de botsing der »veerkrachtige lichtmoleculen".

860. De genoemde wetten worden proefondervindelijk aangetoond met behulp van den *goniometer* (fig. 211). Deze toestel bestaat uit een horizontaal geplaatsten verdeelden cirkel, om welks verticale as drie radiaal geplaatste armen (alhidaden) kunnen draaien. De uiteinden dezer alhidaden glijden langs den verdeelden cirkel en dragen noniussen, waardoor de stand der armen ten opzichte van den cirkel kan bepaald worden. De alhidade A draagt een met den cirkel

concentrisch rond tafeltje *T*, dat bij de draaiing der alhidade om de as van den toestel wentelt. Op dit tafeltje is een spiegel *S* geplaatst, waarvan het spiegelende vlak door de as van den toestel gaat en loodrecht op de richting der alhidade *A* staat. De alhidaden *B* en *C* dragen cilindrische buizen *b* en *c*, zóo dat de op gelijke hoogte gelegen cilinderassen eveneens radiaal ten opzichte van den cirkel geplaatst zijn. De cilinders zijn aan beide einden gesloten; de afsluitende platen hebben echter ter hoogte van de cilinderas in het midden eene kleine opening. — Als een lichtstraal, die door de openingen der eene buis op den spiegel valt, door de openingen der andere buis teruggekaatst wordt, dan blijken de hoeken α en β, die de alhidade *A* met *B* en met *C* maakt, gelijk te zijn.

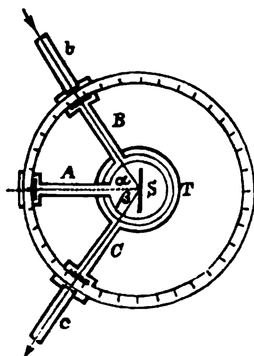
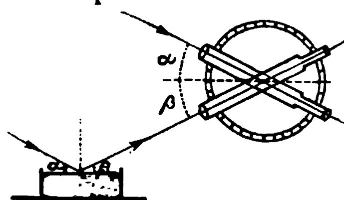


fig. 211.

Een ander proefondervindelijk bewijs is het volgende. Meet men met behulp van een verdeelden cirkel 1) den hoek α (fig. 212), dien een naar eene ster gerichte kijker met den horizon maakt, en 2) den hoek β, dien de kijker in hetzelfde verticale vlak met den horizon moet maken, wil men het beeld der ster in een vóór den kijker geplaatsten kwikspiegel zien, dan blijken beide hoeken gelijk te zijn. De lichtstralen, die van de ster in den kijker, en die, welke op den kwikspiegel vallen, zijn evenwijdig.


fig. 212

Als een van een punt *P* uitgaande lichtstraal een spiegel in een punt *J* treft en naar een punt P_1 teruggekaatst wordt, dan zal een van P_1 in de richting P_1J op den spiegel vallende straal in de richting *JP* teruggekaatst worden. De invalshoek is dan de vroegere hoek van terugkaatsing en omgekeerd.

861. Om de *beelden door vlakke spiegels gevormd* te construeeren, vervangen wij den lichtkegel, die, van een *lichtpunt* uitgaande, na terugkaatsing door den spiegel ons oog treft, door een enkelen straal, dien wij door het midden der pupil trekken. Als (uitgebreid) *voorwerp* denken wij ons een lichtgevenden pijl; de spits en de basis van dezen pijl wijzen dan tevens »boven" en »beneden" bij het voorwerp aan.

862. Laat men van een *lichtpunt* P (fig. 213) twee willekeurige stralen PA en PB op den spiegel SS_1 vallen, en construeert men volgens de wet van terugkaatsing de richtingen der teruggekaatste stralen AA_1 en BB_1, dan hebben deze richtingen een snijpunt P_1, dat juist even ver achter den spiegel ligt, als het punt P vóór den spiegel; $PC = P_1C_1$ $PP_1 \perp SS_1$. Men vindt dit gemakkelijk uit de gelijk- en gelijkvormigheid der driehoeken PAB en P_1AB. Daar alle van P uitgaande stralen door den spiegel teruggekaatst worden alsof zij van het punt P_1 kwamen, noemt men P_1 het *beeld* van P, en wel *schijnbeeld*, *imaginair* of *virtueel beeld*, omdat de teruggekaatste stralen niet werkelijk, maar slechts schijnbaar van P_1 komen (verg. § 858).

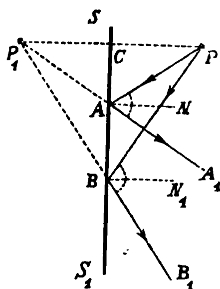


fig. 213.

Het punt P_1 is het toppunt van den kegel, die alle door den spiegel teruggekaatste stralen bevat, welke (van P uitgaande) in de pupil van een oog komen (§ 858).

Een *virtueel beeldpunt* [1]), dat steeds *achter* den spiegel ligt, wordt gevormd, als de stralen van een *vóór* den spiegel liggend lichtpunt *divergeerend* (uiteenloopend) op den spiegel vallen.

Door vlakke spiegels kunnen ook beelden ontstaan, waarin de stralen na terugkaatsing werkelijk vereenigd worden. Als namelijk stralen zooals A_1A, B_1B (b.v. door de werking eener lens) *convergeeren* (samenloopen) naar een punt P_1, dat *achter* den spiegel ligt (fig. 213), dan worden zij na terugkaatsing werkelijk vereenigd in P *vóór* den spiegel (men denke zich de pijlspitsen omgekeerd). In dit geval beschouwt men het *achter* den spiegel gelegen punt P_1, *waarheen de stralen convergeeren*, als *schijnvoorwerp*, *imaginair* of *virtueel voorwerp*; het *vóór* den spiegel gelegen punt P, waar de stralen werkelijk samenkomen, noemt men het *reëele beeld* van P_1. De plaats van een (reëel) voorwerp en van een reëel beeld is steeds *vóór* den spiegel, die van een virtueel beeld en een virtueel voorwerp steeds *achter* den spiegel. — Houdt men op de plaats, waar een reëel beeld gevormd wordt, een scherm, dan kan men het beeld op het scherm opvangen; bij een virtueel beeld is dat natuurlijk

[1]) Het beeld van een enkel lichtend punt (lichtpunt) zullen wij *beeldpunt* noemen.

niet mogelijk. — Uit de gelijk- en gelijkvormigheid der driehoeken zal men weêr gemakkelijk vinden, dat het reëele beeld even ver vóór den spiegel ligt, als het virtueele voorwerp achter den spiegel.

863. Om het virtueel beeld van een *voorwerp PQ* (fig. 214) te construeeren, laat men van elk punt van het voorwerp eene loodlijn op den spiegel neer en verlengt deze loodlijnen, zóo dat het achter den spiegel gelegen stuk gelijk is aan het vóór den spiegel gelegen stuk. Is het voorwerp eene rechte lijn, dan liggen de verschillende beeldpunten in de verbindingslijn van de beeldpunten P_1 en Q_1 der beide uiterste punten P en Q van het voorwerp. — Om den gang van den straal te vinden, die van een lichtend punt (P, Q) uitgaande, na terugkaatsing een oog O bereikt, heeft men den volgenden regel: *men zoekt eerst de plaats van het beeldpunt* (P_1, Q_1), *en verbindt dit punt met O; het snijpunt* (A, B) *van deze verbindingslijn en den spiegel verbindt men dan met het overeenkomstige punt* (P, Q) *van het voorwerp.* — Het beeld is *evengroot* als het voorwerp.

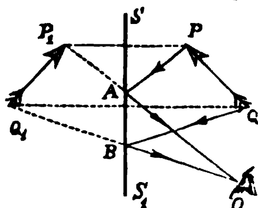


fig. 214.

Voorwerp en beeld zijn ten opzichte van den spiegel *symmetrisch* (symmetros = in maat overeenstemmend), niet *congruent.*

Het beeld der rechterhand heeft den vorm der linkerhand. — Spiegelschrift. Hetgeen in § 862 over de vorming van een reëel beeldpunt gezegd is, geldt ook voor het reëele beeld van een (virtueel) voorwerp.

864. Toepassingen. a) *Schaalverdeeling op spiegels* (bij barometers enz.) Het oog heeft bij het aflezen den juisten stand, d. i. de vizierlijn is loodrecht op de schaal gericht, als men het voorwerp (den meniscus) met zijn spiegelbeeld of met het spiegelbeeld van het oog ziet samenvallen.

b) *Heliostaat* (helios = zon, statos = gesteld, staand) noemt men een spiegel, die buiten een vertrek geplaatst, de zonnestralen gedurende langeren tijd in eene bepaalde (b.v. horizontale) richting in het vertrek werpt. Daar de zon van stand verandert, moet ook de stand van den spiegel voortdurend veranderen, hetgeen verkregen wordt òf door draaiing met de hand (door middel van schroeven en getande raderen) òf met behulp van een uurwerk.

c) *Heliotropen* (tropos = wending, draai) zijn kleine spiegeltjes, waardoor men de zonnestralen in eene bepaalde richting kan laten terugkaatsen, zóo dat op grooten afstand de richting, waarin de

spiegel zich bevindt, kan waargenomen worden; men gebruikt zulke spiegels bij geodetische metingen, om eene vizierlijn te fixeeren. — Seinen geven met behulp van zulke spiegels.

d) De *goniometer* (fig. 211) kan dienen, om den hoek te meten, dien twee (spiegelende) zijvlakken van kristallen, glazen prisma's enz. met elkaar maken. Daartoe plaatst men het prisma zóo op het tafeltje T, dat de ribbe, waarin de zijvlakken samenkomen, loodrecht staat op het tafeltje, en geeft dan aan de alhidade A (en het tafeltje met het prisma) een stand, waarin een door eene der buizen (b.v. b) intredende lichtstraal door een der zijvlakken zóo teruggekaatst wordt, dat hij door *dezelfde* buis weer uittreedt. Daarna wordt de alhidade A gedraaid, totdat met het tweede zijvlak hetzelfde gebeurt, zoodat dit dus den vorigen stand van het eerste inneemt. De hoek, dien men de alhidade, het tafeltje en het prisma heeft moeten draaien, is blijkbaar de hoek, dien de loodlijnen, op de beide zijvlakken opgericht, met elkaar maken, of, m. a. w. het supplement van den standhoek der beide zijvlakken.

e) Een *draaiende spiegel* wordt bij verschillende metingen gebruikt. Draait een spiegel S_1 (fig. 215) om eene door het punt A gaande as, zóo dat hij uit den stand S_1 in den stand S_2 komt, dan zal het beeld van een lichtpunt P, dat zich bij den eersten stand in P_1 bevond, zich naar P_2 verplaatsen. Daar, zooals gemakkelijk te bewijzen, $PA = P_1A = P_2A$ is, verplaatst zich het beeld over een cirkelomtrek, waarvan A het middelpunt is, en waarop ook het voorwerp P ligt. Nu is $\angle P_1AP_2$ als hoek aan het middelpunt tweemaal zoo groot als de hoek P_1PP_2 aan den omtrek, die gelijk is aan hoek S_1AS_2. Draait dus de spiegel een hoek x, dan verplaatst zich het beeld over een boog, behoorende bij den hoek $2x$. Een voorbeeld van den draaienden spiegel hebben wij reeds leeren kennen in § 855; van andere voorbeelden zij hier slechts genoemd:

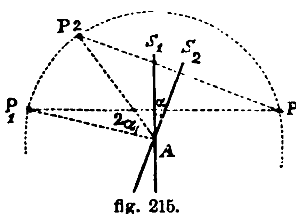


fig. 215.

f) De *spiegelaflezing* (Gauss, Poggendorff) dient om zeer kleine draaiingshoeken, b. v. afwijkingen van magneetnaalden, nauwkeurig te meten. Een verticaal spiegeltje S (fig. 215, a) is bevestigd aan de verticale draaiingsas van een magneet M (de figuur is van boven gezien). Eene verdeelde lat AB wordt op niet te kleinen afstand

van het spiegeltje horizontaal geplaatst, zóo dat de schaal naar het spiegeltje gekeerd is, en de loodlijn OC, in het midden van het spiegeltje opgericht, samenvalt met de loodlijn CO, in het midden der schaal op de lat opgericht. Door eene fijne spleet in het midden der lat (ter plaatse waar de deelstreep *nul* zich bevinden moest, laat men van eene achter de lat geplaatste lichtbron L een lichtstraal op het midden van het spiegeltje S vallen. Deze lichtstraal wordt weer naar de spleet teruggekaatst. Draait echter het spiegeltje een kleinen hoek x, zoodat het in den stand S' komt, dan wordt de lichtstraal naar een ander punt n der schaal teruggekaatst. Men bepaalt nu x uit de betrekking $tg\ 2x = \frac{Cn}{CO}$.

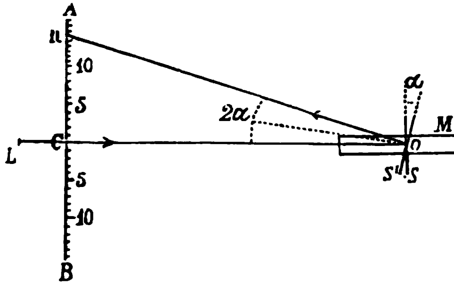


fig. 215, *a*.

Men kan ook onmiddellijk *boven* het midden C der schaal, die nu geen spleet heeft, een kijker plaatsen zóo dat men daardoor in het midden van het spiegeltje S het nulpunt der schaal ziet. Is het spiegeltje tot den stand S' gedraaid, dan ziet men door den kijker het punt n der schaal. De gang der lichtstralen heeft bij de *subjectieve* waarneming door den kijker de omgekeerde richting nOC van die bij de boven beschreven *objectieve* proef.

g) De *sextant*. Op een verdeelden cirkelsector, meestal een sector, die een hoek van 60° bevat (fig. 216), staat bij O een plaatje met vizieropening, bij S_1 een glasplaat, waarvan de onderste helft verfoelied is en dus een spiegel vormt, terwijl de bovenste helft doorschijnend is; en bij S_2 een spiegel, die om eene as A, welke door het middelpunt van den cirkel gaat, kan draaien. S_1 en S_2 staan loodrecht op het vlak van den sector. Als de beide spiegels evenwijdig zijn, staat eene met S_2 verbonden alhidade (in de figuur door een wijzer voor-

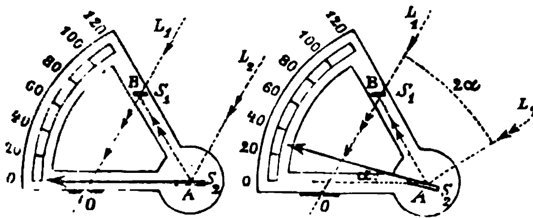


fig. 216.

gesteld) op het nulpunt der schaalverdeeling. Beschouwt men nu door O en het onbedekte deel van S_1 (in de richting OL_1) eene ster, dan neemt men in het vlak, dat door die ster loodrecht op het vlak van den cirkelsector gebracht wordt, ook in het bedekte deel van S_1 een beeld dier ster waar. Dit blijkt, als men op den met L_1 *evenwijdigen* straal L_2 de wet van terugkaatsing toepast. — Houdt men nu het vlak van den sector in het vlak, dat door het oog (O) en twee sterren gaat, die een boogafstand van $2x^0$ hebben, dan kan men de éénе ster in het onbedekte, en het beeld der andere in het bedekte deel van S_1 waarnemen (wederom in een vlak loodrecht op den sector), nadat men den spiegel S_2 een hoek x^0 uit den vorigen staat gedraaid heeft. In dezen stand nl zou een van O in de richting OB op den spiegel S_1 vallende straal den weg $OBAL_2$ beschrijven, dus een in de richting L_2A vallende straal den weg L_2ABO. Omgekeerd: wordt het vlak van den spiegel S_2 door een stand x^0 der alhidade aangewezen, als men twee sterren in S_1 op de beschreven wijze waarneemt, dan is de boogafstand dier sterren $2x^0$. Men gebruikt dezen toestel bij waarnemingen op zee, waar eene vaste opstelling van astronomische meetwerktuigen onmogelijk is.

Om bij het gebruik de vermenigvuldiging met 2 onnoodig te maken, heeft men op de schaalverdeeling niet de boogcijfers, maar de boogcijfers met 2 vermenigvuldigd aangebracht.

865. Als de van een lichtpunt uitgaande stralen een oog bereiken, nadat zij twee- of meermalen door twee verschillende spiegels teruggekaatst zijn, dan kan men den gang der stralen vinden, door elk in een der spiegels gevormd beeldpunt als (reëel) voorwerp ten opzichte van den anderen spiegel te beschouwen en den in § 863 gegeven regel toe te passen. Zonder omtrent de herhaalde terugkaatsing in bijzonderheden te treden, vermelden wij:

a) van een lichtend punt, dat zich tusschen twee evenwijdige spiegels bevindt, ziet een tusschen de spiegels geplaatst oog oneindig vele beelden, die gelegen zijn op de lijn, die uit het lichtende punt loodrecht op de spiegels getrokken kan worden.

b) van een lichtpunt, dat zich tusschen twee spiegels bevindt, die een hoek $= \frac{1}{n} \times 360^0$ met elkaar maken (hoekspiegels), ziet een tusschen die spiegels geplaatst oog $(n - 1)$ beelden, die gelegen zijn op den omtrek van een cirkel, waarvan het middelpunt op de snijlijn

der beide spiegelende vlakken ligt, en waarvan de straal gelijk is aan den afstand van het lichtpunt tot die snijlijn. — Kaleidoscoop.

Is n oneven, en ligt het lichtende punt niet in het vlak, dat den hoek middendoor deelt, dien de spiegels vormen, dan is het aantal beelden n.

c) als een lichtstraal door een van twee spiegels, die een hoek x met elkaar maken, en daarna door den anderen spiegel teruggekaatst wordt, dan is de hoek tusschen de richting van den op den eersten spiegel vallenden straal en den door den tweeden spiegel teruggekaatsten straal $= 2x$. Men bewijze dit.

d) een glasspiegel (die aan den achterkant verfoelied is) levert van een vóór den spiegel geplaatst lichtpunt een flauw beeld door spiegeling aan het voorste glasoppervlak en een krachtig beeld door spiegeling aan het metaaloppervlak. Hierbij komen nog vele andere beelden, die door herhaalde terugkaatsing binnen het glas aan beide oppervlakken ontstaan. Naarmate het aantal terugkaatsingen grooter wordt, neemt de lichtsterkte der beelden echter snel af. Feitelijk maakt men slechts gebruik van het beeld, dat door eene enkele terugkaatsing aan het metaaloppervlak ontstaat.

866. Dat de wet der terugkaatsing voor (donkere) warmtestralen dezelfde is als voor lichtstralen, toont men aan met behulp van een spiegel en een der in § 811 beschreven toestellen.

II. Sferische spiegels.

867. De terugkaatsing van het licht door een *gebogen* spiegel heeft volgens dezelfde wet plaats, als bij een vlakken spiegel, mits men als spiegelend vlak beschouwt het platte vlak, dat den gebogen spiegel in het invalspunt raakt, en als normaal de loodlijn in het invalspunt op dit raakvlak opgericht. Behalve in enkele bijzondere gevallen worden steeds *sferische* spiegels gebruikt, d. w. z. spiegels, die men verkrijgen zou door snijding van een bolvormig oppervlak door een plat vlak. Naarmate het spiegelende oppervlak de binnen- of de buitenkant van het bolopppervlak is, noemt men den spiegel *concaaf* (hol) of *convex* (bol).

Als een van een punt P uitgaande lichtstraal een gebogen spiegel in een punt J treft en naar een punt P_1 teruggekaatst wordt, dan zal een van P_1 in de richting P_1J op den spiegel vallende straal in de richting JP teruggekaatst worden. De invalshoek is dan de vroegere hoek van terugkaatsing en omgekeerd.

868. Wij zullen in het volgende slechts sferische spiegels beschouwen, waarvan de rand een cirkel is. Het punt van het spiegelende oppervlak, dat van alle randpunten even ver verwijderd is, noemt men het *midden* O van den spiegel (fig. 217); het middelpunt C van den bol, waarvan het spiegelend oppervlak deel uitmaakt, heet het *krommingsmiddelpunt*; de (onbegrensde) verbindingslijn van beide punten MN heet de *hoofdas* van den spiegel; de hoek, gevormd door de lijnen, die het krommingsmiddelpunt met twee tegenover elkaar gelegen randpunten verbinden, heet de *opening* van den spiegel. De opening der spiegels, die in de Natuurkunde gebruikt worden, is om eene reden, die straks zal blijken, zeer klein; zij blijft beneden 5^0.

Concave spiegels.

869. In fig. 217 zij het vlak van teekening een vlak door de hoofdas MN van een concaven spiegel gebracht, en AJ een lichtstraal, die in dit vlak *evenwijdig met de hoofdas* op den spiegel valt. De normaal, in het invalspunt J opgericht, is de *kromtestraal* r, d. i. de lijn JC, die het invalspunt met het krommingsmiddelpunt verbindt. Daar het vlak van teekening den invallenden straal AJ en de loodlijn JC bevat, moet het ook den teruggekaatsten straal bevatten; m. a. w. *de teruggekaatste straal moet de hoofdas snijden*. Dit snijpunt F vindt men, als men JF zóo trekt, dat de hoek van terugkaatsing CJF $(= \rho)$ gelijk aan den invalshoek AJC $(= \iota)$ wordt. [1])

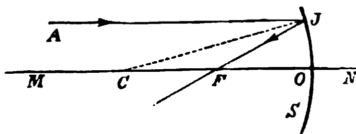


fig. 217.

De hoek ι is des te grooter, naarmate het invalspunt J dichter bij den rand van den spiegel ligt; de grootste waarde, die ι (in een punt van den rand) bereiken kan, is de helft der opening van den spiegel, dus $2^1/_2{}^0$ bij eene opening van 5^0. De lengte van den boog JO, die het invalspunt J met het midden des spiegels verbindt, uitgedrukt in de lengte van den kromtestraal, bedraagt dan 0,04363 r. Zonder belangrijke fout kunnen wij dezen boog beschouwen als eene *loodlijn*, *uit het invalspunt op de hoofdas neergelaten*; de loodlijn

[1]) Welke der beide gelijke hoeken in deze en de volgende figuren de invalshoek en welke de hoek van terugkaatsing is, vindt men gemakkelijk uit de richting der pijlspitsen. Duidelijkheidshalve zijn de letters ι en ρ in de figuren weggelaten.

nl. zou de lengte 0,04362 r hebben, terwijl de lijn, die het krommingsmiddelpunt C met het voetpunt der loodlijn verbindt (r cos $2^0{,}5$) nagenoeg gelijk is aan den kromtestraal, nl. 0,99905 r. De afstand van het voetpunt der bedoelde loodlijn tot het midden O des spiegels bedraagt dus 0,00095 r.

Wij kunnen dus de figuren JOC en JOF bij benadering beschouwen als rechthoekige driehoeken, waarin $\angle JOC$ *en* $\angle JOF = 90^0$ *zijn.*

Voor invalspunten, die dichter bij het midden der spiegels gelegen zijn dan een randpunt, wordt, hetgeen bij deze benadering verwaarloosd moet worden, nog geringer. [1])

Duiden wij de *kleinste* hoeken, die de kromtestraal JC en de teruggekaatste straal JF met de hoofdas maken ($\angle JCO$ en JFO) aan door $\overline{C}$ en $\overline{F}$, dan is

$$\iota = \overline{C},$$

$$\rho = \overline{F} - \overline{C};$$

daar $\iota = \rho$ is, wordt dus $\overline{C} = \overline{F} - \overline{C}$, of

$$2\,\overline{C} = \overline{F}.$$

Vervangen wij de kleine hoeken door hunne tangenten, dan wordt deze vergelijking

$$2 \text{ tg } \overline{C} = \text{tg } \overline{F},$$

of

$$2 \times \frac{JO}{CO} = \frac{JO}{FO};$$

dus

$$FO = \tfrac{1}{2}\ CO.$$

Deze betrekking geldt blijkbaar voor alle evenwijdig met de hoofdas invallende stralen. Het punt, waar een evenwijdig met de hoofdas invallende straal na terugkaatsing de hoofdas snijdt, is dus bij kleine opening *onafhankelijk van den invalshoek*, d. i. voor alle stralen hetzelfde. En daar dit voor elk door de hoofdas gebracht vlak geldt, zullen alle evenwijdig met de hoofdas op den spiegel vallende stralen door F teruggekaatst worden. Men noemt dit punt F *hoofdbrandpunt*; zijn afstand OF tot den spiegel, den *hoofdbrandpuntsafstand*, zullen wij door f aanduiden; dus is

$$f = \tfrac{1}{2}\ r.$$

Bij spiegels met groote opening, waarbij de boven bedoelde benaderingen niet meer toegepast kunnen worden, snijden de nabij den rand invallende stralen *(randstralen)* de hoofdas in een punt F_1, dat dichter bij den spiegel

---

[1]) Men merke op, dat in fig. 217 en in de volgende figuren de opening des spiegels (duidelijkheidshalve) veel te groot geteekend is.

ligt, dan het hoofdbrandpunt F, waar de teruggekaatste *centrale* (nabij het punt O invallende) stralen de hoofdas snijden. Zoo is b.v. voor een randstraal bij openingen van 10°, 15°, 20° enz. $OF_1 = 0{,}49809\,r$, $0{,}49568\ r$, $0{,}49229\ r$ enz.

Sferische aberratie (afdwaling wegens bolvormigheid). De afstand FF_1 heet *aberratie in lengte*. Plaatst men in het punt F een schermpje loodrecht op de hoofdas, dan verlichten evenwijdig met de hoofdas op den spiegel vallende stralen na terugkaatsing het scherm in een kleinen cirkel, waarvan de straal *aberratie in breedte* heet. — Brandlijn, brandoppervlak. — Door een *diaphragma* (scherm met eene centrale opening) houdt men zoo noodig de randstralen terug. Beter echter neemt men, om de sferische aberratie te vermijden, de opening des spiegels niet grooter dan 5°.

Proefondervindelijke bepaling van den hoofdbrandpuntsafstand door middel van een bundel zonnestralen, die men evenwijdig met de hoofdas op den spiegel laat vallen.

De woorden brandpunt enz. wijzen er reeds op, dat voor (donkere) warmtestralen de terugkaatsing door een hollen spiegel dezelfde is als voor lichtstralen. — Proef met *brandspiegels*.

870. Onderzoeken wij thans, hoe de terugkaatsing plaats heeft van stralen, die van een *op de hoofdas gelegen* lichtpunt V (fig. 218) *divergeerend* op den spiegel vallen. Uitgaande van dezelfde onderstellingen, die wij in § 869 gemaakt hebben, vinden wij, dat de teruggekaatste straal JB de hoofdas in een punt B snijdt, waarvan wij de ligging zullen bepalen. Duiden wij — en dit geldt ook voor de beschouwingen der volgende paragrafen — den invalshoek VJC aan door ι, den hoek van terugkaatsing BJC door ρ; verder de *kleinste* hoeken, die de invallende straal, de kromtestraal en de teruggekaatste straal met de hoofdas maken, dus de hoeken JVO, JCO en JBO, door $\overline{V}$, $\overline{C}$ en $\overline{B}$, dan is

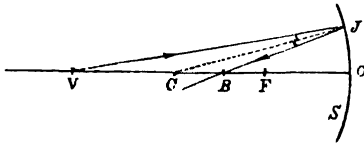


fig. 218.

$$\iota = \overline{C} - \overline{V},$$

$$\rho = \overline{B} - \overline{C};$$

dus
$$\overline{C} - \overline{V} = \overline{B} - \overline{C};$$

of
$$\overline{V} + \overline{B} = 2\,\overline{C}.$$

Vervangen wij de kleine hoeken $\overline{V}$, $\overline{B}$ en $\overline{C}$ door hunne tangenten. dan verkrijgen wij

$$\operatorname{tg}\overline{V} + \operatorname{tg}\overline{B} = 2 \times \operatorname{tg}\overline{C},$$

of
$$\frac{JO}{VO} + \frac{JO}{BO} = 2 \times \frac{JO}{CO};$$

dus
$$\frac{1}{VO} + \frac{1}{BO} = \frac{2}{CO}.$$

Noemen wij den afstand VO van V tot den spiegel v, en den afstand BO van B tot den spiegel b, dan kunnen wij deze vergelijking schrijven:

$$\frac{1}{v}+\frac{1}{b}=\frac{2}{r},$$

of (§ 869) $$\frac{1}{v}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}. \qquad 233$$

Deze vergelijking wijst de betrekking aan tusschen den afstand van het lichtpunt tot den spiegel, den afstand van het snijpunt B van den teruggekaatsten straal en de hoofdas tot den spiegel, en den hoofdbrandpuntafstand. — Daar in deze formule de invalshoek niet voorkomt, geldt zij voor alle van V uitgaande stralen, die den spiegel treffen; m. a. w. alle van V op den spiegel vallende stralen gaan na terugkaatsing door hetzelfde punt B. Volgens hetgeen in § 862 gezegd is, wordt in B een *reëel beeld* van V gevormd.

Men kan natuurlijk form. 233 ook in een anderen vorm schrijven, b.v. $\frac{1}{v}=\frac{1}{f}-\frac{1}{b}$, $\frac{1}{v}-\frac{1}{f}=-\frac{1}{b}$ enz. Later (§ 877) zal blijken, waarom wij voor de formule den boven aangegeven vorm kiezen. — Dezelfde opmerking geldt voor de volgende formules, die wij voor concave en convexe spiegels zullen afleiden.

871. Het ontstaan van een reëel beeldpunt vóór den spiegel is een gevolg van het *convergeeren* der teruggekaatste stralen. Dit zal plaats hebben, zoolang het lichtpunt V verder dan het hoofdbrandpunt F van den spiegel verwijderd is. Want laat men V van oneindigen afstand vóór den spiegel zich tot het hoofdbrandpunt F verplaatsen, dan vindt men door constructie van den teruggekaatsten straal, dat het beeldpunt B zich van F tot oneindigen afstand vóór den spiegel verplaatst. *In overeenstemming met de formule* wordt dus b grooter of kleiner, als v kleiner of grooter wordt. Hierbij zullen V en B elkander ontmoeten in het krommingsmiddelpunt, omdat stralen, die van C op den spiegel vallen, wederom naar C teruggekaatst worden. Dat van een lichtpunt in F op den spiegel vallende stralen evenwijdig met de hoofdas teruggekaatst worden, blijkt reeds uit fig. 217 (men denke zich de pijlspitsen in tegenovergestelde richting).

Men merke op, dat men de punten V en B (fig. 218) kan verwisselen, wat uit de figuur blijkt, als men zich de pijlspitsen in omgekeerde richting geplaatst denkt (§ 867). Daarom heeten de punten V en B elkanders *koppelbrandpunten*. Hetzelfde geldt ook voor alle volgende gevallen.

Voor elke plaats van het lichtpunt, tusschen oneindigen afstand vóór den spiegel en F, kan men zich dus van form. 233 bedienen, om de daarbij behoorende plaats van het reëele beeldpunt te vinden; voor $v = \infty$ geeft de formule $b = f$; voor $v = r = 2f$ wordt $b = 2f = r$; voor $v = f$ wordt $b = \infty$.

872. Zoodra echter het lichtpunt V tusschen F en den spiegel komt te liggen (fig. 219), *divergeeren* de teruggekaatste stralen. De in J teruggekaatste straal snijdt de hoofdas niet; achter den spiegel verlengd zou hij echter de hoofdas in B snijden. De ligging van B vinden wij op overeenkomstige wijze als in § 870:

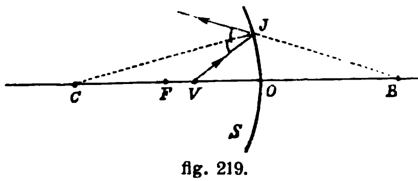


fig. 219.

$$\iota = \overline{V} - \overline{C},$$

$$\rho = \overline{B} + \overline{C},$$

$$\overline{V} - \overline{C} = \overline{B} + \overline{C},$$

$$\overline{V} - \overline{B} = 2\,\overline{C};$$

en vervolgens

$$tg\,\overline{V} - tg\,\overline{B} = 2\,tg\,\overline{C},$$

$$\frac{JO}{VO} - \frac{JO}{BO} = 2 \times \frac{JO}{CO};$$

$$\frac{1}{VO} - \frac{1}{BO} = \frac{2}{CO},$$

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{b} = \frac{2}{r},$$

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \qquad 234$$

Ten opzichte van den vorm, waarin wij in dit geval de betrekking tusschen v, b en f schrijven, zie de opmerking aan het slot van § 870.

Daar in deze formule de invalshoek niet voorkomt, geldt zij voor alle van V uitgaande stralen, die den spiegel treffen; m. a. w. alle van V op den spiegel invallende stralen worden zóó teruggekaatst, alsof zij van het achter den spiegel gelegen punt B kwamen. Volgens hetgeen in § 862 gezegd is, noemen wij B het *virtueele beeld* van V.

Voor elke plaats van het lichtpunt tusschen F en den spiegel kan men zich van form. 234 bedienen, om de daarbij behoorende plaats van het virtueele beeld te vinden; voor $v = f$ geeft de formule $b = \infty$; voor $v =$ nul wordt ook $b =$ nul. — Op het oogenblik, dat een tot den spiegel naderend lichtpunt door F gaat, verspringt dus

het beeldpunt plotseling van oneindigen afstand vóór den spiegel tot oneindigen afstand achter den spiegel. Bij verdere verplaatsing van V tot aan den spiegel verplaatst zich het virtueele beeld van oneindigen afstand achter den spiegel tot den spiegel.

873. Nog een derde geval is mogelijk, namelijk dat stralen (b.v. door de werking eener lens) *convergeeren* naar een achter den spiegel op de hoofdas gelegen punt. Volgens § 862 beschouwen wij dit punt V (fig. 220) als *virtueel voorwerp* en onderzoeken nu, of daarvan een beeld gevormd wordt. Zulk een in J invallende straal snijdt na terugkaatsing de hoofdas in B *vóór* den spiegel. De ligging van B vindt men wederom op dezelfde wijze als in § 872:

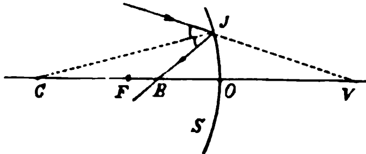


fig. 220.

$$\iota = \overline{V} + \overline{C},$$
$$\rho = \overline{B} - \overline{C},$$
$$\overline{V} + \overline{C} = \overline{B} - \overline{C},$$
$$\overline{V} - \overline{B} = -2\,\overline{C}.$$

De hieruit af te leiden betrekking tusschen v, b en f schrijven wij in den vorm

$$-\frac{1}{v} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \qquad 235$$

Ook deze formule geldt wederom voor alle naar V convergeerende stralen en voor elke plaats van V achter den spiegel. Het gevormde beeld is *reëel.*

Voor elke plaats van het virtueele lichtpunt achter den spiegel kan men zich dus van form. 235 bedienen, om de daarbij behoorende plaats van het reëele beeldpunt te vinden; voor $v =$ nul wordt $b =$ nul; voor $v = \infty$ wordt $b = f$. Laten wij het punt V zich van den spiegel tot oneindigen afstand achter den spiegel verplaatsen, dan verplaatst zich het reëele beeld van den spiegel tot het hoofdbrandpunt.

Men merke op: verandert men in een der fig. 219 en 220 de richting der stralen in de tegenovergestelde (omkeering der pijlspitsen), dan verwisselen ook de punten V en B van plaats, en men verkrijgt de andere figuur.

874. Elke lijn CO_1 (fig. 221), die het krommingsmiddelpunt C met een willekeurig punt O_1 van den spiegel (behalve het midden O) verbindt, heet *bijas*. Stralen, die evenwijdig met eene bijas op den spiegel vallen, of die van een op de bijas gelegen lichtpunt uitgaan, gedragen zich ten opzichte van de bijas evenals de in

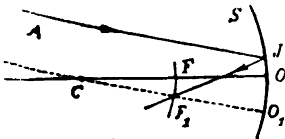


fig. 221.

§ 870—873 beschouwde stralen ten opzichte van de hoofdas, mits de opening van den spiegel zóó klein is, dat ook nu de richtingen van *alle* door den spiegel teruggekaatste stralen door hetzelfde punt (reëel of virtueel beeldpunt) gaan.

Ook voor de punten van den spiegel, die het verst van O_1 verwijderd zijn, moeten de vroeger (§ 869) aangenomen vervangingen nog kunnen toegepast worden.

Stralen, die evenwijdig met eene bijas invallen, worden teruggekaatst naar het *bijbrandpunt* F_1, dat men verkrijgt, als men op de bijas CF_1 gelijk aan CF maakt. Men kan hiervan gebruik maken, om voor een willekeurig invallenden straal AJ de richting JF_1 van den teruggekaatsten straal te vinden, zonder dat men den invalshoek behoeft af te passen.

Denkt men zich in fig. 221 de lijn JC getrokken, dan zou $\angle AJC = \angle CJF_1$ zijn.

875. Stralen, die van een buiten de hoofdas gelegen lichtpunt V op den spiegel vallen (fig. 221, *a* en 221, *b*) of naar een buiten de hoofdas gelegen virtueel lichtpunt V convergeeren (fig. 221, *c*), hebben na terugkaatsing een reëel of virtueel vereenigingspunt B, dat op de door V gaande bijas VCO_1 (fig. 221, *a*), CVO_1 (fig. 221, *b*) of CO_1V (fig. 221, *c*) gelegen is. Noemt men in deze figuren VO_1 en BO_1 wederom v en b, dan kan men uit de (bij O_1) rechthoekige driehoeken JO_1V, JO_1C en JO_1B de betrekking tusschen v, b en f op dezelfde wijze vinden, als dit in § 870, 872 en 873 gedaan is, waar de ligging van V op de hoofdas aangenomen was. Men kan de daar gegeven herleiding letterlijk volgen, als men slechts O door O_1 vervangt. Zoodoende vindt men voor:

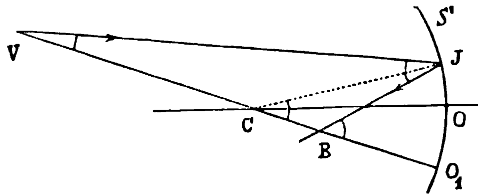


fig. 221, *a*.

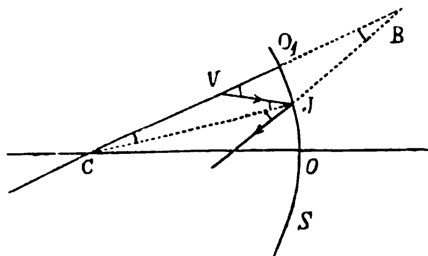


fig. 221, *b*.

1) fig. 221, *a* (V reëel; $v < f$; B reëel)

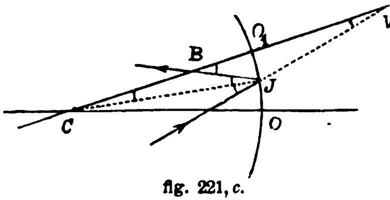


fig. 221, c.

$$\iota = \overline{C} - \overline{V},$$
$$\rho = \overline{B} - \overline{C},$$

en leidt daaruit op de bekende wijze af de betrekking

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \qquad 236$$

2) fig. 221, *b* (V reëel; $v < f$; B virtueel)

$$\iota = \overline{V} - \overline{C},$$
$$\rho = \overline{B} + \overline{C};$$
$$\frac{1}{v} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \qquad 237$$

3) fig. 221, *c* (V virtueel; B reëel)

$$\iota = \overline{V} + \overline{C},$$
$$\rho = \overline{B} - \overline{C};$$
$$-\frac{1}{v} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \qquad 238$$

876. De constructie van het beeldpunt van een lichtpunt V, *dat niet op de hoofdas* gelegen is, geschiedt als volgt. De straal, die in de richting der door V getrokken bijas op den spiegel valt (VCO_1, fig. 222; CVO_1, fig. 223; $CO_1(V)$, fig. 224, wordt in de tegenovergestelde richting O_1C teruggekaatst. Kent men nu nog de richting, waarin een andere van het punt V uitgaande of naar dit punt gerichte straal teruggekaatst wordt, dan heeft men in het snijpunt van dezen teruggekaatsten straal met de

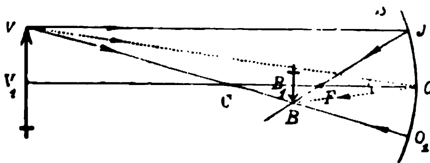


fig. 222.

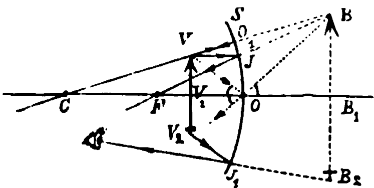


fig. 223.

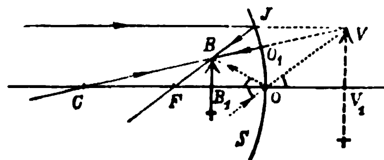


fig. 224.

bijas het beeldpunt B van V gevonden; immers alle van een punt (V, fig. 222 en 223) der bijas op den spiegel vallende of naar een

punt (V, fig. 224) der bijas gerichte stralen hebben volgens § 874 na terugkaatsing een gemeenschappelijk op de bijas gelegen snijpunt (B). Als tweeden straal gebruikt men den straal, die evenwijdig met de hoofdas op den spiegel valt (invalspunt J), en die door het hoofdbrandpunt F teruggekaatst wordt.

Even goed zou men als tweeden straal den straal kunnen nemen, die door het hoofdbrandpunt op den spiegel valt, en evenwijdig met de hoofdas teruggekaatst wordt.

Men denke zich in de fig. 222, 223 en 224 de lijn JC getrokken en trachte de in § 875 gevonden betrekkingen, form. 236, 237 en 238, nogmaals uit deze figuren af te leiden.

877. De verschillende bij eenen concaven spiegel voorkomende gevallen kunnen wij samenvatten in de formule

$$\pm\frac{1}{v}\pm\frac{1}{b}=\frac{1}{f}, \qquad 239$$

die den volgenden regel bevat: *de algebraïsche som van de omgekeerde waarden der afstanden van het lichtpunt en het beeldpunt tot den spiegel is gelijk aan de omgekeerde waarde van den hoofdbrandpuntsafstand; in de algebraïsche som zijn de teekens + of —, naarmate lichtpunt en beeldpunt reëel of virtueel zijn.*

In formule 239 zijn ook opgesloten de gevallen $v=\infty$ en $b=\infty$.

Is de plaats van een (reëel of virtueel) lichtpunt ten opzichte van een spiegel met bekenden brandpuntsafstand gegeven, dan behoeft men slechts na te gaan, of de teruggekaatste stralen convergeeren of divergeeren, om te weten of het lichtpunt reeel of virtueel is, en welke de formule is, die voor het geval geldt. Men kan echter, daar in form. 239 het teeken van $\frac{1}{v}$ bekend is, ook met behulp dezer formule het teeken van $\frac{1}{b}$ na inzetting der waarden van v en f vinden.

878. Wij zijn nu in staat het *beeld* van een *voorwerp* te construeeren, door voor elk lichtgevend punt van het voorwerp het beeldpunt te bepalen. Is het voorwerp eene meetkundige figuur, gelegen op het oppervlak van een bol, waarvan C het middelpunt is, dan is voor elk punt van het voorwerp de afstand tot den spiegel, gemeten op de bijas, even groot; bijgevolg zijn ook de afstanden van de verschillende op de bijassen gelegen beeldpunten tot den spiegel even groot; het *beeld* ligt dus op het oppervlak van een bol, waarvan C eveneens het middelpunt is. — Blijkbaar geldt deze beschouwing voor al de behandelde gevallen.

Is het voorwerp klein, dan kan men deze bolvormige oppervlakken bij benadering vervangen door platte vlakken, die door een der

lichtgevende punten van het voorwerp en door het daarbij behoorende beeldpunt loodrecht op de hoofdas gebracht kunnen worden. Dit geeft aanleiding tot eene benaderde constructie van het beeld van een *recht* voorwerp (pijl, die door de hoofdas rechthoekig middendoor gedeeld wordt). Men construeert de beeldpunten van de twee punten van het voorwerp, die het verst van de hoofdas verwijderd zijn; de verbindingslijn der gevonden punten geeft dan het beeld. Verg. fig. 222—224.

Bij het teekenen van figuren is het doelmatig eerst door berekening van b het vlak (loodrecht op de hoofdas) te bepalen, waarin het beeld moet liggen. Men teekent dan juister, daar men zoodoende de ligging van het gemeenschappelijke punt kent van twee lijnen, die veelal een kleinen hoek met elkander maken. — Is de plaats van het beeld gegeven, dan geldt dezelfde opmerking voor de gevraagde plaats van het voorwerp.

Voor de constructie van den straal, die van een punt van het voorwerp uitgaande na terugkaatsing door den spiegel een vóór den spiegel geplaatst oog bereikt, geldt de regel van § 863. Een voorbeeld van deze constructie vindt men in fig. 223.

879. Uit de constructie blijkt nu terstond, of het beeld *reëel* of *virtueel* is (vóór of achter den spiegel ligt), of het ten opzichte van het voorwerp *recht* of *omgekeerd* is, en of het *vergroot* of *verkleind* is.

Het beeld is reëel, als het (reëel) voorwerp op een afstand, grooter dan f, vóór den spiegel ligt (fig. 222; form. 236), of als het (virtueel) voorwerp achter den spiegel ligt (fig. 224; form. 238). Het beeld is virtueel, als het (reëel) voorwerp op een afstand, kleiner dan f, vóór den spiegel ligt (fig. 223; form. 237). — Ligt het voorwerp op een afstand f vóór den spiegel, dan kan men zich het beeld als reëel op oneindigen afstand vóór of als virtueel op oneindigen afstand achter den spiegel voorstellen; men kan echter evengoed zeggen, dat dan geen beeld ontstaat. — Ligt het voorwerp in den spiegel (v = nul), dan valt het beeld met het voorwerp samen; men zou het voorwerp als reëel en het beeld als virtueel kunnen beschouwen of omgekeerd.

Het beeld is recht, als het (reëele) voorwerp op een afstand kleiner dan f vóór den spiegel ligt (fig. 223), of als het (virtueele) voorwerp achter den spiegel ligt (fig. 224). Het beeld is omgekeerd, als het (reëele) voorwerp op een afstand grooter dan f vóor den spiegel ligt (fig. 222).

Het beeld is vergroot, als het (reëele) voorwerp op een afstand kleiner dan $2f$ vóor den spiegel ligt (fig. 222, als men daarin V en B verwisselt en den gang der stralen omgekeerd denkt; en fig. 223). Het beeld is verkleind, als het (reëele) voorwerp verder dan $2f$ vóór den spiegel ligt (fig. 222), en als het (virtueele) voorwerp achter den spiegel ligt (fig. 224).

880. Door *vergrooting* verstaat men de verhouding van de lineaire afmetingen van beeld en voorwerp. Nemen wij de halve hoogten van beiden, dan is de vergrooting dus in alle gevallen $\Gamma = \frac{BB_1}{VV_1}$ (fig. 222,

223 en 224). Daar nu voorwerp en beeld uit het midden des spiegels onder gelijke hoeken gezien worden, dus gelijke *schijnbare grootte* hebben, vindt men voor de vergrooting uit $\triangle\ BB_1O$ en $\triangle\ VV_1O$

$$\Gamma = \frac{BB_1}{VV_1} = \frac{OB_1}{OV_1} = \frac{b}{v}.$$

Het beeld is vergroot of verkleind, naarmate de verhouding $\frac{b}{v}$ grooter of kleiner dan 1 is.

Ook voor het krommingsmiddelpunt C is de schijnbare grootte van het beeld gelijk aan die van het voorwerp. Uit dit feit zou men eveneens formules voor de vergrooting in de verschillende gevallen kunnen afleiden. Wij laten dit echter achterwege.

881. In fig. 225 duiden de cijfers I—IX plaatsen aan, die een reëel voorwerp (I—VII) of een virtueel voorwerp (VII—IX) ten opzichte van een concaven spiegel kan innemen; de cijfers 1—9 wijzen

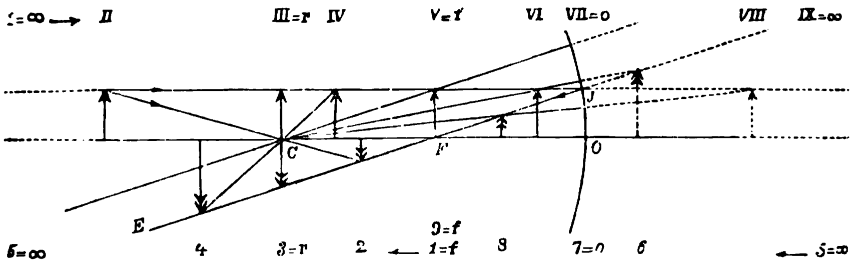


fig. 225.

de overeenkomstige plaatsen van het beeld aan. Het voorwerp is voorgesteld door een pijl met éene spits, het beeld door een pijl met twee spitsen; naarmate voorwerp en beeld reëel of virtueel zijn, zijn de pijlen getrokken of gestippeld.

Voor de constructie der beelden geldt: de met de hoofdas evenwijdige, (bij een reëel voorwerp) van de pijlspits uitgaande of (bij een virtueel voorwerp) naar de pijlspits gerichte straal wordt bij alle standen van het voorwerp in de richting JE teruggekaatst; het beeldpunt ligt dus daar, waar de bijas, getrokken door het lichtpunt, de lijn JE of haar verlengde snijdt. — Men denke zich de aanvankelijk met de hoofdas samenvallende bijas ($v = \infty$) in het vlak van teekening om C gedraaid en bepale voor de verschillende standen van V het snijpunt der bijas met de lijn JE.

Men vindt op deze wijze:

het beeld is *reëel* voor de standen van het voorwerp tusschen I en V en tusschen VII en IX, *virtueel* voor de standen tusschen V en VII; daar voor den stand V de bijas evenwijdig met JE loopt, verkrijgt men een reëel beeld op oneindigen afstand vóór, of een

virtueel beeld op oneindigen afstand achter den spiegel (§ 879);

het beeld is *omgekeerd* voor de standen van het voorwerp tusschen I en V, *recht* voor de standen tusschen V en IX; voor den stand V is het vóór den spiegel gelegen reëele beeld omgekeerd, het achter den spiegel gelegen virtueele beeld recht;

het beeld is *verkleind* voor de standen van het voorwerp tusschen I en III en tusschen VII en IX, *vergroot* voor de standen tusschen III en VII; bij de standen III en VII is het beeld evengroot als het voorwerp.

Uit het feit, dat de beelden der pijlspits voor alle standen van het voorwerp op de lijn *JF*, die het invalspunt met het hoofdbrandpunt verbindt, (of op haar verlengde) liggen, volgt terstond:

alle vóór het hoofdbrandpunt liggende beelden zijn omgekeerd; alle achter dit punt liggende zijn recht;

de tusschen het krommingsmiddelpunt en den spiegel liggende beelden zijn verkleind; de vóór het krommingsmiddelpunt en de achter den spiegel liggende zijn vergroot.

882. Zijn de afstanden der verschillende punten van een voorwerp tot den spiegel niet gelijk, dan vertoont het beeld eene *misvorming*, omdat de verhouding der afstanden van twee lichtpunten tot den spiegel niet dezelfde is als de verhouding van de afstanden hunner beeldpunten tot den spiegel.

Convexe spiegels.

883. Om de richting te vinden, waarin een *evenwijdig met de hoofdas* op een convexen spiegel invallende straal *AJ* (fig. 226) teruggekaatst wordt, trekt men door het krommingsmiddelpunt *C* en het invalspunt *J* de normaal en maakt den invalshoek gelijk aan den hoek van terugkaatsing. De teruggekaatste straal snijdt de hoofdas niet; verlengt men echter de lijn *JE* naar de achterzijde, dan vindt men een *snijpunt F achter den spiegel.* De ligging van *F* vindt men evenals in § 869, daar wij ook hier de figuren *JOC* en *JOF* bij kleine opening des spiegels als (bij *O*) rechthoekige driehoeken kunnen beschouwen. De in § 869 berekende waarden gelden bij een grootsten invalshoek van 2°,5 ook voor den convexen spiegel.

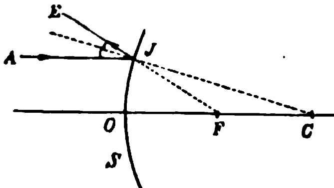


fig. 226.

Duiden wij wederom den invalshoek aan door ι, den hoek van terugkaatsing door ρ, verder de *kleinste* hoeken, die de verlenging van den teruggekaatsten straal en de kromtestraal JC met de hoofdas maken ($\angle JFO$ en $\angle JCO$) aan door $\overline{F}$ en $\overline{C}$, dan is

$$\iota = \overline{C},$$

$$\rho = \overline{F} - \overline{C};$$

dus

$$\overline{C} = \overline{F} - \overline{C}$$

of

$$2\,\overline{C} = \overline{F};$$

en als men de kleine hoeken door hunne tangenten vervangt,

$$2 \operatorname{tg} \overline{C} = \operatorname{tg} \overline{F},$$

of

$$2 \times \frac{JO}{CO} = \frac{JO}{FO};$$

$$FO = \tfrac{1}{2}\, CO.$$

Deze betrekking geldt wederom voor alle met de hoofdas evenwijdige stralen. De ligging van F is dus onafhankelijk van den invalshoek, d. w. z. het punt F is voor alle invallende stralen hetzelfde. Alle op den spiegel vallende stralen worden dus teruggekaatst, alsof zij van F kwamen. Men noemt dit punt daarom het *virtueele hoofdbrandpunt*; zijn afstand tot den spiegel, den *virtueelen hoofdbrandpuntsafstand*, door f aanduidende, heeft men dus

$$f = \tfrac{1}{2} r.$$

Men kan den hoofdbrandpuntsafstand bij een convexen spiegel door de volgende proef bepalen. Als men zonnestralen op den spiegel laat vallen door twee openingen, die zich op den onderlingen afstand van a cM in een scherm bevinden, dan is de hoofdbrandpuntsafstand gelijk aan den afstand, waarop men het scherm vóór den spiegel moet houden, om het door de teruggekaatste stralen te doen treffen in twee punten, waarvan de onderlinge afstand $2a$ cM is.

Ook bij convexe spiegels veroorzaken de randstralen aberratie (§ 869).

884. Een straal, die van een *op de hoofdas gelegen* lichtpunt V, *divergeerend* met de hoofdas, op den spiegel valt, wordt zóo teruggekaatst, dat het verlengde van den teruggekaatsten straal de hoofdas achter den spiegel in een punt B snijdt.

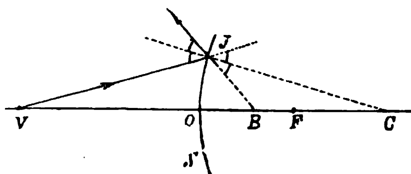


fig. 227.

De ligging van het punt B kunnen wij vinden door eene beschouwing, overeenkomende met die van § 870. Duiden wij wederom de *kleinste* hoeken, die de inval-

lende straal, het verlengde van den teruggekaatsten straal en de bij het invalspunt J behoorende kromtestraal met de hoofdas maken, dus de hoeken JVO, JBO en JCO, aan door $\overline{V}$, $\overline{B}$ en $\overline{C}$, dan is

$$\iota = \overline{V} + \overline{C},$$
$$\rho = \overline{B} - \overline{C},$$
$$\overline{V} + \overline{C} = \overline{B} - \overline{C};$$
$$\overline{V} - \overline{B} = -2\,\overline{C}.$$

Als de beide figuren JOB en JOC als (bij O) rechthoekige driehoeken kunnen beschouwd worden, dan geldt dit ook voor figuur JOV. Vervangen wij de hoeken in de laatste vergelijking door hunne tangenten, dan wordt

$$tg\,\overline{V} - tg\,\overline{B} = -2\,tg\,\overline{C},$$
$$\frac{JO}{VO} - \frac{JO}{BO} = -2 \times \frac{JO}{CO},$$
$$\frac{1}{VO} - \frac{1}{BO} = -\frac{2}{CO}.$$

Noemen wij ten slotte de afstanden van V en B tot den spiegel weer v en b, dan kunnen wij de betrekking tusschen v, b en f afleiden in den vorm

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}. \qquad 240$$

Daar in deze formule de invalshoek niet voorkomt, en zij dus voor alle stralen geldt, wordt in B een *virtueel beeld* van V gevormd. — Blijkbaar geldt deze beschouwing voor alle punten V, die vóór den spiegel liggen.

885. Stralen, die naar het hoofdbrandpunt F *convergeerend* op den spiegel vallen, worden evenwijdig met de hoofdas teruggekaatst; stralen, die *convergeeren naar een punt V der hoofdas*, dat achter den spiegel, maar *dichter dan F* bij den spiegel ligt, moeten dus na terugkaatsing *convergeeren* en de hoofdas in een punt B vóór den spiegel snijden (fig. 228); stralen, die *convergeeren naar een punt V der hoofdas*, dat achter den spiegel, maar *verder dan F* van den spiegel ligt, moeten na terugkaatsing *divergeeren*, zoodat zij de hoofdas niet vóór den spiegel snijden, maar wel, behoorlijk verlengd, achter den spiegel (fig. 229).

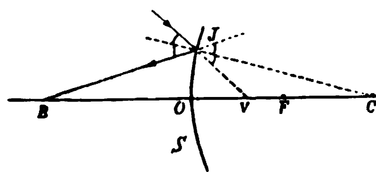


fig. 228.

M. a. w. ligt het *virtueel* lichtpunt op kleineren afstand dan f achter den spiegel, dan wordt een *reëel* beeldpunt (vóór den spiegel) gevormd; ligt het virtueel lichtpunt op grooteren afstand dan f achter den spiegel, dan ontstaat een *virtueel* beeldpunt (achter den spiegel).

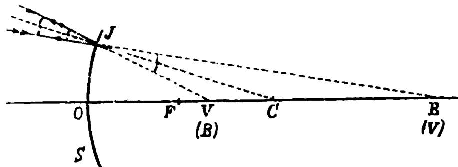


fig. 229.

In het eerste geval (fig. 228) is

$$\iota = \overline{V} - \overline{C},$$
$$\rho = \overline{B} + \overline{C};$$

waaruit men vindt:

$$-\frac{1}{v} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}. \qquad 241$$

In het tweede geval (fig. 229) kan v kleiner of grooter dan r zijn. Is $f < v < r$, dan zijn de formules (men lette op de enkele pijlspitsen)

$$\iota = \overline{V} - \overline{C},$$
$$\rho = \overline{C} - \overline{B};$$

waaruit men de betrekking afleidt

$$-\frac{1}{v} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}. \qquad 242$$

Is $v < r$, dan zijn de formules (men lette op de dubbele pijlspitsen, daar V en B nu van plaats verwisselen)

$$\iota = \overline{C} - \overline{B},$$
$$\rho = \overline{V} - \overline{C};$$

waaruit wederom de betrekking volgt

$$-\frac{1}{v} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}. \qquad 243$$

886. Hetgeen wij in § 874 en 875 van de bijassen bij concave spiegels gezegd hebben, geldt ook voor de *bijassen der convexe spiegels*. Het betoog is geheel hetzelfde, mits men in het oog houdt, dat stralen, die evenwijdig met eene bijas op den spiegel vallen, teruggekaatst worden niet *naar* het bijbrandpunt, maar zóo, alsof zij *van* het bijbrandpunt uitgingen (fig. 230).

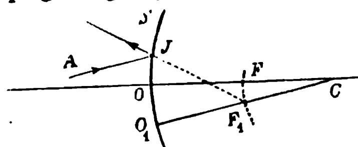


fig. 230.

887. Door eene analoge beschouwing als die, welke wij in § 875 voor concave spiegels gegeven hebben, blijkt dat ook het door convexe spiegels gevormde beeldpunt van een buiten de hoofdas gelegen lichtpunt op de bijas ligt, die door het lichtpunt gaat. Hier komen de in § 884 en 885 besproken gevallen weer geheel terug (form. 240 — 243). Het zal voldoende zijn, als wij het eerste geval (V reëel) door eene figuur (230, a) ophelderen [1]). De formules

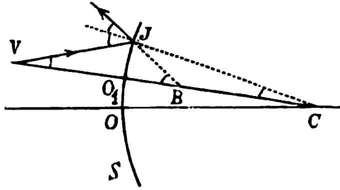


fig. 230, a.

$$\iota = \overline{V} + \overline{C},$$
$$\rho = \overline{B} - \overline{C},$$

geven de betrekking

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}. \qquad 244$$

die gelijk is aan form. 240. Is V virtueel en $v < f$, dan verkrijgt men (verg. form. 241)

$$-\frac{1}{v} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}. \qquad 245$$

Is V virtueel en $v > f$, dan is de betrekking gelijk aan form. 242 resp. 243, nl.

$$-\frac{1}{v} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}. \qquad 246$$

888. Bij de constructie der beeldpunten van *niet in de hoofdas*

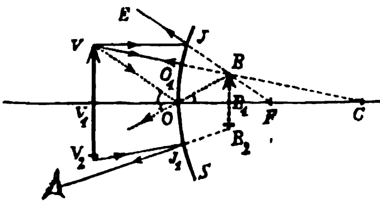


fig. 231.

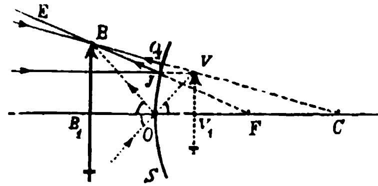


fig. 232.

gelegen lichtpunten (en van voorwerpen) bewijzen de bijassen overeenkomstige diensten als bij de concave spiegels (§ 876). Dit blijkt

[1]) Men vergelijke de overeenkomstige figuren 221, a, 221, b en 221, c voor concave spiegels.

gemakkelijk uit de beschouwing der figuren 231—234, waarvan het eerste voor een reëel, de andere voor een virtueel voorwerp gelden; het virtueel voorwerp ligt bij fig. 232 tusschen O en F, bij fig. 233 tusschen F en C, bij fig. 234 tusschen C en ∞.

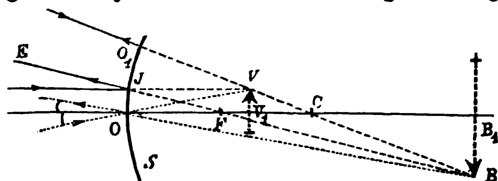


fig. 233.

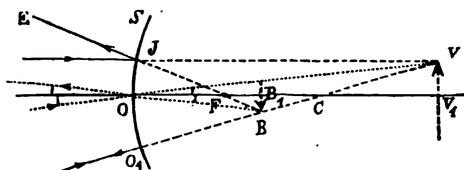


fig. 234.

Men denke zich in de figuren 231—234 de lijn JC getrokken en trachte de in de form. 244, 245 en 246 uitgedrukte betrekkingen nogmaals uit deze figuren af te leiden.

889. De verschillende bij een convexen spiegel voorkomende gevallen kunnen wij samenvatten in de formule

$$\pm \frac{1}{v} \pm \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}, \qquad 247$$

die den volgenden regel bevat: *de algebraïsche som van de omgekeerde waarden der afstanden van een voorwerp en zijn beeld tot den spiegel is gelijk aan de negatieve omgekeerde waarde van den hoofdbrandpuntsafstand*; *in de algebraïsche som zijn de teekens* $+$ *of* $-$, *naarmate voorwerp en beeld reëel of virtueel zijn.*

In form. 247 zijn ook begrepen de gevallen $v = \infty$ en $b = \infty$.
De opmerking aan het slot van § 877 geldt ook bij de toepassing van form. 247.

890. De beschouwing van § 878 voor de *constructie der beelden van voorwerpen* is onmiddelijk van toepassing op convexe spiegels, zooals men met behulp der fig. 231—234 gemakkelijk zal vinden. Uit de constructie blijkt dan, of het beeld *reëel* of *virtueel*, *recht* of *omgekeerd*, *vergroot* of *verkleind* is.

Het beeld is reëel als het (virtueele) voorwerp op een afstand kleiner dan f achter den spiegel ligt (fig. 232; form. 245); in alle andere gevallen is het beeld virtueel. — Ligt het (virtueele) voorwerp op een afstand f achter den spiegel, dan kan men zich het beeld als reëel op oneindigen afstand vóór den spiegel of als virtueel op oneindigen afstand achter den spiegel voorstellen; men kan echter even goed zeggen, dat dan geen beeld ontstaat. — Ligt het voorwerp in den spiegel (v = nul), dan valt het

beeld met het voorwerp samen; men zou het voorwerp als reëel en het beeld als virtueel kunnen beschouwen of omgekeerd.

Het beeld is recht, als het (reëele) voorwerp vóór den spiegel ligt (fig. 231) en als het (virtueele) voorwerp op een afstand kleiner dan f achter den spiegel ligt (fig. 232); het is omgekeerd, als het (virtueele) voorwerp verder dan f achter den spiegel ligt (fig. 233 en 234).

Het beeld is verkleind als het (reëele) voorwerp vóór den spiegel ligt (fig. 231) en als het (virtueele) voorwerp verder dan $2f$ achter den spiegel ligt (fig. 224); het is vergroot, als het (virtueele) voorwerp op een afstand kleiner dan $2f$ achter den spiegel ligt (fig. 232 en 233).

Voor de constructie van den straal, die van een punt van het voorwerp uitgaande na terugkaatsing door den spiegel een vóór den spiegel geplaatst oog bereikt, geldt de regel van § 863. Een voorbeeld vindt men in fig. 231.

891. De *vergrooting* bij convexe spiegels vindt men, zooals in § 880, door gebruik te maken van het feit, dat een in O geplaatst oog voorwerp en beeld onder gelijke hoeken zou zien. Dit geldt voor alle gevallen (fig. 231—234). De vergrooting is dus:

$$\Gamma = \frac{BB_1}{VV_1} = \frac{OB_1}{OV_1} = \frac{b}{v}.$$

Men zie de opmerkingen aan het slot van § 880.

892. In fig. 235 duiden de cijfers I—IX plaatsen aan, die een reëel (I—III) of een virtueel (III—IX) voorwerp (pijl met éène spits) ten opzichte van een convexen spiegel kan innemen. De cijfers 1—9

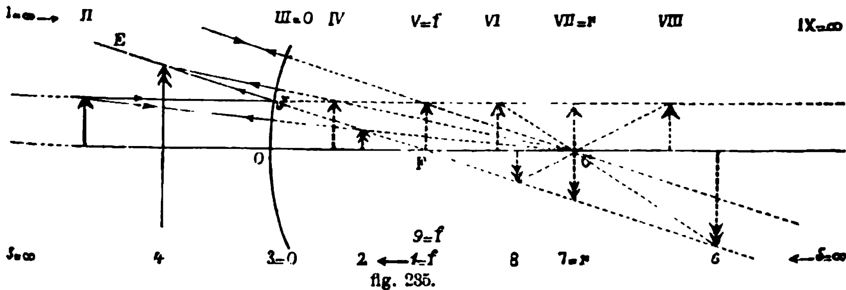


fig. 235.

wijzen de overeenkomstige plaatsen van het beeld (pijl met twee spitsen) aan. De pijlen zijn getrokken of gestippeld, naarmate voorwerp en beeld reëel of virtueel zijn. Uit de figuur blijkt direct, of het beeld recht of omgekeerd, vergroot of verkleind is.

De opmerking over de constructie der beelden in § 881 geldt ook hier.

Het beeld is *virtueel* voor de standen van het voorwerp tusschen I en III en tusschen V en IX, *reëel* voor de standen tusschen

III en V; daar voor den stand V de bijas evenwijdig met JE loopt, verkrijgt men een reëel beeld op oneindigen afstand vóór of een virtueel beeld op oneindigen afstand achter den spiegel;

het beeld is *recht* voor de standen van het voorwerp tusschen I en V; omgekeerd voor de standen tusschen V en IX; voor den stand V is het vóór den spiegel gelegen reëele beeld recht, het achter den spiegel gelegen virtueele beeld omgekeerd;

het beeld is *verkleind* voor de standen van het voorwerp tusschen I en III en tusschen VII en IX, *vergroot* voor de standen tusschen III en VII; bij de standen III en VII is het beeld evengroot als het voorwerp.

Daar ook hier, evenals in fig. 225, de beelden der pijlspits voor alle standen van het voorwerp op de lijn JF (of haar verlengde) liggen, volgt:

alle vóór het hoofdbrandpunt liggende beelden zijn recht; alle achter dit punt liggende zijn omgekeerd;

de tusschen den spiegel en het krommingsmiddelpunt liggende beelden zijn verkleind; de vóór den spiegel en de achter het krommingsmiddelpunt liggende zijn vergroot.

893. Ook bij convexe spiegels zijn de beelden misvormd om dezelfde reden als bij de concave spiegels (§ 882).

894. Noemt men in tegenstelling met het *achter* een convexen spiegel gelegen *virtueele* hoofdbrandpunt dat van een concaven spiegel *reëel*, dan kan men voor de betrekking tusschen de afstanden van voorwerp, beeld en hoofdbrandpunt tot den spiegel de algemeene formule

$$\pm \frac{1}{v} \pm \frac{1}{b} = \pm \frac{1}{f} \qquad 248$$

opstellen, die voor *alle sferische spiegels* geldt en den volgenden regel bevat: *de betrekking tusschen de afstanden van een voorwerp en zijn beeld tot een spiegel en den hoofdbrandpuntsafstand wordt door eene vergelijking uitgedrukt, waarin het eene lid bestaat uit de omgekeerde waarden van de afstanden van het voorwerp en van het beeld tot den spiegel, het andere lid uit de omgekeerde waarde van den hoofdbrandpuntsafstand; de teekens der termen zijn + of —, naarmate voorwerp, beeld en brandpunt reëel of virtueel zijn.*

---

895. In sommige gevallen werken twee sferische spiegels tot de vorming van een beeld mede. De spiegelende vlakken zijn naar elkander toegekeerd; de hoofdassen vallen samen. Om het beeld te

construeeren, dat ontstaat nadat de van een voorwerp uitgaande stralen eerst door den eenen (eersten) en daarna door den anderen spiegel teruggekaatst zijn, geldt de regel: *men construeert eerst het door den eersten spiegel gevormde beeld, alsof de tweede spiegel niet aanwezig was; dit eerste beeld dient dan voor den tweeden spiegel als (reëel of virtueel) voorwerp, waarvan men wederom het door den tweeden spiegel gevormde beeld construeert, alsof de eerste spiegel niet aanwezig was.* De vergrooting is het product der vergrootingen door den eersten en door den tweeden spiegel, dus $\frac{b_1}{v_1} \times \frac{b_2}{v_2}$.

Men vergisse zich niet met de uitdrukkingen »vóór" en »achter" den spiegel. — Als voorbeeld diene fig. 236. De eerste spiegel S_1 is concaaf, de tweede S_2 convex; V_1 is het voorwerp, waarvan door den eersten spiegel het reëele beeld B_1 gevormd zou worden, indien de tweede spiegel niet aanwezig was. Dit dient als virtueel voorwerp V_2 voor den tweeden spiegel; het tweede beeld B_2 is reëel. (Duidelijkheidshalve is bij de constructie van het tweede beeld gebruik gemaakt van de basis van den pijl (V_2)). — Het eerste beeld is omgekeerd; het tweede is recht ten opzichte van het eerste, dus omgekeerd ten opzichte van het voorwerp. — Om den gang van den straal te vinden, die van een punt van het voorwerp uitgaande een oog bereikt, past men eerst voor den tweeden en daarna voor den eersten spiegel den regel van § 863 toe. Voor het punt V_1 is deze straal door dubbele pijlspitsen aangewezen. In den stand, dien het oog in de figuur inneemt, kan het slechts een deel van het beeld waarnemen.

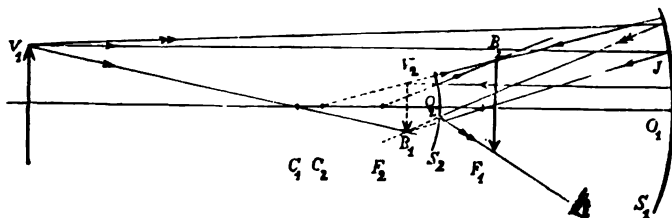


fig. 236.

Nog wijzen wij er op, dat de stralen, loopende in de richting der (meetkundige) lijnen, waardoor de plaats van een beeldpunt bepaald wordt (stralen, evenwijdig met de hoofdas, en stralen, die met eene bijas samenvallen), niet noodzakelijk tot de beeldvorming behoeven mede te werken; het is immers mogelijk, dat een spiegel daarvoor te klein is, of dat deze stralen door den anderen spiegel onderschept worden. Het beeldpunt wordt op de gevonden plaats gevormd door die stralen, die werkelijk door *beide* spiegels teruggekaatst worden.

896. Dat de (donkere) warmtestralen door sferische spiegels volgens dezelfde wetten teruggekaatst worden als de lichtstralen, kan men aantoonen, door eene warmtebron op de plaats van het lichtend punt, en een [der in § 811 genoemde toestellen op de plaats van het beeld te brengen.

HOOFDSTUK III.

Breking van het licht.

I. Verklaring der breking. Brekingsaanwijzer.

897. Als men in eene donkere kamer een zonnestraal schuin op de oppervlakte van water laat vallen, dat men door het inroeren van eene geringe hoeveelheid krijtpoeder eenigszins troebel gemaakt heeft, dan neemt men waar, dat een gedeelte van het licht teruggekaatst wordt, terwijl een ander gedeelte uit de lucht in het water overgaat en daarbij in de grenslaag plotseling van richting verandert. Dit laatstgenoemde verschijnsel, *breking* (*refractie*) van het licht genoemd, doet zich bij elke twee doorschijnende middelstoffen voor (verg. § 908).

Het krijtpoeder is noodig, om den gang van den lichtstraal door het water te kunnen waarnemen (diffuse terugkaatsing aan de zwevende krijtdeeltjes).

Giet men water in een bak, op welks bodem een muntstuk ligt, dan schijnt, door het oppervlak van het water gezien, het muntstuk hooger te liggen; de richting, waarin wij het zien, is niet de verbindingslijn van ons oog en het muntstuk. — Een rechte staaf, gedeeltelijk onder water gehouden, schijnt gebroken.

898. De *wetten van breking*, gevonden door Snellius (1591—1626), luiden:

a) *de invallende straal* (straal in de eerste middelstof), *de loodlijn in het invalspunt op het grensvlak opgericht, en de gebroken straal* (straal in de tweede middelstof) *liggen in één plat vlak;*

b) *de verhouding der sinussen van den invalshoek* (hoek, dien de invallende straal met de loodlijn maakt) *en van den brekingshoek* (hoek, dien de gebroken straal met de loodlijn maakt) *is voor dezelfde twee middelstoffen een standvastig getal:*

$$\frac{\sin i}{\sin \rho} = n.$$

Het getal *n*, dat dus afhankelijk is van de soort der beide middelstoffen, heet *brekingsaanwijzer*, *-index*, *-exponent.* [1])

899. Voor den overgang van een lichtstraal uit lucht in water of eene andere vloeistof bewijst men deze wet proefondervindelijk met behulp van een glazen vat V (fig. 327), dat den vorm van een halven cilinder heeft, en dat tot aan den rand met (eenigszins troebel) water gevuld is. Loodrecht op de cilinderas is een verdeelde cirkel aangebracht, welks middelpunt in die as ligt; deze is tevens de draaiingsas van twee achter het vat geplaatste alhidaden A_1 en A_2. Elke alhidade draagt een plaatje P_1, P_2, met nauwe vizieropening; het verticale vlak, door deze vizieropeningen gebracht, staat in het middelpunt J der (rechthoekige) wateroppervlakte loodrecht op de cilinderas. Verder heeft de ééne alhidade een beweegbaar spiegeltje S, dat zóo geplaatst wordt, dat een op S vallende straal door de vizieropening dezer alhidade naar het middelpunt J der wateroppervlakte teruggekaatst wordt. Men geeft nu aan de andere alhidade een stand, die samenvalt met de richting van den *gebroken* straal. De stand der eerste alhidade wijst dan op den verdeelden cirkel den invalshoek P_1JE, de stand der tweede alhidade den brekingshoek P_2JF aan; het blijkt, dat de waarden van beide steeds aan form. 249 voldoen, waarin n ongeveer $^4/_3$ is.

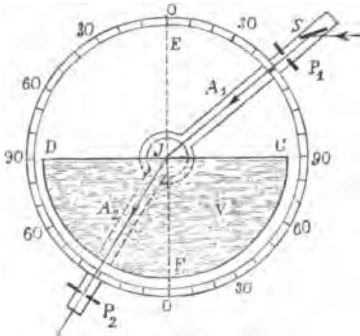


fig. 237.

900. Na verwisseling van de standen der beide alhidaden kan dezeldfe toestel dienen, om den gang van een straal waar te nemen, die uit *water in lucht* overgaat. Maakt men hierbij den invalshoek (in water) gelijk aan een der bij de vorige proef gevonden brekingshoeken, dan blijkt de brekingshoek (in lucht) gelijk aan den bij dezelfde proef gebruikten invalshoek te zijn; m. a. w. de brekingsaanwijzer bij den overgang van licht uit water in lucht is gelijk aan de omgekeerde waarde ($^3/_4$) van den brekingsaanwijzer bij den tegenovergestelden overgang.

---

[1]) Bij de behandeling der breking laten wij voorloopig buiten beschouwing het feit, dat de brekingsaanwijzer van de kleur van het licht afhankelijk is (hoofdstuk IV). Hetgeen wij hier brekingsaanwijzer noemen, beschouwe men dus als eene gemiddelde waarde, of men stelle zich voor, dat men met licht van een bepaalde kleur (monochromatisch licht) te doen heeft.

Later zullen wij methoden leeren kennen, waardoor de brekingsaanwijzer nauwkeuriger kan bepaald worden (§ 920). Ook zal blijken, dat de omkeering der waarde van den brekingsaanwijzer bij omkeering der richting van den lichtstraal algemeen geldt (§ 912).

Voorloopig vermelden wij nog, dat de brekingsaanwijzer voor den overgang van licht uit lucht in glas ongeveer $^3/_2$ is.

901. Is de brekingsaanwijzer grooter dan 1, dan is de invalshoek grooter dan de brekingshoek; de straal wordt *naar de normaal toe* gebroken. Men noemt dan de tweede stof sterker brekend of *optisch dichter* dan de eerste. Eene stof, die optisch dichter is dan eene andere, is niet altijd ook soortelijk dichter.

Water en glas zijn optisch dichter dan lucht. Alcohol en benzol zijn optisch dichter, maar soortelijk minder dicht dan water.

Men ga na, waarom eene schuin in water geplaatste staaf zich naar de oppervlakte van het water gebroken moet vertoonen.

902. Men construeert den bij een bepaalden invalshoek ι behoorenden brekingshoek ρ als volgt. Op het grensvlak CD (fig. 238) richt men in het invalspunt J de normaal EJF op en maakt $\angle AJE = \iota$. Wij nemen aan, dat de lichtstraal uit lucht in glas overgaat; dan is de brekingsaanwijzer $^3/_2$. Men beschrijft uit J als middelpunt een cirkel, trekt AG loodrecht op EF, deelt de lijn AG in drie gelijke deelen, verlengt ze met twee van die deelen (GH) en trekt door H eene lijn HB evenwijdig met de normaal EF. Het snijpunt B van deze lijn en den cirkelomtrek verbindt men met J; dan stelt JB den gebroken straal voor. Immers $\sin \iota : \sin \rho = 3 : 2$.

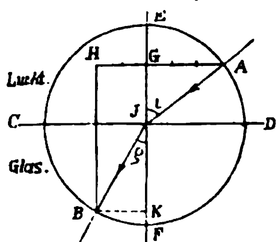


fig. 238.

903. Snellius construeerde den brekingshoek op andere wijze. Uit het invalspunt J (fig. 239) als middelpunt beschreef hij twee cirkels, waarvan de stralen R en r zich verhouden als teller en noemer van den brekingsaanwijzer, zoodat $\frac{R}{r} = n$. Als de lichtstraal uit lucht in glas overgaat, is $\frac{R}{r} = n = \frac{3}{2}$. EF is de normaal in J op het grensvlak CD opgericht, AJ de

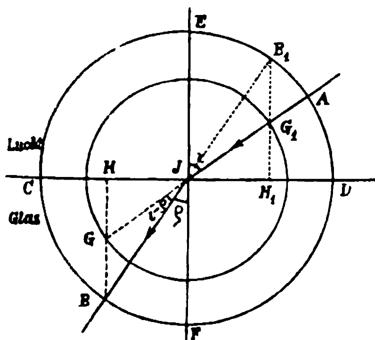


fig. 239.

invallende straal, $\angle AJE = \iota$. Men trekt de lijn AJ door, totdat zij den omtrek van den cirkel, welks straal evenredig is *met den noemer van n* (d. i. hier de kleinere cirkel) in G snijdt, trekt HB door G evenwijdig met de normaal EF, en verbindt J met het snijpunt B van HB en den omtrek van den (grooteren) cirkel, welks straal evenredig is *met den teller van n*. Dan is $\angle BJF$ de brekingshoek ρ. Want

$$\sin \iota = \sin JGH = \frac{HJ}{JG} = \frac{HJ}{r};$$

$$\sin \rho = \sin JBH = \frac{HJ}{JB} = \frac{HJ}{R};$$

$$\frac{\sin \iota}{\sin \rho} = \frac{R}{r} = n.$$

Als een lichtstraal uit glas in lucht overgaat (richting van B naar J, invalshoek $= BJF$, $n = {}^2/_3$), dan moet de lijn BJ doorgetrokken worden, totdat zij den omtrek van den *grooteren* cirkel in B_1 snijdt. De lijn B_1H_1 (evenwijdig met EF) snijdt den omtrek van den *kleineren* cirkel in G_1. De lijn JG_1 wijst den gebroken straal aan.

904. De constructie van Snellius geeft een goed overzicht van de verandering, die de brekingshoek (in glas) ondergaat door verandering van den invalshoek (in lucht). Voert men deze constructie uit voor invalshoeken van 10°, 20° enz. tot 90°, dan ziet men uit de verschillende vormen, die driehoek GJB aanneemt, dat de brekingshoek niet evenredig met den invalshoek verandert. Laat men den invalshoek telkens met gelijke stukken toenemen, dan wordt de toename van den brekingshoek des te geringer, naarmate de invalshoek reeds grooter was. — De afwijking ($\iota - \rho$), die een lichtstraal door de breking ondergaat, is des te grooter, naarmate de invalshoek grooter is.

Men kan dit ook door berekening van ρ uit form. 249 vinden.

905 Evenzoo blijkt, dat voor ι = nul ook ρ = nul wordt, dat dus *een loodrecht invallende straal ongebroken in de tweede stof overgaat.* — De grootste waarde, die ι kan hebben, is 90°; in dit geval heeft ook ρ eene maximumwaarde bereikt, die gevonden wordt uit de vergelijking

$$\sin \rho = \frac{\sin \iota}{n} = \frac{1}{n}. \qquad 250$$

Deze waarde van ρ heet de *grenshoek*. Voor licht, dat uit lucht in water resp. in glas overgaat, is de grenshoek ongeveer 48,5° resp. 42°.

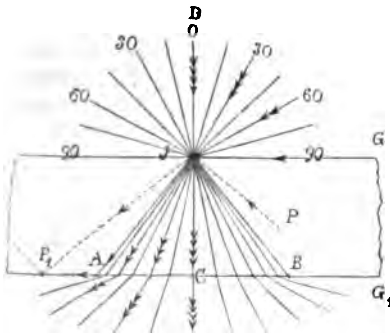


fig. 240.

In fig. 240 stelt GG_1 eene glazen plaat voor, waarvan het oppervlak overal ondoorschijnend is gemaakt behalve in een enkel punt J. Stralen, die uit alle punten der omgeving op dit punt vallen, zullen in het glas binnen eene ruimte blijven, die den vorm heeft van een rechten kegel AJB; de as JC van dezen kegel is de normaal, in het invalspunt op het oppervlak opgericht; de halve tophoek AJC is de grenshoek (42°). Buiten dezen kegel kunnen geene stralen komen.

906. Omgekeerd kunnen door het punt J slechts stralen uit het glas in de lucht treden, die afkomstig zijn van een binnen den kegel AJB gelegen punt (§ 900); want een straal, die van een buiten den kegel gelegen punt P naar J gericht is, heeft den invalshoek PJC, die grooter is dan de grenshoek BJC. Er kan echter geene waarde voor den hoek ρ (in de lucht) opgegeven worden, die in dit geval voldoet aan de vergelijking $\sin PJC = {}^2/_3 \sin \rho$; immers hieruit zou volgen $\sin \rho = {}^3/_2 \sin PJC$, en daar $\sin PJC$ grooter is dan de sinus (${}^2/_3$) van den grenshoek, zou $\sin \rho > 1$ zijn. De straal PJ kan dus niet in de lucht overgaan; hij wordt in de richting JP_1 *totaal teruggekaatst.*

Neemt men aan, dat J (fig. 240) een lichtend punt is, waarvan stralen in het glas treden, dan kunnen door het oppervlak G_1 slechts zulke stralen uittreden, die het oppervlak binnen den door AB aangewezen cirkel treffen.

Als men bij de in § 900 beschreven proef den invalshoek P_2JF (in water) grooter maakt dan de waarde van den grenshoek bedraagt, neemt men totale terugkaatsing aan den waterspiegel waar.

Als bij de constructie van Snellius (§ 903, kleine letters) de invalshoek BJF (in glas) de waarde van den grenshoek overtreft, snijdt de door B_1 evenwijdig met EF getrokken lijn B_1H_1 den kleinen cirkel niet.

907. *Totale terugkaatsing* heeft dus plaats, als een lichtstraal uit een optisch dichtere stof zoo op het grensvlak tusschen deze en eene optisch minder dichte stof invalt, dat de invalshoek grooter is dan de grenshoek.

Het verschil tusschen de gewone terugkaatsing en de totale terugkaatsing bestaat hierin, dat in het eerste geval niet al het licht teruggekaatst wordt, maar dat een gedeelte in het terugkaatsende lichaam dringt.

Totale terugkaatsing door de lucht, die zich in een gedeeltelijk onder water geplaatst reageerbuisje bevindt Bevat het onderste deel van het buisje kwik, dan blijkt dat de totale terugkaatsing sterker is dan die door een kwikspiegel. — Totale terugkaatsing bij een met lampzwart bedekt en

onder water geplaatst blik door de luchtlaag, die zich tusschen het water en het lampzwart bevindt (dat door water niet bevochtigd wordt). — Totale terugkaatsing van het licht, dat van achteren in een uitstroomenden waterstraal geleid wordt (lichtende waterstralen). — *Luchtspiegeling* (fata morgana) ontstaat door totale terugkaatsing van licht in het horizontaal grensvlak van twee luchtlagen, die een merkbaar verschil in dichtheid hebben.

908. Zijn twee kleurlooze doorschijnende stoffen, die gelijke optische dichtheid hebben (brekingsaanwijzer = 1), met elkander in aanraking, dan gaan alle stralen, die door eene der stoffen op het grensvlak vallen, ongebroken in de andere over. Omdat hierbij geen terugkaatsing plaats heeft, is het grensvlak niet gemakkelijk waar te nemen.

Een in cederolie gedompeld glazen staafje kan men niet zien.

Hoe minder de optische dichtheid van twee middelstoffen verschilt, des te meer stralen worden door de grenslaag doorgelaten, en des te minder worden teruggekaatst. Hierop berust de verklaring van het aan het slot van § 839 vermelde verschijnsel. — Gebruik van vloeistoffen tusschen het dekglaasje en het voorwerpglas van een microscoop.

---

909. De theorie van Newton (§ 840) moet de breking verklaren door eene aantrekking, die de lichtmoleculen van de naburige moleculen der middelstof ondergaan. Zoolang eene lichtmolecule zich in eene stof van bepaalde optische dichtheid blijft bewegen, is de aantrekking naar alle zijden even groot, de resultante van alle aantrekkingen dus nul, zoodat de snelheid der lichtmolecule niet verandert. Komt zij echter in de grenslaag eener optisch dichtere stof, dan moet zij op dit oogenblik werkingen van de moleculen dezer stof ondervinden, waarvan de resultante loodrecht op het oppervlak der stof gericht is. — Zij AJ (fig. 241) een lichtstraal, die den waterspiegel WW_1 in J treft. Werkte in de grenslaag geene aantrekking, dan zou eene aankomende molecule in het water met dezelfde snelheid (JC) als in de lucht (AJ) en ook in dezelfde richting zich verder bewegen. De snelheid JC kan men ontbinden in de componente JE, evenwijdig met den waterspiegel, en in de componente JD, loodrecht daarop. Alleen de laatste wordt door de aantrekking der watermoleculen vergroot tot JG. De componenten der snelheid in het water zijn dus JE en JG, hare resultante is JB. Met deze snelheid blijft de lichtmolecule zich in het water bewegen. Terwijl dus $JC (= AJ) = c_1$

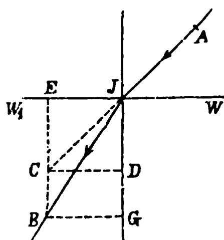


fig. 241.

de snelheid van het licht in de lucht voorstelt, stelt $JB = c_2$ die in het water voor. Nu is $\sin \iota = \sin JCE = \frac{JE}{JC} = \frac{JE}{c_1}$, en $\sin \rho = \sin JBE = \frac{JE}{JB} = \frac{JE}{c_2}$; dus $\frac{\sin \iota}{\sin \rho} = \frac{c_2}{c_1}$. Volgens Newton moet dus

$$n = \frac{c_2}{c_1}, \qquad 251$$

d. i. de brekingsaanwijzer voor den overgang van licht uit de *eerste* in de *tweede* middelstof gelijk zijn aan het quotient der lichtsnelheden in de *tweede* en in de *eerste* stof.

Men zal nu gemakkelijk de verklaring vinden voor het geval, dat de tweede stof optisch minder dicht is dan de eerste.

910. De trillingstheorie verklaart de breking met behulp van het beginsel van Huygens (verg. § 540 en 541). Zij JA (fig. 242) het golffront van een lichtbundel op het oogenblik, waarop het eerste punt J van een waterspiegel WW_1 daardoor getroffen wordt. In den tijd, dien het licht noodig heeft om in de lucht den weg AB af te leggen, worden achtereenvolgens alle punten der lijn JB door het licht getroffen; zij worden daardoor nieuwe trillingsbronnen. Op het oogenblik, waarop B door het licht getroffen wordt, heeft zich om J de trilling in het water naar alle richtingen uitgebreid tot een boloppervlak, beschreven met den straal JD; evenzoo om J_1, waarvan de afstand J_1B tot $B = {}^2/_3\, JB$ is, tot een boloppervlak, beschreven met den straal $J_1D_1 = {}^2/_3\, JD$ enz. Door B kan men nu, evenals dit in § 541 voor de terugkaatsing van trillingen aangetoond is, een gemeenschappelijk raakvlak BD aan al deze oppervlakken brengen.

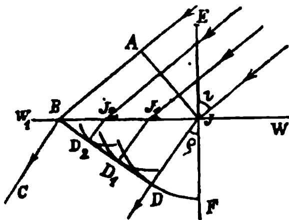


fig. 242.

Op het oogenblik, waarop het punt B door het invallende licht bereikt wordt, stelt BD het golffront voor van den lichtbundel in het water, en JD ($\perp BD$) de richting, waarin het licht zich in het water voortplant, terwijl in het water de weg JD in denzelfden tijd afgelegd wordt, als de weg AB in de lucht. De wegen AB en JD verhouden zich dus als de voortplantingssnelheden van het licht in de lucht (c_1) en in het water (c_2). Nu is $\sin \iota = \sin AJB = \frac{AB}{JB} = \frac{c_1}{JB}$ en $\sin \rho = \sin JBD = \frac{JD}{JB} = \frac{c_2}{JB}$; dus $\frac{\sin \iota}{\sin \rho} = \frac{c_1}{c_2}$. Volgens Huygens moet dus

$$n = \frac{c_1}{c_2}, \quad 252$$

d. i. de brekingsaanwijzer voor den overgang van licht uit de *eerste* in de *tweede* middelstof gelijk zijn aan het quotient der lichtsnelheden in de *eerste* en in de *tweede* stof.

Is de tweede stof optisch minder dicht dan de eerste, dan zou de voortplantingssnelheid in de tweede (JD) grooter zijn dan die in de eerste (AB); de straal zou dan »van de normaal af" gebroken worden.

911. De verklaring der breking door de trillingstheorie levert dus voor den brekingsaanwijzer de omgekeerde waarde van die, welke de theorie van Newton aanwijst. Nu wordt bij den overgang van licht uit lucht in water de straal *naar de normaal toe* gebroken; de brekingsaanwijzer is dus > 1. Hieruit volgt: als men de theorie van Newton aanneemt, dan moet men de voortplantingssnelheid van het licht in water grooter vinden dan in lucht, terwijl dit volgens de theorie van Huygens juist omgekeerd moet zijn. Uit de proeven van Foucault (§ 855) is gebleken, dat de voortplantingssnelheid in water slechts $^3/_4$ van die in lucht is; de theorie van Newton moet dus verworpen worden.

Michelson, die de proeven van Foucault herhaald heeft, vond $\frac{c_1}{c_2} = 1{,}33$, eene waarde, die met de proefondervindelijke bepaling van den brekingsaanwijzer, $n = {^4/_3}$, goed overeenkomt. Ofschoon het eigenlijk bewijs van de juistheid der trillingstheorie eerst door de interferentie-verschijnselen geleverd wordt, zullen wij bij de volgende beschouwingen van deze theorie uitgaan; wij nemen dus aan, dat de brekingsaanwijzer de door Huygens gevondene beteekenis (form. 252) heeft, en zullen deze in den volgenden vorm schrijven

$$n_{1.2} = \frac{c_1}{c_2}. \quad 253$$

912. De beteekenis van den brekingsaanwijzer geeft de verklaring van de uitkomst der in § 900 beschreven proef. Immers hieruit volgt

$$n_{2.1} = \frac{c_2}{c_1} = \frac{1}{n_{1.2}}. \quad 254$$

Men merke echter op, dat men uit de theorie van Newton de bedoelde omkeering der waarde van den brekingsaanwijzer eveneens zou kunnen afleiden.

---

913. Bij den doorgang van licht door een lichaam, dat door *evenwijdige* vlakken begrensd is (glazen plaat), is de *uit* het lichaam tredende straal evenwijdig met den *in* het lichaam tredenden straal,

mits het lichaam aan weerskanten omgeven is door lichamen van gelijke optische dichtheid (b.v. lucht). Bij de eerste breking is (fig. 243)

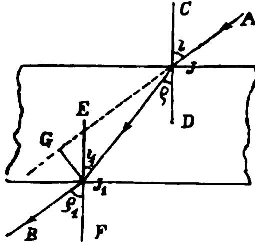


fig. 243.

$$\sin \iota = n_{1.2} \sin \rho = \frac{c_1}{c_2} \sin \rho.$$

Bij de tweede breking is

$$\sin \iota_1 = n_{2.1} \sin \rho_1 = \frac{c_2}{c_1} \sin \rho_1;$$

en daar $\rho = \iota_1$ is, vindt men

$$\sin \iota = n_{1.2} \times n_{2.1} \sin \rho_1,$$

of

$$\iota = \rho_1.$$

De straal ondergaat echter eene *zijdelingsche verschuiving* $J_1 G$, waarvan het bedrag trigonometrisch uit den invalshoek, den brekingsaanwijzer en de dikte der plaat kan berekend worden.

Ook als licht achtereenvolgens door meer dan twee lichamen gaat, zóo dat elke twee door onderling evenwijdige vlakken gescheiden zijn, dan zijn de richtingen van den straal in het eerste en in het laatste lichaam evenwijdig, mits deze gelijke optische dichtheid hebben. Voor het stel lichamen I, II, III, I b.v. vindt men

$$\sin \iota = n_{1.2} \sin \rho,$$
$$\rho = \iota',$$
$$\sin \iota' = n_{2.3} \sin \rho',$$
$$\rho' = \iota'',$$
$$\sin \iota'' = n_{3.1} \sin \rho''$$

dus

$$\sin \iota = n_{1.2} \times n_{2.3} \times n_{3.1} \sin \rho'',$$
$$\iota = \rho''.$$

914. Uit den brekingsaanwijzer voor den overgang van licht uit eene stof I in eene stof II en uit dien voor den overgang uit de stof II in de stof III laat zich die voor den overgang van licht uit I in III berekenen:

$$n_{1.3} = \frac{c_1}{c_3} = \frac{c_1}{c_2} \times \frac{c_2}{c_3} = n_{1.2} \times n_{2.3}. \qquad 225$$

Zoo is de brekingsaanwijzer »water-glas" gelijk aan het product der brekingsaanwijzers »water-lucht" en »lucht-glas":

$$n_{w.g} = n_{w.l} \times n_{l.g} = {}^3/_4 \times {}^3/_2 = {}^9/_8.$$

915. Daar de brekingsaanwijzer het quotient der lichtsnelheden in *twee* stoffen voorstelt, heeft de uitdrukking »brekingsaanwijzer eener stof" geen zin. Toch heeft men *absolute brekingsaanwijzer eener stof* genoemd de verhouding van de lichtsnelheid c_v in het vacuum (in den vrijen aether) en van die in de bedoelde stof c_s. Daar men voor den brekingsaanwijzer »vacuum-normale lucht" de waarde

$n_{v.l} = 1{,}00029$ gevonden heeft (§ 920), kan men met behulp daarvan den absoluten brekingsaanwijzer eener andere stof vinden:

$$n_{v.s} = n_{v.l} \times n_{l.s}.$$

Men ziet, dat deze slechts weinig verschilt van den brekingsaanwijzer voor den overgang van licht uit de lucht in die stof.

De optische dichtheid van lucht neemt toe met de soortelijke dichtheid. — Astronomische straalbreking.

II. Breking door prismatische lichamen.

916. Beschouwen wij thans de breking van het licht door lichamen, welke begrensd worden door platte, onderling niet evenwijdige vlakken (*prisma's*). Twee van die grensvlakken, waardoor het licht in en weer uit het lichaam treedt, noemt men de *brekende vlakken*; de lijn, volgens welke die vlakken elkander snijden of na verlenging zouden snijden, de *brekende ribbe*; den standhoek der vlakken den *brekenden hoek*. Wij bespreken alleen het geval, dat de invallende straal *in de loodrechte doorsnede* van het prisma ligt.

917. Zij $\angle MRN = \beta$ (fig. 244) de brekende hoek van een (glazen) prisma. Een in het punt J van het eerste brekende vlak MR invallende straal AJ zal door de brekingen aan het eerste en tweede vlak een weg AJJ_1B doorloopen. Daar de invalshoek ι en de brekingsaanwijzer gegeven zijn, vindt men eerst ρ en daardoor de richting van den straal in het prisma en het punt J_1. Met behulp der normaal GE kan men dan ρ_1 en daarna ι_1 bepalen.[1]) — De hoek δ, dien de richtingen van den invallenden en den uittredenden straal met elkander maken, stelt de *afwijking* (*deviatie*) van den straal voor.

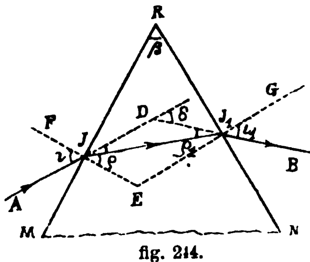


fig. 244.

Elke andere straal, die evenwijdig met AJ op het prisma valt, zal ook evenwijdig met JJ_1 door het prisma gaan en evenwijdig met J_1B uittreden. De afwijking voor deze evenwijdige stralen is dezelfde.

918. Men vindt nu gemakkelijk de volgende betrekkingen (fig. 244):

1) $$\sin \iota = n \sin \rho;$$

2) $$\sin \iota_1 = n \sin \rho_1.$$

[1]) Wij noemen hier ι en ι_1 de hoeken, die de invallende straal en de uittredende straal met de normalen FE en GE *in de lucht* maken, ρ en ρ_1 de hoeken, die de *binnen het prisma* loopende straal met de normalen maakt.

In driehoek JEJ_1 is

$$\rho + \rho_1 = 180^0 - \angle JEJ_1,$$

en in vierhoek $EJRJ_1$

$$\beta = 180^0 - \angle JEJ_1;$$

waaruit volgt

3) $$\rho + \rho_1 = \beta.$$ 256

Voor de afwijking vindt men ($\triangle\ JDJ_1$)

$$\delta = \angle DJJ_1 + \angle DJ_1J,$$
$$\delta = (\iota - \rho) + (\iota_1 - \rho_1),$$
$$\delta = \iota + \iota_1 - (\rho + \rho_1),$$

4) $$\delta = \iota + \iota_1 - \beta.$$ 257

Uit 1) en 2) leidt men af

$$\sin \iota + \sin \iota_1 = n (\sin \rho + \sin \rho_1),$$
$$2 \sin \tfrac{1}{2}(\iota + \iota_1) \cos \tfrac{1}{2}(\iota - \iota_1) = n \times 2 \sin \tfrac{1}{2}(\rho + \rho_1) \cos \tfrac{1}{2}(\rho - \rho_1),$$
$$\sin \tfrac{1}{2}(\iota + \iota_1) = n \sin \tfrac{1}{2}(\rho + \rho_1) \frac{\cos \tfrac{1}{2}(\rho - \rho_1)}{\cos \tfrac{1}{2}(\iota - \iota_1)}.$$

Vervangt men hierin $\iota + \iota_1$ door $\delta + \beta$ (form. 257) en $\rho + \rho_1$ door β (form. 256), dan wordt

5) $$\sin \tfrac{1}{2}(\delta + \beta) = n \sin \tfrac{1}{2}\beta \frac{\cos \tfrac{1}{2}(\rho - \rho_1)}{\cos \tfrac{1}{2}(\iota - \iota_1)}.$$ 258

Voor het bijzondere geval, dat $\iota = \iota_1$ en dus ook $\rho = \rho_1$ wordt, gaat deze vergelijking over in

6) $$\sin \tfrac{1}{2}(\delta + \beta) = n \sin \tfrac{1}{2}\beta.$$ 259

919. Dit bijzondere geval is merkwaardig, omdat daarbij de *deviatie een minimum wordt.* Volgens § 904 is namelijk het verschil van twee willekeurige invalshoeken ($\iota - \iota_1$) steeds grooter dan het verschil der daarbij behoorende brekingshoeken ($\rho - \rho_1$). In form. 258 is dus het quotient van de cosinussen der halve hoeken grooter dan 1, behalve voor $\rho = \rho_1$ en $\iota = \iota_1$, in welk geval dit quotient = 1 wordt. — Hierbij is het onverschillig of $\rho >$ of $< \rho_1$ en $\iota >$ of $< \iota_1$ is; immers $\cos(\rho - \rho_1) = \cos - (\rho - \rho_1) = \cos(\rho_1 - \rho)$.

Aantooning van het minimum van deviatie door middel van een prisma, dat om eene met de brekende ribbe evenwijdige as gedraaid kan worden.

920. Van formule 259 kan men zich bedienen, om nauwkeurig den brekingsaanwijzer te bepalen voor den overgang van licht uit lucht in de stof, waaruit het prisma vervaardigd is. Nadat men volgens § 864, d, den brekenden hoek van het prisma bepaald heeft, geeft men aan het tafeltje van den goniometer, waarop het prisma

geplaatst is, zoodanigen stand, dat een volgens de richting der eene alhidade invallende straal het eene brekende vlak intreedt en het andere uittreedt en daarbij het minimum van afwijking vertoont. Plaatst men nu de andere alhidade in de richting van den uit het prisma tredenden straal, dan kan men de deviatie δ bepalen, zoodat n met behulp van form. 259 kan berekend worden. — Op dezelfde wijze handelt men met vloeistoffen, nadat men deze gebracht heeft in een hol prisma, dat gevormd wordt door platen van spiegelglas met zuiver evenwijdige oppervlakken. De beide platen waardoor het licht gaat, hebben geen invloed op de deviatie (§ 913). — Gassen sluit men voor dit onderzoek op in een hol prisma, waarvan de brekende vlakken een zoo groot mogelijken (stompen) hoek vormen; men neemt den brekenden hoek groot, omdat anders de deviatie te gering zou zijn. — Door het holle prisma luchtledig te maken, kan men met behulp van deze proef ook den brekingsaanwijzer voor den overgang van licht uit de luchtledige ruimte in lucht vinden (verg. § 915).

Houdt men in het oog, dat bij den overgang van licht uit lucht in de luchtledige ruimte de straal van de normaal af gebroken wordt, dan vindt men, het betoog van § 918 volgende, gemakkelijk de betrekkingen

$$\rho + \rho_1 = \beta,$$
$$\delta = \rho + \rho_1 - (\iota + \iota_1) = \beta - (\iota + \iota_1),$$

en voor het minimum van deviatie

$$\sin \tfrac{1}{2}(\beta - \delta) = n \sin \tfrac{1}{2}\beta.$$

Men ga dit met behulp eener teekening na — De proef geeft $n_{l.v} = 0{,}99971$, waaruit volgt (form. 254) $n_{v.l} = 1{,}00029$. — Men vergelijke overigens § 979.

Het is gebleken, dat de absolute brekingsaanwijzer afneemt bij vermeerdering der temperatuur; bij gassen neemt hij ook af bij vermindering der spanning (dichtheid).

921. Als de brekende hoek β van een prisma klein, de invalhoek ι echter groot is, dan kan de tweede normaal GE tusschen JJ_1 en het hoekpunt R van den standhoek vallen (fig. 245). De hoek FEG, dien de beide normalen met elkander maken, is dan niet $180^0 - \beta$, maar β. Behalve de beide betrekkingen

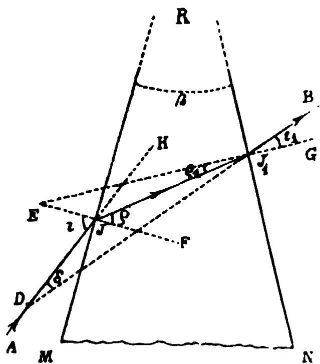


fig. 245.

1) $\sin \iota = n \sin \rho,$

2) $\sin \iota_1 = n \sin \rho_1,$

vindt men dan ($\triangle\, JJ_1E$)

$$\rho - \rho_1 = \angle JEJ_1,$$

3) $\rho - \rho_1 = \beta.$ 260

De deviatie vindt men uit $\triangle\ DJJ_1$, waarin $\delta = \angle HJJ_1 - \angle JJ_1D$ is:

$$\delta = (\iota - \rho) - (\iota_1 - \rho_1),$$
$$\delta = \iota - \iota_1 - (\rho - \rho_1),$$
4) $$\delta = \iota - \iota_1 - \beta.$$

Uit 1) en 2) leidt men af:

$$\sin \iota - \sin \iota_1 = n\,(\sin \rho - \sin \rho_1),$$
$$2 \sin \tfrac{1}{2}(\iota - \iota_1) \cos \tfrac{1}{2}(\iota + \iota_1) = n \times 2 \sin \tfrac{1}{2}(\rho - \rho_1) \cos \tfrac{1}{2}(\rho + \rho_1),$$
$$\sin \tfrac{1}{2}(\iota - \iota_1) = n \sin \tfrac{1}{2}(\rho - \rho_1) \frac{\cos \tfrac{1}{2}(\rho + \rho_1)}{\cos \tfrac{1}{2}(\iota + \iota_1)},$$
5) $$\sin \tfrac{1}{2}(\delta + \beta) = n \sin \tfrac{1}{2}\beta \frac{\cos \tfrac{1}{2}(\rho + \rho_1)}{\cos \tfrac{1}{2}(\iota + \iota_1)}. \qquad 262$$

Het quotient der cosinussen is wederom grooter dan 1.

922. Of een straal, die door het eerste brekende vlak in een prisma is ingetreden, door het tweede zal uittreden of aan het tweede vlak *totaal* zal *teruggekaatst* worden, hangt af van de grootte van ρ_1. Naarmate ρ_1 kleiner of grooter dan de grenshoek is, zal de straal uittreden of teruggekaatst worden.

Meestal ligt de invallende straal in het quadrant (FJM, fig. 244), dat aan de andere zijde van de normaal gelegen is dan de brekende ribbe. Om te vinden, welke waarde men in dit geval aan den invalshoek ι moet geven, om den straal al of niet uit het tweede brekende vlak te laten uittreden, stelt men ρ_1 gelijk aan den grenshoek $\varkappa$. Volgens form. 256 is dan $\rho = \beta - \rho_1 = \beta - \varkappa$; de daarbij behoorende invalshoek ι wordt gevonden uit de vergelijking

$$\sin \iota = n \sin (\beta - \varkappa). \qquad 263$$

Bij eene *kleinere* waarde van ι wordt ook ρ kleiner; ρ_1 wordt dus grooter dan de grenshoek, en de straal wordt aan het tweede brekende vlak totaal teruggekaatst; bij eene *grootere* waarde van ι kan hij uittreden.

923. Bij de bepaling dezer grenswaarde voor den invalshoek ι door form. 263 moet echter aan de voorwaarde voldaan zijn, dat $\rho = (\beta - \varkappa)$ ook niet grooter mag zijn dan de grenshoek $\varkappa$; m. a. w. of invallende stralen, en welke, nog uit het prisma kunnen treden, hangt niet alleen af van den grenshoek, maar ook van den brekenden hoek β.

Is de brekende hoek β kleiner dan de grenshoek $\varkappa$, dan kunnen alle invallende stralen uittreden, zelfs een loodrecht invallende straal ($\iota =$ nul, $\rho =$ nul, $\rho_1 = \beta$, dus $\rho_1 < \varkappa$).

Is $\beta = \varkappa$, dan treden alle invallende stralen uit, behalve de lood-

recht invallende straal, die, bij het tweede brekende vlak gekomen, zich in dit vlak zou moeten voortplanten ($\rho_1 = \beta = \alpha$).

Is $\alpha < \beta < 2\alpha$, dan moet de invalshoek voor stralen, die uittreden zullen, eene minimum-waarde hebben, die gevonden wordt uit form. 263.

Is $\beta = 2\alpha$, dan kan zelfs een straal met den invalshoek 90° niet meer uittreden. Immers voor $\iota = 90^0$ werd $\rho = \alpha$, $\rho_1 = \alpha$ en $\iota_1 = 90^0$. In dit geval kan dus geen invallende straal uittreden.

Is $\beta > 2\alpha$, dan kan eveneens geen invallende straal uittreden.

924. *Toepassingen.* a) Men maakt van de totale terugkaatsing gebruik bij glasprisma's, waarvan de doorsnede loodrecht op de ribben een rechthoekige gelijkbeenige driehoek is. Een straal, die loodrecht op een der »rechthoeksvlakken" invalt, treedt ongebroken in het glas en wordt aan het »hypotenusavlak" totaal teruggekaatst, daar de invalshoek, waaronder de straal dit vlak treft, 45° bedraagt, dus grooter is dan de grenshoek voor glas (ongeveer 42°). De door het hypotenusavlak teruggekaatste straal valt loodrecht op het tweede rechthoeksvlak en treedt ongebroken uit. Het hypotenusavlak werkt als een spiegel, die totaal reflecteert. — »Gebroken" kijkers.

b) Stralen die evenwijdig met het hypotenusavlak op een der rechthoeksvlakken invallen (fig. 246), worden door dit vlak gebroken (J) en aan het hypotenusa-vlak (J_1) totaal teruggekaatst ($\iota = 45^0$, $\rho < 45^0$, $\rho_1 > 45^0$, dus $\rho_1 > \alpha$). Nadat de teruggekaatste stralen door het tweede rechthoeksvlak nogmaals gebroken zijn (J_2), treden zij uit in eene richting, evenwijdig met die der invallende stralen. Twee van zulke invallende stralen (I en II), die in dezelfde doorsnede gelegen zijn, verwisselen tengevolge van den doorgang door het prisma van plaats. *Omkeeringsprisma.*

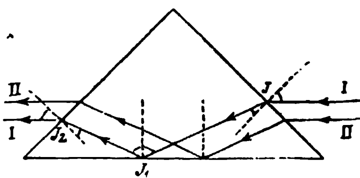


fig. 246.

c) *Camera lucida* (heldere kamer) noemt men een toestel, waarvan men zich bij het nateekenen van microscopische beelden bedient. Van de verschillende camera's, die men vervaardigd heeft, vermelden wij die van Nobert (fig. 247). Boven het oogglas L van het microscoop is een dunne glazen plaat G geplaatst, zóo dat de as van het microscoop een hoek van 45° met de plaat maakt. Zijdelings van de plaat bevindt zich een prisma P,

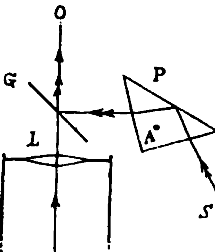


fig. 247.

dat om eene door A (loodrecht op het vlak van teekening) gaande as kan gedraaid worden. Het prisma wordt zóo geplaatst, dat stralen, die van een naast het microscoop liggend papier uitgaan, binnen het prisma totaal teruggekaatst worden en zóo op de plaat G vallen, dat zij (gedeeltelijk) door deze in de richting van de as des microscoops teruggekaatst worden. Een oog in O ziet dus door de glazen plaat het microscopische beeld en tevens in dezelfde richting het papier en de daarmede in aanraking gebrachte teekenpen. Met de laatste behoeft men de lijnen van het beeld slechts te volgen.

d) *Photometer van Lummer en Brodhuhn.* Een glazen prisma, waarvan de doorsnede, loodrecht op de ribben, een rechthoekige gelijkbeenige driehoek *abc* (fig. 248) is, wordt eerst zóo geslepen, dat het hypotenusavlak vervangen wordt door een bolvormig oppervlak (doorsnede *efg*), waarvan het krommingsmiddelpunt met het midden der door *a* gaande ribbe samenvalt. Daarna wordt het gebogen oppervlak weer gedeeltelijk vlak geslepen, zóo dat het verkregen platte vlakje *hi* evenwijdig is met het oorspronkelijke hypotenusavlak *bc*; het overblijvende gebogen oppervlak wordt ondoorschijnend gemaakt. Wordt het prisma met het vlak *hi* tegen het hypotenusavlak BC van een ander rechthoekig glazen prisma ABC geperst, dan zullen *alle* stralen, die het vlak *hi* treffen, ongebroken doorgaan. — SS_1 is een in het verticale vlak door *hi* geplaatst ondoorschijnend scherm, waarvan de beide zijden door de lichtbronnen L_1 en L_2 verlicht worden. De door de linker zijde van het scherm diffuus teruggeworpen stralen vallen op den spiegel E en treden van daar in het linksche prisma. Evenzoo treden de van de rechter zijde van het scherm diffuus teruggeworpen stralen na terugkaatsing door den spiegel D in het rechtsche prisma. Een oog, dat door het vlak AC naar het hypotenusavlak BC kijkt, ontvangt door het vlak *hi* alleen stralen van de linker zijde van het scherm, door de omgeving van *hi* (*Bh* en *Ci*) alleen totaal teruggekaatste stralen, die afkomstig zijn van de rechterzijde van het scherm. Zijn de beide zijden van het scherm ongelijk verlicht, dan vertoont zich het vlakje *hi* helder

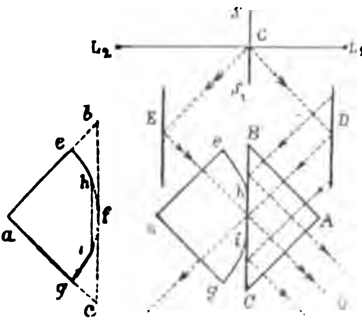


fig. 248.

op een donkeren grond of donker op een helderen grond. Door wijziging van den afstand van een der lichtbronnen tot het scherm kan men het vlak *hi* even helder maken als de omgeving; de beide zijden van het scherm zijn dan gelijk verlicht, en de sterkten der lichtbronnen verhouden zich als de vierkanten der afstanden L_1C en L_2C.

Met dezen toestel verkrijgt men juistere uitkomsten dan met den photometer van Bunsen, omdat *alle* van *E* op *hi* vallende stralen doorgelaten, en *alle* van *D* op *Bh* en *Ci* vallende stralen teruggekaatst worden; terwijl de vetvlek bij den toestel van Bunsen niet alle stralen doorlaat, en het niet vettige papier niet alle stralen terugkaatst.

e) Eene andere toepassing vindt men in § 1024, fig. 305.

925. Ook de (donkere) warmtestralen worden volgens dezelfde wetten gebroken als de lichtstralen. Men toont dit aan door de stralen eener warmtebron op een prisma te laten vallen, dat uit eene diathermane stof (steenzout) vervaardigd is. De gang der gebroken stralen wordt dan aangewezen door een der in § 811 genoemde toestellen.

III. Breking door gebogen oppervlakken.

926. De breking van het licht door een gebogen oppervlak kan teruggebracht worden tot die door een plat vlak, mits men als brekend vlak beschouwt het platte vlak, dat het gebogen vlak in het invalspunt raakt, en als normaal de loodlijn in het invalspunt op dit raakvlak opgericht. — Wij beschouwen alleen de breking door sferische (bol-) oppervlakken; naarmate het krommingsmiddelpunt *achter* of *vóór* het boloppervlak gelegen is, noemen wij dit *convex* (bol) of *concaaf* (hol).

927. Een der eindvlakken van een langen massieven glazen cilinder zij zóo afgeslepen, dat het grensvlak bolvormig is en het *krommingsmiddelpunt C* (fig. 249) van dit vlak op de cilinderas of haar verlengde ligt. De rand van het boloppervlak is dan een cirkel. De (verlengde) cilinderas heet de *hoofdas* van het boloppervlak en het snijpunt *M*, waarin zij dit oppervlak snijdt, het *midden van het boloppervlak*. Zulk een lichaam zal ons dienen, om de breking van het licht bij den overgang uit lucht in glas, en omgekeerd, na te gaan. Hierbij duiden wij den brekingsaanwijzer bij den overgang *uit lucht in glas* aan door *n*.

928. I. *Overgang uit lucht in glas; convex grensvlak.*

Een lichtend punt V (fig. 249) bevindt zich ergens in de hoofdas op een afstand v vóór het brekende vlak. De straal VM, die naar het midden van het gebogen vlak gericht is, de *hoofdstraal*, gaat ongebroken door; alle andere invallende stralen, b.v. VJ, worden gebroken. Is CJ (de kromtestraal r) de normaal, dan moet de gebroken straal liggen in het vlak, dat VJ en CJ bevat (§ 898, a); hij moet dus de hoofdas of haar verlengde op een afstand b van het brekende vlak snijden of met de hoofdas evenwijdig loopen. — Nemen wij aan, dat de halve *opening*, d. i. de hoek, dien de bij een randpunt behoorende kromtestraal met de hoofdas (in het krommingsmiddelpunt C) maakt, 2⁰,5 is, dan gelden ook hier de in § 869 genoemde waarden, en kunnen wij de figuren JCM, JVM en JBM beschouwen als rechthoekige driehoeken met den rechten hoek bij M. — Verder kunnen wij de verhouding $\frac{\sin \iota}{\sin \rho}$ bij benadering vervangen door $\frac{\iota}{\rho}$; want voor den grootsten invalshoek ($2^0,5$) is, als $n = 1,5$ gesteld wordt, de uit de vergelijking $\sin \rho = \frac{\sin \iota}{1,5}$ afgeleide waarde van $\rho = 1^0\,39'\,56''$. De verhouding $\frac{\iota}{\rho}$ is dus $\frac{2^0\,30'}{1^0\,39'\,56''}$, of 1,501. Dus:

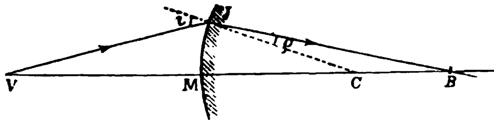


fig. 249.

$$\frac{\iota}{\rho} : \frac{\sin \iota}{\sin \rho} = 1,501 : 1,5,$$

of

$$\frac{\iota}{\rho} = 1,00066 \times \frac{\sin \iota}{\sin \rho}.$$

Voor invalshoeken kleiner dan $2^0,05$ wordt de factor 1,00066 nog kleiner.

Gebruik makende van de genoemde benaderingen willen wij nu de betrekking tusschen v, b en den kromtestraal r nagaan, waarbij wij wederom de *kleinste* hoeken, die de invallende straal, de gebroken straal (of hunne verlengden) en de kromtestraal (behoorende bij het invalspunt) met de hoofdas maken, dus de hoeken JVM, JBM en JCM, aanduiden resp. door $\hat{V}$, $\hat{B}$ en $\hat{C}$.

929. a) Men zal gemakkelijk inzien, dat het van den afstand van V tot het brekende vlak zal afhangen, of de *divergeerend* op het

vlak invallende stralen na breking met den hoofdstraal convergeeren, evenwijdig loopen of divergeeren. In fig. 249 is het eerste het geval. Nu is bij benadering

$$\iota = n\rho.$$

Verder is $\quad \iota = \overline{V} + \overline{C}$

en $\quad n\rho = n\,(\overline{C} - \overline{B})$;

dus $\quad \overline{V} + \overline{C} = n\,(\overline{C} - \overline{B})$,

of $\quad \overline{V} + n\overline{B} = (n-1)\,\overline{C}$.

Vervangen wij deze (kleine) hoeken door hunne tangenten:

$$tg\ \overline{V} + n\ tg\ \overline{B} = (n-1)\ tg\ \overline{C};$$

$$\frac{JM}{VM} + n\,\frac{JM}{BM} = (n-1)\,\frac{JM}{CM};$$

$$\frac{1}{VM} + n\,\frac{1}{BM} = (n-1)\,\frac{1}{CM};$$

$$\frac{1}{v} + n\,\frac{1}{b} = (n-1)\,\frac{1}{r}. \qquad 264$$

Daar hierin de invalshoek niet voorkomt, is b onafhankelijk van ι, m. a. w. alle van V op het brekende vlak vallende stralen snijden de hoofdas in hetzelfde punt B. Dit punt hebben wij dus te beschouwen als *reëel beeldpunt* van V.

Ten opzichte van den vorm, dien wij voor deze formule (en alle volgende) kiezen, geldt de opmerking § 870, slot.

930. b) De gebroken straal loopt evenwijdig met den hoofdstraal (fig. 250). Uit de figuur leidt men gemakkelijk af

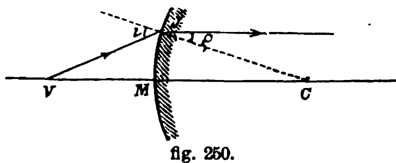


fig. 250.

$$\iota = \overline{V} + \overline{C},$$

$$n\rho = n\,\overline{C},$$

$$\overline{V} + \overline{C} = n\,\overline{C},$$

$$\overline{V} = (n-1)\,\overline{C}.$$

Verder als in § 929:

$$tg\ \overline{V} = (n-1)\ tg\ \overline{C},$$

$$\frac{JM}{VM} = (n-1)\,\frac{JM}{CM},$$

of

$$\frac{1}{v} = (n-1)\,\frac{1}{r}. \qquad 265$$

Men kan deze vergelijking uit form. 264 afleiden, door daarin $b = \infty$ te stellen. — Ook hier (en in alle volgende gevallen) geldt de gevonden betrekking voor *alle* invallende stralen.

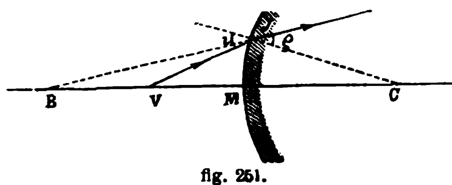


fig. 251.

931. c) De gebroken straal divergeert met den hoofdstraal; het punt *B* ligt *vóór* het brekende vlak (fig. 251). In dit geval is

$$i = \overline{V} + \overline{C},$$
$$n\rho = n(\overline{B} + \overline{C}),$$
$$\overline{V} + \overline{C} = n(\overline{B} + \overline{C}),$$
$$\overline{V} - n\overline{B} = (n - 1)\overline{C};$$

en ten slotte

$$\frac{1}{v} - n\frac{1}{b} = (n - 1)\frac{1}{r}. \qquad 266$$

Het snijpunt *B* is te beschouwen als *virtueel beeldpunt* van *V*. [1])

932. d) De invallende straal kan ook evenwijdig met de hoofdas loopen; dit is het geval, als wij ons *V* op oneindigen afstand vóór het brekende vlak denken (fig. 252). Wij kunnen het nu aan den lezer overlaten, uit de figuur af te leiden de formule

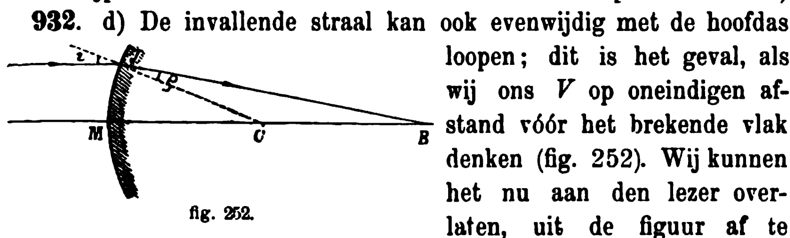


fig. 252.

$$n\frac{1}{b} = (n - 1)\frac{1}{r}. \qquad 267$$

B is het *reëele beeldpunt* van het oneindig verwijderde lichtpunt.

Deze betrekking volgt wederom uit form. 264, als wij daarin $v = \infty$ stellen.

933. e) Eindelijk kan de invallende straal gericht zijn naar een punt der hoofdas, dat *achter het brekende vlak* ligt. Als alle invallende stralen naar hetzelfde punt *V* convergeeren, dan hebben wij dit te beschouwen als *virtueel lichtpunt* (*voorwerp*). — Hier is (fig. 253)

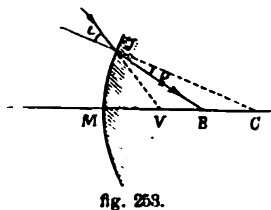


fig. 253.

$$i = \overline{V} - \overline{C},$$
$$n\rho = n(\overline{B} - \overline{C});$$

[1]) Het lichtpunt bij de breking is reëel, als *V* vóór, en virtueel, als *V* achter het brekende vlak ligt; het beeldpunt is reëel, als *B* achter, en virtueel, als *B* vóór het brekende vlak ligt. Vergelijk deze bepaling met die, welke voor gebogen spiegels geldt.

waaruit men ten slotte vindt

$$-\frac{1}{v}+n\frac{1}{b}=(n-1)\frac{1}{r}. \qquad 268$$

B is het *reëele beeldpunt* van het virtueele lichtpunt *V*.

Convergeeren de stralen naar het punt *C*, dan treden zij ongebroken in het glas; $v = r$, dus ook $b = r$.

934. II. *Overgang uit lucht in glas; concaaf grensvlak.*

De beschouwingen van § 928 gelden ook hier (en eveneens in de volgende gevallen III en IV). De betrekking tusschen v, b en r wordt geheel op dezelfde wijze uit de figuren afgeleid als bij I. Wij kunnen dus volstaan met de formules op te geven voor de afzonderlijke gevallen, die zich kunnen voordoen.

a) lichtpunt reëel, beeldpunt virtueeel, (fig. 254):

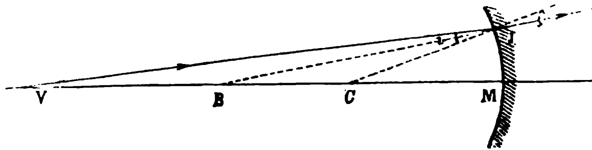


fig. 254.

$$\frac{1}{v}-n\frac{1}{b}=-(n-1)\frac{1}{r}. \qquad 269$$

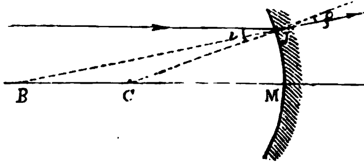


fig. 255.

b) $v = \infty$, beeldpunt virtueel, (fig. 255):

$$-n\frac{1}{b}=-(n-1)\frac{1}{r}. \qquad 270$$

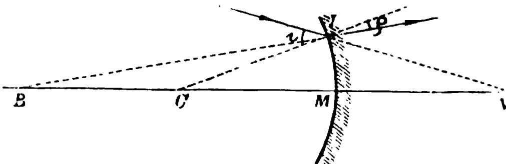


fig. 256.

c) lichtpunt virtueel, beeldpunt virtueel, (fig. 256):

$$-\frac{1}{v}-n\frac{1}{b}=-(n-1)\frac{1}{r}. \qquad 271$$

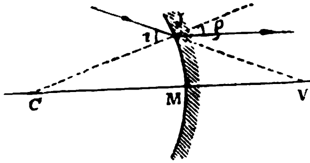


fig. 257.

d) lichtpunt virtueel, $b = \infty$, (fig. 257):

$$-\frac{1}{v} = -(n-1)\frac{1}{r}. \qquad 272$$

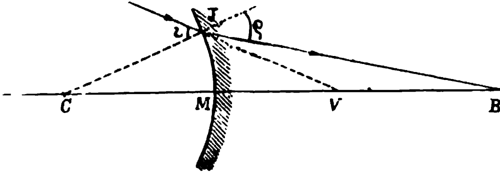


fig. 258.

e) lichtpunt virtueel, beeldpunt reëel (fig. 258):

$$-\frac{1}{v} + n\frac{1}{b} = -(n-1)\frac{1}{r}. \qquad 273$$

935. III. *Overgang uit glas in lucht; convex grensvlak.*

Bij den overgang van licht *uit glas in lucht* luidt de brekingsformule

$$\frac{\sin \iota}{\sin \rho} = \frac{1}{n}.$$

Wij schrijven deze in den vorm

$$n \sin \iota = \sin \rho$$

of bij benadering . $\qquad n\,\iota = \rho.$

Gaan wij bij de volgende herleidingen van deze betrekking uit, dan heeft de letter n in de gevallen III en IV dezelfde beteekenis als in I en II; zij duidt nl. aan den brekingsaanwijzer *»lucht-glas"*, niet den brekingsaanwijzer *»glas-lucht"*. — Voor fig. 259 willen wij de betrekking tusschen v, b en r nogmaals afleiden; voor de volgende gevallen zal dan de lezer ook zonder toelichting de formules gemakkelijk vinden.

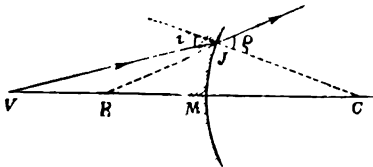


fig. 259.

De verschillende gevallen zijn:

a) lichtpunt reëel, beeldpunt virtueel, (fig. 259):

$$n\,\iota = n(V + C),$$
$$\rho = B + C,$$
$$n(V + C) = B + C;$$
$$n\,V - B = (1 - n)\,C,$$
$$n\,tg\,V - tg\,B = (1 - n)\,tg\,C,$$

$$n\frac{JM}{VM}-\frac{JM}{BM}=(1-n)\frac{JM}{CM},$$

$$n\frac{1}{VM}-\frac{1}{BM}=(1-n)\frac{1}{CM},$$

$$n\frac{1}{v}-\frac{1}{b}=(1-n)\frac{1}{r}. \qquad 274$$

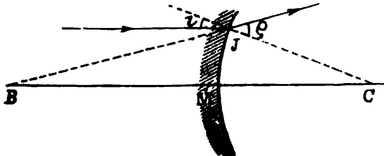


fig. 260.

b) $v=\infty$, beeldpunt virtueel, (fig. 260):

$$-\frac{1}{b}=(1-n)\frac{1}{r}. \qquad 275$$

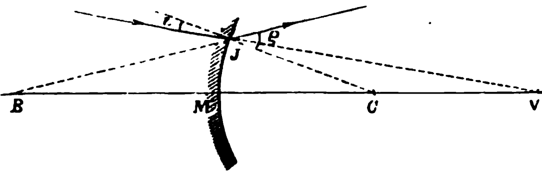


fig. 261.

c) lichtpunt virtueel, beeldpunt virtueel, (fig. 261):

$$-n\frac{1}{v}-\frac{1}{b}=(1-n)\frac{1}{r}. \qquad 276$$

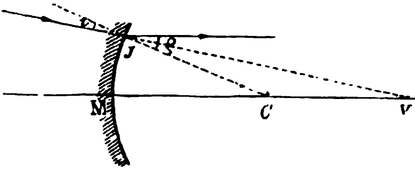


fig. 262.

d) lichtpunt virtueel, $b=\infty$, (fig. 262):

$$-n\frac{1}{v}=(1-n)\frac{1}{r}. \qquad 277$$

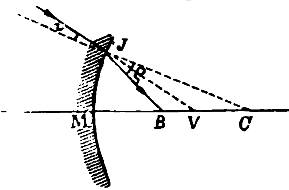


fig. 263.

e) lichtpunt virtueel, beeldpunt reëel, (fig. 263):

$$-n\frac{1}{v}+\frac{1}{b}=(1-n)\frac{1}{r}. \qquad 278$$

936. IV. *Overgang uit glas in lucht; concaaf grensvlak.*

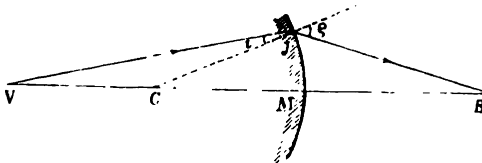


fig. 264.

a) lichtpunt reëel, beeldpunt reëel, (fig. 264):

$$n\frac{1}{v}+\frac{1}{b}=-(1-n)\frac{1}{r}. \qquad 279$$

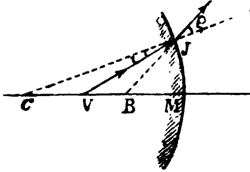


fig. 265.

b) lichtpunt reëel, beeldpunt virtueel, (fig. 265):

$$n\frac{1}{v}-\frac{1}{b}=-(1-n)\frac{1}{r}. \qquad 280$$

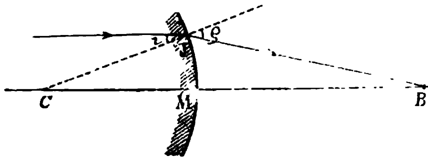


fig. 266.

c) $v=\infty$, beeldpunt reëel, (fig. 266):

$$\frac{1}{b}=-(1-n)\frac{1}{r}. \qquad 281$$

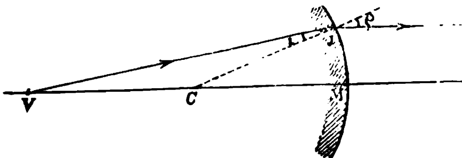


fig. 267.

d) lichtpunt reëel, $b=\infty$, (fig. 267):

$$n\frac{1}{v}=-(1-n)\frac{1}{r}. \qquad 282$$

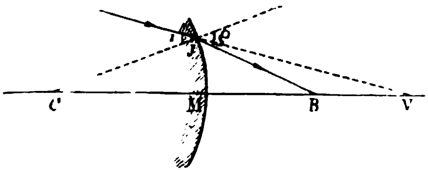


fig. 268.

e) lichtpunt virtueel, beeldpunt reëel, (fig. 268):

$$-n\frac{1}{v}+\frac{1}{b}=-(1-n)\frac{1}{r}. \qquad 283$$

937. Bij vergelijking der formules 264—283 merken wij op: bij den overgang van licht *uit lucht in glas* (I en II) heeft $\frac{1}{b}$ den factor n en $\frac{1}{r}$ den factor $(n-1)$;

bij den overgang van licht *uit glas in lucht* (III en IV) heeft $\frac{1}{v}$ den factor n en $\frac{1}{r}$ den factor $(1-n)$;

$\frac{1}{v}$ en $\frac{1}{b}$ hebben het teeken $+$, als lichtpunt en beeldpunt reëel, het teeken $-$, als lichtpunt en beeldpunt virtueel zijn;

$\frac{1}{r}$ heeft het teeken + of —, naarmate het krommingsmiddelpunt *achter* (I en III) of *vóór* (II en IV) het brekende vlak ligt.

938. Daar men een plat vlak kan beschouwen als bolopperviak met oneindig grooten kromtestraal, kunnen sommige der boven behandelde formules dienen, om bij *kleine* invalshoeken de plaats van het beeldpunt B te bepalen, dat ten gevolge der breking door een *plat grensvlak* ontstaat, als stralen, die van een binnen de eerste stof gelegen punt V divergeerend op het vlak vallen, of als stralen binnen de eerste stof naar een in de tweede stof gelegen punt V convergeeren. Houden wij in het oog, dat bij de breking door platte grensvlakken de divergentie (convergentie) der stralen slechts zwakker (als $n > 1$) of sterker (als $n < 1$) kan worden, maar nooit in convergentie (divergentie) of evenwijdigheid kan veranderen [1]), dan vinden wij de betrekking tusschen de afstanden (v en b) van V en B tot het brekende vlak:

a) bij den *overgang van divergeerende stralen uit lucht in glas* (lichtpunt reëel, beeldpunt virtueel) door eene der formules 266 en 269:

$$\frac{1}{v} - n\frac{1}{b} = 0; \qquad 284$$

b) bij den *overgang van convergeerende stralen uit lucht in glas* (lichtpunt virtueel, beeldpunt reëel) door eene der formules 268 en 273:

$$-\frac{1}{v} + n\frac{1}{b} = 0; \qquad 285$$

c) bij den *overgang van divergeerende stralen uit glas in lucht* (lichtpunt reëel, beeldpunt virtueel) door eene der formules 274 en 280:

$$n\frac{1}{v} - \frac{1}{b} = 0; \qquad 286$$

d) bij den *overgang van convergeerende stralen uit glas in lucht* (lichtpunt virtueel, beeldpunt reëel) door eene der formules 278 en 283;

$$-n\frac{1}{v} + n\frac{1}{b} = 0. \qquad 287$$

---

[1]) Men overtuige zich hiervan door teekening van den gang der stralen.

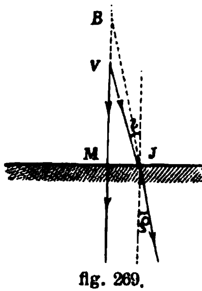


fig. 269.

Voor $\frac{1}{v}$ en $\frac{1}{b}$ geldt de regel van § 937 ook hier. Men kan deze formules ook rechtstreeks uit eene figuur afleiden, als men de breking door een plat grensvlak beschouwt van een straal, die met den loodrecht invallenden straal een kleinen hoek maakt. Met behulp van fig. 269, die voor het onder *a*) bedoelde geval geldt, vindt men b.v.

$$\iota = \overline{V},$$
$$n\rho = n\,\overline{B},$$
$$\overline{V} = n\,\overline{B};$$
$$tg\,\overline{V} = n\,tg\,\overline{B};$$
$$\frac{1}{v} = n\,\frac{1}{b}.$$

Voor grootere invalshoeken geldt deze beschouwing niet.

---

939. Noemt men eene lijn, die door het krommingsmiddelpunt en een willekeurig punt (behalve *M*) van het gebogen vlak gaat, eene *bijas*, dan vindt men (verg. de analoge beschouwingen bij sferische spiegels):

a) de stralen, die van een op eene bijas gelegen lichtpunt *V* uitgaan, gedragen zich ten opzichte van die bijas juist als de van een punt der hoofdas uitgaande stralen ten opzichte van de hoofdas;

b) het beeldpunt van een op eene bijas gelegen lichtpunt ligt op deze bijas;

c) het beeld van een meetkundige figuur (voorwerp), gelegen op een bolppervlak, dat het krommingsmiddelpunt *C* van het brekende vlak tot middelpunt heeft, ligt eveneens op een bolppervlak, waarvan het punt *C* het middelpunt is;

d) het beeld eener rechte, loodrecht op de hoofdas staande lijn is bij benadering eveneens eene rechte, loodrecht op de hoofdas staande lijn, getrokken door het beeldpunt van een der lichtpunten van het voorwerp;

e) de vergrooting wordt uitgedrukt door de verhouding der afstanden van het beeld en het voorwerp *tot het krommingsmiddelpunt*; zij is dus $\Gamma = \frac{BC}{VC}$.

IV. Breking door lenzen.

940. *Lenzen* zijn doorschijnende lichamen, die (aan de voorzijde en de achterzijde) begrensd zijn door twee gebogen vlakken of door een gebogen en een plat vlak. Wij beschouwen alleen zulke lenzen,

waarbij de gebogen oppervlakken boloppervlakken zijn. — Men onderscheidt twee groepen van lenzen: *convexe* (bolle), die in het midden dikker zijn dan aan den rand, en *concave* (holle), die in het midden dunner zijn dan aan den rand. De convexe lenzen vermeerderen de convergentie of verminderen de divergentie van doorgaande stralen; de concave hebben de tegenovergestelde uitwerking. In fig. 270 zijn de verschillende vormen afgebeeld: 1 is *bi-convex* (dubbel-convex), 2 *plan-convex*, 3 *concaaf-convex*, 4 *bi-concaaf*, 5 *plan-concaaf*, 6 *convex-concaaf*.

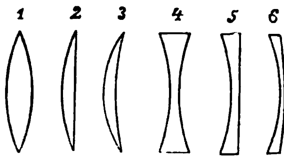


fig. 270.

941. De lijn, getrokken door de krommingsmiddelpunten der beide brekende vlakken, of de loodlijn uit het krommingsmiddelpunt van het éene (*gebogen*) vlak op het andere (*platte*) vlak neergelaten, heet de *hoofdas* der lens. Een straal, die in de richting der hoofdas op eene lens valt, gaat ongebroken door beide brekende vlakken.

942. Bij de volgende beschouwingen nemen wij aan, 1) dat voor elken straal, die door eene lens gaat, de invalshoeken bij beide brekingen zóo klein zijn, dat wij een der formules 264—287 kunnen toepassen (§ 928); 2) dat de dikte der lens ten opzichte van de afstanden van lichtpunt en beeldpunt tot de brekende vlakken kan verwaarloosd worden.

943. Om den gang van lichtstralen te vinden, die door eene lens gaan, beschouwen wij de brekingen bij het eerste en bij het tweede brekende vlak afzonderlijk. Wij bepalen eerst het door de eerste breking gevormde beeldpunt, alsof het tweede brekende vlak niet bestond, alsof zich dus achter het eerste brekende vlak alleen glas bevond. Dit eerste beeldpunt dient dan als reëel of virtueel voorwerp voor de breking aan het tweede vlak. Wij bepalen daarna het door de tweede breking gevormde tweede beeldpunt, alsof het eerste brekende vlak niet aanwezig was, alsof zich dus vóór het tweede brekende vlak alleen glas bevond. — Het tweede beeldpunt is dan het door de lens van het voorwerp gevormde beeld.

Het eerste lichtpunt (voorwerp) en het tweede beeldpunt heeten wederom elkanders *koppelbrandpunten;* werd het tweede beeldpunt lichtpunt, dan zou door de lens een beeld daarvan op de plaats van het vroegere eerste lichtpunt gevormd worden.

Uit de tweede der in § 942 genoemde voorwaarden volgt, dat de afstand van het eerste beeldpunt tot het eerste brekende vlak gelijk gesteld kan worden aan den afstand van dit punt (het tweede lichtpunt) tot het tweede

brekende vlak. Wij zullen deze beide afstanden in de formules door $[b]$ en $[v]$ aanwijzen, zoodat voor de eerste breking de letters v en $[b]$, voor de tweede breking de letters $[v]$ en b gelden, en $[b] = [v]$ is.

Den kromtestraal van het eerste brekende vlak willen wij door r_1, dien van het tweede door r_2 aanduiden.

944. Het *reëele* vereenigingspunt van stralen, die *evenwijdig met de hoofdas* op eene *convexe* lens vallen, vinden wij

1) voor eene *biconvexe* lens door combinatie der formules 267 en 283

$$n \frac{1}{[b]} = (n - 1) \frac{1}{r_1}$$

en

$$-n \frac{1}{[v]} + \frac{1}{b} = -(1 - n) \frac{1}{r_2}.$$

Door optelling verkrijgt men, daar $[b] = [v]$ is,

$$\frac{1}{b} = (n - 1) \left\{ \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right\}. \qquad 288$$

3) voor eene *planconvexe* lens door combinatie der formules 267 en 287, als de straal het gebogen vlak het eerst treft, of door de enkele formule 281, als het platte vlak het eerst getroffen wordt. In het eerste geval verkrijgt men door optelling der formules

$$n \frac{1}{[b]} = (n - 1) \frac{1}{r}$$

en

$$-n \frac{1}{[v]} + \frac{1}{b} = 0$$

de betrekking

$$\frac{1}{b} = (n - 1) \frac{1}{r}, \qquad 289$$

die geheel overeenkomt met formule 281.

3) voor een *concaaf-convexe* lens door combinatie der formules 267 en 278, als de straal het convexe oppervlak het eerst treft, of door combinatie der formules 270 en 279, als hij het concave oppervlak het eerst treft.

In het eerste geval heeft men

$$n \frac{1}{[b]} = (n - 1) \frac{1}{r_1}$$

en

$$-n \frac{1}{[b]} + \frac{1}{b} = (1 - n) \frac{1}{r_2};$$

dus

$$\frac{1}{b} = (n - 1) \left\{ \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right\}.$$

In het tweede geval heeft men

$$-n\frac{1}{[b]}=-(n-1)\frac{1}{r_1},$$

$$n\frac{1}{[v]}+\frac{1}{b}=-(1-n)\frac{1}{r_2}.$$

$$\frac{1}{b}=(n-1)\left\{\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right\}.$$

Daar in het tweede geval r_1 en r_2 dezelfde kromtestralen zijn, die in het eerste geval door r_2 en r_1 aangewezen worden, is de uitkomst in beide gevallen dezelfde. Men kan de vergelijking dus schrijven

$$\frac{1}{b}=(n-1)\left\{\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right\}, \qquad 290$$

waarin nu r_1 den *kleineren* kromtestraal, d. i. die van het *convexe* oppervlak, aanwijst.

945. Het achter eene convexe lens gelegen reëele vereenigingspunt van *evenwijdig met de hoofdas* invallende stralen heet *hoofdbrandpunt*; het wordt gewoonlijk aangewezen door F, zijn afstand tot de lens, de *hoofdbrandpuntsafstand*, door f. Voor de drie soorten van convexe lenzen vindt men dus f uit de vergelijkingen

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left\{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right\}; \qquad 291$$

$$\frac{1}{f}=(n-1)\frac{1}{r}; \qquad 292$$

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left\{\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right\}. \qquad 293$$

Stelt men n (voor glas) $= 3/2$, dan wordt voor eene bi-convexe lens met gelijke kromtestralen

$$\frac{1}{f}=(3/2-1)\left\{\frac{1}{r}+\frac{1}{r}\right\}=\frac{1}{r} \text{ of } f=r;$$

het hoofdbrandpunt valt dus samen met een der krommingsmiddelpunten. Voor een plan-convexe lens wordt

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{2r} \text{ of } f=2r;$$

het hoofdbrandpunt ligt dus op een afstand, gelijk aan de middellijn van het boloppervlak, waarvan het gebogen brekende vlak een gedeelte is.

Proefondervindelijke bepaling van f door middel van zonnestralen, die men evenwijdig met de hoofdas op eene convexe lens laat vallen.

946. Het *virtueele* vereenigingspunt van stralen, die *evenwijdig met de hoofdas* op eene *concave* lens vallen, d. i. het vóór de lens gelegen punt, waarin de uit de lens tredende stralen, achterwaarts verlengd, elkander zouden snijden, wordt eveneens gevonden door

combinatie der formules, van toepassing op beide brekingen. Dit *virtueel hoofdbrandpunt* wijzen wij wederom aan door F, zijn afstand tot de lens, den *hoofdbrandpuntsafstand*, door f. Men vindt ook hier:

voor eene bi-concave lens (form. 270 en 274)

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left\{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right\}; \qquad 294$$

voor een plan-concave lens (form. 270 en 286 of form. 275)

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\frac{1}{r}; \qquad 295$$

voor eene convex-concave lens (form. 270 en 280 of form. 267 en 276)

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left\{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right\}, \qquad 296$$

waarin wederom r_1 den *kleineren* kromtestraal, d. i. die van het *concave* oppervlak, aanwijst.

Proefondervindelijke bepaling van den afstand van het virtueele hoofdbrandpunt: men laat door een diaphragma met ronde opening zonnestralen evenwijdig met de hoofdas op de lens vallen. Nu is f gelijk aan den afstand, waarop men een scherm achter de lens moet plaatsen, om daarop een cirkel verlicht te zien, waarvan de middellijn tweemaal zoo groot is als die der opening van het diaphragma.

947. Als men zonnestralen door middel van een brandglas in één punt vereenigt, dan kan dit punt V als reëel of virtueel lichtpunt dienen voor eene lens, die men zóo plaatst, dat het punt *op de hoofdas* der lens komt te liggen. Het blijkt dan, dat de door de lens gebroken stralen een reëel of virtueel beeldpunt vormen. Den afstand b van dit beeldpunt tot de lens kan men in alle voorkomende gevallen uitdrukken in den afstand v en den hoofdbrandpuntsafstand f, en wel door combinaties van twee der formules 264—287.

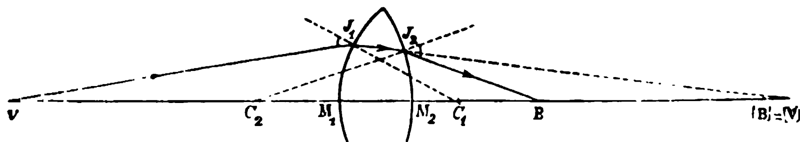


fig. 271.

Als voorbeeld willen wij het geval nemen, dat van een reëel lichtpunt door eene bi-convexe lens een reëel beeldpunt wordt gevormd (fig. 271). Wij combineeren form. 264 en 283 en verkrijgen:

$$\frac{1}{v} + n\frac{1}{[b]} = (n-1)\frac{1}{r_1},$$

$$-n\frac{1}{[v]} + \frac{1}{b} = -(1-n)\frac{1}{r_2},$$

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{b} = (n-1)\left\{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right\},$$

of (form. 291) $$\frac{1}{v} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$ 297

Binnen het glas convergeeren de beschouwde straal VJ_1J_2B en de hoofdstraal VM_1M_2B. Liepen deze stralen binnen het glas evenwijdig, of divergeerden zij, *dan zou dit geen invloed hebben op de uitkomst, zoolang de uittredende stralen blijven convergeeren.* Men zou dan form. 265 en 281 of form. 266 en 279 moeten combineeren, en men overtuigt zich gemakkelijk, dat men in beide gevallen wederom form. 297 verkrijgt. De gang der stralen binnen het glas doet dus niets ter zake; wat men weten moet, om deze formule af te leiden, is dat het lichtpunt vóór en het beeldpunt achter de lens liggen, m. a. w. dat beide reëel zijn.

Als V en B van plaats verwisselen (§ 493), wordt de richting der stralen omgekeerd. Dit geldt voor alle beeldvormingen door lenzen.

948. Onderzoekt men zoodoende ook de andere mogelijke gevallen, b.v. lichtpunt reëel, beeldpunt virtueel enz., dan komt men voor convexe lenzen tot de algemeene betrekking

$$\pm\frac{1}{v} \pm \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$ 298

en voor concave lenzen tot de algemeene betrekking

$$\pm\frac{1}{v} \pm \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}.$$ 299

In beide formules gelden voor $\frac{1}{v}$ en $\frac{1}{b}$ de teekens + of —, naarmate V en B reëel of virtueel zijn. Voor evenwijdig invallende stralen wordt $v = \infty$ en $\frac{1}{v} =$ nul; voor evenwijdig uittredende stralen wordt $b = \infty$ en $\frac{1}{b} =$ nul.

Noemt men het *hoofdbrandpunt* bij convexe lenzen *reëel* en bij concave lenzen *virtueel* [1]), dan verkrijgt men de voor *alle* lenzen geldende formule

[1]) Daar het lichtpunt even goed aan de eene als aan de andere zijde

$$\pm \frac{1}{v} \pm \frac{1}{b} = \pm \frac{1}{f}, \qquad 300$$

waarin $\frac{1}{v}$, $\frac{1}{b}$ *en* $\frac{1}{f}$ *met het teeken* $+$ *of* — *voorkomen, naarmate* V, B *en* F *reëel of virtueel zijn.*

Vergelijkt men deze betrekkingen met de vroeger voor sferische spiegels gevondene (§ 877, 889 en 890), dan vindt men eene volkomene overeenkomst in de vorming der beelden bij convexe lenzen en bij concave spiegels, alsmede in die bij concave lenzen en bij convexe spiegels. Alleen is het door lenzen gevormde beeld reëel, als het achter de lenzen, en het door spiegels gevormde, als het vóór de spiegels ligt; met de virtueele beelden is het natuurlijk omgekeerd.

949. Trekt men uit de beide krommingsmiddelpunten eener biconvexe lens (fig. 272) twee evenwijdige kromtestralen, b.v. $C_1J_1 = r_1$ en $C_2J_2 = r_2$, dan snijdt de lijn, die J_1 en J_2 verbindt, de hoofdas in een punt O, het *optische middelpunt* der lens. De afstand $M_1O = x$ van dit punt tot het eerste brekende vlak wordt gevonden met behulp der beide gelijkvormige driehoeken C_1J_1O en C_2J_2O. Stellen wij de dikte M_1M_2 der lens $= d$, dan is

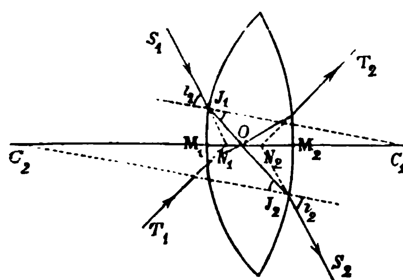


fig. 272.

$$C_1J_1 : C_1O = C_2J_2 : C_2O,$$

$$r_1 : (r_1 - x) = r_2 : (r_2 - (d - x)),$$

$$x = \frac{r_1}{r_1 + r_2} \cdot d. \qquad 301$$

Voor den afstand M_2O van het optisch middelpunt tot het tweede brekende vlak vindt men

$$y = \frac{r_2}{r_2 + r_1} \cdot d. \qquad 302$$

Het optisch middelpunt ligt het dichtst bij het sterker gebogen vlak, daar $r_1 < r_2$ is. Zijn de beide kromtestralen gelijk, dan ligt O in het midden van M_1M_2.

950. De straal S_1J_1 die, bij J_1 intredende, binnen de lens de richting naar het optisch middelpunt heeft, zal, bij J_2 uittredende, evenwijdig met de richting van den invallenden straal voortgaan;

eener lens kan gelegen zijn, heeft elke lens twee hoofdbrandpunten, aan weerskanten der lens gelegen. In den tekst is met »het" hoofdbrandpunt bedoeld: bij convexe lenzen het aan den kant der uittredende, en bij concave lenzen het aan den kant der intredende stralen gelegen brandpunt.

want, daar $\rho_1 = \rho_2$ is, moet ook $\iota_1 = \iota_2$ zijn. De straal $S_1 J_1 J_2 S_2$ doorloopt de lens juist alsof hij door eene glazen plaat met evenwijdige oppervlakken ging (de raakvlakken in J_1 en J_2 aan de brekende vlakken gebracht zijn evenwijdig). Dit zal mede het geval zijn voor elken anderen straal ($T_1 O T_2$), die binnen het glas door het optisch middelpunt gaat. Uit de formule 301 immers blijkt, dat de ligging van O onafhankelijk is van den invalshoek, dien een straal heeft.

Hierbij is het wederom onverschillig, op welk der beide brekende vlakken de stralen vallen.

951. Ook de lenzen van anderen vorm hebben een optisch middelpunt. Past men bij de overige lenzen, die twee gebogen oppervlakken hebben, dezelfde beschouwing toe als bij de bi-convexe lenzen (§ 949), dan vindt men:

het optisch middelpunt ligt bij eene *bi-concave* lens binnen het glas en wel het dichtst bij het sterker gebogen oppervlak; is $r_1 = r_2$, dan ligt het in het midden der lens;

het optisch middelpunt ligt bij eene *concaaf-convexe* en bij eene *convex-concave* lens buiten het glas aan den kant van het sterkst gebogen oppervlak, d. i. bij de eerste aan den kant van het convexe en bij de tweede aan den kant van het concave oppervlak;

bij *plan-convexe* en *plan-concave* lenzen is het optisch middelpunt het snijpunt van de hoofdas en het gebogen oppervlak; immers het raakvlak, door dit punt aan het gebogen oppervlak gebracht, is evenwijdig met het platte oppervlak.

952. Terwijl alle stralen, die binnen eene lens de richting naar het optisch middelpunt aannemen, door beide brekingen niet van richting veranderen, ondergaan zij wel eene zijdelingsche verschuiving. Daar de verschuiving echter steeds kleiner is, dan de dikte der lens (§ 970, 3), kan zij met nog meer recht dan deze verwaarloosd worden. Wij zullen bij de volgende beschouwingen dus aannemen, dat *elke straal, die de richting naar het optische middelpunt eener lens heeft, ongebroken door de lens gaat.* — Elke door het optisch middelpunt getrokken lijn, die niet met de hoofdas samenvalt, noemt men wegens deze eigenschap eene *bijas*.

Verder merken wij op, dat men bij verwaarloozing van de dikte der lens aannemen mag, dat beide brekingen, die een straal ondergaat, plaats hebben in een vlak PQ (fig. 273), dat in het optisch middelpunt loodrecht op de hoofdas staat. Men denkt zich dus de

lens vervangen door dit vlak, en kan dan de teekening van den gang der stralen vereenvoudigen, door den invallenden straal tot aan een punt J van dit vlak (fig. 273 en volg.) door te trekken; van het verkregen snijpunt trekt men dan eene lijn in de richting, waarin de uittredende straal loopt.

953. De bijassen kunnen op overeenkomstige wijze als bij sferische spiegels gebruikt worden, om den gang van een straal na breking door eene lens te bepalen.

a) Tot een straal, die in willekeurige richting op eene lens valt, trekt men eene met den straal evenwijdige bijas en bepaalt op deze het *bijbrandpunt* F_1 (fig. 272, a). De verbindingslijn van F_1 met

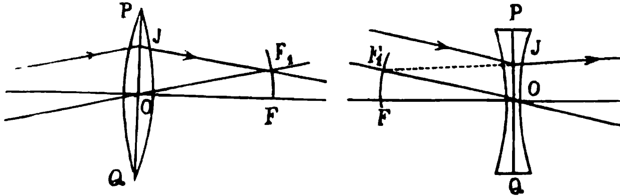


fig. 272, *a*.

het punt J, waar de invallende straal het vlak PQ (§ 952) treft (resp. haar verlengde), wijst de richting van den gebroken straal aan.

b) Het beeldpunt van een lichtpunt ligt op de door het lichtpunt getrokken bijas. — Koppelbrandpunten.

c) Het beeld van eene meetkundige figuur, gelegen op een boloppervlak, dat het optische middelpunt O tot middelpunt heeft, ligt eveneens op een boloppervlak, waarvan O het middelpunt is.

d) Het beeld eener rechte, loodrecht op de hoofdas staande lijn is bij benadering eveneens eene rechte loodrecht op de hoofdas staande lijn getrokken door het beeldpunt van een der (uiterste) lichtpunten der lijn.

954. Voor de constructie van het beeld van een willekeurig *voorwerp*, zoekt men dus de beeldpunten der uiterste punten van het voorwerp. Men gebruikt daarvoor twee stralen (fig. 273—281), waarvan de eene, door O gaande, met de tot het lichtpunt V behoorende bijas samenvalt en ongebroken door de lens gaat; terwijl de andere evenwijdig met de hoofdas op de lens valt en na breking eene richting verkrijgt, die door de verbindingslijn van het »invalspunt" J (op PQ) met het hoofdbrandpunt F wordt aangewezen.

Wij zullen de verschillende gevallen bespreken, die zich bij de

beeldvorming door middel van lenzen kunnen voordoen, en daarbij gebruik maken van eene bi-convexe en eene bi-concave lens, waarvan eenvoudigheidshalve de beide kromtestralen gelijk genomen zijn.

Voor de constructie van het beeldpunt zou men ook gebruik kunnen maken van den straal VJ_1, fig. 273 en fig. 277, die vóór de lens de richting naar het *andere* (*vóór* eene convexe of *achter* eene concave lens gelegen) hoofdbrandpunt [F] heeft; achter de lens is de richting van dezen straal evenwijdig met de hoofdas.

955. *Convexe lenzen.*

1) Voorwerp reëel, $v > f$ (fig. 273). Beeld reëel en omgekeerd. De betrekking tusschen de afstanden van voorwerp, beeld en hoofdbrandpunt tot de lens kunnen wij ook hier bij benadering rechtstreeks uit de figuur afleiden. Duiden wij de *kleinste* hoeken, die de invallende en de uittredende straal met de *bijas* maken ($\angle JVO$ en $\angle JBO$) aan door $\bar{v}$ en $\bar{b}$; verder den *kleinsten* hoek, dien de uittredende straal, welke door het hoofdbrandpunt F gaat, met de hoofdas maakt ($\angle JFO$) aan door $\bar{f}$, dan vinden wij gemakkelijk de betrekking

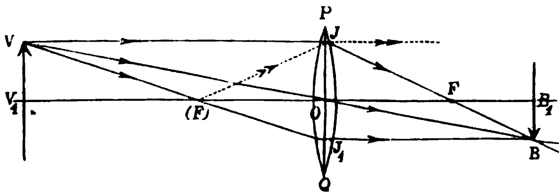


fig. 273.

$$\bar{v} + \bar{b} = \bar{f},$$

die wij, daar de hoeken klein zijn, kunnen vervangen door

$$tg\,\bar{v} + tg\,\bar{b} = tg\,\bar{f}.$$

Nemen wij nu bij benadering aan, dat JO loodrecht op de bijas VB staat, dus dat de driehoeken JOV en JOB rechthoekig zijn, zóo dat O het hoekpunt der rechte hoeken is [1]), dan wordt de laatste vergelijking

---

[1]) Als men de figuur beschouwt, schijnt dit niet geoorloofd. Men bedenke echter, dat in de figuur de hoeken, die de bijas en de hoofdas met elkander maken, duidelijkheidshalve veel te groot genomen zijn. Om aan een voorbeeld te laten zien, dat de in den tekst bedoelde benaderingen bij kleine hoeken zonder bezwaar kunnen toegepast worden, willen wij aannemen, dat in fig. 273

$$VJ = V_1O = 30 \text{ cM},$$
$$OF = 12 \text{ cM}.$$

dus $$BJ_1 = B_1O = 20 \text{ cM},$$

en dat de hoek, dien de bijas met de hoofdas maakt,

$$\angle VOV_1 = 2^0$$

is. Dan is ook $\bar{v} = JVO = 2^0$. Verder vindt men uit

$$\frac{JO}{VO} + \frac{JO}{BO} = \frac{JO}{FO},$$

$$\frac{1}{VO} + \frac{1}{BO} = \frac{1}{FO};$$

of $$\frac{1}{v} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \qquad 303$$

Door *vergrooting* verstaat men (ook in de volgende gevallen) de verhouding der liniaire grootten van beeld en voorwerp, dus $\Gamma = \frac{BB_1}{VV_1}$; deze verhouding is echter gelijk aan $\frac{B_1O}{V_1O}$, zoodat

$$\Gamma = \frac{b}{v}.$$

Uit de figuur en uit de formule leidt men af: het beeld is verkleind, als $v > 2f$ is; het is vergroot, als $v < 2f$ is; het is even groot als het voorwerp, als $v = 2f$ is.

956. 2) Voorwerp reëel, $v < f$ (fig. 274). Beeld virtueel en recht.

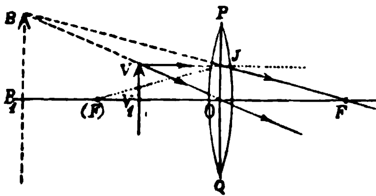


fig. 274.

Uit de figuur zal men gemakkelijk de betrekking

$$\bar{V} - \bar{B} = \bar{F}$$

vinden, waaruit op de bekende wijze volgt

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \qquad 304$$

Het beeld is steeds vergroot. — Voor $v = f$ wordt $b = \infty$; voor $v =$ nul wordt ook $b =$ nul.

$$JO = JV \times tg\, 2^0$$
$$JO = 1{,}04762 \text{ cM},$$

en daar $$VO = \sqrt{JO^2 + VJ^2} \text{ is},$$
$$VO = 30{,}0183 \text{ cM}.$$

Stelt men nu *bij benadering* $tg\, \bar{V} = \frac{JO}{VO}$, dan vindt men

$$\bar{V} = 1^0\, 59'56'',$$

dus slechts 4″ te klein. — De juiste waarde van $\bar{B}$ is $180^0 - \angle BOJ - \angle BJO = 180^0 - 92^0 - \angle BJO$. De waarde van $\angle BJO$ vindt men (uit $tg\, BJO = \frac{FO}{JO}\Big) = 85^0\, 0'38''$, zoodat $\bar{B} = 2^0\, 59'22''$ is. *Bij benadering* zou men uit $tg\, \bar{B} = \frac{JO}{OB}$, waarin $OB = {}^2/_3\, VO = 20{,}0122$ cM is, vinden

$$\bar{B} = 2^0\, 59'48'',$$

dus slechts 26″ te groot.

957. 3) Voorwerp virtueel (fig. 275). Beeld reëel en recht.

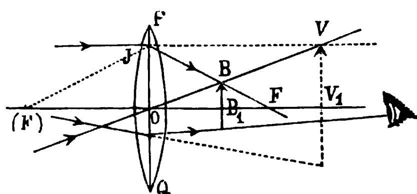


fig. 275.

Op dezelfde wijze als in de vorige gevallen blijkt dat hier de betrekking geldt

$$\overline{B} - \overline{V} = \overline{F},$$

of $$-\frac{1}{v} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \quad 305$$

Het beeld is steeds verkleind. — Voor $v =$ nul wordt ook $b =$ nul; voor $v = \infty$ wordt $b = f$.

958. In fig. 276 duiden de cijfers I—IX plaatsen aan, die een reëel (I—VII) of virtueel (VII—IX) voorwerp (pijl met éene spits)

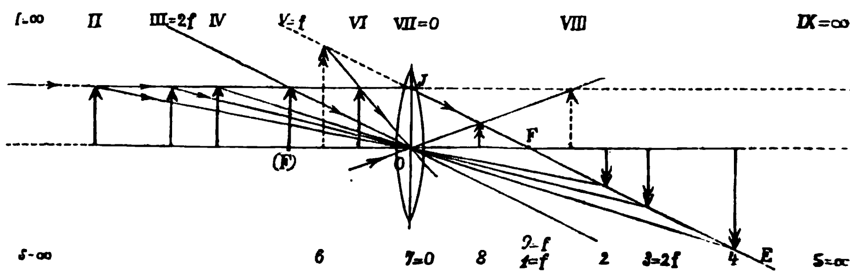


fig. 276.

ten opzichte van eene convexe lens kan innemen. De cijfers 1--9 wijzen de overeenkomstige plaatsen van het beeld (pijl met twee spitsen) aan. De pijlen zijn getrokken of gestippeld, naarmate voorwerp en beeld reëel of virtueel zijn. Uit de figuur blijkt direct, of het beeld recht of omgekeerd, vergroot of verkleind is.

Bij alle standen van het voorwerp moet het beeld der pijlspits op de lijn JF of haar verlengde liggen; zijne plaats is dus daar, waar de bijas, getrokken door het overeenkomstige lichtpunt, de genoemde lijn snijdt. Men denke zich de aanvankelijk met de hoofdas samenvallende bijas ($v = \infty$) in het vlak van teekening om O gedraaid en bepale telkens het snijpunt der bijas met de lijn JF.

Het beeld is *reëel* voor de standen van het voorwerp tusschen I en V en tusschen VII en IX, *virtueel* voor de standen tusschen V en VII; daar voor den stand V de bijas evenwijdig met JE loopt, verkrijgt men een reëel beeld op oneindigen afstand achter, of een virtueel beeld op oneindigen afstand vóór de lens.

Het beeld is *omgekeerd* voor de standen van het voorwerp tusschen I en V, recht voor de standen tusschen V en IX; voor den stand V

is het achter de lens gelegen reëele beeld omgekeerd, het vóór de lens gelegen virtueele beeld recht.

Het beeld is *verkleind* voor de standen van het voorwerp tusschen I en III en tusschen VII en IX, *vergroot* voor de standen tusschen III en VII; bij de standen III en VII is het beeld even groot als het voorwerp.

Uit de omstandigheid, dat het beeld der pijlspits steeds op de lijn JF ligt, volgt terstond:

alle vóór het hoofdbrandpunt liggende beelden zijn recht, alle achter dit punt liggende beelden zijn omgekeerd;

de tusschen de lens en den dubbelen hoofdbrandpuntsafstand achter de lens liggende beelden zijn verkleind; alle andere zijn vergroot.

Men vergelijke § 881 en fig. 225.

959. *Concave lenzen.*

1) Voorwerp reëel (fig. 277). Beeld virtueel en recht.

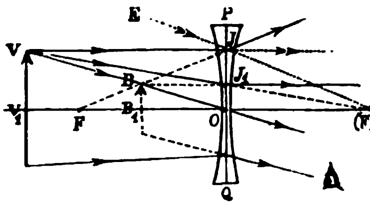


fig. 277.

Dezelfde benaming der hoeken gebruikende en dezelfde benadering toepassende als bij convexe lenzen (§ 955), en in aanmerking nemende dat het hoofdbrandpunt virtueel is, dus vóór de lens ligt, vinden wij

$$B - \overline{V} = \overline{F},$$

waaruit wij de betrekking tusschen v, b en f afleiden in den vorm

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}. \qquad 306$$

De vergrooting is, om dezelfde reden als bij convexe lenzen,

$$\Gamma = \frac{b}{v}.$$

Het beeld is steeds verkleind. — Voor $v = \infty$ wordt $b = f$; voor $v =$ nul wordt ook $b =$ nul.

960. 2) Voorwerp virtueel, $v < f$ (fig. 278). Beeld reëel en recht.

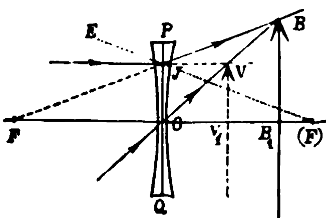


fig. 278.

In dit geval is

$$V - \overline{B} = F,$$

en de formule, die wij daaruit afleiden,

$$-\frac{1}{v} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}. \qquad 307$$

Het beeld is vergroot. — Voor $v =$ nul wordt ook $b =$ nul; voor $v = f$ wordt $b = \infty$.

961. 3) Voorwerp virtueel, $v > f$ (fig. 279). Beeld virtueel en omgekeerd.

Hier is

$$\overline{V} + \overline{B} = \overline{F};$$

de formule, die wij daaruit afleiden, schrijven wij in den vorm

$$-\frac{1}{v} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}. \qquad 308$$

fig. 279.

Het beeld is vergroot, zoolang $v < 2f$ is; het is verkleind, als $v > 2f$ is; voor $v = 2f$ is het beeld even groot als het voorwerp. — Voor $v = f$ wordt $b = \infty$; voor $v = \infty$ wordt $b = f$.

962. In fig. 280 duiden de cijfers I—IX de plaatsen aan, die een reëel (I—III) of virtueel (III—IX) voorwerp (pijl met ééne spits) ten opzichte van een concave lens kan innemen. De cijfers 1—9

fig. 280.

wijzen de overeenkomstige plaatsen van het beeld (pijl met twee spitsen) aan. De pijlen zijn getrokken of gestippeld, naarmate voorwerp en beeld reëel of virtueel zijn. Uit de figuur blijkt direct, of het beeld recht of omgekeerd, vergroot of verkleind is.

De opmerking over de constructie der beelden in § 958 geldt ook hier.

Het beeld is *virtueel* voor de standen van het voorwerp tusschen I en III en tusschen V en IX, *reëel* voor de standen tusschen III en V: daar voor den stand V de bijas evenwijdig met JF loopt,

verkrijgt men een reëel beeld op oneindigen afstand achter, of een virtueel beeld op oneindigen afstand vóór de lens.

Het beeld is *recht* voor de standen van het voorwerp tusschen I en V, *omgekeerd* voor de standen tusschen V en IX; voor den stand V is het achter de lens gelegen reëele beeld recht, het vóór de lens gelegen virtueele beeld omgekeerd.

Het beeld is *verkleind* voor de standen van het voorwerp tusschen I en III en tusschen VII en IX, *vergroot* voor de standen tusschen III en VII; bij de standen III en VII is het beeld even groot als het voorwerp.

Verder blijkt uit de figuur:

alle vóór het hoofdbrandpunt liggende beelden zijn omgekeerd; alle achter dit punt liggende zijn recht;

de tusschen de lens en den dubbelen hoofdbrandpuntsafstand vóór de lens liggende beelden zijn verkleind; alle andere zijn vergroot.

Men vergelijke § 892 en fig. 235.

963. Men zal opmerken, dat de vorm, dien wij voor de formules 303—308 gekozen hebben, in overeenstemming is met den in § 948 gegeven regel. Zijn dus v en f gegeven, dan heeft men slechts de vraag te beantwoorden, of de uit de lens tredende stralen convergeeren of divergeeren, om dadelijk te weten, welke formule men voor de berekening van b gebruiken moet.

Hetgeen in § 878, voorlaatste alinea, gezegd is over de constructie van beelden bij spiegels is op geheel overeenkomstige wijze toepasselijk op de constructie van beelden bij lenzen.

964. Voor den straal, die na de breking door de lens een oog bereikt, geldt een analoge regel als voor de door de spiegels teruggekaatste stralen (§ 863). Voorbeelden vindt men in fig. 275 en fig. 277.

965. Dat de door lenzen gevormde beelden om overeenkomstige redenen als de door gebogen spiegels gevormde, *misvormd* zijn, willen wij slechts even aanstippen, zonder hieromtrent verder uit te weiden (verg. § 882).

966. Door de randstralen zal bij lenzen *sferische aberratie* (§ 869) ontstaan, als de invalshoeken dier stralen te groot zijn, om daarop de bij centrale stralen geoorloofde benaderingen toe te passen. Men kan de randstralen door diaphragma's terughouden. Overigens heeft men lenzen zóo geslepen of stelsels van lenzen zóo geconstrueerd,

dat de aberratie verdwijnt; men noemt deze daarom *aplanatisch* (planao = ik dwaal af).

967. De (donkere) warmtestralen worden door lenzen op overeenkomstige wijze gebroken als de lichtstralen (verg. § 925).

---

968. Als een beeld gevormd wordt door twee (of meer) lenzen met gemeenschappelijke hoofdas (*gecentreerde lenzen*), dan geldt weer een regel, die overeenkomt met den voor twee spiegels gegeven regel (§ 895). In fig. 281 vindt men een voorbeeld, dat geen moeilijkheden zal opleveren. — Om de teekening niet onduidelijk te maken

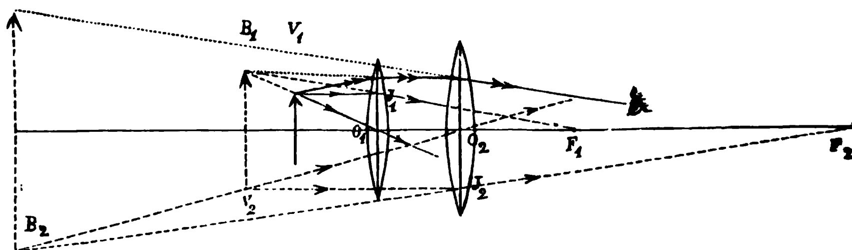


fig. 281.

is bij de constructie van het tweede beeld uitgegaan van de basis (V_2) van het eerste. — De vergrooting is $\Gamma = \frac{b_1}{v_1} \times \frac{b_2}{v_2}$. — Het eerste en het tweede beeld zijn in het door fig. 281 voorgestelde geval recht. Verg. § 895.

De gang van een lichtstraal, die van het hoogste punt van het voorwerp een achter de tweede lens geplaatst oog bereikt, is door dubbele pijlspitsen aangeduid; men past eerst voor de tweede en daarna voor de eerste lens de in § 964 bedoelde constructie toe.

De opmerking van § 895, slot, over het al of niet bestaan der stralen, die voor de constructie der beelden gebruikt worden, geldt ook hier.

969. Hoofdbrandpuntsafstand van een stelsel van gecentreerde lenzen noemt men den afstand van de laatste lens tot het punt, waar de evenwijdig met de hoofdas op de eerste lens vallende stralen zich vereenigen. Het brandpunt F_1 (fig. 282)

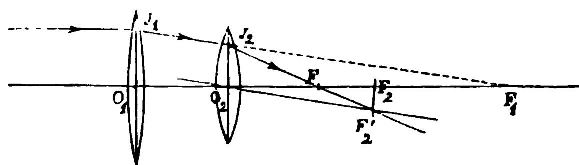


fig. 282.

der eerste lens is het (reëele of virtueele) voorwerp voor de tweede lens. De bijas, door het optisch middelpunt der tweede lens evenwijdig met den door de eerste lens gebroken straal $J_1 F_1$ getrokken, geeft het bijbrandpunt F'_2; de door de tweede lens gebroken straal loopt dan naar dit punt; waar hij de hoofdas snijdt, is het brandpunt F van het stelsel.

Voor de tweede lens geldt de formule

$$-\frac{1}{v_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2}.$$

Stelt men den afstand der beide lenzen d, dan wordt deze formule

$$-\frac{1}{f_1 - d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{f_2}$$

of $$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1 - d} + \frac{1}{f_2}. \qquad 309$$

Men kan deze betrekking ook uit de figuur afleiden. Er is (verg. § 955 en volg.)

$$\angle J_2 F O_2 = \angle J_2 F_1 F + \angle F J_2 F_1,$$

of $$\angle J_2 F O_2 = \angle J_2 F_1 O_2 + \angle J_2 F'_2 O_2;$$

wij schrijven deze vergelijking

$$\overline{F} = \overline{F}_1 + \overline{F}'_2$$

en vervangen deze (kleine) hoeken door hunne tangenten:

$$tg\ \overline{F} = tg\ \overline{F}_1 + tg\ \overline{F}'_2.$$

Beschouwen wij wederom driehoek $J_2 O_2 F'_2$ als rechthoekig met het hoekpunt van den rechten hoek in O_2, dan wordt de laatste vergelijking

$$\frac{J_2 O_2}{F O_2} = \frac{J_2 O_2}{F_1 O_2} + \frac{J_2 O_2}{F'_2 O_2},$$

en hieruit vinden wij ten slotte

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1 - d} + \frac{1}{f_2}.$$

Liggen de lenzen op elkander ($d =$ nul), dan heeft men

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}. \qquad 310$$

Op overeenkomstige wijze vindt men, als eene, b.v. de tweede lens, concaaf is, de formule

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2}, \qquad 311$$

indien het geheel nog als convexe lens werkt ($f_1 < f_2$); daarentegen

$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2}, \qquad 312$$

indien het geheel als concave lens werkt ($f_1 > f_2$).

---

970. Wij willen nog beknopt aanduiden, hoe men den gang der lichtstralen door eene lens bepalen kan, indien de dikte der lens niet kan verwaarloosd worden. Wij onderstellen hierbij, a) dat de straal uit de lucht in de lens treedt en uit de lens weer in de lucht overgaat; b) dat alle stralen centrale (dicht bij de hoofdas loopende) stralen met zóo kleine invalshoeken zijn, dat wij ook hier van de vroeger reeds toegepaste benaderingen gebruik kunnen maken. Als voorbeeld nemen wij eene bi-convexe lens.

1) Een straal, die binnen de lens door het optische middelpunt O gaat, heeft vóór de lens de richting naar een punt N_1 der hoofdas (fig. 283, verg. ook fig. 272). Dit punt heet het *eerste knooppunt.*

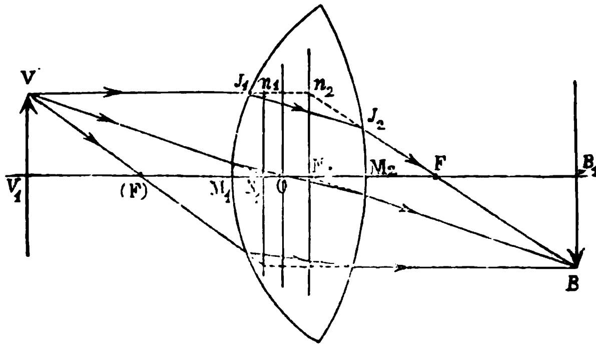


fig. 283.

Blijkbaar verhouden zich ten opzichte van de eerste breking het eerste knooppunt en het optisch middelpunt als virtueel lichtpunt en reëel beeldpunt, zoodat, als men $M_1 O$ kent (form. 301), $M_1 N_1$ met behulp van form. 268 berekend kan worden.

2) Een straal, die binnen de lens door het optisch middelpunt O gaat, heeft achter de lens eene richting, die de hoofdas in een punt N_2 snijdt. Dit punt heet het *tweede knooppunt.* Ten opzichte van de tweede breking verhouden het optisch middelpunt en het tweede knooppunt zich als reëel lichtpunt en virtueel beeldpunt. Kent men

weer $M_2 O$ (form. 302), dan kan men $M_2 N_2$ met behulp van form. 280 vinden.

3) Een straal, die vóór de lens naar het eerste knooppunt gericht is, zal de lens verlaten, alsof hij van het tweede knooppunt kwam. Ten opzichte van *beide* brekingen kan dus N_2 als beeldpunt van een in N_1 gelegen lichtpunt beschouwd worden (zie ook fig. 272).

Hieruit volgt, dat de zijdelingsche verschuiving van een straal, die door het optische middelpunt der lens gaat, kleiner is dan de dikte $(M_1 M_2)$ der lens. Verg. § 950 en 952.

4) Men denke zich door N_1, O en N_2 drie vlakken loodrecht op de hoofdas gebracht. Het door N_1 gebrachte vlak heet *eerste knoopvlak*, het door N_2 gebrachte *tweede knoopvlak*. Volgens § 939, d, zou nu van eene in het eerste knoopvlak gelegen rechte lijn in het vlak door O een beeld gevormd worden, dat eveneens eene rechte lijn is (eerste breking); en hiervan zou wederom in het tweede knoopvlak als beeld eene rechte lijn ontstaan (tweede breking). Men kan zich dus voorstellen, dat door beide brekingen in het tweede knoopvlak een beeld van de lichtpunten van het eerste knoopvlak gevormd wordt.

5) De vergrooting van dit beeld wordt berekend volgens § 939, e. Het eerste, in het vlak door O gelegen beeld heeft de vergrooting $\frac{OC_1}{N_1 C_1}$; het in het tweede knoopvlak gevormde beeld heeft de vergrooting $\frac{N_2 C_2}{OC_2}$; de totale vergrooting is dus $\frac{OC_1}{N_1 C_1} \times \frac{N_2 C_2}{OC_2}$. Met behulp van fig. 272 vindt men gemakkelijk, dat deze waarde $= 1$ is. Is dus (fig. 283) een invallende straal gericht naar een punt n_1 van het eerste knoopvlak, dan schijnt de uittredende straal te komen van een punt n_2 van het tweede knoopvlak, zóo dat $N_1 n_1 = N_2 n_2$ is. M. a. w. een in de beide oppervlakken der lens gebroken straal kan men vervangen door een straal, die van uit het lichtpunt met behoud zijner richting doorgaat tot het eerste knoopvlak, van daar evenwijdig met de hoofdas tot het tweede knoopvlak loopt, en ten slotte van dit vlak naar het beeldpunt gaat.

6) Wij kunnen nu den loop der beide stralen construeeren, waardoor het door eene (dikke) lens gevormde beeld van een lichtpunt bepaald wordt. De ééne dier stralen gaat van het lichtpunt V (fig. 283) naar het eerste knooppunt N_1; hij treedt uit volgens eene lijn, die door het tweede knooppunt N_2 evenwijdig met VN_1 getrokken wordt. Den tweeden straal laten wij evenwijdig met de hoofdas

gaan tot aan het *tweede* knoopvlak en van daar naar het hoofdbrandpunt F. Het snijpunt dezer beide stralen is het gevraagde beeldpunt B. — De vergrooting van het door de lens gevormde beeld is

$$\Gamma = \frac{BB_1}{VV_1} = \frac{B_1 N_2}{V_1 N_1}.$$

Denkt men zich de glasmassa tusschen de beide knoopvlakken verwijderd, en de beide overblijvende deelen der lens in het vlak door O tegen elkander geplaatst, dan gaat fig. 283 over in fig. 273.

Treft de *invallende* straal het tot nu toe als tweede brekende vlak beschouwde oppervlak der lens, dan wordt het vroegere tweede knoopvlak nu het eerste en omgekeerd; in plaats van het brandpunt F maakt men dan van het aan den anderen kant der lens gelegen brandpunt $[F]$ gebruik.

Daar de weg van een straal ook in omgekeerde richting kan doorloopen worden (B kan als lichtpunt, V als beeldpunt beschouwd worden), kan men voor de constructie van het beeldpunt van V ook van het vóór de lens gelegen brandpunt $[F]$ gebruik maken; men zie fig. 283.

Kent men de beide kromtestralen r_1 en r_2 niet, dan kan men noch de ligging van het optisch middelpunt, noch die der knooppunten berekenen. Men kan dan proefondervindelijk de ligging van het hoofdbrandpunt F en zijn afstand FN_2 tot het tweede knoopvlak bepalen. Wordt van het voorwerp VD het beeld BE ontworpen (fig. 284), en verkrijgt men door verplaatsing van het voorwerp in den stand V_1D_1 eene verplaatsing van het beeld in den stand B_1E_1, zoo is

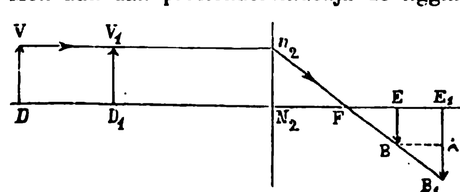


fig. 284.

$$FE_1 : FE = E_1B_1 : EB,$$

waaruit volgt:

$$EE_1 : AB_1 = FE : EB,$$

zoodat men den afstand van F tot het eerst gevormde beeld in de te meten grootheden EE_1, AB_1 en EB kan uitdrukken. — Om FN_2 te bepalen heeft men

$$FN_2 : N_2n_2 = FE : EB$$

of

$$FN_2 : VD = FE : EB.$$

Door het lichtende voorwerp aan den anderen kant der lens te plaatsen, vindt men de ligging van het hoofdbrandpunt $[F]$ en zijn afstand $[F]N_1$ tot het andere knoopvlak.

Gauss († 1855) heeft algemeen den gang van lichtstralen door een stelsel van lichamen nagegaan, die elkander twee aan twee in sferische vlakken raken, zóó dat alle krommingsmiddelpunten op ééne rechte lijn liggen (*gecentreerde* grensvlakken). Hij heeft aangetoond, dat men daarbij gebruik kan maken van drie paren van punten, die bij elk stelsel voorkomen, en van drie paren van vlakken, die door deze punten loodrecht op de hoofdas gebracht zijn: a) de beide *brandpunten* en *brandvlakken;* de brandpunten zijn die punten, waarin stralen, die in de eerste of in de laatste stof evenwijdig met de hoofdas loopen, zich vereenigen; b) de beide *hoofdpunten* en *hoofdvlakken;* hoofdvlakken zijn die vlakken, welke de eigenschap hebben, dat van een voorwerp in het eene een even groot beeld in het andere zou gevormd

worden; c) de beide ***knooppunten*** en ***knoopvlakken***; zij worden aangewezen door die punten der hoofdas, waarheen een straal in de eerste stof gericht is en waarvan hij in de laatste stof schijnt te komen. — In het door ons behandelde geval eener lens, waarbij de eerste en de laatste stof van dezelfde soort (lucht) zijn, vallen de hoofdvlakken samen met de knoopvlakken, terwijl de afstanden der beide hoofdbrandpunten tot de respectieve hoofd- of knoopvlakken, FN_2 en $[F]N_1$ even groot zijn.

HOOFDSTUK IV.

Kleurschifting.

971. Als wij door eene fijne horizontale spleet O (fig. 285) zonlicht in eene donkere kamer laten treden, en wij vangen de stralen door een wit scherm S op, dan vertoont zich op dit scherm een beeld B der spleet. Plaatsen wij nu tusschen spleet en scherm een prisma P, waarvan de brekende ribbe naar boven gekeerd is, dan verdwijnt het beeld der spleet, terwijl wij lager op het scherm een gekleurden lichtband rv waarnemen, waarvan de breedte gelijk is aan die van het ongekleurde beeld B. De gekleurde lichtband heet *spectrum* (spectrum = verschijning); wij onderscheiden daarin van boven naar beneden zeven hoofdkleuren, *rood*, *oranje*, *geel*, *groen*, *blauw*, *indigo* en *violet*, terwijl wij van het uiterste rood tot het uiterste violet tallooze in elkander overgaande tinten waarnemen. Dit verschijnsel noemt men *kleurschifting of kleurverstrooiing*, *dispersie;* de kleuren, die men na den doorgang van het licht door het prisma waarneemt, heeten *prismatische* of *spectraalkleuren*.

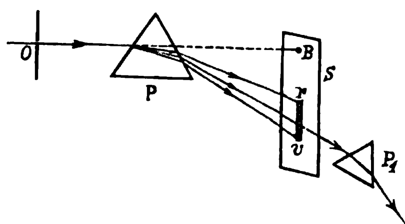


fig. 285.

972. De verklaring, die Newton van dit verschijnsel gaf, is de volgende. In het zonlicht zijn al de genoemde kleuren aanwezig; zij worden echter door ons oog niet afzonderlijk waargenomen, maar maken samen den indruk van *wit* licht. De splitsing door het prisma bewijst, dat de samenstellende stralen *verschillende breekbaarheid* hebben; rood licht heeft den kleinsten en violet licht den grootsten brekingsaanwijzer.

Proeven. Maakt men de divergeerende gekleurde stralen door middel van een concaven spiegel of eene convexe lens convergent, dan wordt op de plaats, waar de stralen samenkomen, wederom een wit beeld der spleet gevormd.. — Laat men een gekleurde straal van bepaalde tint door eene tweede fijne spleet in het scherm op een tweede prisma P_1 (fig. 285) vallen, dan heeft daardoor geene verdere kleurverandering plaats, maar wel afwijking, die bij een bepaalden invalshoek des te grooter is, naarmate de kleur van den straal dichter bij het violette einde van het spectrum ligt.

Het spectrum moet beschouwd worden als eene reeks van evenveel *gekleurde beelden der spleet*, als er verschillende tinten in het zonlicht aanwezig zijn. De uitdrukkingen »stralen van verschillende kleur" en »stralen van verschillende breekbaarheid" hebben dus dezelfde beteekenis.

Is de tweede spleet zóo fijn, dat zij slechts stralen van bepaalde breekbaarheid doorlaat, dan zou dit licht door het tweede prisma niet verder verstrooid kunnen worden; men noemt zulk licht daarom *enkelvoudig* (*homogeen*) licht.

Er zijn enkele stoffen bekend, die wit licht op eene van de gewone afwijkende wijze verstrooien. Fuchsine-oplossing b.v. levert een spectrum, waarin de stralen voorkomen in de volgorde *blauw, violet*, —, *rood, oranje, geel*. De minste breekbaarheid vertoonen de blauwe, de meeste de gele stralen; het groen ontbreekt geheel (tusschen violet en rood bevindt zich eene donkere ruimte), daar de groene stralen door de oplossing geabsorbeerd worden. Wij laten deze *abnormale dispersie* buiten beschouwing.

973. Volgens de trillingstheorie, die het licht als transversale aethertrillingen beschouwt, kan het verschil in kleur alleen zijn grond hebben in verschil van trillingsgetal of trillingstijd. In wit licht komen dus te gelijker tijd aethertrillingen van alle mogelijke (binnen de grenzen der zichtbaarheid geldende) trillingstijden voor. Zoo lang zulk een straal zich in de luchtledige ruimte (in den vrijen aether) beweegt, is de voortplantingssnelheid voor stralen van alle trillingstijden dezelfde; men neemt echter aan, dat in eene brekende middelstof door de werking der moleculen de vrije beweeglijkheid van den aether verminderd is; men wil op die wijze verklaren, dat de snelheid van alle stralen gewijzigd wordt, maar niet even veel; het minst die der stralen van grootere golflengte (roode stralen), het meest die der stralen van kleinere golflengte (violette stralen). Verg. fig. 242.

Kleur en toonhoogte zijn analoge begrippen. Evenals een toon door zijn trillingsgetal bepaald wordt, zoo kan men ook eene (homogene) kleur ondubbelzinnig aanwijzen door het trillingsgetal (den trillingstijd) of door den (absoluten) brekingsaanwijzer voor eene bepaalde brekende stof. — Terwijl het oor een geluid in enkelvoudige tonen ontleedt, kan het oog

samengesteld licht niet in enkelvoudige kleuren splitsen. — Evenals het trillingsgetal van een bepaalde (enkelvoudige) toon steeds even groot blijft, terwijl zijne golflengte (wegens het verschil in voortplantingssnelheid in verschillende stoffen) afhankelijk is van de middelstof, waarin hij zich voortplant, zoo is ook het trillingsgetal van eene bepaalde enkelvoudige kleur steeds even groot; de golflengte echter hangt af van de middelstof, waarin het licht zich voortplant.

974. Onderschept men bij de eerste der in § 972 genoemde proeven stralen van eene bepaalde kleur, dan wordt het door alle overige stralen gevormde beeld der spleet gekleurd. De weggenomen kleur en de kleur van het beeld der spleet zouden samen wit licht geven; men noemt ze daarom *complementaire* (aanvullings-)kleuren. Zulke kleuren zijn rood en groen, oranje en blauw, geel en indigo.

975. Gekleurd licht is dus niet noodzakelijk homogeen. Houden wij vóór de spleet, waardoor het zonlicht indringt, een gekleurd glas, dan is het door het glas doorgelaten licht (nagenoeg) homogeen, indien het geheele spectrum verdwijnt tot op een enkel smal beeld der spleet, dat zich daar vertoont, waar de kleur van het doorgelaten licht in het spectrum gevonden wordt. Is het doorgelaten licht niet homogeen, dan wordt het door het prisma in zooveel stralenbundels gesplitst, als er verschillende kleuren in voorkomen. Die plaatsen van het spectrum, waar de niet doorgelaten (opgeslorpte) kleuren beelden der spleet zouden vormen, blijven donker. Wij nemen door zulk een glas kijkende een mengsel van kleuren waar; het maakt op ons oog echter den indruk van eene enkele kleur, die in het algemeen niet overeenkomt met een der prismatische kleuren.

Ook hier blijkt weer, dat het oog het licht niet kan analyseeren, zooals het oor dit doet met een samengesteld geluid.

976. Ook het licht, dat door niet zelflichtende lichamen teruggeworpen wordt, kan door het prisma ontleed worden. Beschouwen wij een smal reepje *wit* papier, dat op eene zwarte [1]) tafel geplaatst en door daglicht verlicht wordt, door een prisma, waarvan de brekende ribbe evenwijdig met de lengte van het reepje is, dan zien wij een uit de genoemde zeven kleuren bestaand spectrum; bij een reepje *gekleurd* papier nemen wij in het spectrum slechts die kleuren waar, waaruit de samengestelde kleur van het papier bestaat. In beide

[1]) Zwart noemt men een lichaam, dat geen stralen uitzendt. Men kan in natuurkundigen zin dus niet van eene »zwarte kleur" spreken; een »volmaakt" zwart lichaam zou men niet rechtstreeks kunnen »zien".

gevallen is de afwijking eener kleur wederom grooter, naarmate ze dichter bij de violette zijde van het spectrum ligt.

Het oog, dat door de uit het prisma tredende stralen getroffen wordt, ziet het violette einde van het spectrum dichter bij de brekende ribbe van het prisma dan het roode einde; de witte straal namelijk, die van het papier op het prisma vallend, een violetten straal naar het oog zendt, moet het prisma dichter bij de brekende ribbe treffen, dan de witte straal, die een rooden straal naar het oog zendt.

Beschouwt men het gekleurde spleetbeeld bij de in § 974 beschreven proef door een prisma, dan ontbreekt in het waargenomen spectrum de onderschepte kleur.

Is het witte papier breed genoeg, dan zien wij alleen de beide met de brekende ribbe evenwijdige randen gekleurd, den eenen rood-geel, den anderen indigo-violet; tusschen beide strooken blijft het papier wit. De afzonderlijke spectra namelijk van de vele smalle reepjes, waarin men zich het papier verdeeld kan denken, vallen in het midden van het papier over elkaar, zóó dat het oog in elke richting alle spectraal-kleuren waarneemt en dus de gewaarwording van wit licht verkrijgt. Alleen bij de door de randen gevormde spectra is dit niet het geval. — Een reepje zwart papier op witten grond vertoont, door het prisma gezien, samengestelde kleuren, omdat van het reepje geen stralen uitgaan, terwijl de beide spectra van den witten, begrenzenden grond gedeeltelijk over elkander komen te liggen.

Beschouwen wij door een prisma eene nauwe spleet, die van achteren door kaarslicht verlicht wordt, dan vindt men, dat in het spectrum indigo en violet licht nagenoeg ontbreken. Dit is de oorzaak van de gele kleur der kaarsvlam. — Bij verlichting der spleet door eene alcohol-vlam (of niet-lichtende vlam van een Bunsen-brander), waarin chloornatrium verhit wordt, bestaat het spectrum slechts uit een enkel geel spleetbeeld; de door natriumdamp gekleurde vlam geeft dus homogeen licht. — De roode kleur eener door chloorlithium gekleurde vlam is uit eene homogene roode en eene homogene gele kleur samengesteld.

977. De kleur, waarin de niet zelflichtende lichamen zich aan ons vertoonen, hangt af 1) van de geschiktheid der lichamen, om stralen van bepaalde kleuren terug te werpen, op te slorpen of door te laten; 2) van de samenstelling van het op de lichamen vallende licht. Wij noemen een lichaam wit, als het alle stralen van het zonlicht, die er op vallen, terugkaatst; zwart als het al die stralen opslorpt; wij noemen het rood, als het òf slechts homogene roode stralen terugwerpt, òf een mengsel van stralen, dat in ons oog den indruk van rood te weeg brengt enz.

De kleuren der verfstoffen zijn in 't algemeen niet enkelvoudig. Daarom is de kleur van een mengsel van twee verfstoffen een andere dan die, welke men door samenstelling van de overeenkomstige spectraalkleuren

verkrijgt. Bekend is, dat men door **een mengsel van donkerblauwe en** gele verfstoffen groen verkrijgt.

Men kan elke kleur opvatten als verkregen door menging van eene enkelvoudige of samengestelde kleur met wit of met zwart. Door bijvoeging van wit wordt de kleur »minder verzadigd"; door bijvoeging van zwart »minder helder".

Een rood lichaam, dat in eene donkere kamer door het homogene gele licht eener natriumvlam bestraald wordt, kan zich òf geel òf zwart voordoen; geel, als het de invallende stralen terugwerpt; zwart als het ze opslorpt. In het eerste geval is geel een der kleuren, die de roode kleur van het lichaam (in het daglicht) samenstellen; in het tweede geval niet. — Bij kaarslicht en (geel) gaslicht zijn sommige blauwe stoffen groen, omdat in dit licht weinig blauwe stralen voorkomen, terwijl de bedoelde stoffen ook groene stralen terugwerpen. — Opvangen van het spectrum op een gekleurd scherm.

De verschijnselen van opslorping en terugkaatsing, die bij lichtende stralen de kleur van een lichaam veroorzaken, doen zich ook bij de donkere warmtestralen voor (men zie § 809 enz.). Wegens deze overeenkomst spreekt men wel eens van *thermochrose* (chrosis = kleuring).

De terugkaatsing van invallend licht geschiedt bij sommige lichamen direct door de buitenste oppervlakslaag; zulke lichamen vertoonen *glans*, en wel *metaalglans*, als (nagenoeg) alle, of *glanzende oppervlakskleuren*, als slechts stralen van bepaalde kleur teruggekaatst worden (fuchsine). Bij andere lichamen dringen stralen ook tot diepere lagen in en worden ook door deze teruggekaatst; dientengevolge wordt de terugkaatsing diffuus (krijt). Zijn de lichamen doorschijnend, dan heeft in het eerste geval het teruggekaatste licht de complementaire kleur van die van het doorgelaten licht, ten minste als geen stralen opgeslorpt worden; in het tweede geval is het teruggekaatste licht van dezelfde kleur als het doorgelaten licht, want van beide gedeelten worden stralen van dezelfde kleur opgeslorpt.

---

978. Daar de zon niet een enkel lichtpunt is, gaat bij de in § 971 beschreven proef door elk punt der spleet een (achter de spleet) divergeerende stralenbundel (§ 844). Daardoor verkrijgt men vele elkander gedeeltelijk bedekkende spectra, zoodat het kleurenbeeld op het scherm niet duidelijk wordt. Men verkrijgt een zuiverder spectrum, indien men de door de spleet ingevallen stralen opvangt op eene convexe lens, die zóo geplaatst is, dat haar (voorste) brandpunt in de spleet ligt. De uit de lens tredende stralen vallen dan evenwijdig op het prisma, en als de spleet zeer nauw en dus de bundel evenwijdige stralen zeer dun is, verkrijgt men een scherp spectrum.

Men ziet dan, dat zich door het geheele spectrum smalle, donkere strepen vertoonen, evenwijdig met de brekende ribbe van het prisma; zij heeten naar den natuurkundige, die ze het eerst bestudeerd heeft, *Fraunhofer'sche strepen.*

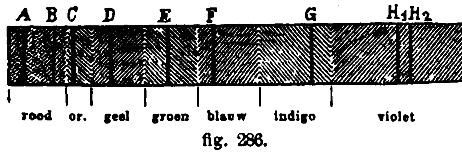


fig. 286.

De aanwezigheid dezer strepen in het zonnespectrum bewijst, dat in het zonlicht stralen van bepaalde breekbaarheid ontbreken. Het aantal dier strepen is zeer groot; de meest in het oog vallende heeft men door de letters *A* tot *H* aangeduid (fig. 286).

979. Eene Fraunhofer'sche streep is het beste hulpmiddel om licht van die breekbaarheid (tint) aan te wijzen, die op de plaats der streep zou gevonden worden, als het spectrum door de strepen niet »*afgebroken*" was. Men maakt daarvan gebruik, om op de in § 920 beschreven wijze de brekingsaanwijzers voor de verschillende stralen van wit licht te bepalen. Zorgt men, dat in het gevormde spectrum een der Fraunhofer'sche strepen het minimum van afwijking vertoont, dan kan men den brekingsaanwijzer bepalen voor den straal, wiens plaats door de streep wordt aangewezen.

Op deze wijze heeft men gevonden:

1) voor ongelijksoortige stoffen is het verschil der brekingsaanwijzers van de uiterste violette en de uiterste roode stralen, waardoor het *kleurschiftend vermogen* der stoffen bepaald wordt, ongelijk; m. a. w. prisma's van verschillende stoffen geven bij gelijke brekende hoeken spectra, die niet even lang zijn.

Zwavelkoolstof geeft onder dezelfde omstandigheden een langer spectrum dan flintglas, dit weer een langer dan crownglas en water.

2) bij ongelijksoortige stoffen is het verschil der brekingsaanwijzers voor twee stralen van bepaalde tinten (bepaalde Fraunhofer'sche strepen) niet evenredig met het verschil der brekingsaanwijzers van de uiterste violette en de uiterste roode stralen; m. a. w. de lengten van de door eene bepaalde kleur (b.v. groen) ingenomen gedeelten der door ongelijksoortige stoffen verkregen spectra zijn niet evenredig met de lengten van de geheele spectra.

Men vergelijke de volgende tabel van de (absolute) brekingsaanwijzers voor stralen, die overeenkomen met de Fraunhofer'sche strepen:

	B (rood)	D (geel)	E (groen)	F (blauw)	H (violet)	Kleurschiftend vermogen
Zwavelkoolstof.	1,6162	1,6289	1,6417	1,6538	1,7011	0,0849
Flintglas . . .	1,6278	1,6350	1,6420	1,6483	1,6711	0,0433
Crownglas. . .	1,5243	1,5280	1,5314	1,5343	1,5447	0,0204
Water.	1,3309	1,3336	1,3357	1,3378	1,3442	0,0133

980. Als een *homogene* lichtstraal achtereenvolgens twee prisma's doorloopt, waarvan de brekende hoeken naar tegenovergestelde kanten liggen, dan wordt de afwijking, die de straal door het eerste prisma verkrijgt, verminderd met de afwijking, veroorzaakt door het tweede prisma. Zijn beide afwijkingen even groot, dan wordt de totale

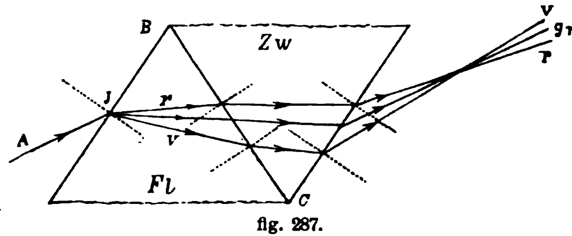


fig. 287.

afwijking nul, d. w. z. de lichtstraal loopt achter de beide prisma's evenwijdig met de richting van den invallenden straal. Dit is bij twee prisma's van flintglas en van zwavelkoolstof, die gelijke brekende hoeken hebben, het geval voor den groenen straal (E), daar voor dezen straal de beide brekingsaanwijzers ongeveer gelijk zijn (fig. 287). Daar echter het kleurschiftend vermogen van zwavelkoolstof nagenoeg tweemaal zoo groot is als dat van flintglas, blijft een invallende *witte* straal AJ een spectrum vormen, waarvan de lengte ongeveer het verschil is van de lengten der door zwavelkoolstof en flintglas gevormde spectra. De andere gekleurde stralen komen daarbij aan weerskanten van den groenen straal, en wel zóo, dat zij zich bevinden aan die zijde, waar zij zich ten gevolge van de breking door het zwavelkoolstofprisma zouden bevinden.

De brekingsaanwijzer »flintglas-zwavelkoolstof" is gelijk aan het product van den brekingsaanwijzer »flintglas-vacuum" en den brekingsaanwijzer »vacuum-zwavelkoolstof". Voor den groenen straal is dus $n_{f,z} = \frac{1}{1,6420} \times 1,6417 = 1$ (ongeveer); de groene straal treedt dus ongebroken uit het flintglas in het zwavelkoolstofprisma. Voor den rooden straal is $n_{f,z} = \frac{1}{1,6278} \times 1,6162 =$ 0,9929; de roode straal wordt dus, door het grensvlak BC gaande, van de normaal af gebroken. Voor den violetten straal is $n_{f,z} = \frac{1}{1,6711} \times 1.7011 =$ 1,0086; de violette straal wordt dus naar de normaal toe gebroken Toch

divergeeren in het zwavelkoolstofprisma beide stralen nog met den groenen straal. Bij het uittreden uit het zwavelkoolstofprisma is de breking voor den violetten straal sterker dan voor den rooden; de gekleurde stralen snijden elkander na het uittreden. Laat men de uittredende stralen op een wit scherm vallen, dat men achtereenvolgens vóór en achter het snijpunt der stralen plaatst, dan is in het eerste geval de volgorde der kleuren in het spectrum de omgekeerde van die in het tweede geval.

981. Men kan ook de afwijking van een bepaalden straal, die door twee prisma's van ongelijksoortige stoffen gaat, opheffen, al zijn de beide brekingsaanwijzers voor dezen straal niet gelijk. Men moet dan bepaalde waarden voor de brekende hoeken kiezen. Wil men b.v. de afwijking opheffen voor den groenen straal, (E) door eene combinatie van een prisma uit crownglas en een uit flintglas, dan kan men de verhouding der beide brekende hoeken berekenen met behulp van form. 259

$$\sin \tfrac{1}{2}(\delta + \beta) = n \sin \tfrac{1}{2}\beta,$$

die voor het geval geldt, dat de straal binnen een prisma gelijke hoeken maakt met de beide brekende vlakken. Daar wij aannemen, dat δ en β klein zijn, kunnen wij de sinussen vervangen door de bogen en verkrijgen

$$\delta + \beta = n\beta$$

of

$$\delta = (n - 1)\beta. \qquad 313$$

De totale afwijking, door beide prisma's verkregen, wordt dus uitgedrukt door

$$\wedge = \delta_1 - \delta_2 = (n_1 - 1)\beta_1 - (n_2 - 1)\beta_2. \qquad 314$$

Stelt men deze waarde nul, dan vindt men de verhouding van de beide brekende hoeken

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{n_2 - 1}{n_1 - 1}. \qquad 315$$

Is b.v. de brekende hoek van het crownglasprisma $\beta_1 = 20^0$, dan moet die van het flintglasprisma (verg. de opgaven der tabel in § 979) zijn

$$\beta_2 = \frac{1{,}5314 - 1}{1{,}6420 - 1} \times 20^0 = 16^0{,}55.$$

Men kan nu de afwijking van den rooden straal (B) bij dit stel prisma's bepalen, als men in form. 314 voor n_1 en n_2 de beide brekingsaanwijzers voor dezen straal zet. Men vindt dan

$$\wedge_r = 0{,}5243 \times 20^0 - 0{,}6278 \times 16^0{,}55 = 0^0{,}093.$$

Evenzoo vindt men voor den violetten straal (H)

$$\wedge_v = 0{,}5447 \times 20^0 - 0{,}6711 \times 16^0{,}55 = - 0^0{,}216.$$

De teekens wijzen aan, dat de roode straal afwijkt naar de richting, waarin het eerste prisma, en de violette naar de richting, waarin het tweede prisma den straal doet afwijken.

Men noemt zulk een stel prisma's *unapoklitisch* (an = ontkennend voorzetsel, apoklino = ik doe afwijken).

982. Men kan de brekende hoeken van twee prisma's van ongelijksoortige stoffen zóó kiezen, dat bij den doorgang van wit licht door de beide tegenovergesteld geplaatste prisma's twee willekeurige stralen, b.v. de roode (B) en de violette (H) straal *dezelfde* afwijking ondergaan. Als deze beide stralen dus samenvallen, bestaat voor hen geen kleurschifting; men noemt daarom zulk een stel prisma's *achromatisch* (a- = on-, chroma = kleur).

Om de gevraagde verhouding der beide brekende hoeken te vinden, stelt men de totale afwijkingen der roode en der violette stralen

$$\triangle_r = (n_r - 1)\beta_1 - (n'_r - 1)\beta_2$$

en

$$\triangle_v = (n_v - 1)\beta_1 - (n'_v - 1)\beta_2$$

gelijk; men leidt daaruit gemakkelijk de betrekking af

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{n'_v - n'_r}{n_v - n_r}. \qquad 316$$

Is het eerste prisma van crownglas, het tweede van flintglas, dan vindt men (verg. de tabel, § 979)

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{0{,}0433}{0{,}0204} = 2{,}12.$$

Is de brekende hoek van het crownglasprisma $\beta_1 = 20^0$, dan moet die van het flintglasprisma zijn $\beta_2 = 9^0{,}46$. — Substitueert men deze waarden in de formules voor $\triangle_r$ en $\triangle_v$, dan vindt men de afwijking van beide stralen $\triangle_r = \triangle_v = 4^0{,}55$.

983. Wilde men een stel prisma's uit crownglas en uit flintglas vervaardigen, dat achromatisch is voor groene (E) en voor roode (B) stralen, dan zou men voor de verhouding der beide brekende hoeken niet volkomen dezelfde waarde vinden, als voor violette en roode stralen. Immers de verhouding van de verschillen der brekingsaanwijzers voor de groene en de roode stralen, waardoor de verhouding der brekende hoeken bepaald wordt (form. 316), is bij de beide glassoorten niet gelijk aan de verhouding van de verschillen der brekingsaanwijzers voor de violette en de roode stralen (verg. § 979, 2). M. a. w. *een stelsel, dat voor roode en violette stralen achromatisch is, is dit niet tevens voor andere stralen;* volkomen achromatisme is dus onmogelijk. Berekent men echter, hoe veel bij een stel prisma's,

dat voor roode en violette stralen (B en H) achromatisch is, de totale afwijking van een der andere stralen, b.v. van den groenen straal (E) bedraagt, dan vindt men het verschil in afwijking met de roode of de violette stralen zoo gering, dat men een dergelijk stelsel in de praktijk als volkomen achromatisch kan beschouwen.

984. Daar de kleurschifting ook plaats heeft bij den doorgang van wit licht door *lenzen*, worden de door lenzen gevormde beelden onduidelijk; immers de plaats van het beeld is voor elke andere tint anders. Door een scherm opgevangen vertoont het beeld gekleurde randen. De hierdoor veroorzaakte *chromatische aberratie* (afdwaling wegens kleurschifting) is veel hinderlijker dan de sferische aberratie (§ 966). Men kan echter twee lenzen van verschillende stoffen tot een achromatisch stelsel samenstellen. Moet dit werken als eene convexe lens, dan bestaat het gewoonlijk uit eene convexe crownglaslens en eene concave flintglaslens; moet het als concave lens werken, dan is de crownglaslens concaaf en de flintglaslens convex.

Terwijl men bij een achromatisch stel prisma's door den tegenovergestelden stand der beide brekende hoeken bereikt, dat de prisma's een straal in tegenovergestelde richtingen doen afwijken, kan men hetzelfde bij een achromatisch stel lenzen verkrijgen door vereeniging eener convexe lens, die de stralen meer doet convergeeren, met eene concave lens, die ze meer doet divergeeren.

985. Moet het achromatisch stel lenzen als eene convexe lens werken, en nemen wij aan, dat de lenzen dicht op elkaar liggen, dan geldt voor den brandpuntsafstand van het stelsel de formule 311

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}-\frac{1}{f_2},$$

waarin f_1 en f_2 de brandpuntsafstanden der convexe crownglaslens en der concave flintglaslens zijn. Bovendien is $f_1 < f_2$, dus $\frac{1}{f_1} > \frac{1}{f_2}$.

Den brandpuntsafstand van het stel lenzen voor roode stralen vinden wij nu, als de lenzen bi-convex resp. bi-concaaf zijn (form. 291 en 294), uit de betrekking

$$\frac{1}{f_r}=(n_r-1)\left\{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right\}-(n'_r-1)\left\{\frac{1}{r_3}+\frac{1}{r_4}\right\},$$

en dien voor violette stralen uit de betrekking

$$\frac{1}{f_v}=(n_v-1)\left\{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right\}-(n'_v-1)\left\{\frac{1}{r_3}+\frac{1}{r_4}\right\}.$$

Zal het stelsel voor roode en violette stralen achromatisch zijn, dan

moeten deze beide waarden gelijk zijn. Door gelijkstelling vindt men:

$$\frac{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}}{\frac{1}{r_3}+\frac{1}{r_4}} = \frac{n'_v - n'_r}{n_v - n_r} = 2{,}12. \qquad 317$$

De verhouding tusschen de som van de krommingen [1]) der convexe crownglaslens en de som van de krommingen der concave flintglaslens moet dus dezelfde zijn als de verhouding der brekende hoeken van een crownglasprisma en een flintglasprisma, die een achromatisch stelsel vormen (form. 316).

Als de kromtestralen r_1 en r_2 eener biconvexe crownglaslens gegeven zijn, kan men de som der krommingen $\left(\frac{1}{r_3}+\frac{1}{r_4}\right)$ eener biconcave flintglaslens vinden, die met de eerste een achromatisch stelsel vormt Gewoonlijk neemt men de kromtestralen (r_2 en r_3) van de op elkander liggende vlakken der beide lenzen gelijk. — Men zal vinden, dat het geen vereischte is, dat de lenzen *bi*convex en *bi*concaaf zijn; in plaats van de form. 291 en 294 behoeft men daartoe slechts de form. 292 of 293 en 295 of 296 toe te passen.

De opmerkingen over de onvolkomenheid van het achromatisme bij prisma's (§ 983) gelden ook voor lenzen.

---

986. Door de kleurschifting, die het zonlicht bij de breking in regendruppels ondergaat, ontstaat de *regenboog*, als wij de regenwolk vóór ons en de helder schijnende zon achter ons hebben. Een zonnestraal *SJ* (fig. 288) wordt aan het oppervlak van den (bolvormigen) druppel bij *J* gebroken, bij *B* teruggekaatst en bij *D* wederom gebroken. Uit de figuur vindt men de betrekkingen

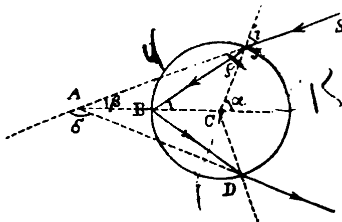


fig. 288.

$$\beta = \alpha - \iota = 2\rho - \iota,$$

en voor de totale afwijking van den straal

$$\delta = 180^0 - 2\beta = 180^0 - 4\rho + 2\iota.$$

Hieruit en uit de betrekking sin $\iota = n$ sin ρ kunnen wij de afwijking vinden, die een straal van bepaalde kleur ondergaat, als de invals-

---

[1]) De omgekeerde waarde van den kromtestraal bepaalt de kromming.

hoek ι gegeven is. Doen wij dit bij alle mogelijke invalshoeken [1]) voor een rooden straal, terwijl wij voorloopig de zon als een enkel lichtpunt beschouwen, dan vinden wij, dat dicht bij elkander invallende stralen na het uittreden uit den druppel in 't algemeen sterk divergeeren, zoodat zij wegens vermindering der lichtsterkte niet kunnen waargenomen worden. Slechts bij zulke invalshoeken, waarvoor β ongeveer 21^0 wordt, divergeeren dicht bij elkaar invallende stralen zóo weinig, dat een oog in O (fig. 289) den indruk van rood licht verkrijgt. Aan de voorwaarde $\beta = 21^0$ of $2\beta = 42^0$ zullen nu alle druppels voldoen, die op een kegelmantel liggen, waarvan de door het oog evenwijdig met de richting der zonnestralen getrokken lijn OE de as, OA de beschrijvende lijn en $SAO = AOE = 2\beta$ de halve tophoek is. Hiermede is de cirkelvorm van den regenboog verklaard. Daar de zon niet een enkel lichtpunt is, maar eene schijnbare middellijn van 32′ bezit, moet de roode boog eveneens eene breedte van 32′ hebben.

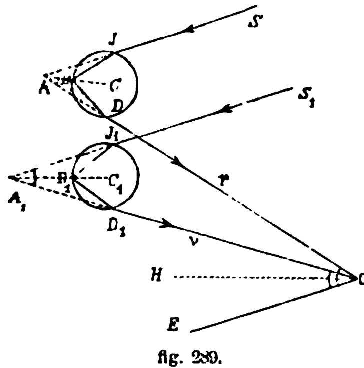


fig. 289.

Hetzelfde geldt ook voor violette stralen. Daar echter voor deze de brekingsaanwijzer grooter is dan voor roode stralen, blijkt uit de berekening, dat voor violette stralen het bedoelde minimum van divergentie plaats heeft, als β ongeveer $20^1/_8{}^0$, dus $2\beta = 40^1/_4{}^0$ is. De regendruppels, die violet licht geven, liggen dus op een kegelmantel, waarvan de halve tophoek $A_1OE = 40^1/_4{}^0$ is. De breedte van den violetten boog is weer 32′.

Tusschen den rooden en den violetten boog liggen nu de door de overige spectraalkleuren gevormde bogen. Daar de enkele bogen elkander gedeeltelijk bedekken, zijn de kleuren van den regenboog mengsels van kleuren.

Staat de zon in den horizon, dan valt OE samen met de door het oog getrokken horizontale lijn OH; de regenboog bereikt de grootste hoogte en vormt een halven cirkel. Hoe hooger de zon

[1]) De invalshoeken veranderen met de plaats (J), waar de evenwijdige zonnestralen den druppel treffen.

staat, des te minder graden zal de regenboog bevatten; als het hoogste punt der zon eene hoogte van $42^0 + 32'$ bereikt, valt de lijn OA in het vlak van den horizon en kan geen regenboog gezien worden.

Somtijds vertoont zich nog een tweede regenboog, die ontstaat door stralen, die in de regendruppels twee maal gebroken en twee maal teruggekaatst worden (fig. 290). De halve tophoeken zijn dan voor roode stralen 51^0, voor violette stralen 54^0. De volgorde der kleuren is dus omgekeerd als bij den eersten boog. Daar bij elke breking en terugkaatsing niet al het invallende licht gebroken en teruggekaatst wordt, is de tweede boog minder helder dan de eerste.

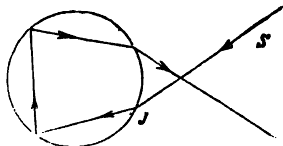


fig. 290.

Volgens de voorstaande verklaring van den regenboog, die afkomstig is van Descartes, moet niet slechts de breedte van den regenboog steeds even groot zijn ($42^0 - 40^1/_4{}^0 + 32'$ of ongeveer $2^1/_4{}^0$), maar moeten ook de tinten der enkele kleuren en hare breedte in den boog onveranderlijk zijn. Nu blijkt echter, dat dit geenszins het geval is. Eene volledige verklaring, die ook van de bedoelde veranderlijkheid rekenschap geeft, heeft Airy gegeven. Uitgaande van het feit, dat de uit de druppels tredende stralen niet streng evenwijdig zijn, vond hij, dat hun golffront niet een plat, maar een eigenaardig gebogen vlak is. Deze stralen vertoonen nu het verschijnsel van interferentie, zooals dit in § 1045 besproken zal worden. Uit het wiskundig onderzoek, waaraan Pernter dit verschijnsel onderworpen heeft, blijkt, dat de grootte der regendruppels invloed heeft op de opeenvolging en de breedte der enkele kleuren — Ook het ontstaan der smalle »secundaire" bogen, die zich aan den (violetten) binnenrand van den eigenlijken regenboog aansluiten, kan op deze wijze behoorlijk verklaard worden.

Gekleurde kringen om zon en maan verklaart men door de kleurverstrooiing, die plaats heeft bij de breking van het licht in kleine ijskristallen, welke in de lucht zweven.

——— ·-·———

HOOFDSTUK V.

Het oog en de optische toestellen.

I. Het oog.

987. Fig. 291 stelt eene horizontale doorsnede van het (rechter) oog voor (van boven gezien). De *oogbol* is omgeven door den witten *harden oogrok R*, die aan den voorkant overgaat in het doorschijnende *hoornvlies H*, waarvan de kromming sterker is dan die van den oogrok. Aan den binnenkant van den oogrok bevindt zich een tweede vlies, de met zwarte kleurstof voorziene *aderhuid A*. Daar, waar de oogrok overgaat in het hoornvlies, verdeelt een tamelijk vlak, gekleurd en ondoorschijnend vlies, het *regenboogvlies I* (iris), de inwendige ruimte van het oog in twee ongelijke deelen; het kleinere deel tusschen regenboogvlies en hoornvlies is gevuld met een *waterachtig vocht W*, het grootere bevat de *kristallens L* — een biconvex lichaam, waarvan de achterzijde sterker gekromd is dan de vóórzijde — en eene geleiachtige stof, het *glasachtig lichaam G*. De door *W*, *L* en *G* aangeduide stoffen zijn alle doorschijnend. In het midden van het regenboogvlies bevindt zich eene opening, de *pupil P*, die zich zwart vertoont, omdat de daarachter gelegen ruimte van het oog donker is. De *gezichtszenuw Z* treedt van achteren (iets naar den kant van den neus) door den oogrok en de aderhuid in het oog; hare uit-

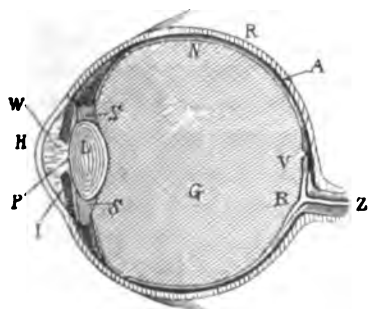


fig. 291.

breiding aan den binnenkant der aderhuid vormt het *netvlies* N; dit is aan den achterkant van het oog het dikst en bevat de voor het licht gevoelige deelen, tallooze dunne *staafjes* en dikkere *spoelvormige lichaampjes*. Beide ontbreken op de *blinde vlek* B, de plaats, waar de gezichtszenuw in den oogbol treedt; terwijl op eene lichter dan de omgeving gekleurde plaats van het nekvlies, de *gele vlek* V, die tegenover de pupil ligt, alleen de spoelvormige lichaampjes aanwezig zijn. — De oogbol kan door zes spieren bewogen (gedraaid) worden.

De werking eener *purperkleurige stof* in de naar binnen gekeerde uiteinden der staafjes is nog niet opgehelderd: zij schijnt door het licht eene scheikundige verandering te ondergaan, en werkt misschien mede bij de waarneming der kleuren.

Een klein *kuiltje* in het midden der gele vlek is de plaats, waarmede wij het scherpst zien. Bij het zien draaien wij het oog zóó, dat de stralen, afkomstig van het waargenomen punt, dit kuiltje treffen (§ 996).

988. De brekingsaanwijzers van het waterachtig vocht en van het glasachtig lichaam verschillen slechts weinig van elkander en van dien van water (1,34). De kristallens bestaat uit concentrische laagjes, waarvan de brekingsaanwijzers grooter zijn, naarmate de laagjes meer naar binnen liggen. De gemiddelde brekingsaanwijzer der kristallens (1,43) ligt tusschen die van crownglas en van water. — Door de genoemde eigenschap der kristallens worden de centrale stralen sterker gebroken, dan het geval zou zijn, als de brekingsaanwijzer van het middelste deel der lens niet grooter was dan die van den rand; hierdoor wordt de *sferische aberratie gedeeltelijk opgeheven*.

989. Men kan het oog beschouwen als eene combinatie van de drie lensvormige lichamen W, L en G, waardoor de van een lichtgevend voorwerp invallende stralen zóo gebroken worden, dat een omgekeerd reëel beeld zich op het grensvlak der derde stof (het netvlies) vormt. Dit is namelijk voor het duidelijk zien noodig. Voor de constructie der op het netvlies gevormde beelden kan men zich echter de verschillende brekende stoffen vervangen denken door eene enkele brekende stof met een bepaalden brekingsaanwijzer, waarvan het voorste (convexe) grensvlak eene bepaalde kromming en een bepaalden

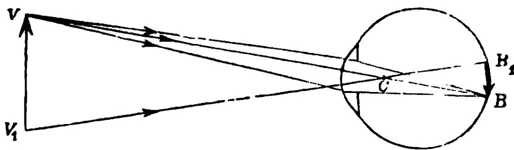


fig. 292.

afstand tot het netvlies heeft. De breking van het licht, dat van een lichtpunt uitgaat, heeft dan plaats volgens form. 264; alle naar het krommingsmiddelpunt C van het bedoelde voorste grensvlak gerichte stralen bereiken ongebroken het netvlies (fig. 292).

Bij het werkelijke oog ligt het punt, waarheen de invallende stralen moeten gericht zijn, om zonder afwijking het netvlies te bereiken, en dat men dus als *optisch middelpunt* van het oog kan beschouwen, dicht vóór de achtervlakte der kristallens.

Bij het zien vinden wij de richting, waarin wij een lichtpunt waarnemen, door het beeldpunt op het netvlies met het boven genoemde krommingsmiddelpunt C (resp. met het optische middelpunt van het oog) te verbinden; wij zien de voorwerpen recht, *omdat* het netvliesbeeld omgekeerd is.

De lijnen, die de uiterste punten van een voorwerp met het krommingsmiddelpunt C verbinden, vormen een hoek (VCV_1), dien men den *gezichtshoek* of de *schijnbare grootte* van het voorwerp noemt.

990. Zoo lang de brekende stoffen in het oog geenerlei verandering (van vorm) ondergaan, moet een voorwerp een bepaalden afstand van het oog hebben, om een scherp beeld op het netvlies te ontwerpen, m. a. w. om duidelijk gezien te worden. Achtereenvolgens kan echter elk oog voorwerpen op verschillende afstanden duidelijk zien; dit wordt mogelijk, omdat wij door verandering van de spanning der spier S (fig. 291), die den rand der kristallens omgeeft, in staat zijn, de kromming van de voorvlakte der kristallens zóo te veranderen, dat bij zeer verschillende afstanden van een voorwerp het beeld zich steeds op het netvlies vormt. *Accommodatievermogen* van het oog.

Cramer heeft dit bewezen door aan te toonen, dat het beeld eener vóór een oog geplaatste vlam, gevormd door de voorvlakte der lens als convexe spiegel, kleiner is, als het oog een dichtbij gelegen, en grooter als het een ver verwijderd voorwerp duidelijk ziet. — Een ver van het oog verwijderd voorwerp en een dicht bij het oog gelegen voorwerp kunnen wij niet tegelijkertijd duidelijk zien.

991. Het accommodatievermogen is niet onbegrensd. Een *normaal* oog kan zich accommodeeren voor afstanden van oneindig tot ongeveer 15 cM. De genoemde afstanden bepalen de *gezichtswijdte* van het oog. — Een normaal oog, waarvan de spieren geheel *ontspannen* zijn en dus de kristallens niet opzettelijk gekromd is, is geaccommodeerd voor oneindigen afstand (Donders), d. w. z. het vereenigt even-

wijdig invallende stralen op het netvlies. Hoe kleiner de afstand is, waarvoor het oog zich accommodeert, des te meer moet de kristallens gekromd worden. — Tusschen den grootsten en den kleinsten afstand, waarvoor een oog zich accommodeeren kan, ligt een afstand, waarvoor wij het oog accommodeeren, om een voorwerp langen tijd en nauwkeurig zonder vermoeienis te zien, waarop b.v. het oog gewone drukletters bij behoorlijke verlichting het gemakkelijkst lezen kan. Deze afstand heet meer bepaald de *afstand van duidelijk zien*. Hij bedraagt voor een normaal oog ongeveer 24 cM.

Proef van Scheiner: maakt men in een stuk karton twee openingen, waarvan de onderlinge afstand kleiner is dan de middellijn der pupil, en beschouwt men door de beide vóór een oog geplaatste openingen eene naald, dan neemt men twee beelden der naald waar, zoolang haar afstand tot het oog *kleiner* is dan de kleinste afstand, waarvoor het oog zich kan accommodeeren. De beide van de naald uitgaande en door de openingen in het oog vallende lichtbundels zouden elkander eerst achter het netvlies snijden. Het netvlies wordt dus door beide bundels in verschillende punten getroffen. Sluit men de rechtsche opening, dan verdwijnt op het netvlies het aan onze rechter zijde gelegen beeld, d. i. het linksche van de waargenomen beelden. — Verwijdert men de naald langzaam van het oog, dan treden de beelden dichter bij elkaar; zij vallen samen als de kleinste afstand, waarvoor het oog zich kan accommodeeren, bereikt is; voor elken grooteren afstand der naald ziet een normaal oog een enkel beeld. Zie verder § 992, voorlaatste alinea.

992. Is bij een oog *de afstand der kristallens tot het netvlies te groot*, dan kan het oog in ontspannen toestand evenwijdige stralen niet op het netvlies vereenigen; zij vereenigen zich reeds *vóór* het netvlies. De grootste afstand, waarvoor zulk een oog zich accommodeeren kan, ligt op een bepaalden (somtijds slechts eenige decimeters bedragenden) afstand vóór het oog, dat *bijziend* (myoop) genoemd wordt. Het oog kan slechts *divergeerende* stralen op het netvlies vereenigen; toch kunnen door middel eener *concave* lens (bril), waarvan *de brandpuntsafstand gelijk is aan den grootsten afstand, waarvoor het oog zich kan accommodeeren*, ook evenwijdige stralen op het netvlies vereenigd worden; immers deze vallen door de werking van den bril divergeerend in het oog, alsof zij kwamen van het (virtueele) hoofdbrandpunt. — Daar de bijziendheid het accommodatievermogen niet verandert, bestaat ook hier een kleinste afstand, waarvoor het bijziende oog zich kan accommodeeren, en een afstand van duidelijk zien. Beide zijn echter kleiner dan de overeenkomstige afstanden (15 cM en 24 cM) bij een normaal oog. Door de werking van den

bril vallen bij behoorlijke kromming der kristallens stralen, die afkomstig zijn van een voorwerp gelegen op den kleinsten afstand, waarvoor een normaal oog zich kan accommodeeren, ongeveer zóo in het oog, alsof het voorwerp zich bevond op den kleinsten afstand, waarvoor het ongewapende bijziende oog zich kan accommodeeren. Evenzoo wordt een voorwerp gelegen op den »normalen" afstand van duidelijk zien (24 cM) door den bril gezien op den afstand van duidelijk zien voor het ongewapende bijziende oog. — Bij het gebruik van den bril wordt de gezichtswijdte van het bijziende oog dus gelijk aan die van het normale oog; zonder bril ziet het bijziende oog nog voorwerpen op kleineren afstand dan het normale.

Is bij een oog *de afstand der kristallens tot het netvlies te klein*, dan kan het oog in ontspannen toestand evenwijdige stralen niet op het netvlies vereenigen; zulke stralen zouden zich eerst *achter* het netvlies vereenigen. Om zich op het netvlies te kunnen vereenigen, moeten de stralen naar een achter het oog gelegen punt *convergeeren*; dit punt kan men beschouwen als den (*virtueelen*) grootsten afstand, waarvoor het oog, dat *oververziend* (hypermetroop) genoemd wordt, zich kan accommodeeren [1]. Evenwijdige stralen kunnen op het netvlies van zulk een oog vereenigd worden door middel eener *convexe* lens (bril), waarvan *de brandpuntsafstand gelijk is aan den genoemden afstand, waarvoor het oog in ontspannen toestand geaccommodeerd is;* immers door de werking van den bril vallen deze stralen, convergeerende naar het hoofdbrandpunt, in het oog. — Daar de oververziendheid het accommodatievermogen niet verandert, kan het ongewapende oog door kromming der kristallens nog stralen op het netvlies vereenigen van voorwerpen, die verder dan een bepaalde afstand (die echter grooter dan 15 cM is) vóór het oog liggen; de bedoelde afstand kan beschouwd worden als de *kleinste* afstand, waarvoor het oog zich kan accommodeeren. Ook is er een afstand van duidelijk zien, die wederom grooter is dan deze *kleinste* afstand. Door de werking van den bril wordt de divergentie van stralen, afkomstig van den kleinsten afstand, waarvoor een normaal oog zich kan accommodeeren (15 cM), zoo verminderd, alsof zij kwamen van het dichtstbij gelegen punt, waarvoor het oververziende

[1] Men leest wel eens de uitdrukking, dat een oververziend oog in ontspannen toestand geaccommodeerd is voor »meer dan oneindigen" afstand van een voorwerp.

oog zich kan accommodeeren; evenzoo zal een voorwerp op den normalen afstand van duidelijk zien (24 cM) door den bril ongeveer gezien worden op den afstand van duidelijk zien voor het ongewapende oververziende oog. — Bij het gebruik van den bril wordt de gezichtswijdte van het oververziende oog dus gelijk aan die van het normale oog.

Is D_1 de grootste afstand, waarvoor een abnormaal oog zich kan accommodeeren, dan geldt voor den brandpuntsafstand van den passenden bril de formule 306:

$$\frac{1}{\infty} - \frac{1}{D_1} = -\frac{1}{f}, \text{ dus } f = D_1,$$

als het oog bijziend is, en de formule 304:

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{D_1} = \frac{1}{f}, \text{ dus } f = D_1,$$

als het oog oververziend is.

Vat men de werking der brillen zóo op, dat stralen afkomstig van voorwerpen, die zich op den ***normalen afstand van duidelijk zien d*** (24 cM) vóór een bijziend of oververziend oog bevinden, zóo gebroken worden, alsof zij van den (***abnormalen***) afstand van duidelijk zien d_1 van het bijziende of oververziende oog kwamen, dan moet d_1 de afstand van het virtueele beeld zijn van een voorwerp, welks afstand tot den bril d is. De brandpuntsafstand f der passende lens wordt dan gevonden voor een bijziend oog door de formule

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{d_1} = -\frac{1}{f},$$

en voor een oververziend oog door de formule

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{d_1} = \frac{1}{f}.$$

Voor elk oog kan de ***kleinste*** afstand, waarvoor accommodatie mogelijk is, gevonden worden door de proef van Scheiner; voor een bijziend oog kan eveneens de grootste afstand daardoor bepaald worden. Verwijdert men de naald verder dan deze grootste afstand van het bijziende oog, dan ziet men weer twee beelden. Sluit men nu de rechtsche opening, dan verdwijnt het rechtsche van de waargenomen beelden. — De afstand van duidelijk zien kan gevonden worden door eene wijziging dezer proef; door de beide openingen beschouwt men een dunnen witten draad, die ongeveer in de richting, waarin men ziet, op een zwart plankje gespannen is. Men ziet dan op den afstand van duidelijk zien den draad enkel, op kleinere en grootere afstanden dubbel. — *Optometer.*

Eene veel voorkomende fout in den bouw van het oog is het ***astigmatisme.*** Het oog wordt astigmatisch genoemd, als de kromming van de lens of van het hoornvlies in verschillende door de oogas gelegde vlakken niet even groot is. Een astigmatisch oog kan b.v. eene verticale en eene horizontale lijn op gelijken afstand niet even scherp zien. Het astigmatisme kan verholpen worden door eigenaardig (cilindervormig) geslepen lenzen.

993. Op hoogeren leeftijd wordt de kristallens door vermindering harer elasticiteit minder geschikt om sterk gekromd te worden. De kleinste afstand, waarvoor het oog zich kan accommodeeren, wordt dan grooter; evenzoo de afstand van duidelijk zien; het oog wordt *verziend* (presbyoop, presbys = grijsaard). De oorzaak der verziendheid is dus niet, zooals bij de bijziendheid en de oververziendheid, eene fout in den bouw van het oog, maar de vermindering van het accommodatievermogen, een gebrek, dat met de jaren toeneemt. Ten slotte kan het oog alleen evenwijdig invallende stralen op het netvlies vereenigen. — Wil een ongewapend verziend oog een scherp beeld op het netvlies vormen, dan moet het voorwerp (boek) dus verder van het oog gehouden worden, dan bij een normaal oog; doch heeft dit het nadeel, dat het netvliesbeeld te klein wordt. Door het gebruik eener *convexe* lens als bril kan men echter nog stralen op het netvlies vereenigen, die van een dichter bij het oog gelegen lichtpunt uitgaan; om stralen van ver verwijderde voorwerpen op het netvlies te vereenigen, heeft men geenen bril noodig; door den bril zouden zulke stralen zich vóór het netvlies vereenigen. Verziende personen moeten dus, om verwijderde voorwerpen duidelijk te zien, den bril afleggen of daarover heen zien.

Voor de bepaling van den brandpuntsafstand van eenen passenden bril geldt, evenals bij oververziende oogen, de formule

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{d_1} = \frac{1}{f}.$$

994. Ofschoon wij gewoonlijk geen kleurschifting bij het zien waarnemen (de voorwerpen niet met gekleurde randen zien), is het oog niet achromatisch. Dit blijkt als men de proef van Scheiner met homogeen licht doet; de kleinste afstand, waarvoor het oog zich kan accommodeeren, is voor rood licht anders, dan voor violet licht. Is het oog voor *wit* licht geaccommodeerd, dan vereenigen zich op het netvlies de gele en groene stralen, die het sterkste licht geven; het vereenigingspunt der roode stralen ligt achter, dat der violette stralen vóór het netvlies (fig. 293). De van elk lichtpunt uitgaande en door de verschillende punten der pupil

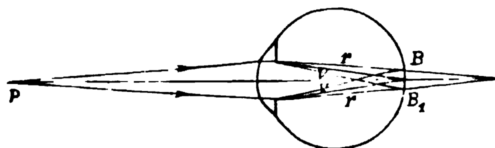


fig. 293.

intredende stralen treffen het netvlies binnen het (verstrooiings-) cirkeltje BB_1 zóo, dat een bepaald punt naarvan stralen van allerlei kleuren ontvangt, waardoor de kleurschifting onmerkbaar wordt.

De kleurschifting van twee stralen, die door tegenovergelegen randpunten der pupil in het oog treden, heeft zóo plaats, dat de gekleurde stralen van beide in omgekeerde volgorde op elkander vallen; de tusschen de bedoelde uiterste stralen door de pupil intredende stralen worden wegens de kleinere invalshoeken minder verstrooid, zoodat zij alle het netvlies nagenoeg binnen het verstrooiingscirkeltje treffen.

995. Het feit, dat de van een lichtpunt uitgaande stralen het netvlies in een (verstrooiings-)cirkeltje verlichten, veroorzaakt, dat het netvliesbeeld van een lichtend voorwerp te groot is. Wij zien dus heldere voorwerpen op donkeren achtergrond te groot, donkere voorwerpen op lichten achtergrond te klein. *Irradiatie.*

De smalle maansikkel (kort vóór of na Nieuwe Maan) schijnt tot een grooteren cirkel te behooren, dan het overige gedeelte der maanschijf, dat door van de aarde teruggeworpen zonnestralen zwak verlicht wordt.

996. Als wij een lichtpunt duidelijk willen zien, brengen wij de gele vlek, het midden der pupil en het lichtpunt in één rechte lijn. Het beeld vormt zich dan op de gele vlek, het meest gevoelige deel van het netvlies (Donders). — Andere lichtpunten, waarvan de beelden naast de gele vlek vallen, zien wij wel, maar niet zoo duidelijk en scherp, als die waarop wij den blik richten. De lijn, die een lichtpunt met het middelpunt der pupil en het middelpunt der gele vlek verbindt, heet *gezichtsas.*

De plaats, waar de gezichtszenuw in het oog treedt, is ongevoelig voor licht; daarom heet zij de *blinde vlek.* Plaatst men twee kleine voorwerpen (muntstukjes) op eene tafel (in eene lijn, evenwijdig met de verbindingslijn der beide oogen) op den onderlingen afstand van 7—8 cM, en beschouwt men na sluiting van het linkeroog (rechteroog) het links (rechts) liggende voorwerp met het rechteroog (linkeroog), terwijl dit zich ongeveer 25 cM boven de tafel bevindt, dan verdwijnt het rechts (links) liggende voorwerp uit het gezicht, omdat zijn beeld zich dan op de blinde vlek vormt.

997. Om het waarnemen der verschillende kleuren door het oog te verklaren, heeft men aangenomen, dat in het netvlies drie soorten van gevoelige elementen voorkomen, nl. elementen, die respectievelijk voor roode, voor groene en voor blauwe (of violette) stralen gevoelig zijn. Al naarmate de kleur, die men waarneemt, samengesteld is, zullen deze drie soorten van zenuwuiteinden met verschillende intensiteit medetrillen, zoodat door de verschillende combinaties dezer trillingen elke kleurschakeering kan waargenomen worden. (Young-Helmholtz).

Kleurenblindheid.
Nieuwere onderzoekingen schijnen er op te wijzen, dat in het netvlies drie stoffen voorhanden zijn, die respectievelijk door roode, groene en blauwe stralen ontleed worden.

998. De gewaarwording van licht verdwijnt niet plotseling met het ophouden der prikkeling van de oogzenuw. Was het licht niet al te zwak, dan kan de gewaarwording nog ongeveer $^1/_3$ seconde na het verdwijnen van het licht aanhouden.

Schijnbare duur van den bliksem. Ronddraaiende schijf met gekleurde sectoren. Kinematograaf.

999. Eene sterke prikkeling van de gezichtszenuw door stralen van bepaalde kleur maakt haar voor eenigen tijd minder gevoelig voor deze stralen. Hebben wij een tijdlang een gekleurd helder voorwerp beschouwd, en richten wij daarna het oog op een grijs vlak, dan zien wij een *nabeeld* van het lichaam in de complementaire kleur.

Toestel van Nörrenberg.

1000. Richten wij bij het *zien met twee oogen* (door zijdelingsche draaiing der beide oogbollen) den blik op een lichtpunt, dan geven de op beide gele vlekken gevormde beeldpunten slechts *eene enkele* gewaarwording; wij zien het lichtpunt enkel. Hetzelfde geldt voor alle lichtpunten, die zoo gelegen zijn, dat hunne beeldpunten vallen op netvliespunten, die in de beide oogen eene overeenkomstige ligging ten opzichte van de gele vlek hebben. Alle andere lichtpunten, waarvan de beeldpunten niet op *overeenkomstige* punten der netvliezen vallen, zien wij dubbel.

In fig. 294 zij het vlak van teekening een vlak door de optische middelpunten van beide oogen. Zijn de beide gezichtsassen naar P gericht, dan zijn G_1 en G_2 de middelpunten der beide gele vlekken. Maakt men $G_1B_1 = G_2B_2$, dan zijn B_1 en B_2 overeenkomstige punten; het punt Q, waarin de lijnen B_1C_1 en B_2C_2 elkander snijden, zien wij eveneens enkel, niet echter een punt, waarvan de afstand tot onze oogen grooter of kleiner is dan die van P (of Q).

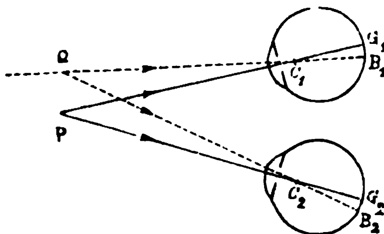


fig. 294.

Richten wij den blik op een van twee voorwerpen, die wij naast elkander op ongeveer gelijken afstand voor onze oogen houden, dan zien wij beide enkel; zijn de voorwerpen achter elkander op verschillende afstanden van de oogen geplaatst, dan zien wij het voorwerp, waarop wij den blik richten, enkel, het andere dubbel (en minder scherp).

1001. Ons oordeel omtrent de afstanden van verschillende voorwerpen of van verschillende punten van één voorwerp (waarneming van diepte, perspectief) wordt bepaald: 1) door de kromming, die wij aan de kristallens moeten geven, om een duidelijk beeld waar te nemen (§ 990); 2) door de schijnbare grootte van het voorwerp ($\angle VCV_1$, fig. 292), als wij zijne werkelijke grootte kennen of uit bijkomende omstandigheden kunnen afleiden; 3) bij het zien met twee oogen door den hoek (C_1PC_2, fig. 294), dien de beide gezichtsassen met elkander maken; 4) door de meerdere of mindere helderheid.

De hoogte van eenen boom beoordeelen wij naar de grootte van een daarnaast staand persoon. — Men beproeve, na één oog gesloten te hebben, van op zijde een staafje door een opgehangen ring te steken.

1002. Bij het zien met twee oogen zijn de beelden, die op de beide netvliezen gevormd worden, niet gelijk. Met het rechteroog zien wij meer van het naar onze rechterzijde gelegen deel van een lichaam, met ons linkeroog meer van het links gelegen deel van het lichaam. Terwijl wij deze beide ongelijke beelden tot een enkele gewaarwording vereenigen, verkrijgen wij den indruk, dat het voorwerp in de richting der gezichtsassen uitgebreidheid bezit, m. a. w. dat het geen vlak figuur maar een lichaam is, waaraan wij diepte-afmeting toekennen.

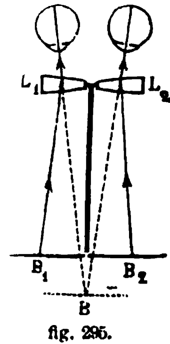


fig. 295.

In den stereoscoop van Brewster (stereos in de beteekenis van lichaam) beschouwt men met de beide oogen ongelijke beelden B_1 en B_2 (fig. 295), die zoo vervaardigd zijn, dat het rechtsche en het linksche beeld respectievelijk overeenkomen met het rechter en linker netvliesbeeld, die zich bij eene directe beschouwing van het voorwerp of van de groep van voorwerpen op betrekkelijk kleinen afstand zouden vormen. Door vóór de beide oogen twee stukken L_1 en L_2 eener convexe lens, met de randkanten naar elkander toe en naar binnen gekeerd, te plaatsen, dwingt men de oogen, de beide beelden op dezelfde plaats te zien. Men neemt dan één enkel beeld B waar, dat diepte (perspectief) vertoont.

II. Optische vergrootingstoestellen.

1003. Is het op ons netvlies ontworpen beeld van een voorwerp te klein, dan kunnen wij de bijzonderheden van het beeld niet voldoende waarnemen. Men zou nu het netvliesbeeld grooter kunnen maken door vergrooting van den gezichtshoek (VCV_1, fig. 292),

d. i. door den afstand van het voorwerp tot ons oog te verminderen. Deze afstand kan echter niet kleiner gemaakt worden dan de kleinste afstand, waarvoor het oog zich kan accommodeeren; immers houden wij het lichaam nog dichter voor het oog, dan zouden de van elk lichtpunt in het oog vallende stralen zich eerst achter het netvlies vereenigen en dus het netvlies niet in één punt, maar in een cirkeltje treffen, waardoor het zien van een duidelijk beeld onmogelijk wordt. Wel is waar kan men dezen verstrooiingscirkel kleiner maken (en daardoor duidelijker zien), als men het voorwerp beschouwt door eene *kleine* opening (in een stuk karton); men kan dan het voorwerp veel dichter bij het oog brengen en ziet het dus *vergroot.* Maar dan wordt de hoeveelheid licht, die van het voorwerp in ons oog komt, te gering om een *helder* beeld te verkrijgen. Men heeft daarom optische toestellen vervaardigd, waardoor het netvliesbeeld vergroot wordt, terwijl het toch de noodige helderheid behoudt. Naarmate deze toestellen bestemd zijn om dichtbij gelegen kleine voorwerpen of ver verwijderde (groote) voorwerpen duidelijk te zien, onderscheidt men microscopen en verrekijkers.

1. Microscopen.

1004. Tot de *microscopen* (mikros = klein) behooren:

1) *Projectie-toestellen,* die van een voorwerp een vergroot, *reëel* beeld geven, dat op een scherm wordt opgevangen. Zij bestaan uit eene achromatische convexe lens, die het beeld vormt, en een toestel, waardoor het voorwerp zóo sterk verlicht wordt, dat het vergroote beeld nog helder genoeg blijft om duidelijk te worden gezien. Deze verlichtingstoestel is samengesteld uit spiegels en lenzen, die het gebruikte licht (zonlicht, electrisch licht, kalklicht enz.) op het voorwerp concentreeren. De verhouding der afstanden van beeld (scherm) en voorwerp tot de lens wordt bepaald door de formule (303)

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

De vergrooting $\left(\Gamma = \frac{b}{v}\right)$, die men aan het beeld kan geven, hangt af van de lichtsterkte, die het voorwerp verkrijgt. Het beeld is omgekeerd (fig. 273).

Zonnemicroscoop; hydro-oxygeengas-microscoop; skioptikon (skia = schaduw), tooverlantaarn.

1005. 2) *Vergrootglazen*, die vóór het oog gehouden worden en een vergroot *virtueel* beeld doen zien. Hiertoe behooren het enkelvoudig microscoop of de loupe en het samengesteld microscoop.

De *loupe* is een achromatische convexe lens van geringen brandpuntsafstand. Het beeld wordt gewoonlijk gevormd in een vlak BB_2, dat op den afstand van duidelijk zien $B_1C = d$ loodrecht op de hoofdas der lens staat (fig. 296). Is $OC = a$ de afstand der optische middelpunten van lens en oog, dan is de afstand van het beeld tot de lens $B_1O = b = d - a$; de afstand $V_1O = v$ van het voorwerp tot de lens wordt gevonden door de formule (304)

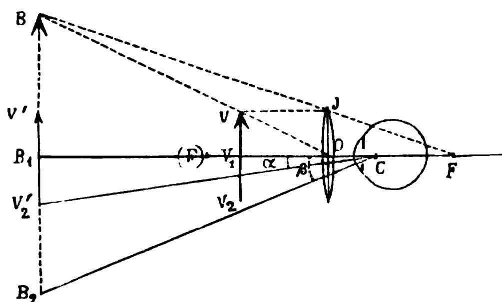


fig. 296.

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Men vindt de plaats, die het voorwerp moet innemen, als volgt. In het optisch middelpunt der lens richt men loodrecht op de hoofdas eene lijn OJ op, gelijk aan de halve grootte van het voorwerp; men verbindt het hoofdbrandpunt F der lens met J en verlengt FJ, tot zij het (gegeven) vlak, waarin het beeld gevormd moet worden, in B treft. Dan verbindt men B met O en trekt door J eene lijn evenwijdig met de hoofdas; waar deze lijn BO snijdt, is de plaats V van het voorwerp. Het beeld is recht.

1006. De *vergrooting* is de verhouding van den gezichtshoek $B_2CB_1 = \beta$ (fig. 296) van het (halve) beeld en van den gezichtshoek $V'_2CB_1 = \alpha$ van het (halve) voorwerp, als dit *eveneens op den afstand van duidelijk zien* zonder loupe gezien werd (in $V'V'_2$). Daar men de (kleine) hoeken vervangen mag door hunne tangenten, vindt men

$$\Gamma = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{tg\beta}{tg\alpha} = \frac{B_2B_1}{V'_2B_1} = \frac{B_2B_1}{V_2V_1} = \frac{B_1O}{V_1O} = \frac{b}{v}. \qquad 318$$

Substitueert men hierin de uit de lenzenformule afgeleide waarde

$$v = \frac{bf}{b+f},$$

dan wordt

$$\Gamma = \frac{b+f}{f} = \frac{d-a+f}{f}. \qquad 319$$

De vergrooting is het sterkst als a verwaarloosd kan worden, dus als het oog zoo dicht mogelijk bij de lens geplaatst is. Is f zeer klein ten opzichte van d, dan kan men ten slotte bij benadering stellen

$$\Gamma = \frac{d}{f}. \qquad 320$$

De vergrooting bedraagt dus voor een verziend oog meer, voor een bijziend oog minder dan voor een normaal oog.

Om eene sterke vergrooting te verkrijgen, moet de brandpuntsafstand der lens klein, d. i. de kromming der oppervlakken sterk zijn. Daardoor wordt echter de sferische aberratie groot. Men kan dit vermijden door in plaats van ééne lens twee of meer gecentreerde lenzen te gebruiken, waarvan elke dan minder sterk gekromd behoeft te zijn (doubletten, tripletten). — Bekend is het zoogenoemde *oculair* (oogglas; oculus = oog) *van Ramsden*, dat uit twee plan-convexe lenzen bestaat, die met de convexe oppervlakken naar elkander toegekeerd zijn. De brandpuntsafstanden f_1 en f_2 zijn gelijk; de onderlinge afstand der lenzen is $^2/_3 f_1$ ($= {}^2/_3 f_2$). De werking komt overeen met de in fig. 281 geschetste; van het reëele voorwerp V_1 wordt door de eerste lens een virtueel, vergroot en recht beeld B_1 ontworpen; dit dient als reëel voorwerp V_2 voor de tweede lens, die daarvan weder een virtueel, vergroot en recht beeld B_2 op den afstand van duidelijk zien vormt.

1007. Hetgeen het oog overziet van een vlak, dat ter plaatse van het voorwerp loodrecht op de hoofdas gebracht is, noemt men het *gezichtsveld*. Het oog neemt echter slechts het beeld van dit vlak waar, d. i. een vlak RS op den afstand van duidelijk zien (door B, fig. 297). Om het gezichtsveld te bepalen, denkt men zich lens en voorwerp verwijderd, en de lens vervangen door een diaphragma, waarvan de opening $D_1 D_2$ even groot is als de lens, en gaat na, welk gedeelte

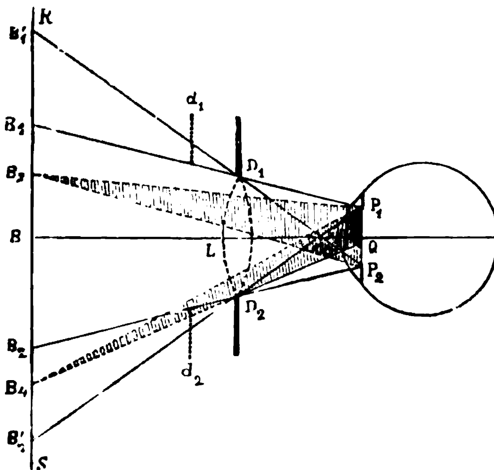


fig. 297.

van het vlak RS door de opening D_1D_2 gezien wordt. Verbindt men (in het vlak van teekening) het hoogste punt P_1 der pupil met het hoogste punt D_1 der opening, en het laagste punt P_2 der pupil met het laagste punt D_2 der opening, en verlengt men deze lijnen, totdat zij in B_1 en B_2 het vlak RS treffen, dan ontvangt het oog van alle tusschen B_1 en B_2 gelegen punten, b.v. B_3, (nagenoeg) evenveel licht, namelijk alle stralen, begrepen in een kegel, die het bedoelde punt tot toppunt en de geheele pupil tot basis heeft [1]). Van de verder dan B_1 of B_2 van de hoofdas gelegen punten (b.v. B_4) kunnen slechts door een gedeelte der pupil (P_1Q) stralen in het oog komen, en wel des te minder, naarmate hun afstand tot de hoofdas grooter wordt. De grens der zichtbaarheid wordt aangewezen door de punten B'_1 en B'_2, die bepaald worden door de lijnen P_2D_1 en P_1D_2. Van het op den afstand van duidelijk zien waargenomen vlak worden dus alle tusschen B_1 en B_2 gelegen punten even helder gezien; buiten dit gedeelte neemt de helderheid af, naarmate de afstand tot de hoofdas grooter wordt; in B'_1 en B'_2 is de helderheid nul geworden; nog verder van de hoofdas gelegen punten kunnen in 't geheel niet meer gezien worden. Of men nu tot het gezichtsveld slechts die punten rekent, waarvan de beelden gelijke helderheid vertoonen, of alle punten, die gezien kunnen worden, in beide gevallen wordt het gezichtsveld grooter, naarmate de middellijn D_1D_2 der lens grooter is en naarmate het oog dichter bij de lens geplaatst wordt.

Men kan de loupe niet zoo inrichten, dat *alleen* dat gedeelte van het gezichtsveld is waar te nemen, dat overal even helder is. Een diaphragma d_1d_2 b.v., vóór de lens geplaatst, zal niet beletten, dat ook nog stralen van het buiten B_1B_2 gelegen deel van het vlak RS in het oog komen.

1008. Het *samengesteld microscoop* (Jansen, ca 1600) bestaat uit twee achromatische convexe lenzen met gemeenschappelijke hoofdas (fig. 298); de eerste O_1, naar het voorwerp gekeerd en daarom *objectieflens* genoemd, heeft een kleinen brandpuntsafstand f_1; zij vormt van het verder dan f_1 van de lens verwijderd voorwerp V_1 een reëel, vergroot en omgekeerd beeld B_1. Dit beeld wordt gevormd vóór de tweede lens, de ooglens of *oculairlens* O_2, op een

[1]) Hierbij is aangenomen (wat slechts bij benadering juist is) dat de invallende stralen door het hoornvlies ongebroken doorgaan tot aan het vlak der pupil.

afstand kleiner dan de brandpuntsafstand f_2 dezer lens; het dient als reëel voorwerp V_2 voor de oculairlens, zoodat men op den afstand van duidelijk zien d een virtueel vergroot en (ten opzichte van het eerste beeld) recht beeld B_2 waarneemt. Ten opzichte van het voorwerp is het waargenomen beeld dus omgekeerd. De ooglens werkt als loupe.

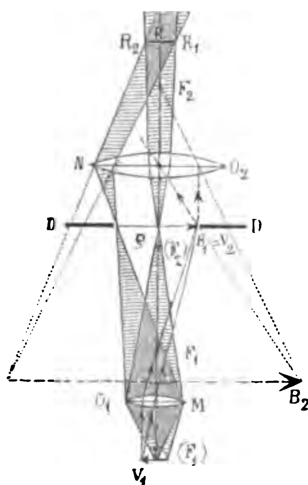


fig. 298.



fig. 299.

Voor de eerste lens geldt de formule (303)

$$\frac{1}{v_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1};$$

voor de tweede lens geldt de formule (304)

$$\frac{1}{v_2} - \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2}.$$

Neemt men bij benadering aan, dat het oog onmiddellijk achter de ooglens geplaatst is, dan wordt $b_2 = d$; voor de tweede lens geldt dan

$$\frac{1}{v_2} - \frac{1}{d} = \frac{1}{f_2}.$$

Stelt men de *lengte* van het microscoop, d. i. den onderlingen afstand der optische middelpunten van beide lenzen $O_1 O_2 = l$, dan is

$$l = b_1 + v_2. \qquad 321$$

Met behulp dezer betrekkingen kan v_1, de afstand van het voorwerp tot de objectieflens, gevonden worden.

De (lineaire) *vergrooting* is het product van de vergrootingen door de enkele lenzen, dus

$$\Gamma = \frac{b_1}{v_1} \times \frac{b_2}{v_2} = \frac{b_1}{v_1} \times \frac{d}{v_2}.$$

1009. Brengt men op de plaats, waar het reëele beeld (B_1) zich vormt, een diaphragma DD aan, dat alle stralenbundels onderschept, die ten deele *langs* het oculair zouden gaan, dan kan men bereiken, wat bij het enkelvoudig microscoop onmogelijk bleek, namelijk het *gezichtsveld* zoo beperken, dat het zich overal even helder vertoont. De van elk tot het gezichtsveld behoorend punt op het objectief vallende stralen gaan dan *alle* door het oculair; in fig. 298 is b.v. de basis van den pijl, die het voorwerp (V_1)

voorstelt, een der randpunten van het gezichtsveld, daar de van een nog meer rechts gelegen punt uitgaande stralen gedeeltelijk langs het oculair (bij N) zouden gaan. — Beschouwen wij nu het objectief als een even groot lichtend vlak PQ (fig. 299), dan zullen alle van dit vlak op het oculair vallende stralen door het oculair in een verkleind reëel beeld (R_1R_2) van PQ vereenigd worden; bijgevolg zullen de van de verschillende punten van het voorwerp op het objectief vallende en door het oculair gaande stralen kegels vormen, die alle het kleine vlak R_1R_2 als gemeenschappelijke doorsnede bevatten (fig. 298). Plaatsen wij het oog zóo, dat het midden der pupil samenvalt met het midden (R) van dit vlak, den zoogenaamden *oogring*, dan krijgen wij van elk punt, dat tot het door het diaphragma beperkte gezichtsveld behoort, even veel stralen in het oog; wij zien dus het gezichtsveld overal even helder.

Kent men den afstand O_1O_2 der beide lenzen (fig. 298 en 299), dan kan men den afstand RO_2 van den oogring (en de pupil) tot het oculair berekenen (form 303). Door den gegeven afstand van duidelijk zien d te verminderen met RO_2 vindt men den afstand b_2 van het virtueele beeld B_2 tot de ooglens; daaruit leidt men den afstand v_2 van het reëele beeld B_1 tot O_2 af; tevens is dan de afstand b_1 van dit beeld tot de objectieflens gevonden en met behulp daarvan bepaalt men eindelijk den afstand v_1 van het voorwerp tot de objectieflens.

Verbindt men in het vlak van teekening een randpunt M van het objectief met het tegenover gelegen randpunt N van het oculair, dan is het punt, waarin deze lijn het vlak van het reëele beeld treft, een randpunt der opening van het diaphragma. Op deze wijze bepaalt men den straal ρ der opening van het diaphragma [1]). Is deze gevonden, dan verkrijgt men de grootte (lengte) L van het voorwerp, voor zoover het tot het gezichtsveld behoort, door de evenredigheid

$$\rho : b_1 = \tfrac{1}{2} L : v_1. \qquad 323$$

1010. Wilde men door vermindering van den afstand van het voorwerp V_1 tot de objectieflens het eerste beeld B_1 (fig. 298) grooter maken, dan zou, daar de grootte der oculairlens beperkt is, het gezichtsveld kleiner worden. Immers dan zouden de punten van het voorwerp, van welke *geen* stralen langs de oculairlens gaan, dichter bij de hoofdas van het objectief moeten liggen. Hoe sterker de vergrooting is, des te kleiner wordt dus het deel van het voorwerp, dat men kan overzien zonder zijdelingsche verplaatsing van het voorwerp. — Om aan de beperktheid van het gezichtsveld te gemoet

[1]) Men zie deze bepaling bij de behandeling van den astronomischen kijker, § 1016.

te komen, vervangt men de enkelvoudige oculairlens door het *oculair van Huygens*, dat uit twee op eenigen afstand (l_2) van elkaar geplaatste convexe lenzen, O_2 en O_3 (fig. 300) bestaat [1]). Voordat de door de objectieflens gebroken stralen een beeld B_1 zouden vormen, vallen zij op de eerste dezer beide lenzen; het beeld B_1 dient nu als virtueel voorwerp V_2 voor de bedoelde lens; het hierdoor gevormde reëele beeld B_2 dient wederom als reëel voorwerp V_3 voor de tweede lens van het oculair, welke de eigenlijke ooglens is, en waardoor een virtueel beeld B_3 op den afstand van duidelijk zien ontstaat. Een diaphragma D, aangebracht ter plaatse, waar het reëele beeld B_2 gevormd wordt, belet de beeldvorming van zulke punten van het voorwerp, die niet tot het gezichtsveld behooren. — Het waargenomen beeld B_3 is wederom omgekeerd ten opzichte van het voorwerp.

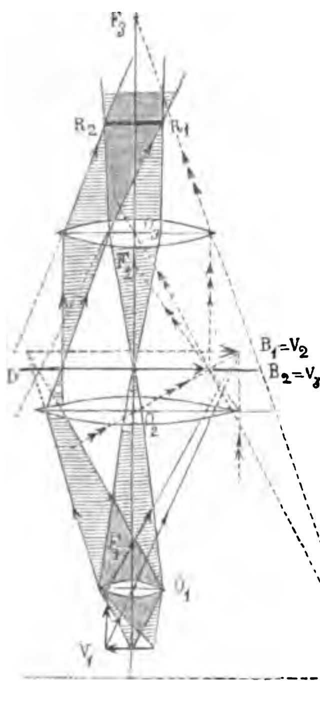


fig. 300.

De formules voor de beeldvorming door de drie lenzen zijn (303, 305, 304):

$$\frac{1}{v_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1},$$

$$-\frac{1}{v_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2}$$

en

$$\frac{1}{v_3} - \frac{1}{b_3} = \frac{1}{f_3}.$$

1011. De tweede lens O_3 van het oculair werkt als loupe; de eerste, O_2, heet *collectief*-(verzamelings-)*lens*, omdat zij de stralen tot een kleiner beeld doet convergeeren, of *veldlens*, omdat door hare

[1]) Meestal is dit oculair samengesteld uit twee planconvexe lenzen, die met hare bolle oppervlakken naar het objectiefglas gekeerd zijn, terwijl tusschen de brandpuntsafstanden en den onderlingen afstand der beide lenzen de betrekking $f_2 : f_3 : l_2 = 3 : 1 : 2$ bestaat.

werking nog stralen van zulke punten van het voorwerp naar de ooglens gebracht worden, die deze anders niet zouden bereiken (zie de figuur); zij vergroot dus het gezichtsveld, maar ten koste van de vergrooting van het beeld.

1012. Noemt men den afstand van de objectieflens tot de ooglens, d. i. de *lengte* van het microscoop, l, den afstand van de objectieflens tot de veldlens l_1, en den afstand van de veldlens tot de ooglens l_2, dan is

$$l = l_1 + l_2 = (b_1 - v_2) + (b_2 + v_3). \qquad 324$$

Als de afstand van het oog tot de ooglens verwaarloosd kan worden, is $b_3 = d$ (de afstand van duidelijk zien); men kan dus met behulp der genoemde betrekkingen den afstand v_1 van het voorwerp tot de objectieflens berekenen. Men vindt op deze wijze, dat men v_1 slechts zeer weinig behoeft te veranderen, om voor verschillende oogen (dus voor verschillende waarden van d) een duidelijk beeld te verkrijgen. De verandering van v_1 geschiedt door de buis, waarin de drie lenzen bevestigd zijn, met behulp eener micrometerschroef ten opzichte van het voorwerp te verplaatsen.

1013. De (lineaire) *vergrooting* kan men berekenen door de formule

$$\Gamma = \frac{b_1}{v_1} \times \frac{b_2}{v_2} \times \frac{b_3}{v_3}. \qquad 325$$

Men kan haar echter ook proefondervindelijk bepalen door gebruik te maken van eene camera lucida (§ 924, *c*). Als voorwerp onder de objectieflens gebruikt men dan een glazen plaatje, waarop eene schaalverdeeling in honderdste of duizendste millimeters is aangebracht, terwijl men door de camera tegelijkertijd eene schaalverdeeling in millimeters waarneemt, die naast het microscoop geplaatst is; men behoeft slechts na te gaan, hoeveel afdeelingen der eerste schaal overeenkomen met ééne afdeeling der tweede.

Verlichting van het voorwerp door middel van holle spiegels. — Beoordeeling der deugdelijkheid van een microscoop door voorwerpen met uiterst fijne teekening (proefplaatjes van Nobert). — Aflezingsmicroscopen met een kruis van spinragdraden op de plaats, waar het reëele beeld gevormd wordt; het kruispunt ligt in de hoofdas der lenzen.

Voordat men achromatische objectieven wist te vervaardigen, diende het oculair van Huygens, om de chromatische aberratie (§ 984) der objectieflens op te heffen. Bij een bepaalden afstand (en bij bepaalde brandpuntsafstanden) van veldlens en ooglens worden namelijk de enkele gekleurde beelden onder denzelfden gezichtshoek door het oogglas waargenomen; de beelden vallen dus op elkander en vertoonen geen gekleurde randen

2. Verrekijkers.

1014. De *astronomische kijker* (Kepler, Scheiner) bestaat uit eene (groote) achromatische objectieflens O_1 (fig. 301) met grooten brandpuntsafstand f_1, die van het beschouwde voorwerp V_1 een reëel, verkleind en omgekeerd beeld B_1 ontwerpt, en uit een oog-

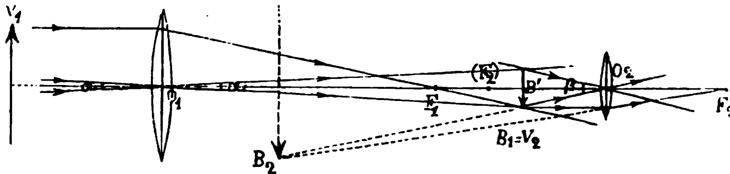


fig. 301.

glas O_2 als loupe, waardoor van het objectiefbeeld $B_1 = V_2$ een virtueel, vergroot, recht beeld B_2 op den afstand van duidelijk zien d gevormd wordt. Dit beeld is dus omgekeerd ten opzichte van het voorwerp. — In plaats van een enkel achromatisch ooglas kan men ook het oculair van Ramsden of dat van Huygens gebruiken.

Voor de beide lenzen gelden de formules (303 en 304)

$$\frac{1}{v_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1},$$

$$\frac{1}{v_2} - \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2}.$$

Voor $v_1 = \infty$ is $b_1 = f_1$; het reëele beeld wordt op den brandpuntsafstand der objectieflens gevormd. Van een enkel lichtpunt (b v. eene vaste ster) verkrijgt men dan een enkel beeldpunt in het brandpunt; het beeld van een voorwerp (b.v. maan, planeten) heeft zekere grootte. Men kan deze grootte bepalen, indien men bedenkt, dat dit beeld en het voorwerp, uit het optische middelpunt O_1 van het objectief beschouwd, gelijke schijnbare grootte hebben (x); daaruit volgt:

$$\frac{B_1 B'}{f_1} = tg\,\frac{x}{2}. \qquad 326$$

Is het voorwerp niet oneindig ver verwijderd, dan gaat deze formule over in

$$\frac{B_1 B'}{b_1} = tg\,\frac{x}{2}. \qquad 327$$

1015. De *lengte* van den kijker $(O_1 O_2)$ is

$$l = b_1 + v_2. \qquad 328$$

Is het voorwerp zeer ver verwijderd, dan kan men $b_1 = f_1$ stellen; is f_2 klein, dan moet V_2 dicht bij $[F_2]$ liggen, om op den afstand van duidelijk zien een beeld te vormen; men kan dus bij benadering $v_2 = f_2$ stellen. De lengte van den kijker wordt dan

$$l = f_1 + f_2. \qquad 329$$

De lengte van den kijker moet veranderd kunnen worden, 1) omdat voor verschillende afstanden van het voorwerp ook de waarde van b_1 verandert, en 2) omdat voor verschillende oogen (met verschillende waarden van d) de waarde van v_2 verandert; men verkrijgt deze verandering door een rondsel en eene getande staaf, met behulp waarvan men het oogglas kan verplaatsen. Geeft de kijker een scherp beeld voor een normaal oog, dan moet voor een bijziend oog, waarvoor d kleiner is, ook v_2 kleiner worden (verg. fig. 274 en 276), zoodat het oogglas ingeschoven moet worden. Voor een verziend oog moet het uitgetrokken worden.

1016. Op de plaats, waar het reëele beeld gevormd wordt, is een diaphragma D (fig. 302) aangebracht. Hierdoor zullen evenals

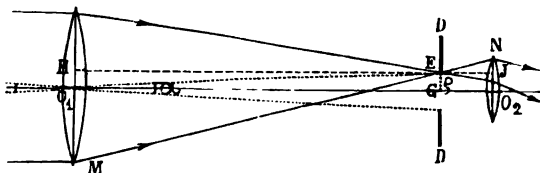


fig. 302.

bij het microscoop de stralen opgevangen worden, afkomstig van punten, die van het *gezichtsveld* dienen uitgesloten te worden, omdat hunne beelden minder helder zouden zijn, dan die der punten, welke dichter bij de hoofdas liggen (§ 1009). In het vlak van teekening wordt dus het hoogste punt van het gezichtsveld bepaald door het punt E, waar de van het laagste punt M van het objectief naar het hoogste punt N van het oculair loopende straal het vlak treft, waarin het reëele beeld gevormd wordt. Trekt men door E eene lijn HJ evenwijdig met de hoofdas, dan kan men den *straal* ρ *der opening van het diaphragma* afleiden uit de gelijkvormigheid der driehoeken NJE en MHE. Men vindt

$$NJ : MH = JE : HE$$

Noemt men de halve hoogten van objectief en oculair R en r, dan wordt deze evenredigheid

$$(r - \rho) : (R + \rho) = v_2 : b_1.$$

Hieruit volgt $$rb_1 - \rho b_1 = Rv_2 + \rho v_2$$

of $$\rho = \frac{rb_1 - Rv_2}{b_1 + v_2}; \qquad 330$$

of bij benadering ($b_1 = f_1$, $v_2 = f_2$)

$$\rho = \frac{rf_1 - Rf_2}{f_1 + f_2}. \qquad 331$$

De *schijnbare straal* van het gezichtsveld wordt dan gevonden door

$$tg\,\frac{\alpha}{2} = \frac{\rho}{b_1}, \qquad 332$$

of bij benadering

$$tg\,\frac{\alpha}{2} = \frac{\rho}{f_1}. \qquad 333$$

Aflezingskijker met een kruis van spinragdraden op het diaphragma.

1017. Onder *vergrooting* verstaat men gewoonlijk de verhouding der hoeken β en α (fig. 301), waaronder het (in O_2 geplaatste) oog het beeld, en waaronder het ongewapende (b.v. in O_1 geplaatste) oog het voorwerp ziet. Daar men de (kleine) hoeken door hunne tangenten vervangen kan, vindt men

$$\Gamma = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\frac{1}{2}\beta}{\frac{1}{2}\alpha} = \frac{tg\,\frac{\beta}{2}}{tg\,\frac{\alpha}{2}} = \frac{\frac{B_1B'}{v_2}}{\frac{B_1B'}{b_1}} = \frac{b_1}{v_2}, \qquad 334$$

of bij benadering

$$\Gamma = \frac{f_1}{f_2}. \qquad 335$$

Proefondervindelijk kan de vergrooting bepaald worden door den kijker te richten naar eene verwijderde schaal met duidelijk zichtbare afdeelingen. Terwijl men met het ééne oog door den kijker ziet, beschouwt men tegelijkertijd de schaal met het andere ongewapende oog. Men behoeft dan slechts na te gaan, hoeveel afdeelingen der schaal, zonder kijker gezien, samenvallen met ééne afdeeling van het door den kijker waargenomen beeld.

Eene andere methode is de volgende. Als de kijker scherp gesteld is voor een oneindig ver verwijderd voorwerp, en men richt hem naar den helderen hemel, dan kan het objectief of liever de

ring, waarin het objectief bevestigd is, als een lichtend voorwerp beschouwd worden, waarvan door de ooglens een reëel beeld R_1R_2 (fig. 303) gevormd wordt. Houdt men achter de ooglens een scherm op zoodanigen afstand, dat dit beeld, de zoogenaamde *oogring*, scherp wordt afgeteekend, dan kan men de vergrooting van den kijker bepalen door den afstand $RO_2 = a$ van den oogring tot het oogglas en door de lengte $O_1O_2 = l$ van den kijker. Met behulp der formule (303)

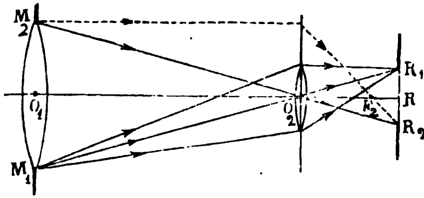


fig. 303.

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f_2}$$

vindt men

$$1 + \frac{l}{a} = \frac{l}{f_2},$$

$$\frac{l}{a} = \frac{l - f_2}{f_2} = \frac{f_1}{f_2} \qquad 336$$

(zie form. 329), en deze waarde stelt bij benadering de vergrooting voor (form. 335). Men kan uit de figuur afleiden, dat de vergrooting ook voorgesteld wordt door de verhouding van de middellijn M_1M_2 van het objectief en de middellijn R_1R_2 van den oogring.

Plaatst men het oog zóo, dat de pupil in den oogring ligt en de gezichtsas van het oog samenvalt met de as van den kijker, dan overziet het oog het geheele gezichtsveld. Juist als bij het microscoop hebben de stralenkegels, die van de verschillende punten van het voorwerp op het objectief vallen, na door het diaphragma en het oculair gegaan te zijn de gemeenschappelijke doorsnede R_1R_2. Het oog neemt dus *alle* punten van het gezichtsveld in gelijke helderheid waar. — Is (bij sterke vergrooting) de oogring kleiner dan de pupil, dan komen *alle* door objectief *en* oculair gaande stralen in het oog.

1018. Daar de vergrooting recht evenredig, het gezichtsveld omgekeerd evenredig is met den brandpuntsafstand van het objectief (form. 335 en 333), wordt bij sterke vergrooting het gezichtsveld klein, zoodat de kijker niet gemakkelijk op een voorwerp ingesteld kan worden. Men verbindt daarom met een sterk vergrootenden kijker een kleineren met *zwakke vergrooting* en met een *groot gezichtsveld* zóo, dat de assen der beide kijkers evenwijdig zijn. De kleinere kijker, *zoeker* genaamd, wordt dan gebruikt, om den toestel op het voorwerp te richten.

1019. Het beeld, dat door den astronomischen kijker van een voorwerp gevormd wordt, is omgekeerd; dit maakt den kijker ongeschikt voor waarneming van voorwerpen, waarbij wij een »boven" en een »beneden" onderscheiden. Om zulke voorwerpen gemakkelijk waar te nemen, brengt men daarom achter het reëele objectiefbeeld nog eene of twee convexe lenzen aan, die van het eerste omgekeerde beeld nogmaals een reëel omgekeerd beeld vormen (fig. 273); dit tweede beeld is dus ten opzichte van het voorwerp recht. Eindelijk wordt daarvan door het oogglas een recht beeld op den afstand van duidelijk zien gevormd. Aldus veranderd heet de toestel *aardsche verrekijker* (de Rheita).

1020. De *hollandsche kijker* (Jansen, Galilei) bestaat uit eene convexe objectieflens O_1 en eene concave oculairlens O_2 (fig. 304).

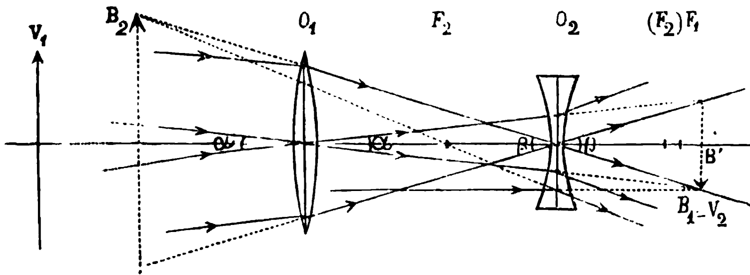


fig. 304.

Door de eerste zou van een ver verwijderd voorwerp (V_1) een reëel omgekeerd beeld B_1 dicht achter het brandpunt F_1 gevormd worden; voordat de stralen zich echter vereenigen, worden zij door de concave oculairlens gebroken; deze is zóo geplaatst, dat het objectiefbeeld voor haar dient als virtueel voorwerp, *welks afstand tot de lens grooter is dan haar brandpuntsafstand* f_2. Men heeft dus het in § 961 besproken geval (fig. 279). Daar het tweede, op den afstand van duidelijk zien (d) gevormde beeld ten opzichte van het eerste omgekeerd is, wordt het ten opzichte van het voorwerp zelf recht. — Voor de beide lenzen gelden de formules (303 en 308)

$$\frac{1}{v_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1},$$

$$-\frac{1}{v_2} - \frac{1}{b_2} = -\frac{1}{f_2}.$$

1021. De *lengte* van den kijker $(O_1 O_2)$ is

$$l = b_1 - v_2. \qquad 337$$

Is het voorwerp zeer ver verwijderd, dan kan men bij benadering $b_1 = f_1$ stellen; is verder f_2 klein, dan verschilt v_2 niet veel van f_2, wil op den afstand van duidelijk zien (d) een beeld gevormd worden; de benaderde waarde voor de lengte van den kijker is dus

$$l = f_1 - f_2. \qquad 338$$

De lengte van den hollandschen kijker moet om dezelfde redenen als bij den astronomischen kijker (§ 1015) veranderd kunnen worden. Is de kijker scherp gesteld voor een normaal oog, dan moet voor een bijziend oog, waarvoor d (en dus b_2) kleiner is, v_2 grooter worden (verg. fig. 279 en 280), zoodat het oogglas, evenals bij den astronomischen kijker, moet ingeschoven worden. Voor een verziend oog moet het uitgetrokken worden.

1022. Onder *vergrooting* verstaat men evenals bij den astronomischen kijker de verhouding der hoeken β en α, waaronder het (in O_2 geplaatste) oog het beeld, en waaronder het ongewapende (b.v. in O_1 geplaatste) oog het voorwerp ziet. Men vindt wederom (verg. § 1017)

$$\Gamma = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\frac{1}{2}\beta}{\frac{1}{2}\alpha} = \frac{tg\,\frac{\beta}{2}}{tg\,\frac{\alpha}{2}} = \frac{\frac{B_1 B'}{v_2}}{\frac{B_1 B'}{b_1}} = \frac{b_1}{v_2}, \qquad 339$$

of bij benadering

$$\Gamma = \frac{f_1}{f_2}. \qquad 340$$

1023. Daar in den hollandschen kijker geen reëel beeld gevormd wordt, en er dus ook geen diaphragma in voorkomt, kan men niet in dezelfde beteekenis, als bij den astronomischen kijker, van een gezichtsveld spreken. Van punten van een voorwerp, die binnen een bepaalden afstand van de verlengde hoofdas gelegen zijn, zullen alle op het objectief vallende stralen door het oculair gaan en divergeerend in het onmiddellijk daarachter geplaatste oog treden. Van punten met grooteren afstand tot de hoofdas treden niet alle door het objectief invallende stralen door de pupil, en wel des te minder stralen, naarmate de afstand der punten tot de hoofdas grooter is. Het oog overziet dus een kring, waarbinnen alle punten zich even helder vertoonen, *en* de omgeving van dezen kring, waarvan de helderheid met den afstand tot de hoofdas afneemt.

Lubimoff heeft aangetoond, dat *de grootte van dit veld evenredig* is met de *grootte van het objectief* en *omgekeerd evenredig* met de *lengte van den kijker en met de vergrooting*. — Tooneelkijker.

1024. Boven den astronomischen kijker heeft de hollandsche kijker voor: 1) dat hij *rechte beelden* geeft, en 2) dat zijne lengte gering is. Bij gelijke vergrooting blijkt echter zijn gezichtsveld kleiner te zijn dan dat van den astronomischen kijker, dat bovendien overal even helder is. Men geeft daarom aan den hollandschen kijker slechts eene geringe vergrooting. — De *prisma-kijker* van Zeiss vereenigt de voordeelen van beide. Objectief en oculair zijn zooals bij den astronomischen kijker. Voordat echter de door het objectief invallende stralen zich tot een reëel beeld vereenigen, ondergaan zij door totale terugkaatsing in twee glazen prisma's P_1 en P_2, waarvan de loodrechte doorsneden rechthoekige gelijkbeenige driehoeken zijn ($\alpha = 90^0$, $\beta = 90^0$), vier keer eene verandering in richting van 90^0. Door bepaalde standen aan de beide prisma's te geven bereikt men, dat de beide veranderingen van richting in het tweede prisma P_2 plaats hebben in een vlak, dat loodrecht staat op het vlak, waarin de beide veranderingen van richting in het eerste prisma P_1 geschieden. Hierdoor wordt het beeld in elke richting omgekeerd, zooals uit fig. 305 blijkt, waarin de stand der beide prisma's aangeduid is, en de weg wordt aangewezen van zonlicht, dat door eene horizontale en eene verticale spleet (in het scherm S_1) loodrecht op het »hypotenusavlak" AB van het eerste prisma valt. Zijn de eindvlakken van het eerste prisma horizontaal, die van het tweede verticaal, dan wordt door de beide terugkaatsingen in het eerste prisma alleen de richting »rechts-links" omgekeerd, door die in het tweede prisma de richting »boven-beneden". Door deze omkeeringen wordt dus het door het objectief gevormde beeld *recht*; het wordt door het oculair als loupe waargenomen. — De verkorting, die de astronomische kijker op deze wijze ondergaat, is afhankelijk van den onderlingen afstand der beide prisma's.

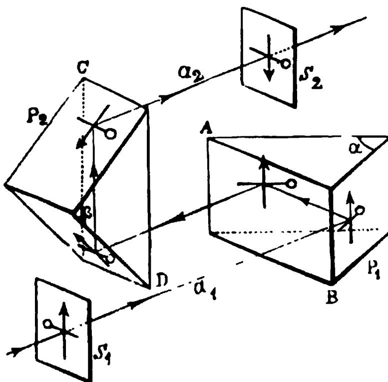


fig. 305.

De hoofdassen van objectief en oculair vallen nu niet meer samen, maar loopen evenwijdig; het zijn de door a_1 en a_2 aangewezen lijnen.

1025. *Telescopen* (tēle = ver) noemt men kijkers, waarbij de vorming van een reëel beeld door sferische spiegels geschiedt. Het gevormde beeld wordt door een enkelvoudig of samengesteld oculair waargenomen, zoodat een virtueel beeld op den afstand van duidelijk zien verkregen wordt. Het door spiegels gevormde reëele beeld is *vrij van chromatische aberratie.*

De telescoop van Newton bestaat uit een in eene buis geplaatsten concaven metaalspiegel, die bij oneindigen afstand van het voorwerp een klein reëel omgekeerd beeld op den afstand van het hoofdbrandpunt zou vormen (fig. 222). Voordat echter de teruggekaatste stralen zich vereenigen, vallen zij op een klein vlak spiegeltje, dat met de hoofdas van den concaven spiegel een hoek van 45^0 vormt. Hierdoor wordt het reëele beeld in de nabijheid van den wand der buis gevormd; in dien wand bevindt zich eene opening, die het oculair bevat. De waarnemer ziet in eene richting loodrecht op de hoofdas van den concaven spiegel.

Herschel plaatste den concaven spiegel eenigszins schuin in de buis zóo, dat het beeld in de nabijheid van den rand der buisopening gevormd wordt. Bij de beschouwing van dit beeld door het oculair keert de waarnemer den rug naar het voorwerp en ziet in de richting naar den concaven spiegel.

Gregory bracht nog een tweede concaaf spiegeltje in de buis aan zóo, dat de beide hoofdassen samenvallen en dat het door den grooten concaven spiegel gevormde reëele beeld als reëel voorwerp dient, waarvan door het kleine spiegeltje wederom een (vergroot) reëel beeld ongeveer in het vlak van den grooten spiegel gevormd wordt. Deze is in het midden doorboord; het oculair, waardoor het tweede beeld wordt waargenomen, bevindt zich achter deze opening. Daar beide beelden omgekeerd zijn, is het waargenomen beeld recht.

Cassegrain plaatste een klein convex spiegeltje zóo, dat het de door den grooten concaven spiegel convergent gemaakte stralen opvangt, voordat deze zich tot een reëel beeld vereenigen. Het reëele beeld, dat de groote spiegel zou vormen, dient dan als virtueel voorwerp voor het kleine spiegeltje; het ligt dichter bij dit spiegeltje dan zijn brandpunt (fig. 232). Het tweede beeld is ten opzichte van het eerste (vergroot en) recht (verg. fig. 236); ten

opzichte van het voorwerp is het dus omgekeerd; het wordt gevormd in de nabijheid van den grooten concaven spiegel, die in het midden doorboord is en in de opening een buis met het oogglas bevat.

Foucault heeft de metaalspiegels van den telescoop van Newton vervangen door een spiegelend laagje zilver, dat op de voorzijde van een sferisch geslepen glas chemisch neergeslagen wordt. De zilverspiegels geven helderder beelden dan de gewone metaalspiegels (legeering van koper, tin en arsenicum), terwijl bovendien het gewicht van den toestel geringer wordt.

De vergrooting, d. i. de verhouding der hoeken, waaronder men het beeld in den telescoop en het voorwerp met ongewapend oog ziet, wordt op overeenkomstige wijze bepaald als bij den astronomischen kijker.

HOOFDSTUK VI.

Straling.

1026. De thermische energie der moleculen of atomen van verwarmde lichamen kan overgaan in stralingsenergie van den omringenden aether, en omgekeerd kan de stralingsenergie van den aether in het door de stralen getroffen lichaam thermische energie voortbrengen. Hoe deze overgangen plaats hebben, heeft men nog niet nauwkeurig kunnen aanwijzen. De *uitstraling* geschiedt bij alle temperaturen; daalt daardoor de temperatuur van het lichaam niet, dan bewijst dit, dat evenveel warmte door *bestraling* van de omgeving opgenomen wordt, als door uitstraling verloren gaat.

1027. Om de stralen, die een lichaam uitzendt, te onderzoeken maakt men gebruik van het spectrum. Verstrooit men de door een witgloeiend lichaam uitgezonden stralen door middel van een prisma, dan kan men gemakkelijk aantoonen, dat zich aan weerskanten van het *zichtbare* spectrum nog *onzichtbare stralen* bevinden; stralen van mindere breekbaarheid, dan die der roode, vormen het *ultraroode* spectrum (ultra = aan gene zijde), stralen van grootere breekbaarheid, dan die der violette, vormen het *ultraviolette* spectrum. Men kan het bestaan van het ultra-roode spectrum aantoonen door buiten het roode einde van het spectrum een gevoelig werktuig te plaatsen, dat door absorptie der onzichtbare stralen verwarmd wordt. Hiervoor kan dienen eene thermo-electrische zuil (§ 811) of nog beter de *bolometer*, dien wij eveneens in de leer der Electriciteit zullen leeren kennen. Het bestaan der ultraviolette stralen kan men aantoonen met behulp van lichamen, die door absorptie dezer stralen scheikundig veranderen (§ 1036) of zelflichtend worden (§ 1037).

Door een smalle thermo-electrische zuil of een bolometer langs het geheele zichtbare en onzichtbare spectrum zóo te verplaatsen, dat de toestel in een bepaalden stand slechts stralen van eene bepaalde breekbaarheid

absorbeert, vergelijkt men de verhouding van de hoeveelheden energie der verschillende stralen. De uitkomsten zijn, wat stralen van gelijke breekbaarheid betreft, bij verschillende lichtbronnen verschillend. — Op de beide genoemde wijzen heeft men gevonden, dat in de ultraroode en ultraviolette deelen van het zonne-spectrum stralen van bepaalde breekbaarheid kunnen ontbreken (Fraunhofer'sche strepen), evenals dit het geval is in het zichtbare deel van het spectrum (§ 978).

Beneden eene bepaalde (niet voor alle lichamen gelijke) temperatuur zendt een verwarmd lichaam slechts ultraroode stralen uit; wordt de temperatuur langzamerhand hooger, dan verschijnen eerst de roode en oranje stralen (roodgloeihitte boven 500°), later ook de stralen der andere kleuren van geel tot violet (grootste intensiteit der witgloeihitte ca. 1600°), eindelijk de ultraviolette stralen.

Volgens nieuwere onderzoekingen ontstaat reeds, voordat men de roode kleur waarneemt, bij eene temperatuur iets boven 400° de eerste gewaarwording van licht, het »grauwe" lichtschijnsel.

1028. De ultraroode stralen brengen bijna geen chemische werking, de ultraviolette bijna geen thermische werking voort.

Men mag echter hieruit niet besluiten, dat ultraroode, zichtbare en ultraviolette stralen drie verschillende soorten van stralen zijn; zij onderscheiden zich alleen door de grootere of kleinere golflengte en de daarvan afhankelijke kleinere of grootere breekbaarheid. Of een straal een of meer van de drie werkingen (warmte, licht en chemische werking) voortbrengt, hangt alleen af van het lichaam, dat door den straal getroffen wordt.

De grenzen der zichtbaarheid zijn niet voor alle oogen dezelfde. — Bepaalt men (op eene later, § 1046, te bespreken wijze) de golflengte der verschillende stralen, dan vindt men de golflengte voor de uiterste roode stralen = 0,76 μ (= 0,00076 mM), voor de uiterste violette stralen 0,4 μ; de grootste helderheid vertoonen de gele stralen. — Thermische werking heeft men waargenomen bij golflengten tusschen 56 μ en 0,4 μ; de sterkste werking heeft men gevonden in het ultraroode spectrum. — Chemische werking vindt men bij golflengten tusschen 0,8 μ en 0,1 μ. De gewone in de photographie gebruikte platen zijn gevoelig voor de ultraviolette en de zichtbare stralen van groote breekbaarheid, niet echter voor roode, oranje en ultraroode stralen (rood licht der photografen).

De stralen, die een lichaam absorbeert, kunnen den bewegingstoestand der kleinste deeltjes van het lichaam wijzigen, zóo dat de golflengte der stralen, die het lichaam uitzendt, eene andere wordt dan die der geabsorbeerde stralen.

De opslorping van lichtende stralen door een zwart lichaam heeft uitstraling van donkere (warmte-) stralen ten gevolge. — Concentreert men door middel eener lensvormige, met eene (ondoorschijnende) oplossing van jodium in zwavelkoolstof gevulde glazen flesch (§ 818) de donkere stralen van het zonlicht op een dun reepje metaal, dan kan dit gloeiend worden — Verg. de verschijnselen van fluorescentie (§ 1037) en phosphorescentie (§ 1038)

1029. Om het *zichtbare* spectrum nauwkeurig te onderzoeken vangt men het niet op een scherm op (§ 971 en 978), maar bedient men zich van den *spectroscoop*. Op een horizontaal tafeltje T (fig. 306) is een prisma P geplaatst, waarvan de brekende ribbe A verticaal is. Eene cilindrische buis C, de *collimator* [1]), is aan den voet van het tafeltje bevestigd, zóo dat de cilinderas door het midden van het eerste brekende vlak AB gaat; de buis is aan het naar het prisma gekeerde einde gesloten door eene convexe lens l_1, aan het andere einde door eene plaat met eene fijne verticale spleet; de buis is zoo lang, dat het hoofdbrandpunt der lens met de spleet samenvalt. Lichtstralen, die van de lichtbron L_1 door de spleet invallen, treden dus door de lens l_1 evenwijdig uit en worden dan door het prisma gebroken. Alle stralen van *gelijke kleur* (en breekbaarheid), die in dezen lichtbundel voorkomen, doorloopen ook het prisma evenwijdig, treden evenwijdig uit het brekende vlak AD van het prisma en worden door het objectief l_2 van den astronomischen kijker K (die voor een voorwerp op oneindigen afstand scherp gesteld is) tot een reëel beeld op den afstand van het hoofdbrandpunt des objectiefs vereenigd. Hier ontstaat dus een gekleurd beeld der spleet; de naast elkander liggende spleetbeelden van verschillende kleuren vormen het spectrum rv, waarvan men door het oculair l_3 een vergroot beeld r_1v_1 op den afstand van duidelijk zien waarneemt.

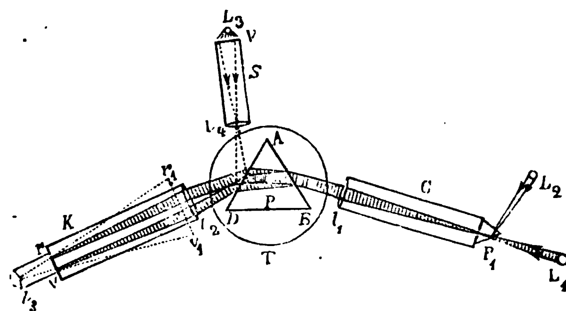


fig. 306.

Het prisma P plaatst men gewoonlijk zóo, dat de middelste (groene) straal van het spectrum de kleinste deviatie ondergaat Aan den kijker geeft men een zoodanigeu stand, dat dezelfde straal zich in het midden van het gezichtsveld vertoont. — Men kan de dispersie sterker maken, als men het licht achtereenvolgens door twee of meer prisma's laat gaan, voordat het in den kijker valt.

[1]) De afleiding van dit woord is onzeker: collimare = met schuinen blik iets beschouwen; sommigen zien daarin eene verkeerde spelling van collineator: collineare = langs eene bepaalde lijn zien.

Om de spectra van twee lichtbronnen direct te kunnen vergelijken plaatst men voor het onderste gedeelte der spleet een (*vergelijkings-*) *prisma* P_1, zóo dat het licht eener zijdelings zich bevindende lichtbron L_2 na totale terugkaatsing in P_1 door het onderste deel der spleet in den collimator treedt, terwijl de stralen van L_1 door het bovenste vrije deel der spleet intreden. Daar de kijker omgekeerde beelden geeft, neemt men het spectrum der tweede lichtbron boven dat der eerste waar.

Eene andere cilindervormige buis S, waarvan de as naar het midden van het tweede brekende vlak van het prisma P gericht is, bevat aan het van het prisma afgekeerde einde eene schaalverdeeling V met zeer kleine afdeelingen, aan het andere einde wederom eene lens l_4. De schaalverdeeling wordt door eene vlam L_3 verlicht en kan dus als lichtend voorwerp dienen. De daarvan uitgaande stralen treden door de lens en worden aan het tweede brekende vlak AD van het prisma (gedeeltelijk) naar het objectief des kijkers teruggekaatst. Hierdoor wordt een reëel beeld der schaal verkregen op de plaats, waar ook het spectrum rv gevormd wordt. Men ziet dus een beeld der schaal te gelijker tijd met dat van het spectrum en kan bepaalde stralen aanwijzen door de schaalstrepen, waarmede zij samenvallen.

Bij den beschreven toestel maakt de richting, waarin men waarneemt, een hoek met de richting van het invallende licht. Men heeft ook *rechte* spectroscopen vervaardigd door eenige prisma's (meestal twee van flintglas en drie van crownglas) tot een anapoklitisch stel (§ 981) samen te voegen, zóo dat de middelste straal van het spectrum (Fraunhofer'sche lijn E) geen afwijking verkrijgt (spectroscoop *à vision directe*).

1030. Het spectroscopisch onderzoek van het door verschillende lichtbronnen *uitgestraalde* licht heeft de volgende uitkomsten geleverd (*uitstralingsspectrum*, *emissie-spectrum*):

1) *Het spectrum van een witgloeiend vast of vloeibaar lichaam is een onafgebroken* (continu) *spectrum*, d. w. z. het bevat stralen van alle mogelijke kleuren zonder dat stralen van bepaalde breekbaarheid daarin ontbreken (dus zonder Fraunhofer'sche lijnen).

2) *De spectra van lichtende gassen en dampen zijn:*

a) bij hooge temperatuur *lijnenspectra*, d. w. z. zij bestaan uit smalle heldere lijnen, die door donkere tusschenruimten van elkander gescheiden zijn; kleur en plaats dezer lijnen zijn afhankelijk van de soort van het lichtende gas; hun aantal is bij eenige stoffen zeer

gering, bij andere zeer groot. Verhooging van temperatuur en verandering der dichtheid van het lichtende gas veranderen ook het aantal en de helderheid der lijnen.

b) bij lagere temperatuur *bandenspectra*, die uit breede lichtende banden (zuilen) bestaan, waarvan de helderheid van de eene (roode) zijde naar de andere afneemt. Bij sterke kleurverstrooiing blijken deze banden te bestaan uit tal van fijne lichtende lijnen, die aan den helderen kant dichter bij elkander liggen dan aan den minder helderen.

c) Onder hooge drukking en bij zeer hooge temperatuur kunnen gassen een *onafgebroken* spectrum leveren.

Een gas kan men lichtend maken door daarin eene electrische ontlading te doen plaats hebben; het gas moet daartoe bij geringen druk (1—3 mM) in eene glazen buis opgesloten worden (Geissler'sche buizen). — Gloeiende metaaldampen verkrijgt men, als men een druppel van de oplossing van een zout, dat het metaal bevat, door middel van een platinadraad in de niet-lichtende vlam van een Bunsenschen brander brengt. Men kan ook eene electrische vonk tusschen twee stukken van het metaal doen overspringen, of een metaalzout op de koolspitsen eener electrische booglamp brengen. Het lijnenspectrum van natriumdamp bestaat uit twee lijnen in het geel, die zoo dicht bij elkander liggen, dat zij bij niet sterke dispersie slechts ééne lijn schijnen te vormen; kalium vertoont eene lijn in het rood en eene in het violet, thallium eene enkele lijn in het groen, waterstof vier lijnen in het rood, het groen, het blauw en het violet. IJzerdamp levert bij sterke dispersie meer dan twee duizend lijnen.

1031. Voor het spectroscopisch onderzoek van het licht, dat door doorschijnende lichamen doorgelaten wordt, brengt men een onafgebroken spectrum (b.v. door middel van een witgloeienden platinadraad) voort en plaatst men het absorbeerende lichaam vóór de spleet van den spectroscoop. Verminderde lichtintensiteit, donkere lijnen of banden in het spectrum wijzen dan aan, welke stralen geabsorbeerd worden (*absorptie-spectrum*, *afgebroken spectrum*). De absorptie neemt toe met de dikte van het absorbeerende lichaam.

Het door indigo verkregen absorptie-spectrum vertoont geene roode, oranje en gele stralen, behalve een rood lichtband in de nabijheid der Fraunhofer'sche lijn B; in het door didymiumglas verkregen spectrum ziet men drie donkere balken in het geel, in het groen en bij het begin van het blauw. Rood glas (door koperzout gekleurd) absorbeert alle stralen van groen tot violet. Kobaltglas absorbeert o. a. de gele stralen, die de breekbaarheid van de stralen der natriumvlam hebben, terwijl het de violette stralen, die de breekbaarheid van de stralen der kaliumvlam hebben, doorlaat.

1032. Is het absorbeerende lichaam een gloeiend gas (damp), en heeft het lichaam, dat het onafgebroken spectrum zou leveren,

eene veel hoogere temperatuur dan het gas, dan schijnen in het op de beschreven wijze verkregen spectrum juist die stralen te ontbreken, die het gloeiend gas uitstraalt. De heldere lijnen in het uitstralingsspectrum van het gloeiend gas gaan over in donkere lijnen bij het absorptiespectrum. — Laat men het licht eener electrische booglamp door eene natriumvlam in den spectroscoop vallen, dan vertoont zich in het spectrum eene enkele donkere lijn op dezelfde plaats, waar de natriumdamp eene heldere gele lijn zou voortbrengen. — Dit verschijnsel heeft overeenkomst met het *medetrillen*, dat wij bij het Geluid (§ 564) leerden kennen. De in het witte licht voorkomende *gele* stralen vermeerderen de bewegingsenergie der natriumdeeltjes in de vlam, daar zij denzelfden trillingstijd hebben; zij verdwijnen dus voor het grootste gedeelte uit het witte licht. Deze aethertrillingen hebben door de hooge temperatuur eene groote amplitude (snelheid); het opgeslorpte arbeidsvermogen kan echter de snelheid der natriumdeeltjes, waarvan de massa betrekkelijk groot is, slechts weinig vermeerderen, zoodat hunne lichtsterkte niet veel toeneemt. De natriumdeeltjes zenden nu hun slechts weinig versterkt licht als gele aetherstralen naar *alle* richtingen uit; hetgeen daarvan in den spectroscoop valt, heeft veel geringere lichtsterkte, dan het overige door de lichtbron van hooge temperatuur in den toestel gezonden licht, zoodat het door het contrast met de naburige heldere stralen zich donker vertoont.

Het genoemde verschijnsel ligt opgesloten in de *wet van Kirchhoff*: bij eene bepaalde temperatuur is de verhouding tusschen het uitstralingsvermogen voor stralen van bepaalde golflengte en het opslorpingsvermogen voor dezelfde stralen bij alle stoffen even groot.

1033. Ofschoon de emissiespectra en absorptiespectra niet onder alle omstandigheden onveranderlijk zijn, blijven zij toch een voor de soort der verschillende lichtende gassen (dampen) of der absorbeerende lichamen karakteristiek voorkomen behouden, zoodat het Kirchhoff en Bunsen mogelijk bleek, om uit de verkregen spectra te besluiten tot de soort der uitstralende of absorbeerende stoffen; *spectraalanalyse*. Zij behoefden slechts het door eene onbekende stof verkregen emissiespectrum of absorptiespectrum te vergelijken met de bekende lijnenspectra der verschillende elementen of de bekende absorptiespectra door de verschillende stoffen verkregen.

Buitengewone gevoeligheid dezer methode. Ontdekking van nieuwe stoffen (rubidium, caesium, helium enz.) door de spectraalanalyse.

1034. Kirchhoff heeft de spectraalanalyse toegepast op de hemellichamen. Hij beschouwde het spectrum van het zonlicht met het groot aantal Fraunhofer'sche strepen als een absorptiespectrum; de zon is volgens hem een witgloeiend lichaam, dat vast, vloeibaar of gasvormig (hooge drukking! § 1030) kan zijn, en dat een onafgebroken spectrum zou leveren. Door de absorbeerende werking der in den dampkring der zon voorkomende stoffen (van lagere temperatuur) ontstaan dan de Fraunhofer'sche lijnen. Om het voorhanden zijn eener bepaalde stof in den dampkring der zon te constateeren, behoeft men slechts na te gaan, of de lichtende strepen in het lijnenspectrum der stof (in gas- of dampvormigen toestand) veroorzaakt worden door stralen van dezelfde breekbaarheid (golflengte), als door sommige Fraunhofer'sche strepen in het zonnespectrum aangewezen wordt. Op deze wijze heeft men gevonden, dat ongeveer de helft der bekende elementen op de zon voorkomt.

De gele lijn, waaruit het spectrum van natrium bestaat, ligt op dezelfde plaats als de Fraunhofer'sche lijn *D*; de vier lijnen van het spectrum van waterstof vallen samen met de lijnen *C*, *F*, *h* en eene dicht bij *G* gelegen lijn. — Enkele Fraunhofer'sche lijnen hebben haar ontstaan te danken aan absorptie door den dampkring der aarde.

Spectroscopisch onderzoek van het licht van vaste sterren, planeten, kometen, nevelvlekken.

Rooskleurige uitsteeksels aan den rand en op de schijf der zon heeft men door het lijnenspectrum, dat men daarvan heeft weten te verkrijgen [1], erkend als uitbarstingen van waterstof (en metaaldampen). Hierbij doet zich somtijds het verschijnsel voor, dat de lijnen iets naar den violetten of naar den rooden kant verschoven zijn, m. a. w. dat de golflengte der stralen zich kleiner of grooter vertoont, dan zij werkelijk is (b v. in het waterstofspectrum, dat met behulp eener Geissler'sche buis verkregen wordt). Men verklaart dit verschijnsel door aan te nemen, dat de gassen zich met groote snelheid naar ons toe of van ons af bewegen (beginsel van Doppler, § 598), en heeft zelfs uit de waargenomen verandering der golflengte de snelheid der gassen kunnen berekenen. — Op overeenkomstige wijze heeft men de beweging van vaste sterren in de richting der gezichtslijn kunnen constateeren.

1035. De warmtevoortbrengende stralen, onverschillig of zij onzichtbaar of zichtbaar zijn, hebben wij reeds in de leer der Warmte besproken. Hier zij alleen nog opgemerkt, dat men voor het ver-

---

[1]) Door het zonlicht achtereenvolgens door een groot aantal prisma's te laten gaan, kan men het zoo zeer verstrooien, dat het niet meer waargenomen kan worden; het homogene licht der lichtende strepen van een lijnenspectrum wordt echter door aanwending van een groot aantal prisma's niet verzwakt, omdat het niet verstrooid kan worden (§ 972).

krijgen van het »warmte-spectrum" gebruik moet maken van een prisma, dat vervaardigd is uit eene diathermane stof, b.v. steenzout. Evenzoo bedient men zich, om het »chemisch spectrum" te verkrijgen, van een prisma, dat ook stralen van zeer kleine golflengte doorlaat (kwarts, § 1037).

1036. De chemische werking der stralen onderzoekt men, door het (zichtbare en onzichtbare) spectrum op een scherm op te vangen, dat met eene stof bedekt is, waarin de stralingsenergie chemische veranderingen kan te weeg brengen (photographie). Op het scherm verkrijgt men aldus een (zichtbaar) photogram van het spectrum der chemisch werkende stralen. De werking is bij de gewoonlijk in de photographie gebruikte stoffen (zilververbindingen) beperkt tot de blauwe, violette en ultraviolette stralen. Men heeft echter stoffen leeren bereiden, die zoo gevoelig zijn, dat daarop ook de andere zichtbare en zelfs ultraroode stralen chemisch werken.

Evenals eene enkele lens voor verschillend gekleurde stralen verschillende hoofdbrandpuntsafstanden heeft (§ 985), is dit ook het geval voor de verschillende onzichtbare stralen. Men stelt daarom de lens eener photographische camera zóo samen, dat de brandpuntsafstanden voor de helderste zichtbare (gele) en voor de sterkst werkende chemische stralen (uiterste violette tot ultraviolette stralen) gelijk worden. Op de plaats in de camera, waar het beeld zich scherp vertoont, wordt dan de gevoelige plaat aangebracht.

Behalve op de uit de Chemie bekende verschijnselen, waarbij het licht eene rol speelt, zij hier nog gewezen op den overgang van stralingsenergie in chemische energie door ontleding van koolzuur en waterdamp, waardoor de voor de vorming der planten benoodigde koolstof en waterstof verkregen wordt.

1037. In § 1028 is reeds gezegd, dat de stralen, die eene stof ten gevolge van absorptie uitzendt, eene andere breekbaarheid kunnen hebben dan de geabsorbeerde stralen. Een bijzonder geval van dien aard is dat, waarbij stoffen stralen van bepaalde breekbaarheid (golflengte) absorbeeren en daarvoor *licht*-stralen van andere, *kleinere* breekbaarheid (grootere golflengte) uitzenden. Als dit uitstralen alleen gedurende de bestraling plaats heeft, noemt men dit verschijnsel *fluorescentie* (van fluorcalcium, vloeispaath, afgeleid). Hoofdzakelijk zijn het ultraviolette stralen, die door de bedoelde stoffen als het ware in zichtbare stralen veranderd worden.

Fluoresceerende stoffen zijn: vloeispaath, uraanglas, niet gezuiverde petroleum, oplossing van zwavelzure chinine, chlorophyl, platinbariumcyanuur enz.

Het ultraviolette gedeelte van het spectrum van zonlicht, verkregen door middel van een kwartsprisma of flintglasprisma, wordt zichtbaar, als men het op een fluoresceerend scherm opvangt; het vertoont Fraunhofer'sche lijnen. — Bij gebruik van een crownglasprisma of zwavelkoolstofprisma is weinig van het ultraviolette spectrum waar te nemen; deze stoffen absorbeeren dus de meeste ultraviolette stralen.

Vormt men door middel eener kwartslens een lichtkegel van de stralen eener lichtbron, die veel ultraviolette stralen bevat (zonlicht, electrisch licht), en plaatst men een fluoresceerend lichaam zóo, dat de top van den lichtkegel binnen het lichaam valt, dan worden de ultraviolette stralen zichtbaar in eene kleur, die van de gewone kleur van het lichaam verschilt. De lichtkegel is bij (geel) uraanglas groen, bij petroleum lichtblauw, bij (groen) vloeispaath donkerblauw enz. Deze kleuren vertoonen zich reeds als eene eigenaardige gloed aan de oppervlakte der lichamen, als men ze beziet van die zijde, van waar zij door het daglicht beschenen worden. Men heeft dus in de fluorescentie een eenvoudig middel om te onderzoeken of eene lichtbron vele ultraviolette stralen uitzendt.

Zonlicht of electrisch licht, dat door een fluoresceerend lichaam heen gegaan is, heeft zijne ultraviolette stralen verloren, kan dus niet nogmaals fluorescentie voortbrengen.

Stralen echter de stoffen de opgeslorpte stralen langzaam weer uit, zoodat zij na de bestraling korteren of langeren tijd in het donker nalichten, dan noemt men het verschijnsel *phosphorescentie.* De werkzame stralen zijn wederom de violette en ultraviolette.

Phosphoresceerende stoffen zijn o. a. de verbindingen van zwavel met alcalische aarden (zwavelcalcium enz.). — Lichtende verfstoffen.

1038. De gevallen, waarin stoffen licht uitzenden, terwijl hare temperatuur beneden die der gloeihitte is, vat men samen onder het begrip *luminiscentie.* In deze gevallen wordt het licht dus zonder (veel) warmte uitgestraald. Wordt de energie der uitstraling verkregen door absorptie van lichtstralen (fluorescentie, phosphorescentie), dan spreekt men van *photoluminiscentie*, wordt zij verkregen door chemische werking (langzame oxydatie van phosphorus, dwaallicht, glimwormen), dan noemt men het verschijnsel *chemoluminiscentie*; het lichten van verdunde gassen onder de werking eener electrische ontlading heet *electroluminiscentie.*

Becquerel heeft (1896) — het eerst bij phosphoresceerende stoffen — het uitzenden van eigenaardige stralen geconstateerd, die onzichtbaar zijn, door vele metalen heen dringen, photographisch en physiologisch werken, voortdurend thermische energie ontwikkelen en zekere electrische werkingen voortbrengen. Uranium en uraanzouten zenden zulke stralen sterk uit; nog veel sterker echter het door het echtpaar Curie ontdekte element radium. Deze stoffen kunnen ook aan andere stoffen de eigenschap mededeelen, »Becquerel"-stralen uit te zenden of, zoals men zegt, radioactief te worden. —

Ook schijnt het, dat stoffelijke deelen in uiterst geringe hoeveelheid van de radioactieve stoffen voortdurend uitstroomen. — Den oorsprong der energie, die door de uitstraling dezer stoffen voortdurend verloren gaat, kent men nog niet.

1039. Dat door bestraling ook de electrische toestand van sommige lichamen verandering kan ondergaan, zij hier slechts terloops aangestipt.

HOOFDSTUK VII.

Interferentie, polarisatie, dubbele breking.

1040. Als de undulatietheorie juist is, dan moeten — onverschillig, of wij ons de aethertrillingen als transversaal of als longitudinaal voorstellen — op eene plaats, waar twee (of meer) golfstelsels elkander ontmoeten, *interferentie-verschijnselen* optreden, zooals wij die in de leer der elastische trillingen hebben leeren kennen. Het werkelijk voorkomen van zulke verschijnselen (het eerst door Grimaldi, 1665, waargenomen) en van andere, die wij in dit hoofdstuk eveneens zullen bespreken, heeft de theorie van Huygens over die van Newton doen zegevieren.

1041. Fresnel (1816) verkreeg interferentie met behulp van twee spiegels S_1 en S_2 (fig. 307), die een stompen hoek met elkander

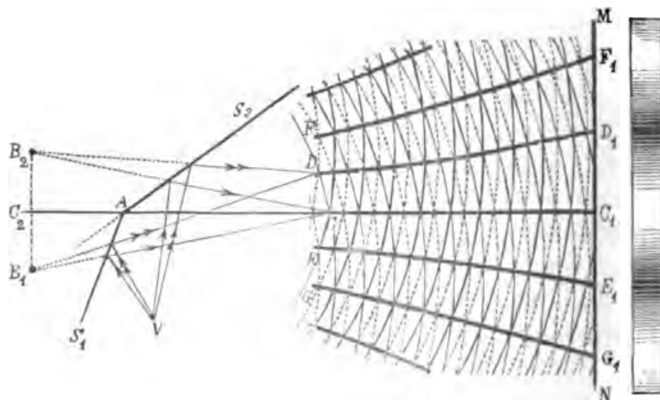


fig. 307.

maken. Stelle V een lichtpunt voor, dat homogeen licht uitstraalt, en B_1 en B_2 de beelden van V door de beide spiegels verkregen. De van V op de spiegels vallende stralen worden door deze zóo teruggekaatst, als werden zij van B_1 en B_2, *steeds met gelijke phase*, uitgezonden. Alle aetherdeeltjes (b.v. C), gelegen op de

lijn AC_1, die B_1B_2 loodrecht middendoor deelt, worden elk oogenblik in beweging gebracht door twee trillingen, die in dezelfde phase verkeeren, daar $B_1C = B_2C$ is. In al deze punten wordt dus door interferentie de amplitude der trilling (de lichtsterkte) grooter dan bij verlichting door slechts één der punten B_1 en B_2. Een deeltje D daarentegen, dat vóór de spiegels zóo gelegen is, dat B_1D eene halve golflengte grooter is dan B_2D, wordt elk oogenblik in beweging gebracht door twee trillingen, waarvan het verschil in phase $^1/_2$ is. In zulke punten wordt dus de amplitude der trilling nul; het licht wordt uitgedoofd. Versterking heeft echter ook plaats voor alle punten, waarvoor de afstanden tot B_1 en B_2 1, 2, 3 enz. geheele golflengten verschillen; verzwakking voor alle punten, waarvoor deze afstanden $1^1/_2$, $2^1/_2$, $3^1/_2$ enz. golflengten verschillen. Trekt men dus in het vlak van teekening uit elk der punten B_1 en B_2 als middelpunten concentrische cirkels, waarvan de stralen telkens met eene halve golflengte toenemen, zóo dat b.v. voor een bepaald oogenblik de getrokken cirkels de plaatsen aanwijzen, waar de aetherdeeltjes de grootste afwijking naar den éénen kant, en de gestippelde cirkels de plaatsen, waar zij de grootste afwijking naar den anderen kant bereiken, dan wijzen de punten, waarin twee getrokken of twee gestippelde cirkels elkander snijden, de plaatsen aan, waarin de intensiteit van het licht door interferentie vermeerderd wordt, terwijl de snijpunten van een getrokken en een gestippelden cirkel de plaatsen aanwijzen, waarin de intensiteit verminderd wordt. Wel is waar verplaatsen zich deze cirkels bij beide golfstelsels (in de figuur naar rechts); de lijnen CC_1, FF_1, GG_1 enz., waarin de amplitude versterkt wordt, en de lijnen DD_1, EE_1 enz., waarin de amplitude verzwakt wordt, behouden echter hare plaatsen. Deze lijnen zijn, uitgezonderd de lijn CC_1, die recht is, stukken van hyperbolen. — Plaatst men nu een scherm MN loodrecht op CC_1, dan zullen de punten, waarin de lijnen CC_1, FF_1, GG_1 enz. het scherm treffen, verlicht worden, terwijl de punten, waarin de lijnen DD_1, EE_1 enz. het scherm treffen, donker blijven. De veranderingen in de verlichting van het scherm tusschen een punt van sterkste verlichting en een punt van sterkste verzwakking zijn gedurig, niet plotseling, daar de amplituden der samengestelde trilling aldaar eveneens gedurig veranderen.

Het enkel lichtpunt V vervangt men door eene fijne spleet, die evenwijdig is met de lijn (door A), waarin de beide spiegels elkaar snijden; op het

scherm, dat in den regel een stuk matglas is, vertoonen zich dan afwisselende lichtende en donkere strepen, die men van achteren door eene loupe beschouwt, daar de lichtende en donkere strepen wegens de kleine waarden der golflengten dicht bij elkander liggen; in de figuur is de golflengte veel te groot aangenomen.

Een prisma, waarvan de doorsnede loodrecht op de ribben een stomphoekige gelijkbeenige driehoek is, kan voor deze proef dienen in plaats van de beide spiegels. Stralen, die van eene lichtbron op het grootste zijvlak van het prisma vallen, interfereeren na het uittreden uit de beide kleinere zijvlakken, alsof zij van twee verschillende lichtbronnen afkomstig waren.

1042. Het verschil der afstanden van het punt D_1, waarin de lijn DD_1 het scherm treft, tot B_1 en B_2 is de halve golflengte van het homogene licht. Herhaalt men de proef met homogeen licht van andere kleur, dan blijkt (uit den afstand van D_1 tot C_1), dat *de golflengte van rood tot violet licht gaandeweg afneemt.* Als men dezelfde proef met wit licht doet, dan zullen dus in de lijn CC_1 trillingen van alle mogelijke golflengten versterkt worden; men verkrijgt dus in het midden van het scherm wit licht. Ook aan weerskanten van deze lijn vertoont zich tot op eenigen afstand nog wit licht, zoolang namelijk de afstanden der punten van het scherm tot B_1 en B_2 te weinig van elkander verschillen om uitdooving van een der gekleurde stralen (het eerst der violette) te weeg te brengen. Nemen wij aan dat in de lijn DD_1 de trillingen van de golflengte der violette stralen uitgedoofd worden, dan kunnen in dezelfde lijn niet ook de trillingen van de overige golflengten uitgedoofd worden. In het punt, waarin deze lijn het scherm treft, wordt dit dus niet donker, maar verlicht door eene samengestelde kleur. Zoo zal in elk buiten het witte veld gelegen punt eene bepaalde kleur door interferentie verdwijnen. Bij gebruik eener lichtende lijn als lichtbron ziet men in het midden van het scherm een witten band, aan weerskanten omgeven door verschillend gekleurde banden.

1043. Ook de kleuren van uiterst *dunne vliesjes* (zeepbellen enz.) berusten op interferentie (Young, 1804). Een op de oppervlakte van het vliesje VV in A (fig. 308) invallende straal S_1A wordt gedeeltelijk teruggekaatst (AF) en gedeeltelijk gebroken (AB); de gebroken straal AB wordt aan de tweede oppervlakte nogmaals gedeeltelijk teruggekaatst (BC), gedeeltelijk treedt hij uit het vliesje (BG). De straal BC wordt bij C wederom gedeeltelijk teruggekaatst (CD), gedeeltelijk treedt hij uit het vliesje (CH). In dezelfde richting (CH) wordt echter ook een gedeelte van een

tweeden straal $S_2 C$, die evenwijdig met den eersten invalt, teruggekaatst, zoodat beide stralen kunnen interfereeren. De terugkaatsing van (een gedeelte van) den tweeden straal in C dient beschouwd te worden als eene terugkaatsing tegen een vast uiteinde (§ 517 en volg.), zoodat de phase met $^1/_2$ verandert. De terugkaatsing in B geschiedt als bij een vrij uiteinde; hier heeft dus geen verandering der phase plaats.

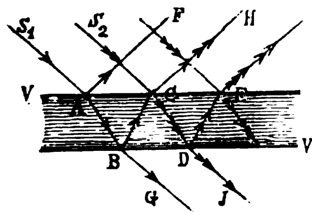


fig. 308.

Men neme aan, dat S_1 bij A en S_2 bij C met gelijke phase invallen. Is nu $AB + BC$ gelijk aan één, twee enz. golflengten van het licht in het vliesje, dan zullen de in C uittredende resp. teruggekaatste deelen der stralen $S_1 A$ en $S_2 C$ een verschil in phase hebben van $1^1/_2$, $2^1/_2$ enz., m. a. w. zij zullen elkander verzwakken. Evenzoo vindt men dat, als $AB + BC$ $^1/_2$, $1^1/_2$ enz. golflengten bedraagt, de beide stralen een verschil in phase 1, 2, 3 enz. hebben, m. a. w. dat zij elkander zullen versterken.

Bij homogeen licht kunnen de vliesjes geen andere kleur vertoonen dan die van het licht; het hangt van de dikte van het vliesje op eene bepaalde plaats af, of dit zich daar helder of donker vertoont. Bij wit licht wordt bij eene bepaalde dikte van het vliesje en een bepaalden invalshoek slechts een straal van bepaalde golflengte uitgedoofd, niet echter de overige stralen; het vliesje moet dus eene samengestelde kleur vertoonen. Heeft het vliesje niet overal dezelfde dikte, dan verandert met de dikte ook de golflengte (kleur) van den straal, die door interferentie verdwijnen kan; dus ook de samengestelde kleur, die het vliesje vertoont. — Kleuren van een dun laagje olie op water, van paarlemoer, op oude vensterruiten.

Ook bij het doorgelaten licht treedt interferentie op. Bij D (fig. 308) b.v. interfereeren de stralen $S_1 ABCDJ$ en $S_2 CDJ$. De eerste straal ondervindt bij de terugkaatsingen in B en C geene verandering van phase (vrije uiteinden). In D heeft dus vermindering van amplitude (lichtsterkte) plaats, als de weg $AB + BC$, dien de eerste straal meer doorloopt dan de tweede, $^1/_2$, $1^1/_2$, $2^1/_2$ enz. golflengten bedraagt — Wegens de verzwakking, die het licht bij elke terugkaatsing ondergaat, zijn de verschijnselen van interferentie bij het doorgelaten licht niet zoo duidelijk waar te nemen als bij het teruggekaatste.

Op overeenkomstige wijze als een vliesje werkt ook de lucht, die zich bevindt tusschen eene plan-convexe lens (met zeer grooten kromtestraal) en eene vlakke glazen plaat, waarop men de lens met hare convexe oppervlakte gelegd heeft. Bij van boven invallend homogeen licht ontstaat door interferentie der aan het bovenste en aan het onderste grensvlak der luchtlaag teruggekaatste stralen rondom eene donkere centrale vlek een stelsel van concentrische, afwisselend heldere en donkere ringen, die wegens de naar buiten toenemende dikte der luchtlaag des te dichter bij elkander

liggen, naarmate zij verder van het midden (raakpunt der beide glazen) verwijderd zijn. — De onderlinge afstand der ringen is grooter bij rood dan bij violet licht; berekent men met behulp van den kromtestraal der gebogen oppervlakte der lens en van de middellijn van een der heldere of donkere ringen den afstand der beide glazen op de plaats, waar de ring gezien wordt, dan kan men daaruit de golflengte van het gebruikte homogene licht vinden. [1]) — Daar op de plaats, waar een straal van bepaalde kleur uitgedoofd wordt, de andere niet uitgedoofd worden, ziet men bij wit licht gekleurde ringen, de *Newton'sche kleurringen*.

1044. Als een homogene lichtbundel loodrecht op een vlakken metaalspiegel valt, dan ontstaan door interferentie der aankomende en der teruggekaatste golven *staande aethergolven* vóór den spiegel. Vlakken, evenwijdig met den spiegel, op afstanden van 1, 2, 3 enz. halve golflengten van dezen, zijn »knoopvlakken", terwijl zich op afstanden van $^1/_4$, $^3/_4$, $^5/_4$ enz. golflengten »buikvlakken" vormen. Wiener (1890) heeft dit aangetoond met behulp van een met een zilverzout doortrokken collodiumvliesje, dat 20 tot 40 keer dunner was dan de golflengte van het gebruikte homogene licht, en welks vlak hij met dat van den spiegel een zeer kleinen hoek liet maken. De verschillende buikvlakken en knoopvlakken snijden dan het vliesje op verschillende plaatsen in onderling evenwijdige lijnen; door photographische werking worden de snijlijnen van het vliesje met deze vlakken aangewezen, daar het zilverzout op de plaatsen der buikvlakken ontleed wordt, niet echter op die der knoopvlakken.

De meting der afstanden van de knoopvlakken tot den spiegel toonde aan, dat aan den spiegel zelf een knoop gevormd wordt, zoodat bij de terugkaatsing, hetgeen wij trouwens aangenomen hebben, de phase der trilling met $^1/_2$ verandert.

1045. Laat men een bundel evenwijdige homogene lichtstralen door eene nauwe spleet loodrecht op een wit scherm vallen, dan bemerkt men, dat het verlichte deel van het scherm breeder is dan de spleet, juist alsof de door de spleet gaande stralen gedeeltelijk naar buiten gebogen werden. Men noemt daarom dit verschijnsel

---

[1]) Men moet daarbij in aanmerking nemen, dat de van boven invallende stralen bij de terugkaatsing aan de bovenste grenslaag der lucht geen verandering van phase ondergaan (vrij uiteinde), dat echter aan de onderste grenslaag de phase met $^1/_2$ verandert (vast uiteinde). — Daarom is ook de centrale vlek donker; hier is namelijk de luchtlaag oneindig dun, en kan dus de weg, dien de eene straal meer heeft af te leggen dan de andere, verwaarloosd worden; de verzwakking van het licht wordt dus alleen veroorzaakt door de verandering der phase bij de ééne terugkaatsing (aan het oppervlak der vlakke glazen plaat).

buiging van het licht (Grimaldi, 1665). — De verklaring, die Young van de buiging gaf, berust op het beginsel van Huygens. Zoodra de aetherdeeltjes in de spleetopening $S_1 S_2$ (fig. 309) door een golffront bereikt worden, beginnen zij, alle met dezelfde phase, te trillen en vormen nieuwe trillingsmiddelpunten, van waar zich aethertrillingen naar alle richtingen uitbreiden. Of een punt van het scherm MN licht ontvangt, wordt bepaald door het daar ter plaatse al of niet in beweging geraken van de aetherdeeltjes tengevolge van de interferentie van al deze golfstelsels; blijft er eene resulteerende trilling over, dan hangt de verlichtingssterkte af van de verkregen amplitude. Trekt men door de randen der spleet $S_1 S_2$ de lijnen $S_1 A$ en $S_2 B$ in de richting der invallende stralen, dan zal elk aetherdeeltje op de lijn AB door evenveel trillingen aangedaan worden, die nagenoeg in dezelfde phase verkeeren; immers, als het scherm ver genoeg van de spleet verwijderd is, verschillen de afstanden, die een punt van AB tot de verschillende punten van $S_1 S_2$ heeft, te weinig van elkander, om de verschillende golfstelsels met een merkbaar verschil in phase in het bedoelde punt te doen aankomen. Het scherm vertoont zich tusschen A en B gelijkmatig verlicht.

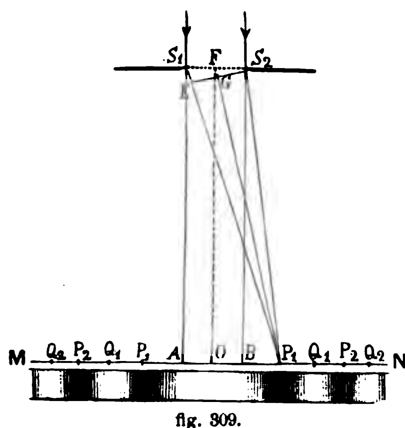


fig. 309.

Voor de punten van het scherm links van A en rechts van B wordt het verschil der wegen, die de enkele van de aetherdeeltjes tusschen S_1 en S_2 afkomstige trillingen hebben af te leggen om deze punten te bereiken, grooter, zoodat de te gelijker tijd in deze punten aankomende golven gaandeweg een grooter verschil in phase vertoonen en het scherm minder verlichten. In een punt P_1, dat zóo gelegen is, dat het verschil zijner afstanden tot de punten S_1 en S_2 juist eene golflengte l bedraagt ($P_1 S_1 - P_1 S_2 = S_1 E = l$), blijft het scherm donker. Immers, verdeelt men de rij aetherdeeltjes $S_1 S_2$ in twee gelijke groepen $S_1 F$ en FS_2, dan is $P_1 F - P_1 S_2 = FG$ nagenoeg eene halve golflengte, en dan bereiken de van S_2 en F uitgaande trillingen het punt P_1 op elk oogenblik

met een verschil in phase $^1/_2$. Daar hetzelfde het geval is met de trillingen, afkomstig van elke twee aetherdeeltjes, die evenveel links van S_2 en van F gelegen zijn, blijft het aetherdeeltje in P_1 in rust. Dit gebeurt eveneens in de punten P_2, P_4 enz., die zóo gelegen zijn, dat hunne afstanden tot S_1 en S_2 twee, drie enz. golflengten verschillen. Om dit in te zien, behoeft men zich de van de aetherdeeltjes tusschen S_1 en S_2 uitgaande golfstelsels slechts in vier, zes, enz. gelijke groepen verdeeld te denken, waarvan de groepen 1 en 2, 3 en 4, enz., elkanders werking op P_2 enz. opheffen.

Anders is het in het punt Q_1, dat zóo gelegen is, dat het verschil zijner afstanden tot S_1 en S_2 $1^1/_2$ golflengte bedraagt. Verdeelt men namelijk de rij aetherdeeltjes S_1S_2 in drie gelijke groepen, dan zullen wederom de uitwerkingen van de trillingen van twee dezer groepen elkander in Q_1 door interferentie opheffen. Het scherm ontvangt in Q_1 slechts $^1/_3$ van alle stralen, bovendien bestaat tusschen deze stralen nog een merkbaar verschil in phase; de verlichting van Q_1 is dus zwakker dan van een punt van AB. Tusschen Q_1 en P_2 neemt de verlichting van het scherm af, van P_2 neemt zij weer toe tot een punt Q_2, dat zóo gelegen is, dat het verschil zijner afstanden tot S_1 en S_2 $2^1/_2$ golflengte bedraagt. Dat zich in Q_2 wederom eene maximum-lichtsterkte vertoont (die echter kleiner is dan die in Q_1), vindt men gemakkelijk, als men de golfstelsels in vijf gelijke groepen verdeelt.

Rechts en links van AB, waar de sterkste verlichting gevonden wordt, neemt men dus afwisselend maxima van donkerheid en maxima van helderheid waar; de lichtsterkte der laatste neemt echter met den afstand tot AB af.

Hoe nauwer de spleet is, des te verder moeten de punten P_1, Q_1, P_2 enz. van AB en van elkander verwijderd zijn, om het noodige verschil in lengte tusschen P_1S_1 en P_1S_2 enz. te verkrijgen.

Bij breedere spleten liggen de punten Q_1, Q_2 enz. zóo dicht bij B resp. A, dat alleen het deel AB van het scherm licht schijnt te ontvangen; de zijdelingsche uitbreiding wordt dus door de interferentie verhinderd. Verg. § 597.

1046. Neemt men dezelfde proef bij onveranderde breedte der spleet achtereenvolgens met homogeen licht van verschillende kleuren, dan zijn de onderlinge afstanden der heldere en donkere plaatsen op het scherm *het grootst bij rood* en *het kleinst bij violet licht*. De reden hiervan is, dat *de golflengte der roode stralen*

grooter is dan die der violette. Deze proef doet ons een geschikt middel aan de hand om de golflengte l der verschillende homogene lichtstralen te bepalen. In fig. 309 is namelijk $\triangle FGS_2 \backsim \triangle P_1OF$; hieruit volgt:

$$FG : FS_2 = P_1O : P_1F$$

$$FG = \tfrac{1}{2}\, l = \frac{FS_2 \times P_1O}{P_1F}.$$

De halve breedte FS_2 der spleet en de afstand P_1O van P_1 tot het midden van AB kunnen gemeten worden; uit P_1O en den bekenden afstand FO van het scherm tot de spleet wordt ook P_1F gevonden.

In de volgende tabel zijn de golflengten van eenige stralen en de daaruit met behulp der formule $c = nl$ (form. 125) afgeleide trillingsgetallen opgegeven ($c = 3 \times 10^{10}$ kines; 1 $\mu\mu = 0{,}000001$ mM):

rood	(Fraunh. lijn A)	$l = 760\ \mu\mu$	$n = 395 \times 10^{12}$
geel	(» » D)	589 »	509×10^{12}
blauw	(» » F)	486 »	626×10^{12}
violet	(» » H)	396 »	758×10^{12}.

1047. Wordt de buigingsproef met wit licht genomen, dan liggen de plaatsen, waar het licht uitgedoofd wordt, voor elke der samenstellende kleuren (wegens de verschillen in golflengte) anders; hieruit volgt dat het scherm nergens donker zal worden, maar dat zich aan weerskanten van de strook AB, die wit blijft, gekleurde banden zullen vertoonen.

Op buigingsverschijnselen berusten de kleuren, die men waarneemt, als men door mousseline of door gaas, door de haartjes der oogleden of door eene bewasemde glasplaat naar eene heldere lichtbron ziet; de stralenkrans om den rand eener fijne opening in karton of bladtin, waardoor men naar eene vlam ziet enz.

1048. Van bijzonder belang zijn de buigingsverschijnselen, verkregen door zoogenaamde *tralieschermen*, bestaande uit tal van uiterst fijne en zeer dicht naast elkander gelegen spleten (glazen proefplaatjes van Nobert, metalen traliespiegels van Rowland). Wij zullen de theoretische beschouwing dezer verschijnselen niet nagaan, maar alleen de uitkomsten vermelden, die door de proeven bevestigd worden. 1) Laat men homogene evenwijdige stralen door een traliescherm gaan, dan worden de enkele zijdelingsche lichtende buigingsbeelden (Q_1, Q_2 enz.) teruggebracht tot sterk verlichte, smalle en scherp begrensde lichtstrepen, die door donkere tusschenruimten van elkander gescheiden zijn, en waarvan de onderlinge

afstand evenredig is met de golflengte der homogene stralen. 2) Bij gebruik van wit licht ontstaan zijdelingsche *buigings-spectra*, ook *tralie-spectra* genoemd; het eerste tusschen de plaatsen, waar Q_1 voor roode en voor violette stralen gelegen is; het tweede tusschen de plaatsen, waar Q_2 voor deze beide uiterste stralen gelegen is enz.; het violet ligt bij deze spectra naar binnen (naar het witte beeld AB toe), het rood naar buiten. 3) De afstand OQ_1 voor roode stralen is kleiner dan de afstand OQ_2 voor violette stralen; daarom is het eerste tralie-spectrum (overeenkomende met Q_1) door eene donkere tusschenruimte gescheiden van het tweede. Bij de volgende spectra is dit niet meer het geval; daar OQ_2 voor roode stralen grooter is dan OQ_3 voor violette, bedekken het roode einde van het tweede en het violette einde van het derde spectrum elkander; evenzoo is het bij twee andere op elkander volgende spectra. 4) Het eerste tralie-spectrum geeft (door een kijker waargenomen) de analyse van het gebruikte licht evengoed als een (door een prisma verkregen) dispersie-spectrum. Het heeft boven het laatstgenoemde dit voor, dat de absorptie van sommige stralen door de stof, waaruit het prisma vervaardigd is (§ 1035), hier vervalt; verder dat de afwijkingen der verschillende gekleurde stralen ($\angle\ OFQ_1$) evenredig zijn met de golflengten, terwijl in het dispersie-spectrum de ligging der verschillende stralen nog afhankelijk is van de brekende stof (§ 979, 2).

1049. Licht, dat van eene lichtbron direct op een spiegel van zwart glas valt, wordt, voor zoover het niet geabsorbeerd wordt, bij elken stand, dien de spiegel ten opzichte van den lichtstraal inneemt, teruggekaatst. Dit is niet meer het geval bij licht, dat reeds door een anderen soortgelijken spiegel onder bepaalde omstandigheden teruggekaatst is.

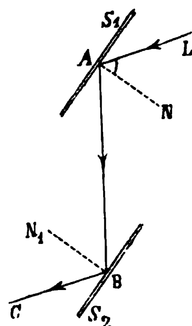


fig. 310.

Zij S_1 (fig. 310) zulk een spiegel en LA een lichtstraal, die onder een invalshoek $LAN = 54^0,5$ (ongeveer) op den spiegel valt. De straal wordt dan in het door LA en AN gebrachte vlak teruggekaatst in de richting AB. In B treft hij een tweeden spiegel S_2, waarvan het spiegelende vlak evenwijdig met dat van den eersten spiegel is, onder een gelijken invalshoek ABN_1 en wordt wederom in hetzelfde vlak

in de richting BC teruggekaatst. Is het op S_1 vallende licht b.v. afkomstig van den helderen hemel, dan ziet een in C geplaatst oog in de richting CB een helder gezichtsveld.

Draait men nu den tweeden spiegel om de lijn AB als as, zóo dat de tweede invalshoek (ABN_1) steeds even groot blijft (men stelle zich voor, dat hierbij AB in het vlak van teekening blijft, terwijl de normaal BN_1 om BA als as een kegelmantel beschrijft), dan wordt voor het oog in C (dat nu ook van stand moet veranderen) het gezichtsveld hoe langer hoe donkerder; na eene draaiing van 90°, dus in eenen stand van S_2, waarin de vlakken der beide invalshoeken LAN en ABN_1 loodrecht op elkander staan, is het gezichtsveld geheel donker; er wordt dus geen licht door den tweeden spiegel teruggekaatst. Bij de verdere draaiing van S_2 van 90° tot 180° wordt het gezichtsveld weer helderder, en bereikt bij den laatst bedoelden stand weder zijn volle helderheid. Draait men S_2 verder van 180° tot 270°, dan neemt de helderheid weer regelmatig tot nul af, terwijl zij bij draaiing van 270° tot 360° wederom tot haar aanvankelijke sterkte toeneemt. Een maximum van terugkaatsing vindt men dus in de beide standen van S_2 (ten opzichte van S_1), waarvoor de beide invalsvlakken samenvallen; geen terugkaatsing heeft plaats in de beide standen van S_2 (ten opzichte van S_1), waarvoor deze beide vlakken loodrecht op elkander staan. — Het gewone (natuurlijke) licht, zooals het van elke lichtbron uitgezonden wordt, heeft dus door de terugkaatsing aan den eersten spiegel eene eigenaardige verandering ondergaan.

Men gebruikt spiegels van zwart glas of aan de achterzijde zwart gemaakte glazen platen, om bij de waarneming van het verschijnsel niet gestoord te worden door licht, dat van achteren door de platen dringt. — Men kan de spiegels ook uit andere stoffen vervaardigen (§ 1051); *metaalspiegels* echter vertoonen het verschijnsel *niet* of slechts in geringe mate.

1050. Licht, dat zich ten opzichte van bepaalde vlakken anders gedraagt, dan ten opzichte van andere, noemt men *gepolariseerd* (Malus, 1808). De toestel, met behulp waarvan het natuurlijke licht gepolariseerd wordt (hier de eerste spiegel) heet *polarisator*; de toestel, waardoor men kan onderzoeken of het licht gepolariseerd is (de tweede spiegel), heet *analysator*. Het vlak, waarin de gepolariseerde straal onverzwakt blijft, noemt men het *polarisatievlak*; men zegt, dat de straal *in dit vlak* gepolariseerd is; *het polarisatievlak van den* (door den eersten spiegel) *teruggekaatsten straal*

valt dus samen met het vlak van terugkaatsing. Eindelijk heet de invalshoek, dien de stralen moeten hebben, om (volledig) gepolariseerd te worden, de *polarisatiehoek.*

De polarisatie (waarneembaar door uitdooving van het licht in bepaalde standen van S_2) is onvolledig, als de invalshoek bij den eersten spiegel meer of minder dan 54°,5 bedraagt; zij heeft in 't geheel niet plaats, als de stralen loodrecht invallen.

Laat men het licht den omgekeerden weg afleggen, dan is het ook gepolariseerd; de polarisator wordt nu analysator en omgekeerd.

Door eene passende verbinding van eene polariseerende en eene analyseerende plaat verkrijgt men een *polarisatietoestel.* — Toestel van Nörrenberg.

1051. De polarisatiehoek blijkt afhankelijk te zijn van de soort der stof, waaruit de polariseerende spiegel vervaardigd is. Brewster heeft gevonden, dat de polarisatiehoek voor elke stof die invalshoek i (fig. 311) is, waarvoor de teruggekaatste straal AB en de gebroken straal AC loodrecht op elkander staan. In dit geval is $\rho = 90^0 - \angle NAB = 90^0 - i$; de formule 249 wordt dus

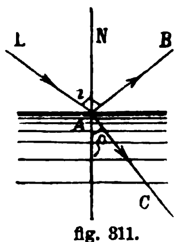


fig. 311.

$$n = \frac{\sin i}{\sin \rho} = \frac{\sin i}{\sin (90 - i)} = \frac{\sin i}{\cos i} = tg\, i, \qquad 341$$

zoodat men met behulp van den polarisatiehoek i den brekingsaanwijzer eener stof zou kunnen bepalen.

Daar volgens form. 341 de polarisatiehoeken voor stralen van verschillende kleuren niet gelijk kunnen zijn, is eene volkomen polarisatie van wit licht niet mogelijk.

1052. Behalve door terugkaatsing kan licht ook gepolariseerd worden door *breking.* Vervangt men den polariseerenden spiegel S_1 (fig. 310) door een stel van op elkander liggende doorschijnende glazen platen, waaraan men *denzelfden stand* geeft, dan zal natuurlijk licht, dat van boven komende door de platen is gegaan en daarna in de richting AB op den tweeden spiegel valt, blijken gepolariseerd te zijn. Om dit licht onverzwakt terug te kaatsen, of om het geheel uit te dooven, moet nu de spiegel S_2 die standen innemen, waarbij voor het *door terugkaatsing* gepolariseerde licht de tegenovergestelde werking plaats heeft. Van een natuurlijken straal, die op eene glazen plaat valt, wordt dus het gedeelte, dat gebroken wordt, gepolariseerd

in een vlak loodrecht op dat, waarin het teruggekaatste deel van het licht gepolariseerd wordt; *het polarisatievlak van den gebroken straal is dus loodrecht op het vlak van breking.*

Zulk een stel glazen platen (glaszuil) kan als polarisator, maar ook als analysator dienen.

Eene enkele glazen plaat polariseert den gebroken straal slechts onvolkomen.

1053. Neemt men aan, dat de aethertrillingen in een lichtstraal *longitudinaal* zijn, dan kan men zich geen door terugkaatsing of breking verkregen eigenschap van den lichtstraal voorstellen, zóó dat deze bij bepaalde standen van den tweeden spiegel wel en bij andere standen niet zou teruggekaatst worden; zijn de aethertrillingen echter *transversaal*, dan is dit wel het geval. Fresnel nam aan, dat in een natuurlijken lichtstraal transversale aethertrillingen plaats hebben in alle vlakken, die men door de voortplantingsrichting kan brengen, zonder dat een bepaald vlak boven de andere bevoorrecht is; dat echter door de polarisatie (bij den eersten spiegel) slechts *de componenten* van al deze trillingen *in ééne bepaalde richting* behouden blijven, terwijl die in eene richting loodrecht op de eerste uitgedoofd worden. Hebben nu de transversale trillingen van een gepolariseerden straal slechts in één vak plaats, dan wordt het begrijpelijk, dat de stand van den tweeden spiegel voor de mogelijkheid van terugkaatsing niet onverschillig is.

Ter opheldering diene het volgende voorbeeld. Als door de caoutchoucbuis van fig. 158 eene golf in een verticaal vlak zich naar den wand *B* beweegt, dan zal deze teruggekaatst worden, indien de teruggekaatste trillingen eveneens in een verticaal vlak kunnen plaats hebben, niet echter, als er op het oogenblik van terugkaatsing omstandigheden optreden, die alleen trillingen in een horizontaal vlak toelaten.

In overeenstemming met de genoemde hypothese is het feit, dat geen polarisatie plaats heeft, als een natuurlijke lichtstraal *loodrecht* op den eersten spiegel valt; de spiegel heeft dan ten opzichte van alle trillingsvlakken denzelfden stand.

1054. Fresnel kwam tot de genoemde hypothese op grond van de volgende proef. Hij liet door twee nauwe, dicht bij elkaar geplaatste spleten zonlicht in eene donkere kamer treden, zóó dat hij op een scherm het in § 1041 (fig. 307) beschreven interferentieverschijnsel verkreeg. (Men denke zich in fig. 307 de spiegels verwijderd en de beide openingen op de plaatsen van B_1 en B_2). Hij plaatste nu voor elke opening een van twee volkomen gelijke

polariseerende glaszuilen. Waren deze zóó geplaatst, dat de beide lichtbundels in evenwijdige vlakken gepolariseerd werden, dan vertoonde zich op het scherm, evenals bij natuurlijk licht, versterking en verzwakking van het licht, zooals dit het geval moet zijn bij twee transversale trillingen, die *in dezelfde lijn* plaats hebben (§ 491). Waren echter de polarisators zóó geplaatst, dat de polarisatievlakken der beide lichtbundels loodrecht op elkander stonden, dan werd nergens uitdooving van het licht waargenomen; hetgeen ook niet mogelijk is, indien nl. de onderstelling juist is, dat nu de (transversale) trillingen der beide bundels slechts *in twee onderling loodrechte* lijnen plaats hebben (verg. § 494).

1055. Ten opzichte van het vlak, waarin de aetherdeeltjes in een gepolariseerden straal trillen, had Fresnel de keuze tusschen twee hypothesen: dat het *trillingsvlak samenvalt met het polarisatievlak* òf *dat het daarop loodrecht is.* Fresnel nam het tweede aan; maar eerst in 1890 heeft Wiener aangetoond, dat Fresnel zich hierin niet vergist had.

Wiener liet door een spleet evenwijdige homogene gepolariseerde stralen onder een invalshoek van 45° op eene glazen plaat vallen, en liet aankomende en teruggekaatste stralen in een collodiumvliesje (§ 1044) interfereeren. Zijn de loodrecht op de voortplantingsrichting staande (rechtlijnige) banen, die de aetherdeeltjes van een aankomenden straal beschrijven, *loodrecht op* het polarisatievlak (dus ook loodrecht op het vlak van terugkaatsing en evenwijdig met het spiegelende vlak), dan is dit ook het geval bij een teruggekaatsten straal. Beide kunnen slechts interfereeren als trillingen, die in dezelfde lijn plaats hebben (§ 491); op die plaatsen, waar het verschil in phase $^1/_2$ is, wordt het licht uitgedoofd, terwijl het op andere plaatsen versterkt wordt. — Liggen de (loodrecht op de voortplantingsrichting staande) banen der aetherdeeltjes *in* het polarisatievlak, dan moeten — daar de teruggekaatste straal loodrecht staat op den invallenden straal (invalshoek = 45°), ook de banen der aetherdeeltjes van beide stralen loodrecht op elkander staan. Beide moeten dus interfereeren als trillingen, die in loodrecht op elkander staande lijnen plaats hebben (§ 494): hierbij kan echter nimmer uitdooving van het licht plaats hebben. Daar nu door photographische werking in het collodiumvliesje bleek, dat inderdaad door interferentie uitdooving plaats had, volgde hieruit, dat bij een gepolariseerden straal het trillingsvlak loodrecht staat op het polarisatievlak.

Later heeft men gevonden, dat de licht voortbrengende aethertrillingen niet van elastischen maar van electrischen aard zijn. De *electromagnetische theorie van het licht* toont aan, dat het trillingsvlak der genoemde trillingen loodrecht op het polarisatievlak staat.

1056. Door kristallen, die niet tot het regelmatige stelsel behooren, wordt licht niet eenvoudig (zooals in glas) volgens de wetten van Snellius gebroken, maar een invallende straal wordt in 't algemeen in twee stralen gesplitst, die zich binnen het kristal in verschillende richtingen en dus met verschillende snelheden (§ 910) voortplanten. Men noemt dit verschijnsel *dubbele breking*. Bij de kristallen van het kwadratische en van het hexagonale stelsel[1]) volgt een der beide stralen de wet van Snellius; de brekingsaanwijzer is voor dezen straal steeds dezelfde, onverschillig hoe de straal invalt; men noemt dezen straal daarom den *gewonen* straal. De andere straal volgt de wet van Snellius niet: hij kan onder bepaalde omstandigheden buiten het vlak van inval treden; de brekingsaanwijzer is afhankelijk van den hoek, dien deze straal binnen het kristal met de hoofdas of met eene daarmede evenwijdige lijn maakt; hij is bij sommige stoffen steeds grooter, bij andere steeds kleiner dan die van den gewonen straal; men noemt dezen straal daarom den *buitengewonen* straal. Het verschijnsel is het eerst door Bartholin (1660) waargenomen bij het IJslandsch kristal (kalkspaath), dat in groote, volkomen doorschijnende rhomboëders voorkomt.

Bij kalkspaath is de brekingsaanwijzer van den gewonen straal 1,65; die van den buitengewonen verandert van 1,48 tot 1,65, als het verschil in richting van den gebroken straal en de hoofdas verandert van 90° tot 0°.

Legt men een kalkspaath-rhomboëder met een zijner vlakken op een wit papier, waarop een zwart vlakje is aangebracht, dan ziet men van boven door het kristal twee beelden van het vlakje. Draait men het kristal om de (verticale) gezichtsrichting als as, dan blijft het ééne (gewone) beeld op zijne plaats, het andere (buitengewone) draait om het eerste. Hetzelfde kan men aantoonen, als men een zonnestraal door eene nauwe opening loodrecht op een der vlakken van het kristal laat vallen en de uittredende stralen op een scherm opvangt.

Slechts in één geval vertoont zich geene splitsing van invallend natuurlijk licht, namelijk als de gebroken straal de richting der hoofdas heeft. Slijpt men een kalkspaathkristal zóo, dat twee evenwijdige grensvlakken ontstaan, die loodrecht op de richting der hoofdas gelegen zijn, dan gaat een in

---

[1]) De kristallen van het regelmatige stelsel hebben drie gelijke, loodrecht op elkander staande assen; die van het kwadratische hebben twee gelijke loodrecht op elkander staande assen, terwijl de derde, de *hoofdas*, die eveneens loodrecht op de beide andere staat, grooter of kleiner is dan deze. Bij het hexagonale stelsel snijden drie gelijke in één vlak gelegen assen elkander onder hoeken van 60°; de vierde (hoofdas) is grooter of kleiner dan de drie andere en staat loodrecht op het door deze bepaalde vlak. Elk vlak, dat door de hoofdas gaat of evenwijdig daarmede is, heet eene *hoofdsnede*.

de richting der hoofdas invallende straal ongebroken en ongesplitst door het kristal. Daarom heet de hoofdas ook de *optische* as; de kristallen van het kwadratische en van het hexagonrle stelsel zijn *éénassig*.

1057. Daar men bij de kristallen van het regelmatige stelsel (wier assen alle gelijk zijn) geen dubbele breking waarneemt, nam Huygens aan, dat bij de kristallen der overige stelsels de aether in de richtingen van de ongelijke assen onder ongelijke omstandigheden van veerkracht en dichtheid verkeert. Men noemt zulke stoffen anisotrope stoffen (§ 539). In de kristallen van het kwadratische en van het hexagonale stelsel zou het licht zich dan in de richting der hoofdas òf sneller òf langzamer voortplanten, dan in eene richting loodrecht op de hoofdas (naarmate de brekingsaanwijzer in de eerste richting kleiner of grooter is dan in de tweede), terwijl in richtingen, tusschen deze beide gelegen, de voortplantingssnelheid waarden zou aannemen, die tusschen de genoemde uiterste waarden in liggen. Hoe minder eene richting van die der hoofdas verschilt, des te meer zou de voortplantingssnelheid voor deze richting naderen tot die voor de richting der hoofdas.

Huygens leidt hieruit af, dat van het punt, waarin een invallende lichtstraal een kristal treft, zich twee golfstelsels in het kristal voortplanten; het eene (wegens de onveranderlijkheid van den brekingsaanwijzer voor den gewonen straal) met eene snelheid, die in alle richtingen gelijk is, zoodat het golffront een bolopppervlak is (fig. 242); het andere (wegens de afhankelijkheid des brekingsaanwijzers van de richting van den buitengewonen straal) met snelheden, die in verschillende richtingen ongelijk zijn, zoodat het golffront het oppervlak van een (verlengde of afgeplate) omwentelingsellipsoide is. In het laatste geval is de voortplantingsrichting in het algemeen niet loodrecht op het golffront.

Wat de kristallen van het rhombische, monoklinische en triklinische stelsel betreft, willen wij slechts aanstippen, dat in het algemeen geen der beide door dubbele breking verkregen stralen de wet van Snellius volgt. Deze kristallen bezitten twee richtingen, waarin het licht niet dubbel gebroken wordt, dus *twee optische assen* Men noemt ze daarom *twee-assig*.

1058. De gewone en de buitengewone straal, waarin een natuurlijke lichtstraal bij het intreden in een dubbelbrekend kristal gesplitst wordt, zijn *gepolariseerd*, en wel *in twee loodrecht op elkander staande vlakken*. Door een spiegel (analysator) zóo te plaatsen, dat daardoor de gewone of de buitengewone straal zoo

volkomen mogelijk teruggekaatst of uitgedoofd wordt, toont men aan, dat de gewone straal gepolariseerd is in een vlak, evenwijdig met de hoofdas (eene *hoofdsnede*), de buitengewone in een vlak loodrecht op de hoofdsnede.

Het trillingsvlak van den gewonen straal is dus loodrecht op eene hoofdsnede enz.

1059. Een kalkspaathkristal zou als polarisator of als analysator gebruikt kunnen worden, als men een der beide stralen kon doen verdwijnen. Nicol heeft dit op de volgende wijze verkregen. *ABCD* (fig. 312) stelle de doorsnede voor van een langwerpig kristal van kalkspaath met een vlak, gebracht door twee tegenover elkander

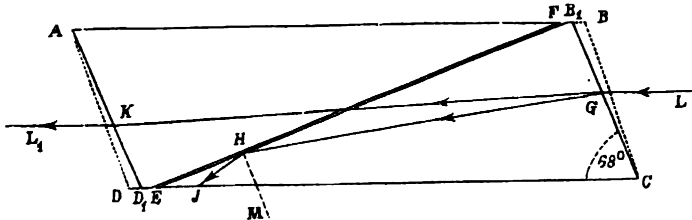


fig. 312.

gelegen ribben *AB* en *CD*. De eindvlakken *AD* en *BC* worden zóo afgeslepen, dat de nieuwe eindvlakken AD_1 en B_1C met de ribben AB_1 en CD_1 hoeken maken van 68°; daarna wordt het kristal zóo doorgesneden, dat de doorsnede *EF* loodrecht op de doorsnede AB_1CD_1 en op de nieuwe eindvlakken AD_1 en B_1C staat. De bij doorsnijding verkregen vlakken worden gepolijst en met canadabalsem weder op elkander bevestigd. Een natuurlijke lichtstraal *LG*, die evenwijdig met de ribben AB_1 enz. op het eindvlak CB_1 valt, heeft een invalshoek van 22°; hij wordt bij *G* gesplitst in den gewonen straal *GH* en den buitengewonen straal *GK*. De brekingsaanwijzer van canadabalsem (1,54) is kleiner dan die van kalkspaath voor den gewonen straal (1,65), maar *bij den genoemden invalshoek* grooter dan die voor den buitengewonen straal. Berekent men nu den hoek *GHM*, waaronder de gewone straal op de laag canadabalsem valt, dan vindt men eene waarde grooter dan de grenshoek, zoodat deze straal in *H* totaal teruggekaatst en door de zwart gemaakte zijden van het prisma geabsorbeerd wordt. De buitengewone straal kan echter door den canadabalsem heengaan

en uit het tweede eindvlak van het prisma in K evenwijdig met zijne oorspronkelijke richting uittreden. De uittredende straal KL_1 is *volkomen* gepolariseerd. — De toestel is bekend onder den naam van prisma van Nicol of kortweg *Nicol.*

In een polarisatietoestel kan de polariseerende of de analyseerende spiegel of glaszuil, of ook beide, door Nicols vervangen worden.

Ziet men door een Nicol naar de spiegelende oppervlakte van glas of water, terwijl men daarbij het prisma om zijne lengteas draait, dan worden de teruggekaatste stralen, voor zoover zij gepolariseerd zijn, in twee, 180° van elkander verschillende standen van het prisma geheel uitgedoofd.

1060. Als polarisator of analysator kan ook eene plaat van *tourmalijn* dienen, daar deze dubbelbrekende stof bij eenige dikte de eigenschap bezit, den gewonen straal geheel te absorbeeren, terwijl de buitengewone doorgelaten wordt. Twee tourmalijnplaten, waarvan de grensvlakken evenwijdig met de hoofdas geslepen zijn, vormen dus een eenvoudigen polarisatietoestel: natuurlijk licht, dat op de eerste plaat valt, wordt gepolariseerd; het wordt dan door de tweede plaat doorgelaten of uitgedoofd, naarmate de as der tweede plaat evenwijdig is met die der eerste of loodrecht daarop staat. — *Tourmalijn-tang.*

1061. De theorie van Fresnel over het wezen der aethertrillingen en der polarisatie wordt schitterend bevestigd door de verschijnselen, die men waarneemt, als men gepolariseerd licht door een dubbelbrekend kristal laat gaan. Van deze verschijnselen, die met het ontstaan van prachtige kleuren gepaard gaan, willen wij slechts een enkel kort aanduiden.

Een dun kristalplaatje, dat *evenwijdig met de hoofdas* geslepen is, verandert invallend natuurlijk licht in twee loodrecht op elkander gepolariseerde stralen. Brengt men het in een polarisatietoestel tusschen polarisator en analysator, zóo dat een der beide vlakken, waarin een loodrecht invallende straal binnen het plaatje moet trillen, samenvalt met het trillingsvlak van den gepolariseerden bundel invallende evenwijdige stralen, en onderzoekt men de uittredende stralen met den analysator, dan neemt men, wat de helderheid van het gezichtsveld betreft, dezelfde verschijnselen waar, alsof het plaatje niet aanwezig was. Het invallende licht gaat geheel òf als gewone òf als buitengewone straal door het plaatje; bij twee bepaalde standen van polarisator en analysator blijft het gezichtsveld helder, bij twee andere standen blijft het donker enz.

1062. Maakt echter het trillingsvlak van den invallenden straal een hoek met de beide vlakken, waarin de aetherdeeltjes binnen het plaatje kunnen trillen, dan wordt een intredende gepolariseerde straal in twee loodrecht op elkander gepolariseerde stralen ontbonden. Deze componenten planten zich binnen het plaatje met ongelijke snelheden voort, zóo dat zij in het algemeen bij het tweede grensvlak met een verschil in phase zullen aankomen. In elk punt van het tweede grensvlak interfereeren dus op hetzelfde oogenblik twee (van verschillende stralen afkomstige) trillingen, waarvan de trillingsvlakken loodrecht op elkander staan. In den uittredenden straal moeten de aetherdeeltjes dus een der in fig. 150 aangeduide banen beschrijven; en wel eene *rechte lijn*, als het verschil in phase $^1/_2$, 1, $1\,^1/_2$, enz. is; een *cirkel*, als het verschil in phase $^1/_4$, $^3/_4$, $^5/_4$ enz. is, en als de amplituden gelijk zijn [1]; eene *ellips* in alle andere gevallen. Men noemt daarom het uittredende licht *lineair-*, *circulair-* of *elliptisch gepolariseerd.*

Het in de vorige paragrafen besproken licht is natuurlijk ook lineair gepolariseerd

Beweegt men bij de in § 518 besproken proef met de lange caoutchoucbuis de hand in eene rechte lijn, in een cirkel of in eene ellips, dan kan men zich door de beweging van de moleculen der buis (loopende golven!) eene voorstelling maken van de beweging der aetherdeeltjes in een lineair-, in een circulair- en in een elliptisch gepolariseerden straal. — Daarentegen is het niet gemakkelijk, zich de beweging der aetherdeeltjes in een niet gepolariseerden straal voor te stellen.

1063. Neemt men de proef met wit licht, dan zullen bij eene bepaalde dikte van het plaatje stralen van eene bepaalde golflengte (kleur) een verschil in phase $^1/_2$, 1 of $1\,^1/_2$ enz. vertoonen, dus lineair gepolariseerd zijn; deze worden bij twee bepaalde standen van den analysator geheel uitgedoofd, bij twee andere standen geheel teruggekaatst (spiegel) of doorgelaten (Nicol); in de tusschengelegen standen wordt slechts ééne componente daarvan uitgedoofd. — De stralen van andere golflengten zijn echter elliptisch (in een bijzonder geval circulair) gepolariseerd; deze kunnen bij geen enkelen stand van den analysator geheel uitgedoofd worden; immers in elken stand van den analysator wordt eene trilling terug-

[1]) Dit heeft plaats, als het trillingsvlak van den intredenden straal den hoek tusschen de beide trillingsvlakken binnen het plaatje middendoor deelt; dan toch zijn de componenten, waarin de amplitude van den intredenden straal ontbonden wordt, even groot.

gekaatst resp. doorgelaten, waarvan de amplitude gelijk is aan de projectie der elliptische trilling op het door den analysator bepaalde trillingsvlak. Door gedeeltelijke of geheele uitdooving van bepaalde gekleurde stralen wordt echter het niet uitgedoofde licht gekleurd.

1064. Eene berekening, die wij hier achterwege laten, leert het volgende (wat door de proef bevestigd wordt). Als het trillingsvlak van den invallenden straal den hoek tusschen de trillingsvlakken van den gewonen en den buitengewonen straal (in het kristal) middendoor deelt, dan kan de analysator twee standen innemen, waarin het plaatje helder en ongekleurd wordt gezien. Draait men den analysator, van een dezer standen uitgaande, steeds in dezelfde richting, dan zal het plaatje gedurende de eerste helft der draaiing eene bepaalde kleur vertoonen, die afhankelijk is van de dikte van het plaatje en van de snelheden (of de brekingsaanwijzers) der beide stralen in het plaatje; gedurende de tweede helft zal het de complementaire kleur vertoonen. De intensiteit der beide kleuren neemt toe gedurende de eerste helft der halve omdraaiing en af gedurende de tweede helft. *Chromatische polarisatie.*

Vervangt men den analysator door een dubbelbrekend kalkspaathprisma, dat men door een glasprisma achromatisch gemaakt heeft, dan ziet men tegelijkertijd beide beelden in de complementaire kleuren. Daar, waar deze beelden (bij voldoende grootte der plaatjes) elkander gedeeltelijk bedekken, neemt men wit licht waar.

Een analysator (Nicol) met een daarvóór geplaatst plaatje van een dubbelbrekend kristal kan dienen om na te gaan, of licht al of niet gepolariseerd is. In het eerste geval worden zelfs zwakke sporen van polarisatie aangetoond door kleurverandering. *Polariscoop.* — Opsporing van dubbelbrekende stoffen met behulp van een polarisatie-toestel. — Polarisatiemicroscoop. — Snel afgekoeld of in ééne richting samengeperst glas vertoont eveneens prachtige kleurverschijnselen in gepolariseerd licht, een bewijs, dat het door deze bewerkingen dubbelbrekend wordt.

1065. Een plaatje van kalkspaath, dat *loodrecht op de hoofdas* geslepen is, kan in loodrecht invallende, evenwijdige, gepolariseerde stralen de besproken interferentieverschijnselen niet vertoonen, daar in de richting der hoofdas geen dubbele breking plaats heeft. Het gezichtsveld wordt door de aanwezigheid van het plaatje niet veranderd. Maakt men echter de stralen, voordat zij op het plaatje vallen, door eene lens cónvergent, dan maken zij (behalve de volgens de hoofdas der lens invallende straal) hoeken met de optische as van het plaatje; de invallende gepolariseerde stralen worden nu in gewone en buitengewone stralen gesplitst, die bij het uittreden

interfereeren. De uittredende stralen worden door eene tweede lens weer zwak convergent gemaakt en vallen zoo op den analysator, die slechts de in een bepaald vlak liggende componenten dezer trillingen niet uitdooft. Bij gebruik van wit licht ziet men bij twee standen van den analysator een stelsel van gekleurde ringen, gesneden door een wit kruis; door eene draaiing van 90° gaan de kleuren der ringen in de complementaire, en het witte kruis in een zwart over. — Bij twee-assige kristallen vertoonen zich twee ringstelsels, omgeven door eigenaardige symmetrisch gebogen banden (lemniskaten) en gesneden door een kruis of door twee hyperbolisch gekromde lijnen. — Ook deze prachtige kleurverschijnsèlen kunnen verklaard worden door de theorie van Fresnel.

1066. Een plaatje van kwarts, dat *loodrecht op de hoofdas* geslepen is, verandert echter, ofschoon kwarts evenals kalkspaath één-assig is, het gezichtsveld, als het in een polarisatie-toestel geplaatst en door gepolariseerde evenwijdige stralen loodrecht getroffen wordt. Het plaatje is steeds gekleurd; bij draaiing van den analysator vertoont het achtereenvolgens alle kleuren van het spectrum. Bij sommige kwartssoorten veranderen de kleuren in de volgorde, waarin zij in het spectrum van rood tot violet voorkomen, als de analysator naar rechts (d. i. in de richting waarin de wijzers van een uurwerk zich bewegen) gedraaid wordt; bij andere soorten, als hij naar links gedraaid wordt. Om de oorzaak van dit verschijnsel na te gaan, moet men homogeen licht gebruiken; men beschouwt bijv. het plaatje in of door den analysator, terwijl men een gekleurd glas, dat slechts stralen van eene enkele kleur doorlaat, vóór het oog houdt. Bij die standen van polarisator en analysator, waarbij, indien het kwartsplaatje er niet was, het gezichtsveld donker zou zijn, blijft dit nog eenige helderheid vertoonen, als men het plaatje in den toestel brengt. Om dan het gezichtsveld donker te verkrijgen, moet bij sommige kwartsen de analysator eenige graden naar rechts, bij andere naar links gedraaid worden. Het is dus alsof bij den doorgang van den straal door het plaatje het trillingsvlak van den straal eene wringing om de voortplantingsrichting naar rechts of naar links ondergaat. Men zegt, dat zulke stoffen *het polarisatievlak naar rechts of naar links draaien.* De grootte van den draaiingshoek is afhankelijk van de dikte van het plaatje *en van de golflengte* van het licht. Daaruit volgt, dat voor een stand van den analysator, waarbij stralen van eene bepaalde kleur

uitgedoofd worden, de overige niet uitgedoofd worden, en dus bij gebruik van wit licht het plaatje steeds gekleurd blijft.

De verklaring, die Fresnel van de draaiing van het polarisatievlak gaf, laten wij hier achterwege.

Rechtsdraaiende en *linksdraaiende* soorten eener stof (van gelijke chemische samenstelling) verschillen dikwijls ook door hunne kristalvormen. — Men kent rechtsdraaiend en linksdraaiend wijnsteenzuur, waarvan de chemische samenstelling dezelfde is; de kristalvorm van het eene is echter het spiegelbeeld van dien van het andere. Beide kunnen zich verbinden tot druivenzuur, dat dus eveneens dezelfde chemische samenstelling bezit, doch het polarisatievlak niet draait.

Behalve eenige vaste stoffen draaien ook sommige vloeistoffen en oplossingen het polarisatievlak. Daar bij de laatste de draaiing van het polarisatievlak (bij gelijke lengte der vloeistofzuil) evenredig is met den graad van concentratie, kan men dezen uit de grootte van den draaiingshoek bepalen. Toepassing bij suikeroplossingen; *saccharimeters* (saccharum = suiker).

Faraday vond, dat alle doorschijnende vaste en vloeibare stoffen de eigenschap verkrijgen het polarisatievlak te draaien, zoolang zij aan zekere magnetische of electrische werkingen blootgesteld worden.

HOOFDSTUK I.

Magnetisme

I. Magneten. Polariteit der magneten.

1067. *Magneet* (magnēs) noemden de oude Grieken een ijzererts ($F_3 O_4$), dat in de nabijheid van Magnesia gevonden werd, en waarvan sommige stukken de eigenschap vertoonden, ijzer aan te trekken en vast te houden.

Wentelt men een langwerpig stuk van dit erts, een *natuurlijken magneet*, in ijzervijlsel of ijzerpoeder, dan hecht dit in de nabijheid der beide uiteinden sterk aan den magneet; meer naar het midden neemt deze aanhechtingskracht af; in het midden blijkt de magneet onwerkzaam.

De beide plaatsen van sterkste werking heeten *polen* (polos = aspunt); de oorzaak van dit verschijnsel noemt men *magnetisme*.

De meening der natuurkundigen omtrent het wezen van het magnetisme zullen wij later leeren kennen.

Wegens de gelijkheid van actie en reactie is de kracht, die een stuk ijzer op een magneet uitoefent, even groot, als de kracht, waarmede de magneet het ijzer aantrekt.

1068. Plaatst men een natuurlijken magneet in een beugel, die aan een draad zonder torsie is opgehangen, zóo dat zijne lengteas in een horizontaal vlak kan draaien, dan neemt hij een bepaalden stand aan; de ééne pool keert zich ongeveer naar het Noorden, de andere naar het Zuiden. De eerste pool noemt men *noordpool*, de andere *zuidpool*.

1069. Laat men een stuk staaldraad gedurende eenigen tijd in aanraking met een natuurlijken magneet, of bestrijkt men den draad meermalen — steeds van het ééne uiteinde A naar het andere B — met den magneet, dan wordt het staal eveneens blijvend magnetisch. Heeft men met de noordpool (zuidpool) van den natuurlijken

magneet gestreken, dan wordt A noordpool (zuidpool) en B zuidpool (noordpool). Zulk een gemagnetiseerd stuk staal heet een *kunstmagneet*. Het bezit dezelfde eigenschappen als een natuurlijke magneet en kan weer dienen, om andere stukken staal door bestrijken te magnetiseeren.

In de Natuurkunde maakt men uitsluitend van kunstmagneten gebruik; *staafmagneten*, *hoefmagneten*, *magneetnaalden*.

Bij het magnetiseeren van lange staven verkrijgt men somtijds meer dan twee polen, zóó dat tusschen twee *gelijknamige* polen nog een *ongelijknamige* pool ligt (*volgpunten*); zulke magneten zijn onbruikbaar.

1070. De verschillende methoden, die men vroeger toepaste, om door bestrijken kunstmagneten te verkrijgen, zullen wij niet bespreken, daar men tegenwoordig in den galvanischen stroom een krachtig middel heeft om staalmagneten te vervaardigen. Alleen zij opgemerkt, dat staal *sterker magnetisch wordt* of eene *grootere hoeveelheid magnetisme aanneemt*, naarmate men het bestrijken langer voortzet; het blijkt echter, dat daarbij een maximum niet overschreden kan worden.

Een voorloopige bepaling der sterkte van een magneet heeft men door het gewicht van het ijzer, dat hij kan dragen (*draagkracht*).

Een magneet, waarmede men door bestrijken stalen staven magnetisch maakt, *verliest door deze bewerking niets van zijne sterkte.*

1071. *Staal* en ook *gietijzer* kunnen blijvend magnetisch worden, *smeedijzer* (*week ijzer*) vertoont na het bestrijken slechts sporen van magnetisme en wel des te minder, naarmate het ijzer weeker is.

1072. Als men een magneet in de nabijheid van een anderen beweeglijken magneet brengt, dan blijkt, dat de noordpolen der beide magneten elkander afstooten; evenzoo de zuidpolen. Daarentegen trekt de noordpool van den eenen magneet de zuidpool van den anderen aan. *Gelijknamige polen stooten elkander af, ongelijknamige trekken elkander aan* [1]).

Houdt men eene magneetnaald, die in een horizontaal vlak kan draaien, boven een horizontaal geplaatsten sterken magneet, dan neemt de naald

---

[1]) Tengevolge van deze aantrekkingen of afstootingen kunnen de magnetische lichamen, die het aangetrokken of afgestooten magnetisme bevatten, bewogen worden, indien zij niet door andere krachten in rust gehouden worden. Men noemt zulke werkingen *ponderomotorische* (pondera = gewichten, in den zin van massa's, motor = beweger); men kan daaruit de grootte der magnetische krachten afleiden.

een stand aan, waarin hare polen zoo dicht mogelijk bij de ongelijknamige polen van den vasten magneet liggen. — Den bepaalden stand, dien zulk eene magneetnaald ten opzichte van den horizon aanneemt, verklaart men door te veronderstellen, dat de aarde zelf een magneet is, die in het Noorden eene zuidpool en in het Zuiden eene noordpool heeft.

De aantrekking tusschen ongelijknamige polen en de afstooting tusschen gelijknamige polen doet ons een middel aan de hand om te onderzoeken, of eene ijzeren staaf al of niet magnetisch is. Als de beide uiteinden eener staaf *biede* polen eener magneetnaald aantrekken, dan is de staaf niet magnetisch; wordt echter een der beide polen afgestooten, dan is zij magnetisch; het afstootende uiteinde heeft gelijknamig magnetisme met de afgestooten pool der naald.

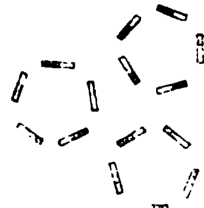
1073. Oppervlakkig zou men zeggen, dat alleen die deelen van een magneet, welke eene *werking naar buiten* vertoonen, magnetisme bevatten, terwijl dit ontbreekt in het *indifferente* (*neutrale*) deel d. i. in het midden van den magneet. Breekt men evenwel een langen dunnen magneet (gemagnetiseerde breinaald) in verschillende stukken, dan blijkt, 1°. dat elk stuk een volkomen magneet is met twee polen nabij de uiteinden; 2°. dat die stukken het sterkst magnetisch zijn, welke uit het midden van den magneet afkomstig zijn. Bij elk stuk ligt de noordpool (zuidpool) aan dezelfde zijde, waar zij ook in de staaf lag. — Hieruit blijkt, dat de werking, die de verschillende deelen van een magneet naar buiten uitoefenen, of zooals men zegt, hun *vrij* magnetisme, niet het al of niet aanwezig zijn van magnetisme in die deelen bepaalt.

1074. Om deze verschijnselen te verklaren heeft Weber de volgende hypothese opgesteld:

1°. Elke molecule van ijzer en staal is van nature een magneet met twee polen (*moleculair-* of *elementair-magneet*).

De verbindingslijn der beide polen, die wij ons als punten kunnen voorstellen, zullen wij de *magnetische as* van het elementairmagneetje noemen.

2°. In niet-magnetisch ijzer en staal sluiten dicht bij elkaâr gelegen moleculen in gesloten kringetjes aan elkander, zóo dat de noordpool van elke molecule zoo dicht mogelijk bij de zuidpool eener andere molecule ligt (fig. 313). Hierdoor wordt de resulteerende werking naar buiten op alle plaatsen in het lichaam nul.


fig. 313.

3°. Het magnetiseeren bestaat in een draaien der elementair-magneetjes, die zoodanige standen verkrijgen, dat

hunne magnetische assen evenwijdig zijn of kleine hoeken maken met de lengteas der staaf, terwijl de noordpolen (zuidpolen) der gerichte moleculen naar den kant gekeerd zijn, waar zich ten slotte de noordpool (zuidpool) van den verkregen magneet bevindt (verg. § 1069).

Magnetiseeren van ijzerpoeder, dat in eene glazen buis opgesloten is. Bij de draaiing der moleculen moet arbeid verricht worden, daar de elkander aantrekkende ongelijknamige polen van nabnrige moleculen van elkander moeten verwijderd worden.

4⁰. Het aantal gerichte moleculen in de verschillende lagen, loodrecht op de lengteas der gemagnetiseerde staaf is kleiner, naarmate de laag dichter bij een der uiteinden der staaf gelegen is; daarentegen is het verschil in het aantal der gerichte moleculen in twee op elkander volgende lagen grooter naarmte zij dichter bij de uiteinden der staaf liggen.

Daar de werking der noordpolen van elke laag die van een gelijk aantal zuidpolen der volgende laag opheft, wordt zoodoende de werking naar buiten in het midden der staaf nul; de éene helft der staaf bevat overal vrij noordmagnetisme, de andere vrij zuidmagnetisme.

N Z D

fig. 314.

Men komt tot hetzelfde resultaat, als men aanneemt, dat in elke laag alle moleculen gericht zijn, maar dat de hoeken, die de magnetische assen der elementairmagneten met de lengteas der staaf maken, grooter worden, naarmate de moleculen verder van het midden D der staaf en van hare lengteas verwijderd zijn (fig. 314).

5⁰. Houdt de invloed, die de draaiing der moleculen veroorzaakt heeft, op, dan keeren bij ijzer nagenoeg alle moleculen weer in de vroegere standen terug; het ijzer verliest zijne magnetische eigenschappen weer. Daarentegen bieden staalmoleculen tegen elke verandering van stand een weerstand, dien men *coërcitiefkracht* noemt; staal verkrijgt en verliest zijn magnetisme minder gemakkelijk dan ijzer.

Elke werking, die de beweeglijkheid der moleculen vermeerdert (trilling), bevordert het opnemen maar ook het verliezen van magnetisme. — Wordt eene met gemagnetiseerd ijzerpoeder gevulde buis geschud, dan verliest het poeder zijn magnetisme.

1075. Nadert men met eene magneetpool tot een der uiteinden eener ijzeren staaf, dan wordt deze zelf magnetisch; aan het naar de

magneetpool toegekeerde uiteinde vertoont zich eene ongelijknamige, aan het van de magneetpool afgekeerde uiteinde eene gelijknamige pool. Door eene draaibare kleine magneetnaald op eenigen afstand langs de ijzeren staaf te bewegen, toont men de door deze verkregen polariteit aan. Men noemt dit verschijnsel *inductie* (invoering). Na verwijdering van de *induceerende* pool verdwijnt in week ijzer het *geïnduceerde* magnetisme weer; staal blijft eenigszins magnetisch.

De aantrekking van ijzer door eene magneetpool kan men beschouwen als het gevolg van het ontstaan van eene ongelijknamige pool in het ijzer aan de zijde, die naar den magneet gekeerd is. — Hangt men aan eene magneetpool een staafje ijzer, dan werkt het daarin geïnduceerde magnetisme wederom induceerend op een ander stukje ijzer, dat men aan het eerste kan hangen enz. Op dezelfde wijze ontstaat de haarvormige schikking van fijn ijzerpoeder, dat zich aan eene magneetpool hecht. — Een staafje ijzer, dat men aan eene magneetpool gehangen heeft, valt af, als men de ongelijknamige pool van een anderen even sterken magneet dicht bij de eerste pool brengt.

Wordt eene sterke magneetpool dicht bij de zwakke gelijknamige pool eener magneetnaald gebracht, dan kunnen de door inductie in de naald opgewekte polen sterker worden dan de reeds in de naald aanwezige polen, zoodat de polariteit der naald omgekeerd wordt; *schijnbare aantrekking van gelijknamige polen*. Hierop dient men te letten bij het in § 1072, slot, bedoelde onderzoek; indien het ijzer zwak magnetisch is, en men brengt een der polen *snel* en *zeer dicht* bij de gelijknamige pool van een sterken magneet, dan zal men (na omkeering der polariteit in het ijzer) aantrekking waarnemen, terwijl men bij een langzaam naderen uit grooten afstand als *eerste* werking afstooting zou vinden.

Eene ijzeren staaf, die men in een beugel op kleinen afstand boven een horizontaal geplaatsten magneet beweeglijk ophangt, plaatst zich met zijne lengteas evenwijdig met de verbindingslijn der magneetpolen. In het boven de noordpool gelegen uiteinde is zuidmagnetisme geïnduceerd en omgekeerd. Wegens dezen stand, dien lichamen aannemen, welke gemagnetiseerd kunnen worden, noemt men ze *paramagnetisch* (para = langs, naast). Behalve ijzer en staal behooren daartoe kobalt, nikkel en eenige andere.

Ook de aardmagneet werkt induceerend; verticaal geplaatste ijzeren staven vertoonen aan het ondereinde, horizontaal in de richting Noord-Zuid geplaatste aan het naar het Noorden gekeerde uiteinde eene noordpool. Stalen gereedschappen (vijlen) zijn tengevolge van de inductie door het aardmagnetisme meestal magnetisch (verg. § 1074, 5, kleine letters).

Als men een stuk week ijzer (*anker*) tegen de beide polen van een hoefmagneet legt, dan doet elke pool in het daarmede in aanraking zijnde uiteinde van het ijzer eene ongelijknamige pool ontstaan, maar tevens in het andere uiteinde eene gelijknamige pool. De induceerende werking van elke pool wordt dus door die der andere versterkt; daardoor wordt de draagkracht van het anker grooter, dan de som van de draagkrachten der enkele polen.

1076. Denkt men zich eene enkele magneetpool P op zóo grooten afstand van een beweeglijken magneet, dat de aantrekkende en afstootende krachten, die de pool op de verschillende punten der

beide helften van den magneet uitoefent, als onderling evenwijdig kunnen beschouwd worden, dan kan men alle aantrekkende (en evenzoo alle afstootende) krachten door eene resultante vervangen. De aangrijpingspunten N en Z (fig. 315) dezer beide resultanten R_1 en R_2 zijn *in wiskundigen zin de polen* van den magneet; hare verbindingslijn noemt men de *magnetische as.*

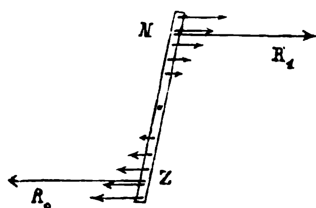


fig. 315.

Daar de resultante van evenwijdige krachten gelijk is aan de som dier krachten, kan men zich de werking van een magneet naar buiten ook anders voorstellen, nl. als het gevolg van de opeenhooping van het geheele vrije magnetisme der ééne helft in de noordpool en van dat der andere helft in de zuidpool van den magneet.

De ligging der aldus bepaalde polen verandert slechts weinig, ook al is de pool P niet zeer ver verwijderd. Hierop rust eene methode om bij benadering de *ligging der polen in een magneet* te bepalen. Men steekt eene dunne platte magneetnaald met de lange diagonaal verticaal in een stuk kurk, dat op water drijft, en plaatst den magneet, waarvan men de polen wil vinden, in horizontalen stand boven de naald. Deze zal zich nu bewegen, totdat het platte vlak der naald door die pool van den magneet gaat, die ongelijknamig is met de bovenste pool der naald, enz.

Bij de gebruikelijke staafmagneten liggen de polen ongeveer op $^1/_{10}$—$^1/_{12}$ der lengte van de uiteinden verwijderd. Hoe dunner de staven zijn, des te dichter liggen de polen bij de uiteinden, en des te meer breidt het indifferente deel van den magneet zich uit.

1077. Als wij in 't vervolg van polen spreken, dan bedoelen wij steeds deze beide punten, die beschouwd kunnen worden als de uitgangspunten van alle werkingen, die de magneet naar buiten uitoefent, en als de aangrijpingspunten van alle uitwendige krachten, die op den magneet werken.

Zoo kunnen wij het in § 1068 gezegde juister uitdrukken door te zeggen, dat de magnetische as van een beweeglijken magneet zich, onder de werking der aarde, tracht te plaatsen in een verticaal vlak, den *magnetischen meridiaan*, die met den geographischen meridiaan een bepaalden hoek maakt. — Ook kunnen wij nauwkeuriger dan door de in § 1070 bedoelde benadering de sterkte van twee magneetpolen vergelijken, als wij een klein stukje ijzer aan eenen dunnen spiraaldraad ophangen en door de achtereenvolgens daaronder geplaatste polen de veer laten uitrekken, terwijl wij door behoorlijke verplaatsing der polen zorgen, dat beide even ver van het ijzer verwijderd blijven. De krachten, die het ijzer aantrekken, worden dan gemeten door de uitrekkingen der veer; men stelt ze evenredig aan het vrije magnetisme in de polen.

II. Werking van magneten op elkander.

1078. *De kracht, waarmede twee magneetpolen elkander aantrekken of afstooten, is samengesteld evenredig met de hoeveelheden magnetisme, die zich in de polen bevinden, en omgekeerd evenredig met het vierkant van den onderlingen afstand der polen* (Coulomb).

Het proefondervindelijk bewijs dezer wet kan met behulp van de *torsiebalans* geleverd worden. In eene opening, die zich midden in eene verdeelde cirkelvormige schijf S (fig. 316) bevindt, kan een staafje met knop K om zijne verticale as gedraaid worden. De stand van het staafje ten opzichte van de schijf wordt door een aan het staafje bevestigden wijzer aangegeven. In de as van het staafje is een dunne zilverdraad D bevestigd, die een beugel B draagt. Hierin legt men een langen magneet en zorgt, dat de draad geen torsie heeft, als de magnetische as $n\,z$ in den door $M\,M_1$ aangeduiden magnetischen meridiaan ligt. Men bereikt dit,

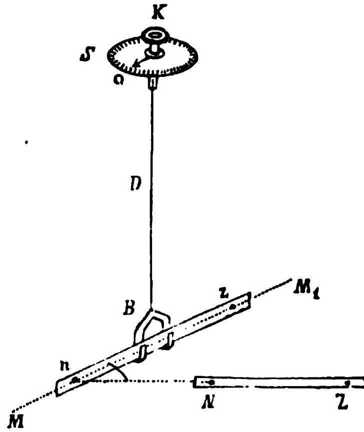


fig. 316.

door in den beugel eerst eene koperen staaf te plaatsen, waarvan het gewicht gelijk is aan dat van den magneet, en nu den knop zoo lang te draaien, totdat de lengteas van de koperen staaf zich in den magnetischen meridiaan bevindt; daarna vervangt men de koperen staaf door den magneet. In eene lijn, door de noordpool n van den magneet loodrecht op den magnetischen meridiaan gebracht, plaatst men nu een anderen langen magneet met zijne as zóo, dat zijne noordpool N naar n gekeerd is. Nu wordt de pool n van den beweeglijken magneet door N afgestooten; van boven gezien draait hij in de richting, waarin zich de wijzers van een uurwerk bewegen. Om hem weer in den magnetischen meridiaan terug te brengen, moet de knop in tegenovergestelde richting een zekeren hoek x, stel 20^0, gedraaid worden; de opgewekte wringkracht maakt dan evenwicht met de onderlinge afstooting van N en n. Herhaalt men dezelfde proef, nadat men N tweemaal zoo dicht bij den evenwichtsstand van n gebracht heeft, dan blijkt, dat de draaiingshoek

$4 \times 20^0 = 80^0$ moet bedragen. Daar de wringkrachten evenredig zijn met de wringingshoeken, is dus de onderlinge afstooting tusschen twee polen omgekeerd evenredig met het vierkant van haren afstand.

Men moet nu verder aantoonen, dat de kracht, waarmede twee magneetpolen op elkander werken, samengesteld evenredig is met de hoeveelheden magnetisme in beide polen. Daartoe tracht men zich eenige magneetstaven te verschaffen van dezelfde poolsterkte, die de staaf NZ bezit, die dus, achtereenvolgens op de plaats van NZ gebracht, zóo op de pool n werken, dat telkens eene torsie van 20^0 noodig is, om den magneet nz in den magnetischen meridiaan te houden. Vervangt men nu NZ door 2, 3, enz. van deze magneetstaven, die men zoo op elkander legt, dat zij op de plaats, waar eerst N zich bevond, eene pool van 2-, 3-.. maal zoo groote sterkte vormen, dan blijkt de torsie, die dan vereischt wordt om nz in den magnetischen meridiaan te houden, ook 2-, 3-... maal 20^0 te zijn. Vervangt men ook den beweeglijken magneet nz door een aantal daaraan gelijke magneten, dan wordt de vereischte torsie nogmaals evenredig met dit aantal grooter.

Bij deze proeven moeten beide magneten lang zijn, om de werking der zuidpolen te kunnen verwaarloozen. Toch wordt ook dan de wet slechts bij benadering aangetoond. Verg. § 1092, slot.

Om de wet ook voor de aantrekking te bewijzen, keert men den vasten magneet om, zoodat de zuidpool Z de plaats van de noordpool inneemt. Wegens de aantrekking tusschen Z en n moet nu de knop in tegenovergestelde richting gedraaid worden als bij de eerste proef enz. — Is de afstand Zn even groot als vroeger Nn, dan verkrijgt men ook voor α dezelfde waarde; hiermede is tevens bewezen, dat bij regelmatig gemagnetiseerde stalen staven de hoeveelheden magnetisme in de beide polen even groot zijn.

1079. De wet van Coulomb wordt uitgedrukt door de formule:

$$K = f\frac{m\,m_1}{d^2}. \qquad 342$$

Hierin stellen voor: m en m_1 het aantal eenheden van magnetisme in de beide polen, d de onderlinge afstand der beide polen in centimeters, en f de kracht in dynes, waarmede twee eenheden van magnetisme op den afstand van 1 cM op elkander werken. De grootte van f hangt blijkbaar af van de hoeveelheid magnetisme, die men als eenheid kiest. Men neemt deze zóo groot, dat $f = 1$ wordt, m. a. w. *men kiest als eenheid van magnetisme die hoeveelheid, die eene evengroote hoeveelheid op den afstand van*

1 cM aantrekt of afstoot met eene kracht van 1 dyne. Onder deze voorwaarde wordt

$$K = \frac{m\, m_1}{d^2} \text{ dynes.} \qquad 343$$

Deze eenheid van magnetisme is eene *C-G-S*-eenheid.

1080. Het product $m\,l$ van het aantal magnetische eenheden m in eene der polen van een magneet en den afstand l der beide polen (in cM) noemt men *magnetisch moment.* De *eenheid van magnetisch moment* heeft b.v. een magneet, die in beide polen de eenheid van magnetisme bezit, terwijl de polen 1 cM van elkander verwijderd zijn.

Het magnetisch moment van een (beweeglijken) magneet stelt niet een statisch (draaiings-) moment voor. Eene draaiing kan alleen verkregen worden, als eene andere pool P (of magneet) op de beide polen werkt. Is de pool P zoo ver verwijderd, dat men de op de beide polen van den magneet werkende krachten als gelijk en tegenovergesteld gericht mag beschouwen, dan ontstaat een koppel, dat den magneet tracht te draaien. — De bepaling van het magnetisch moment van een magneet zie § 1091.

1081. Met behulp van de wet van Coulomb kan men *grootte* en *richting* der *resulteerende kracht* vinden, die door een magneet, waarvan de magnetische as NZ eene lengte van l cM heeft, op een andere pool n of z uitgeoefend wordt (fig. 317).

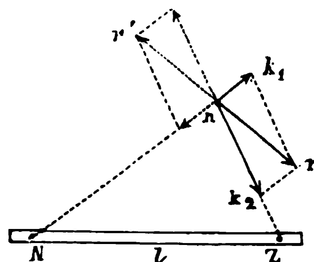


fig. 317.

Is $M = 24$ het aantal magnetische eenheden in elk der polen N en Z, en $m = 3$ het aantal in de pool n; zijn verder $Nn = d_1 = 6$ cM en $Zn = d_2 = 4$ cM, dan werkt N op n afstootend met eene kracht $k_1 = \frac{Mm}{d_1^2} = \frac{24 \times 3}{36} = 2$ dynes, Z op n aantrekkend met eene kracht $k_2 = \frac{Mm}{d_2^2} = \frac{24 \times 3}{16} = 4{,}5$ dynes. De resultante r stelt in grootte en richting de kracht voor, die de magneet NZ op de pool n uitoefent.

Bevond zich in n een materiëel punt, dat enkel noordmagnetisme bezat, dan zou het zich in de richting der resultante r moeten bewegen. Een op dezelfde plaats gelegen zuidmagnetisch punt zou in de tegenovergestelde richting (r') bewogen worden. Eene kleine magneetnaald, die om eene in n loodrecht op het vlak van teekening gebrachte as draaien kan, zal een stand aannemen, waarin haar noordpool naar r en haar zuidpool naar r' gericht is.

1082. Ook de reeds aangeduide *werking der aarde op een magneet* kan men met behulp van deze wet verklaren. Neemt men aan, dat de aarde een magneet is met twee op eene middellijn gelegen polen Z en N (fig. 318), dan geldt voor een in een punt P geplaatsten magneet het in § 1081 gezegde. Eene magneetnaald, die om eene door haar zwaartepunt gebrachte as in een beugel draaien kan, terwijl de beugel aan een cocondraad is opgehangen, kan alle mogelijke standen aannemen (fig. 319). In het punt P (fig. 318) geplaatst, neemt zij een stand aan waarin hare magnetische as 1°. in het door Z en N gebrachte verticale vlak (*magnetische meridiaan*) ligt, terwijl die as 2°. met een horizontaal vlak hh_1 een hoek i maakt.

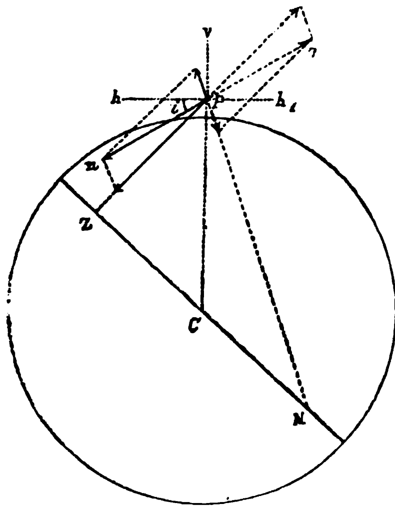
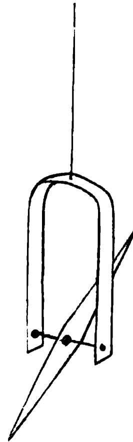


fig. 318.


fig. 319.

Om te verklaren, dat in het algemeen de magnetische meridiaan een hoek maakt met den geographischen meridiaan, behoeft men slechts aan te nemen, dat de magnetische as der aarde niet met de geographische as samenvalt. Den hoek gevormd door beide meridianen noemt men *declinatie* (afwijking); de hoek i, dien de magnetische as der naald met een horizontaal vlak maakt, heet *inclinatie* (helling).

De waarnemingen omtrent de evenwichtsstanden van magneetnaalden op verschillende plaatsen der aarde stemmen in groote trekken met de genoemde onderstellingen en beschouwingen overeen.

1083. De resulteerende kracht, die door den aardmagneet in zeker punt op de eenheid van magnetisme uitgeoefend wordt, noemt men de *totale intensiteit der aardmagneetkracht.* Bedraagt zij I dynes, dan zou een enkel noordmagnetisch punt P (fig. 318), dat m eenheden van magnetisme bevat, door eene kracht van mI dynes in de richting Pn, een enkel zuidmagnetisch punt met evenveel eenheden door eene gelijke kracht in de richting Pz bewogen worden. Daar

wegens de grootte van PZ en PN aangenomen mag worden, dat de door de aarde op de *beide polen eener magneetnaald* uitgeoefende krachten gelijk en tegengesteld gericht zijn, zal op eene magneetnaald een koppel werken, zoolang de magnetische as der naald niet met de richting der inclinatie samenvalt.

Eene magneetnaald kan onder de werking van het aardmagnetisme slechts eene draaiende, geen voortgaande beweging verkrijgen. Dat het aardmagnetisme geene beweging in horizontale richting kan veroorzaken, bewijst men met behulp van een magneet, dien men door middel van een stuk kurk op water laat drijven. Dat evenmin eene beweging in verticale richting ontstaan kan, blijkt uit het feit, dat het gewicht eener stalen staaf door het magnetiseeren niet verandert.

1084. Op de polen eener magneetnaald, die slechts in een horizontaal vlak (om eene verticale spil) kan draaien, en die *declinatienaald* genoemd wordt, omdat men met behulp daarvan de declinatie bepaalt (§ 1086), werkt niet de totale itensiteit der aardmagneetkracht, maar slechts hare horizontale componente, de *horizontale intensiteit*. Deze bedraagt, als de inclinatie i is (fig. 320),

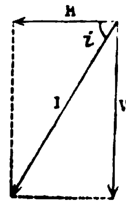


fig. 320.

$$H = I \cos i \text{ dynes.} \tag{344}$$

Is de onderlinge afstand der beide polen eener declinatienaald $nz = l$ cM (fig. 321), en maakt de magnetische as der naald een hoek α met den magnetischen meridiaan PQ, dan werkt op (de m eenheden van) elke pool in horizontale richting eene kracht van Hm dynes, zoodat een koppel ontstaat, welks arm $DE = l \sin \alpha$ cM is. De grootte van dat koppel is dus

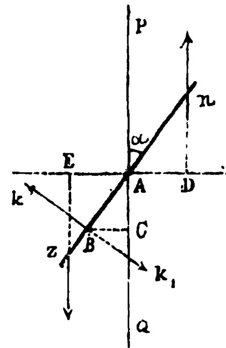


fig. 321.

$$(Hm) \times l \sin \alpha. \tag{345}$$

Men kan dit koppel in evenwicht houden, door in een punt B van de naald, dat 1 cM van de vaste draaiingsas A verwijderd is, eene kracht $k = Hml \sin \alpha$ dynes te laten aangrijpen, waarvan de richting loodrecht op AB is, en die de naald in tegengestelden zin tracht te draaien. — Het koppel kan men dus door eene in B aangrijpende kracht k_1, die gelijk en tegengesteld is aan k, vervangen.

1085. Daar dus de kracht, die eene afwijkende magneetnaald bij elken stand der naald naar den magnetischen meridiaan tracht terug te brengen, evenredig is met den sinus van den hoek van

afwijking, zoo is de beweging, die eene schommelende naald onder de werking der aardmagneetkracht maakt, eene *slingerbeweging* (§ 213). Om den slingertijd eener declinatienaald voor zeer kleine amplitudes te berekenen, denkt men zich de massa der naald vervangen door haar traagheidsmoment T, d. i, door eene massa, die men op 1 cM afstand van het draaipunt, (dus in B, fig. 321) aanbrengt, en die zóo gekozen wordt, dat zij door de op de naald werkende magnetische kracht dezelfde versnelling verkrijgt, als de naald zelf (verg. § 140 en volg.) De tijd voor een enkele schommeling wordt dan gevonden door de formule $t = \pi \sqrt{\frac{r}{a}}$ (§ 220 en 487), waarin r den afstand voorstelt, dien het punt B tot den evenwichtsstand heeft, en a de daarbij behoorende versnelling. Nu is

$$r = BC = AB \sin \alpha = \sin \alpha,$$

en

$$a = \frac{k_1}{m} = \frac{k_1}{T} = \frac{H\,m\,l \sin \alpha}{T};$$

zoodat men verkrijgt

$$t = \pi \sqrt{\frac{T}{H\,m\,l}}. \qquad 346$$

De horizontale intensiteiten van het aardmagnetisme op twee plaatsen verhouden zich bijgevolg omgekeerd als de tweede machten der slingertijden van dezelfde declinatienaald op die plaatsen.

Op dezelfde wijze zou men voor den slingertijd eener naald, die in het vlak van den magnetischen meridiaan om eene horizontale, door haar zwaartepunt gebrachte as schommelingen volbrengt (fig. 319), en die ***inclinatienaald*** genoemd wordt, omdat men daarmede de inclinatie bepaalt (§ 1088), vinden:

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{T}{I\,m\,l}};$$

immers de kracht, die op de polen der naald werkt, wordt in dit geval door de totale intensiteit van het aardmagnetisme uitgeoefend.

III. Bepaling der aardmagnetische elementen.

1086. Voor de *bepaling der declinatie* moet men kennen 1°. de ligging van den geographischen meridiaan; deze wordt door astronomische waarnemingen gevonden; 2°. de ligging van de magnetische as eener magneetnaald, die zich in den evenwichtsstand

bevindt. De toestel, met behulp waarvan men de declinatie meet, heet *declinatorium*. Hij bestaat in den eenvoudigsten vorm uit een horizontaal geplaatsten verdeelden cirkel *A* (fig. 322), die om eene verticale as kan draaien; zijdelings is aan den cirkel een kijker *K* bevestigd, zóo dat zijne optische as evenwijdig is met die middellijn van den cirkel, welke door het nulpunt der schaalverdeeling gaat. Eene magneetnaald *nz* draait om een verticale spil, die met de draaiingsas van den cirkel samenvalt.

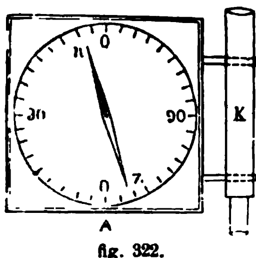


fig. 322.

1087. Men richt den kijker op het bekende noordpunt (of zuidpunt) van den horizon; dan valt de door het nulpunt gaande middellijn van den cirkel in het vlak van den geographischen meridiaan. Kende men nu de ligging der magnetische as in de naald, dan zou men de declinatie onmiddellijk kunnen aflezen. Afgelezen wordt echter slechts de stand der *meetkundige* as (groote diagonaal eener ruitvormige naald, lengteas eener cilindrische staaf enz.).

Maar zelfs bij zorgvuldige magnetiseering mag men niet aannemen, dat de magnetische as geheel met de meetkundige samenvalt. Na de eerste aflezing *legt men daarom de naald om* zóo, dat haar bovenvlak onder komt te liggen, en leest weer af. Lag bij de eerste aflezing de magnetische as rechts van de meetkundige, dan ligt zij nu evenveel links.

Het gemiddelde der beide aflezingen stelt de declinatie voor.

1088. De *bepaling der inclinatie* geschiedt met behulp eener inclinatienaald (§ 1085). De toestel, waarvan men zich bij deze bepaling bedient, het *inclinatorium*, moet zóo ingericht zijn, dat men de draaiingsas der naald loodrecht op het vlak van den magnetischen meridiaan kan plaatsen. Op den horizontalen cirkel *A* (fig. 323) van een declinatorium brengt men nog een verticalen cirkel *B* aan, zóo, dat zijn vlak evenwijdig is met de door het nulpunt van den horizontalen cirkel getrokken middellijn. Over dezen verticalen cirkel draait nu de inclinatienaald.

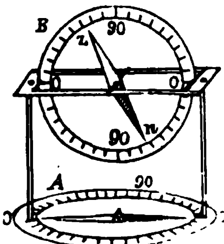


fig. 323.

1089. Men brengt nu eerst die middellijn van den horizontalen cirkel, welke door het nulpunt zijner schaalverdeeling gaat, met behulp eener daarop geplaatste declinatienaald in den magnetischen meridiaan.

Na verwijdering der declinatienaald brengt men de inclinatienaald in den toestel en leest den hoek af, dien de meetkundige as der naald met de horizontale middellijn van den (verticalen) cirkel maakt.

Door omkeering der draaiingsas ten opzichte harer beide pannen corrigeert men de fout, die ontstaat door het niet samenvallen der magnetische en der meetkundige as. Heeft men aldus den *stand der magnetische as* bepaald, dan is nog eene correctie noodig, omdat het niet zeker is, dat het zwaartepunt der naald in hare draaiingsas ligt. Door bestrijken met een sterkeren magneet doet men nu de polen der naald van plaats verwisselen, en bepaalt vervolgens, op dezelfde wijze als den eersten keer, den stand der magnetische as. Maakte nu de ligging van het zwaartepunt bij den eersten keer den hoek van inclinatie te groot, dan zal hij na verwisseling der polen te klein worden. Het gemiddelde van de beide standen der magnetische as wijst dus de ware inclinatie aan.

De juiste bepaling der inclinatie geschiedt meestal volgens eene minder eenvoudige methode, waarvan wij de bespreking achterwege laten.

1090. Voor de *bepaling der intensiteit* van het aardmagnetisme kan men gebruik maken van eene declinatienaald; men bepaalt de horizontale intensiteit van het aardmagnetisme en den hoek van inclinatie en leidt daaruit met behulp van form. 344 de totale intensiteit af.

1091. De *horizontale intensiteit* H en tevens het *magnetisch moment* ML van een staafmagneet kan men op de volgende wijze bepalen. In eene horizontale lijn, die in het draaipunt A eener kleine declinatienaald nz (fig. 324) loodrecht op den magnetischen meridiaan PQ staat, plaatst men den staafmagneet NZ met zijne magnetische as zóo, dat zijn midden C

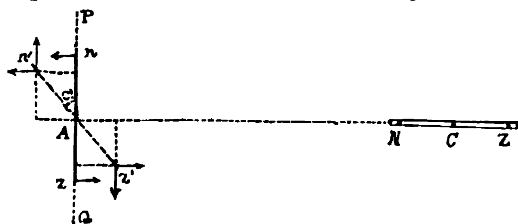


fig. 324.

een niet te geringen afstand $AC = d$ cM van het draaipunt der

naald heeft. Is de hoeveelheid magnetisme in elke van de polen der staaf M eenheden en in elke van de polen der naald m eenheden; is verder de onderlinge afstand NZ der polen in de staaf L cM en die (nz) in de naald l cM; zijn eindelijk L en l ten opzichte van d zóo klein, dat men bij benadering mag aannemen, dat de krachten, welke de polen der staaf op die der naald uitoefenen, alle de richting AC hebben, dan werkt

N afstootend op n met eene kracht $k_1 = \frac{M m}{(d - \frac{1}{2} L)^2}$ dynes,

Z aantrekkend op n met eene kracht $k_2 = \frac{M m}{(d + \frac{1}{2} L)^2}$ dynes.

De resultante dezer krachten, d. i. de werking van den geheelen magneet NZ op de pool n, is afstootend, daar $k_1 > k_2$ is; zij bedraagt (in dynes)

$$r = k_1 - k_2 = \frac{M m}{(d - \frac{1}{2} L)^2} - \frac{M m}{(d + \frac{1}{2} L)^2} =$$

$$= \frac{M m \{(d + \frac{1}{2} L)^2 - (d - \frac{1}{2} L)^2\}}{(d - \frac{1}{2} L)^2 (d + \frac{1}{2} L)^2} = \frac{2\ M m\, d\, L}{(d - \frac{1}{2} L)^2 (d + \frac{1}{2} L)^2}$$

Kan men in den noemer L ten opzichte van d verwaarloozen, dan wordt

$$r = \frac{2\ M m\, L}{d^3} \text{ dynes.} \qquad 347$$

Even groot is de aantrekkende kracht, die de magneet NZ op de pool z der naald uitoefent. Beide krachten vormen een koppel, waarvan de grootte is

$$\frac{2\ M m\, L}{d^3} \times l \text{ of } \frac{2\ M L \times m l}{d^3}. \qquad 348$$

De werking der beide magneten op elkander is dus samengesteld evenredig met de beide magnetische momenten en omgekeerd evenredig met de derde macht van den afstand hunner middelpunten.

1092. De naald zal nu uit den magnetischen meridiaan afwijken $(n'z')$, waarbij de arm l van het koppel evenredig verandert met den cosinus van den hoek van afwijking. De verandering, die daarbij de grootte der beide krachten ondergaat, kan wegens de geringe lengte van l ten opzichte van d, en wegens het geringe bedrag van den hoek van afwijking verwaarloosd worden. Het koppel wordt dus kleiner; tegelijkertijd echter ontstaat een ander koppel, waardoor het aardmagnetisme de naald wederom in den magnetischen

meridiaan tracht terug te brengen. Daar de arm van het tweede koppel evenredig met den sinus van den hoek van afwijking verandert (form. 345), wordt dit koppel met de afwijking grooter. Komt de naald tot rust, als hare magnetische as een hoek α^0 met den magnetischen meridiaan maakt, dan zijn beide koppels gelijk. Men heeft dus

$$\frac{2\,ML \times ml \cos \alpha}{d^3} = Hml \sin \alpha,$$

of

$$\frac{ML}{H} = \tfrac{1}{2}\, d^3 \operatorname{tang} \alpha. \qquad 349$$

Daar men de linkerzijde dezer vergelijking als constant mag beschouwen, is dit ook met de rechterzijde het geval; m. a. w. *de tangenten der hoeken van afwijking, die de naald uit den magnetischen meridiaan verkrijgt, zijn omgekeerd evenredig met de derde machten der afstanden van de middelpunten der naald en der staaf.* — In de bevestiging dezer betrekking door de proef heeft men tevens een nieuw *bewijs voor de wet van Coulomb,* met behulp waarvan deze betrekking is afgeleid.

1093. Plaatst men nu den staafmagneet in een lichten beugel, welks massa men ten opzichte van die van den magneet kan verwaarloozen, en bepaalt men den slingertijd t, dien de staaf heeft, als zij (alleen) onder de werking van het aardmagnetisme schommelt (form. 346), dan vindt men

$$HML = \frac{\pi^2 T}{t^2}. \qquad 350$$

Met behulp van form. 349 en 350 vindt men ten slotte

$$H = \sqrt{\frac{2\,\pi^2 T}{t^2\, d^3 \operatorname{tang} \alpha}}; \qquad 351$$

$$ML = \sqrt{\frac{\pi^2\, T d^3 \operatorname{tang} \alpha}{2\, t^2}}. \qquad 352$$

1094. De waarnemingen der *aardmagnetische elementen* hebben aangetoond, dat zij alle *veranderlijk* zijn naar plaats en tijd. In Nederland gelden voor onzen tijd ongeveer de volgende waarden:

declinatie = 14° westelijk [1];
inclinatie = 67°;
totale intensiteit = 0,47 (dynes);
horizontale intensiteit = 0,18 (dynes).

[1]) De declinatie is westelijk of oostelijk, naarmate de noordpool der naald ten Westen of ten Oosten van den geographischen meridiaan afwijkt.

1095. *Magnetische meridianen* zijn lijnen, die men op het oppervlak der aarde zou doorloopen, als men zich, van willekeurige punten uitgaande, steeds in de (van oogenblik tot oogenblik veranderende) richting der magnetische as eener declinatienaald bewoog. Alle magnetische meridianen snijden elkander in twee punten, waarvan het eene op een der eilanden ten Noorden van Canada, het andere ergens in Victorialand (Zuidelijke IJszee) gelegen is. Het eerste punt noemt men de *magnetische noordpool*, het tweede de *magnetische zuidpool* der aarde, ofschoon zij — de aarde als magneet beschouwd — juist de tegengestelde magnetismen bezitten.

De magnetische polen vallen niet samen met de geographische; ook is de verbindingslijn geen middellijn der aarde. — Dezelfde magnetische meridiaan snijdt verschillende op elkander volgende geographische meridianen niet onder gelijke hoeken. — Langs een magnetischen meridiaan verandert de declinatie gedurig. — Terwijl alle magnetische meridianen in de magnetische polen der aarde samenkomen, gaat door elk der geographische polen slechts één magnetische meridiaan. — De ligging der magnetische polen verandert met den tijd.

1096. *Lijnen, welke plaatsen verbinden, die gelijke declinatie hebben, heeten isogonen.* De isogone, waarop de declinatie 0° is, heet *agône;* zij scheidt de plaatsen met westelijke declinatie van die met oostelijke declinatie.

Het gebruik eener declinatienaald als *kompas* of *boussole* vereischt de kennis van de declinatie op de plaats van waarneming. In de magnetische polen der aarde heeft de declinatienaald geen bepaalden stand; de richting, waarin de aardmagneetkracht werkt, is daar verticaal; er bestaat dus geen horizontale componente. In de magnetische polen loopen isogonen van alle mogelijke afwijkingshoeken samen. — In de geographische pool heeft de declinatienaald wel een bepaalden stand, omdat slechts een enkele magnetische meridiaan door de pool gaat; men kan echter geen declinatie opgeven, omdat men daar geen hemelstreken kan bepalen.

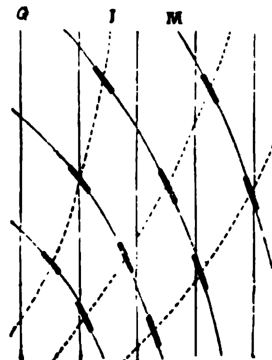


fig. 325.

Men verwarre de isogonen niet met de magnetische meridianen. In fig. 325 stellen de rechte lijnen *G* geographische meridianen, de gebogen (getrokken) lijnen *M* magnetische meridianen en de gestippelde lijnen *I* isogonen voor; de dikke lijntjes wijzen de standen der declinatienaald aan, die op dezelfde isogone overal dezelfde richting hebben.

1097. *Lijnen, welke plaatsen verbinden, die gelijke inclinatie hebben, heeten isoclinen.* De isocline, waarop de inclinatie 0° is, heet *acline* of *magnetische aequator;* zij scheidt de plaatsen, waar de noordpool eener inclinatienaald onder het horizontaal vlak, door

hare draaiingsas gebracht, daalt, van die plaatsen, waar de zuidpool onder dit vlak daalt. De magnetische aequator loopt gedeeltelijk ten Noorden, gedeeltelijk ten Zuiden van den geographischen aequator. De inclinatie neemt van den magnetischen aequator naar de magnetische polen toe van 0° tot 90°.

Door den verticalen stand, dien de inclinatienaald in de magnetische polen aanneemt, heeft Ross de magnetische noordpool der aarde kunnen vinden; de magnetische zuidpool heeft men nog niet kunnen bereiken.

1098. *Lijnen, welke plaatsen verbinden, die gelijke totale intensiteit hebben, heeten isodynamen.* De intensiteit vertoont twee (ongelijke) minima in de nabijheid van den aequator en vier (ongelijke) maxima, twee in het noordelijk en twee in het zuidelijk halfrond.

1099. De veranderingen der aardmagnetische elementen zijn zeer langzame, zoogenoemde *seculaire* veranderingen (seculum = eeuw); of kortere *periodieke* veranderingen, die samenhangen met den stand van zon en maan, met de periode der zonnevlekken enz.; of toevallige *storingen* (tijdens een maximum van zonnevlekken of gedurende een noorderlicht).

Kleine periodieke veranderingen of storingen der declinatie meet men met den *magnetometer* (GAUSS); op een spiegeltje, dat met de declinatienaald vast verbonden is, laat men een horizontalen lichtstraal vallen en meet nu de verandering in richting van den teruggekaatsten straal; deze hoek is tweemaal zoo groot als de hoek, waarover de magnetische as der naald gedraaid is (§ 864, *f*).

Men is er niet in geslaagd, al deze verschijnselen te verklaren door de magnetische werking der aarde gelijk te stellen aan die van een magneet met een bepaald magnetisch moment en met een bepaalden stand der magnetische as. Evenmin kent men de oorzaken der veranderingen voldoende. Voor eene bepaalde plaats echter kan men bij benadering de aardmagnetische verschijnselen beschouwen als voortgebracht door een binnen de aarde geplaatsten magneet.

IV. Het magnetische veld.

1100. Stelt men zich eene enkele magneetpool voor, buiten den invloed van andere magnetische lichamen (ook van de aarde), dan noemt men de ruimte rondom de pool, zoover deze nog op een stukje ijzer of eene magneetnaald kan werken, een *enkelvoudig magnetisch veld.* Naarmate de pool eene noordpool of eene zuidpool is, heet het veld *noordmagnetisch* of *zuidmagnetisch.* Lijnen, welker richting in elk punt van het veld de richting der van de pool uitgaande magnetische kracht aanwijzen, heeten *krachtlijnen.* Kon men in een punt van het veld eene molecule zonder gewicht

brengen, die alleen noordmagnetisme bezat, dan zou deze, vrij gelaten, zich langs de krachtlijn bewegen, die door het punt gaat. [1]) De *richting* dezer beweging schrijft men ook toe aan de krachtlijnen; in een noordmagnetisch veld gaan zij, evenals de stralen van een bol, van de pool uit naar alle richtingen; in een zuidmagnetisch veld gaan zij in alle richtingen naar de pool toe.

Eene kleine beweeglijke magneetnaald of een elementairmagneetje plaatst zich in het veld zóó, dat de magnetische as met eene krachtlijn samenvalt. Aanwijzing van den loop der krachtlijnen door ijzerpoeder, dat men op een stuk karton strooit, nadat men eene der polen van een krachtigen magneet daaronder geplaatst heeft.

Een gedeelte van het veld, dat zoo klein is, dat men het verschil in richting der krachtlijnen in dit gedeelte kan verwaarloozen, noemt men een *homogeen* veld.

1101. De kracht (in dynes), waarmede de (M) eenheden der pool ponderomotorisch op eene molecule werken, die de eenheid van magnetisme bezit, dient als maat voor de *intensiteit* (sterkte) *van het veld* in het door de molecule ingenomen punt. Is de afstand van het punt tot de pool R cM, dan is de intensiteit van het veld

$$h = \frac{M \times 1}{R^2} = \frac{M}{R^2} \text{ dynes.} \qquad 353$$

In alle punten van het oppervlak van een bol, welks middelpunt met de pool samenvalt, is de intensiteit even groot.

1102. Door elk punt van het veld gaat eene krachtlijn, zoodat het aantal krachtlijnen oneindig groot is. Men is echter gewoon, zich slechts een *beperkt aantal regelmatig in de ruimte verdeelde krachtlijnen* voor te stellen, zóo dat (gemiddeld) door elken vierkanten centimeter van een loodrecht op de krachtlijnen geplaatst vlak evenveel krachtlijnen gaan, als de intensiteit van het veld daar ter plaatse bedraagt. Daar op een boloppervlak met den straal R cM de intensiteit $h = \frac{M}{R^2}$ dynes en het oppervlak $4\pi R^2$ cM^2 is, zoo wordt dus het aantal der van de pool uitgaande (of naar de pool toeloopende) krachtlijnen

$$n = 4\pi R^2 \times \frac{M}{R^2} = 4\pi M. \qquad 354$$

---

[1]) Bij gebogen krachtlijnen (zie later, § 1107) zou dit alleen plaats kunnen hebben, indien de werking der traagheid opgeheven was.

Onder de genoemde voorwaarde gaat door 1 cM^2 van een bolopperviak met den straal 2 *R* een viermaal zoo klein aantal krachtlijnen als door 1 cM^2 van een bolopperviak met den straal *R*. — In een klein gedeelte van het veld, dat men als homogeen kan beschouwen, is de intensiteit overal even groot en kunnen de krachtlijnen als onderling evenwijdig en op gelijke afstanden van elkander loopende beschouwd worden.

1103. Brengt men eene hoeveelheid magnetisme van een punt buiten een gelijknamig magnetisch veld naar een punt *P* binnen het veld, dan moet men arbeid verrichten, om de van het middelpunt van het veld uitgaande afstootende krachten te overwinnen. Daardoor verkrijgt deze hoeveelheid magnetisme potentiëele energie. Het veld verkeert dus in een eigenaardigen magnetischen toestand, waardoor het zich van de ruimte buiten het veld onderscheidt; den graad van den magnetischen toestand, die in een punt van het veld heerscht, noemt men den *potentiaal van het veld in dit punt* (evenals men den warmtegraad door het woord temperatuur aanduidt). *De magnetische potentiaal in een punt P van het veld kan gemeten worden door den arbeid, dien men verrichten moet, om de eenheid van noordmagnetisme van een punt buiten het veld naar het bedoelde punt over te brengen.* Deze arbeid wordt grooter, naarmate het punt *P* dichter bij het middelpunt van het veld ligt.

Het *potentiaalverschil* tusschen een punt P en een verder dan *P* van het middelpunt gelegen punt *Q* wordt gemeten door den arbeid, dien men verrichten moet, om de eenheid van noordmagnetisme van *Q* naar *P* over te brengen.

1104. Voor deze verplaatsing vindt men op overeenkomstige wijze als bij de verplaatsing eener zware massa ten opzichte van het middelpunt der aarde (verg. 247 en 248):

1°. bij verplaatsing langs eene krachtlijn moet men in elk punt de *totale* magnetische afstooting overwinnen;

2°. bij verplaatsing langs eene lijn, die niet samenvalt met eene krachtlijn, behoeft men slechts eene componente der magnetische afstooting te overwinnen;

3°. bij verplaatsing in eene richting loodrecht op de krachtlijnen behoeft men geen arbeid te verrichten;

Men noemt daarom vlakken, die overal loodrecht staan op de richting der krachtlijnen, *aequipotentiaal-* of *niveauvlakken*; zij zijn boloppervlakken, waarvan de middelpunten liggen in de pool, welke het veld vormt.

4°. bij verplaatsing van een punt *Q* naar een punt *P* (dat niet

op dezelfde krachtlijn behoeft te liggen) is de arbeid onafhankelijk van den weg, dien men volgt; hij is steeds gelijk aan den arbeid, dien men verrichten moet langs het stuk eener krachtlijn, dat gelegen is tusschen de niveauvlakken van Q en van P.

Voor de berekening van den arbeid kan men dus aannemen, dat de punten Q en P op dezelfde krachtlijn liggen, mits hunne afstanden tot het middelpunt van het veld even groot blijven.

1105. Zijn R en R_1 de stralen der niveauvlakken, waarop P en Q gelegen zijn ($R_1 > R$), dan is in Q de kracht, waardoor m magnetische eenheden, die men in dat punt gebracht heeft, afgestooten worden, $k_1 = \frac{Mm}{R_1{}^2}$ dynes; in P is zij $k_2 = \frac{Mm}{R^2}$ dynes. De weg, waarover arbeid moet verricht worden, is $s = (R_1 - R)$ cM; langs dezen weg verandert de kracht echter voortdurend. Bleef de kracht overal even groot als zij in Q is, dan zou de arbeid bedragen $A_1 = k_1 s = \frac{Mm}{R_1{}^2}(R_1 - R)$ ergs; was zij overal even groot als zij in P is, dan zou de arbeid zijn $A_2 = k_2 s = \frac{Mm}{R^2}(R_1 - R)$ ergs. De werkelijke arbeid is *grooter* dan A_1 en *kleiner* dan A_2; hij bedraagt

$$A = \frac{Mm}{RR_1}(R_1 - R) = Mm\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right) \text{ ergs.} \qquad 355$$

Men vindt dit op overeenkomstige wijze, als wij in § 279 den arbeid berekend hebben, die vereischt wordt, om eene massa van m G in het (niet homogene) zwaarteveld der aarde in eene richting tegengesteld aan die der zwaartekracht te verplaatsen. Men kan de beschouwing van § 279 geheel volgen, mits men in het oog houdt, dat de factor f hier $= 1$ is, en dat de verplaatsing der m magnetische eenheden niet van het middelpunt van het veld af, maar naar het middelpunt toe geschiedt.

1106. Stelt men in form. 355 $R_1 = \infty$ en $m = 1$, dan verkrijgt men den arbeid, die vereischt wordt, om de eenheid van magnetisme van een buiten het veld gelegen punt over te brengen naar een punt, welks afstand tot het middelpunt R cM is. Daar deze arbeid den *potentiaal V van het veld* in het bedoelde punt bepaalt, heeft men dus

$$V = \frac{M}{R}. \qquad 356$$

Om m eenheden naar een punt van het veld te brengen, dat R cM van het middelpunt van het veld verwijderd is, worden vereischt

$$A = m\,V = \frac{M\,m}{R} \text{ ergs.}$$

Waren de m eenheden ongelijknamig met het veld, dan zou men evenveel ergs arbeid winnen.

1107. Daar elke magneet twee polen heeft, bestaat een enkelvoudig magnetisch veld niet. Het veld rondom een magneet is *samengesteld* uit het noordmagnetische veld van de noordpool en het zuidmagnetische van de zuidpool. — In elk punt van het samen-

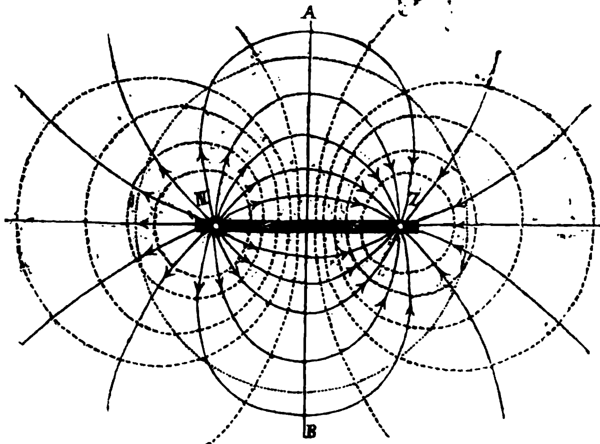


fig. 326.

gestelde veld kan men grootte en richting der resulteerende kracht vinden (§ 1081); men kan dus de krachtlijnen construeeren. Deze zijn behalve die, welke met de door N en Z getrokken lijn samenvalt, *gebogen* lijnen, waarvan men zich voorstelt, dat zij van de noordpool uitgaande naar de zuidpool loopen; dit is namelijk de weg, die gevolgd zou worden door een enkel noordmagnetisch deeltje (zonder gewicht), indien men het (onder de in § 1100, aanmerking, genoemde voorwaarde) ergens in de nabijheid der noordpool vrij liet (zie de getrokken lijnen in fig. 326, die eene doorsnede van het veld met een willekeurig door de as van den magneet gebracht vlak voorstelt). — Magneetnaalden en deeltjes van ijzerpoeder plaatsen zich overal in het veld met de assen in de richting der krachtlijnen (fig. 317); en daar de moleculairmagneetjes van

den veldvormenden magneet eveneens gericht zijn, zoo stelt men zich verder voor, dat de bij de zuidpool in den magneet tredende krachtlijnen binnen den magneet naar de noordpool gaan, om daar weer in de omgeving te treden. Behalve de rechte lijn, die dóor N en Z gaat, zijn dus alle krachtlijnen gesloten lijnen.

Aanwijzing van den loop der krachtlijnen door ijzerpoeder.

Ook van het samengestelde magnetische veld kan men een klein gedeelte als homogeen beschouwen.

1108. In elk der beide samenstellende velden heeft men $4\pi M$ krachtlijnen, als elke pool M eenheden bevat. Daar echter elke van de noordpool uitgaande krachtlijn zich met eene naar de zuidpool loopende krachtlijn tot eene gesloten krachtlijn verbindt, blijft het aantal krachtlijnen van een magneet

$$n = 4\pi M. \qquad 358$$

1109. In het samengestelde veld bestaan eveneens gesloten oppervlakken, die zóo gekromd zijn, dat zij door alle krachtlijnen loodrecht gesneden worden (zie de gestippelde lijnen in fig. 326). Deze *niveauvlakken* zijn hier echter geen boloppervlakken; ook wordt niet elke vierkante centimeter van hetzelfde niveauvlak door evenveel krachtlijnen gesneden. Zonder op de constructie dezer vlakken verder in te gaan, willen wij alleen doen opmerken, dat wederom *het aantal krachtlijnen, dat door 1 cM² van een niveauvlak gaat, even groot is als de intensiteit van het veld daar ter plaatse.*

Slechts één niveauvlak, nl. het door het midden der magnetische as gaande vlak AB is een plat vlak.

1110. Bij de verplaatsing eener magnetische hoeveelheid langs eene krachtlijn, over een niveauvlak (aequipotentiaalvlak) of willekeurig in de ruimte gelden voor den te verrichten arbeid dezelfde betrekkingen als in het enkelvoudige veld (§ 1104).

1111. De arbeid, dien men verrichten moet, om de noordmagnetische eenheid van een punt buiten het veld in een punt P van het veld te brengen, is de algebraïsche som van de hoeveelheden arbeid voor elk veld afzonderlijk. Daarom is de *potentiaal van het samengestelde* veld in een punt P, dat R cM van de noordpool en R_1 cM van de zuidpool van den veldvormenden magneet verwijderd is.

$$V = \frac{M}{R} - \frac{M}{R_1}.$$

Voor alle punten van het vlak AB (fig. 326) is de potentiaal nul; men behoeft geen arbeid te verrichten om eene hoeveelheid magnetisme over dit vlak te bewegen. Links van dit vlak is de potentiaal positief, rechts daarvan negatief; dit laatste beteekent, dat men arbeid *wint*, als men eene noordmagnetische hoeveelheid van oneindigen afstand naar een punt P, rechts van AB gelegen, overbrengt.

1112. De arbeid, die vereischt wordt, om m noordmagnetische eenheden van een punt met den potentiaal V_1 tot een punt met den grooteren potentiaal V over te brengen, is onafhankelijk van den weg, dien men volgt; hij bedraagt steeds

$$A = m\,(V - V_1) \text{ ergs.} \qquad 360$$

1113. Figuur 326 kan in algemeene trekken ook een denkbeeld geven van het magnetische veld der aarde (die door den gestippelden cirkel voorgesteld wordt). Duidelijk toch blijkt uit de figuur de veranderlijkheid der inclinatie (hoek, dien de richting der krachtlijn met een horizontaal vlak maakt) en der totale intensiteit (grootere of kleinere afstand tusschen naburige krachtlijnen). — Voor elke plaats op het oppervlak der aarde kan het veld als *homogeen* beschouwd worden: de krachtlijnen loopen daar evenwijdig en zijn op gelijke afstanden van elkander verwijderd. — De totale intensiteit wijst aan, hoeveel krachtlijnen door 1 cM^2 van een vlak gaan, dat loodrecht op de richting der krachtlijnen, d. i. loodrecht op de magnetische as eener in den evenwichtsstand verkeerde inclinatienaald, gebracht is. 1 cM^2 van een verticaal (horizontaal) vlak, dat loodrecht op den magnetischen meridiaan staat, wordt slechts door zooveel krachtlijnen gesneden, als door de grootte der horizontale (verticale) componente aangewezen wordt (fig. 327).

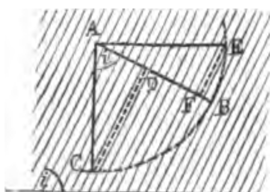


fig. 327.

Zij AB een vlak loodrecht op de richting der inclinatienaald, en AC een even groot vlak loodrecht op de richting der declinatienaald, dan verhoudt zich het aantal krachtlijnen, dat AC en dat AB snijdt, als $AD : AB$ of als $AD : AC$, d. i. als $\cos i : 1$ (verg. form. 344). — In den horizontalen stand (AE) wordt het vlak getroffen door een aantal krachtlijnen, dat evenredig is met $\sin i$.

1114. Brengt men eene ijzeren staaf in een homogeen veld, zóo dat hare lengte-as met de richting der krachtlijnen samenvalt,

dan zullen de door het ijzer gaande krachtlijnen van het veld de moleculairmagneetjes binnen het ijzer richten. De ijzeren staaf wordt zoodoende door *inductie* gemagnetiseerd en verkrijgt een eigen veld, dat met het oorspronkelijke homogene veld een samengesteld veld vormt. Evenals bij het samengestelde veld van een magneet (§ 1108) wordt door deze samenstelling het aantal krachtlijnen van het oorspronkelijke veld niet vermeerderd; daarentegen wordt haar loop gewijzigd. Binnen den magneet, alsmede bij E en F (fig. 328) is de richting der door inductie opgewekte krachtlijnen dezelfde, als die der krachtlijnen van het oorspronkelijke veld; het (resulteerend) aantal krachtlijnen [1]) wordt in deze plaatsen grooter, dan in het homogene veld (zonder het ijzer). Bij C en D echter zijn de beide richtingen tegenovergesteld; het (resulteerend) aantal krachtlijnen is daar door de aanwezigheid van het ijzer verminderd. Het ijzer vereenigt dus de krachtlijnen van het oorspronkelijke veld zooveel mogelijk in zich; men zegt dat het voor de krachtlijnen eene grootere doordringbaarheid (*permeabiliteit*) of wel een kleineren weerstand bezit dan lucht.

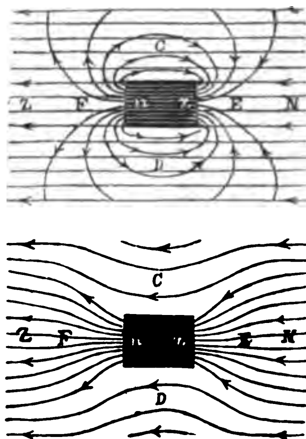


fig. 328.

De permeabiliteit is de verhouding van het aantal krachtlijnen, die door 1 cM² der doorsnede van het ijzer gaan, tot het aantal krachtlijnen, die bij afwezigheid van het ijzer door 1 cM² in lucht zouden gaan.

Aanwijzing van den gewijzigden loop der krachtlijnen door ijzerpoeder.

1115. Een stuk ijzer (*anker*), waardoor men de beide polen van een hoefmagneet verbindt, trekt als het ware de krachtlijnen, die anders door de lucht zouden gaan, tot zich; zij loopen bijna alle door het ijzer van de noordpool tot de zuidpool. Het verdwijnen der krachtlijnen uit de lucht in de omgeving der polen toont aan, dat de magnetische kracht daar verdwenen is. — De in het ijzer

---

[1]) De resulteerende intensiteit van het samengestelde veld wordt grooter, dus ook het aantal krachtlijnen, dat 1 cM² van een niveauvlak snijdt.

opgewekte krachtlijnen bevorderen wederom het richten der moleculairmagneetjes in den hoefmagneet, of liever zij verhinderen, dat deze zich tot kort gesloten kringetjes vereenigen (fig. 313).

Behoud van het magnetisme van staafmagneten, die op eenigen afstand evenwijdig naast elkander geplaatst zijn, en waarvan de ongelijknamige polen door ijzeren sluitstukken verbonden zijn.

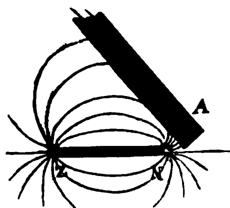


fig 329.

1116. Brengt men op kleinen afstand van een magneet NZ (fig. 329) eene ijzeren plaat A, dan loopen de in de plaat tredende krachtlijnen door het ijzer en treden niet meer in de daarachter gelegen ruimte. Deze ruimte is dus voor de werking van den magneet beveiligd.

Eene magneetnaald, die door de werking van een magneet uit den magnetischen meridiaan afgeweken is, keert nagenoeg daarin terug, als men eene dikke ijzeren plaat tusschen de naald en den magneet brengt. Platen van niet-magnetische stoffen (hout, glas) vertoonen deze uitwerking niet; de krachtlijnen gaan daardoor heen. — Door een horloge in eene ijzeren capsule te sluiten verhindert men het magnetisch worden zijner stalen deelen in de nabijheid van sterke magneten.

1117. Ook in het homogene veld der aarde wordt eene ijzeren staaf door inductie magnetisch. De induceerende werking is afhankelijk van het aantal krachtlijnen, die door de doorsnede der staaf gaan. In verband met het vroeger gezegde (§ 1113) blijkt het volgende: heeft de lengte-as der staaf *a*) de richting der inclinatienaald, *b*) de richting der declinatienaald, *c*) een verticalen stand, dan is het aantal krachtlijnen, die door de staaf gaan, respectievelijk evenredig met 1, $\cos i$ en $\sin i$, als i de inclinatie is.

1118. Daar elke magneet zich in het homogene veld der aarde bevindt, wordt het (samengestelde) veld van den magneet wederom samengesteld met dat der aarde. De loop der krachtlijnen wordt daardoor in het algemeen vrij ingewikkeld; hij is afhankelijk van den stand, dien de magneet in het veld der aarde inneemt. Is de magneet met zijne noordpool naar het Noorden gekeerd (verg. fig. 328), dan wordt de intensiteit van het veld nul op den omtrek van een cirkel, die loodrecht op den magnetischen meridiaan en op de magnetische as van den magneet staat, en waarvan het middelpunt samenvalt met het midden der magnetische as. Is de magneet met zijne zuidpool naar het Noorden gekeerd, dan wordt

de intensiteit van het veld nul in twee punten, die in het verlengde der magnetische as, aan weerskanten van den magneet, gelegen zijn.

Een kleine magneetnaald wordt op deze plaatsen *astatisch*, d. w. z. zij wordt niet meer door de werking van het aardmagnetisme in een bepaalden stand gebracht. — *Richtmagneet.*

1119. Voor de werking der magnetische kracht in het magnetische veld is de tusschenkomst eener middelstof beslist noodig. Deze middelstof kan niet de lucht of eene der andere bekende stoffen zijn, daar de magnetische werking zich ook door de luchtledige ruimte heen doet gevoelen. Men heeft reden om aan te nemen, dat de *aether* ook hier als medium optreedt. Rondom een magneet zou dan de aether veranderingen moeten ondergaan zóo, dat daardoor de magnetische werkingen overgebracht kunnen worden; wat hierop neerkomt, dat in den aether *spanningen* ontstaan in de richting der krachtlijnen en *drukkingen* in de richtingen loodrecht daarop; het gevolg zal dan zijn, dat de krachtlijnen korter trachten te worden, terwijl naburige krachtlijnen zich van elkander trachten te verwijderen[1]). Verkorten zich echter de krachtlijnen, die b.v. van de noordpool eener magneetstaaf naar de zuidpool eener andere loopen, dan is de ponderomotorische werking der aantrekking verklaard. De van twee naburige gelijknamige polen uitgaande (of daarin tredende) krachtlijnen loopen zóo, dat door de drukkingen tusschen naburige krachtlijnen (bij A en B, fig. 330) en door de spanningen der ongeveer in de verbindingslijn der polen loopende krachtlijnen (bij C en D) de ponderomotorische werking der afstooting bij gelijkmatige polen verklaard wordt.

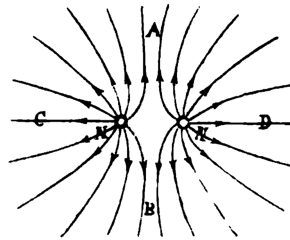


fig. 330.

---

1) Denkt men zich het geheele magneetveld met elementairmagneetjes gevuld, waarvan de magnetische assen de richting der krachtlijnen aangenomen hebben, dan zullen de in dezelfde krachtlijn *achter* elkander liggende magneetjes aantrekkend, de in hetzelfde aequipotentiaalvlak *naast* elkander liggende afstootend op elkander werken

HOOFDSTUK II.

Electrostatische verschijnselen.

I. Electrische lading.

1120. De oude Grieken wisten reeds dat barnsteen (electron) door wrijving met een wollen doek de eigenschap verkrijgt, lichte voorwerpen (papiersnippertjes, stukjes kurk of vlierpit) aan te trekken en na aanraking af te stooten. Ook andere lichamen kunnen door wrijving in een soortgelijken toestand gebracht worden; men zegt dan, dat ze *electrisch* of *geëlectriseerd* zijn, of dat zij eene *electrische lading* bevatten. De oorzaak van den electrischen toestand duidt men aan door het woord *electriciteit.*

De tegenwoordige zienswijze der natuurkundigen over het wezen der electriciteit zullen wij later leeren kennen.

1121. Vele lichamen verkrijgen den electrischen toestond slechts op die plaatsen, waar zij gewreven worden, terwijl de niet gewreven deelen der lichamen geen electrische verschijnselen vertoonen. Men besluit hieruit, dat bij zulke lichamen de electrische lading niet verder geleid wordt; men nomt ze daarom *niet-geleiders.* — Andere lichamen kunnen door wrijving alleen dan electrisch gemaakt worden, als zij uitsluitend met niet-geleiders in aanraking zijn, waarop zij steunen of waardoor zij vastgehouden worden. Bij deze lichamen vertoont zich na wrijving de electrische toestand niet slechts op de gewreven plaatsen, maar over het geheele lichaam. De electrische lading verplaatst zich dus bij zulke lichamen gemakkelijk; men noemt ze daarom *geleiders.*

1122. De verschillen in het *geleidingsvermogen* der lichamen (of ook in den *weerstand,* dien zij aan de verplaatsing der electriciteit bieden) zijn slechts quantitatief; absoluut geleidende en absoluut niet-geleidende lichamen kent men niet. Men onderscheidt

daarom liever *goede geleiders* (metalen, zoutoplossingen, vochtige aarde enz.), *half-geleiders* (het menschelijk lichaam, linnen, hout, gesteenten, water enz.), en *slechte geleiders* (glas, hars, caoutchouc, zwavel, zijde, lucht en andere gassen enz.). Door een goeden geleider of half-geleider met slechtgeleidende stoffen te omgeven, *isoleert* men hem; slechte geleiders heeten daarom *isolatoren.*

Eene metalen staaf, die men in de hand houdt, kan men door wrijven niet blijvend electrisch maken, daar de electrische lading door het lichaam van den proefnemer naar den grond geleid wordt. — Geleiders, waarop men den electrischen toestand behouden wil, worden met voetstukken van glas of eboniet voorzien. Iemand, die op een bankje met glazen pooten staat, kan geëlectriseerd worden, als men met een kattevel of een zijden doek langs zijn lichaam slaat. — Bij electrische proeven in vochtige lucht moeten de isoleerende voetstukken der geleiders verwarmd worden, daar zij anders waterdamp op hun oppervlak condenseeren en geleidend worden.

Door aanraking met de hand doet men den electrischen toestand bij een slechten geleider slechts op de plaats van aanraking, bij een goeden geleider daarentegen overal verdwijnen; een goede geleider wordt door aanraking in een enkel punt geheel *ontladen.*

Bij proeven, waardoor men de genoemde verschijnselen wil nagaan, kan men gebruik maken van den *electrischen slinger*, een aan een zijden draad opgehangen bolletje van vlierpit, dat door electrische lichamen aangetrokken en weer afgestooten wordt.

1123. Als men eene van twee glazen staven, die met een zijden doek gewreven zijn, op eene verticale spil plaatst, zóó dat zij in een horizontaal vlak kan draaien, en dan de andere in de nabijheid der eerste brengt, dan blijkt dat de staven elkander afstooten. Hetzelfde neemt men waar bij twee staven van hars of eboniet, die met een kattevel gewreven zijn. Daarentegen wordt de met zijde gewreven glazen staaf door de met kattevel gewreven harsstaaf aangetrokken en omgekeerd. De in glas en in hars opgewekte electrische toestanden verschillen dus van elkander. — Ook alle andere stoffen, met willekeurige lichamen gewreven, trekken óf eene electrische glasstaaf aan en stooten eene electrische harsstaaf af, óf zij vertoonen de tegengestelde werking. Men besluit hieruit, dat er (slechts) twee electrische toestanden bestaan, die men vroeger door de woorden *glas-electrisch* en *hars-electrisch* aanduidde.

Gelijknamige electrische ladingen stooten elkander af, ongelijknamige trekken elkander aan. Hierdoor kunnen lichamen, welke die ladingen bevatten, ten opzichte van elkander bewogen worden (*ponderomotorische* werkingen).

1124. Welken der beide electrische toestanden een gewreven

lichaam verkrijgt, hangt niet alleen af van de natuur van het gewreven lichaam, maar ook van die van het lichaam, waarmede het eerste gewreven wordt. Zoo kan glas hars-electrisch en hars glas-electrisch gemaakt worden. — Nadat men opgemerkt had, dat even groote ongelijknamige ladingen, op hetzelfde lichaam gebracht, dit niet-electrisch (*neutraal*) maken, is men overeengekomen, den aard der lading door de woorden *positief-* en *negatief-electrisch* aan te duiden. Positief-electrisch heeft men den toestand genoemd, dien glas aanneemt, als het met een zijden doek gewreven wordt; negatief-electrisch den toestand, dien hars aanneemt, als het met een kattevel gewreven wordt.

1125. Raakt men met een electrisch lichaam A [1]) een niet-electrisch lichaam B aan, dan verliest het lichaam A een gedeelte zijner lading, terwijl het lichaam B eene gelijknamige lading verkrijgt, die even groot is als dit verlies. Men kan zich dus voorstellen dat een gedeelte der lading van het eerste lichaam op het tweede is overgegaan; *mededeeling* van electriciteit. Zie overigens § 1139.

Voorloopig bewijs met behulp van den *electroscoop* (fig. 331). Twee smalle strookjes P en Q van dun goudblad, aluminium of papier zijn door middel van fijne draadscharniertjes aan weerskanten van een metalen staaf AB bevestigd; om de strookjes beter zichtbaar te maken, laat men den onderkant iets breeder en vouwt dit gedeelte rechthoekig om. De staaf is door de isoleerende stop eener flesch G gestoken; de flesch heeft een metalen bodem M (verg. § 1166). Laadt men den toestel door aanraking van den knop A met een geladen lichaam, dan wijken de strookjes af. Bij nadering van een gelijknamig geladen lichaam tot den knop wordt de lading van den knop naar de strookjes gedreven; deze wijken daardoor sterker af. Bij nadering van een ongelijknamig geladen lichaam tot den knop wordt de lading van de strookjes naar den knop getrokken; de afwijking wordt dus kleiner. De grootte der afwijking veroorlooft eene ruwe schatting van de betrekkelijke grootte der lading van het lichaam, dat men in de nabijheid van den knop gebracht heeft (verg. § 1133). — Nadert men (altijd tot denzelfden afstand van den knop) 1) met het geladen lichaam A, 2) met hetzelfde lichaam, nadat men eerst daarmede het lichaam B aangeraakt heeft, 3) met de beide, nu gelijknamig geladen lichamen, dan vindt men de afwijkingen in overeenstemming met het boven gezegde.

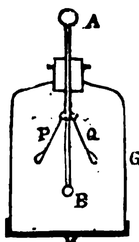


fig. 331.

1126. Bij wrijving van twee lichamen over elkander *ontstaan steeds beide electrische toestanden;* het eene lichaam verkrijgt eene *positieve,* het andere eene *even groote negatieve* lading.

---

1) In het volgende onderstellen wij steeds, dat geleiders, die eene lading verkrijgen, met isoleerende handvatsels of voetstukken voorzien zijn.

Laat men de beide lichamen (niet-geleiders) op elkander liggen, dan is hunne werking op een geladen electroscoop nul; de werkingen vertoonen zich echter even sterk, als men elk der lichamen afzonderlijk bij den toestel brengt.

1127. Het feit, dat een geëlectriseerd lichaam ponderomotorische werkingen kan uitoefenen, bewijst, dat het door het electriseeren arbeidsvermogen verkregen heeft. Deze *electrische energie* heeft haar ontstaan te danken aan een aequivalent gedeelte van den mechanischen arbeid, dien men bij het wrijven verricht heeft. Men kan nu verwachten, dat ook andere vormen van energie in electrische energie kunnen worden omgezet. Inderdaad vinden wij, dat electrische toestanden ontstaan tengevolge van een stoot, door wringing, drukking en splijting; eveneens is dit het geval bij verandering van aggregaatstoestand, bij verwarming en verlichting; en eindelijk bij chemische veranderingen (verbranding enz.)

Ook hierbij verkrijgen steeds twee verschillende lichamen of twee verschillende deelen van hetzelfde lichaam tegengesteld electrische ladingen (§ 1142).

1128. Het is niet noodig aan te nemen dat er twee verschillende electriciteiten bestaan. De verschijnselen bij het electriseeren kunnen ook zoo opgevat worden, dat daarbij geen electriciteit *voortgebracht* wordt, maar dat door *verplaatsing* van iets, dat reeds in de lichamen aanwezig is, een *bestaande evenwichtstoestand* verbroken wordt, zonder dat de totale hoeveelheid van dat „iets" verandert. Men zou zich de electriciteit kunnen voorstellen als eene onweegbare stof, waarvan in elk niet-electrisch lichaam eene *normale hoeveelheid* aanwezig is; door den arbeid eener zoogenaamde *electromotorische kracht* kan dan een gedeelte dezer stof aan het eene lichaam onttrokken en aan het andere gegeven worden. Het lichaam dat minder electriciteit bevat dan de normale hoeveelheid, zou negatief-electrisch, het andere, dat meer bevat, zou positief-electrisch zijn [1]). Door deze verplaatsing zou dan de electrische stof in een gedwongen toestand geraken, waarin zij eene hoeveelheid *potentiëele (electrische) energie* verkrijgt, die aequivalent is met den door de electromotorische kracht verrichten arbeid. Zoodra daartoe gelegenheid bestaat, *stroomt* de verplaatste stof weer terug, en wordt de potentiëele energie in kinetische omgezet (§ 265, slot).

---

[1]) In welken der beide electrische toestanden een lichaam *meer* electriciteit bezit dan de normale hoeveelheid, weet men niet met zekerheid; wij nemen aan, dat het de positieve is.

Men vergelijke de bij het electriseeren door wrijving optredende verschijnselen met het volgende geval: uit één van twee gesloten vaten, die door eene buis met kraan verbonden en met lucht van de spanning des dampkrings gevuld zijn, wordt lucht gepompt en in het andere geperst.

Wij zullen voorloopig deze opvatting volgen en *van de electriciteit spreken als van eene in geleiders gemakkelijk, in niet-geleiders moeilijk verplaatsbare stof.* Later zullen wij zien, hoe deze voorstelling dient gewijzigd te worden.

Het *„mededeelen eener negatieve lading"* aan een lichaam is dus hetzelfde als *het onttrekken van electriciteit* aan het lichaam, dat zich in den neutralen (nietelectrischen) toestand bevindt. Evenwel zijn de verschijnselen en werkingen, veroorzaakt door een „negatief geladen" lichaam, geheel overeenkomstig met die, welke een positief geladen lichaam vertoont; brengt men zulk een lichaam in aanraking met een niet-electrischen geleider, dan onttrekt het aan dezen iets van zijne normale hoeveelheid, en beide lichamen zijn negatief geladen.

1129. De positieve of negatieve lading zetelt *op de oppervlakte* der lichamen; binnen deze, al zijn zij geleiders, bevindt zich geen lading.

Electriseert men twee even groote bollen, waarvan de eene hol, de andere massief is, terwijl zij met elkander in aanraking zijn, dan verkrijgen beide even groote ladingen; zij werken even sterk op een electroscoop. — Bedekt men een geladen bol met twee holle halve bollen, die den geladen bol geheel omsluiten, dan nemen deze de lading geheel over; verwijdert men ze *gelijktijdig* van den bol, dan blijken beide even sterk geladen te zijn; de bol heeft zijne lading verloren. — Een vlak stuk metaalgaas is aan beide zijden met beweeglijke papierstrookjes voorzien; wordt het gaas geladen, dan wijken alle strookjes af; buigt men het daarna in den vorm van een cilindermantel, dan vertoonen alleen de strookjes aan den buitenkant eene (sterkere) afwijking. — Een holle metalen bol met eene opening in het oppervlak wordt geladen. Een *proefbolletje* of *proefschijfje* (een metalen bolletje of schijfje, dat aan een langen isoleerenden steel bevestigd is) neemt een gedeelte der lading van den bol over, als men het met het buitenoppervlak van den bol in aanraking brengt, niet echter als men daarmede (door de opening) den binnenwand aanraakt. — Brengt men een geladen proefbolletje in aanraking met den binnenwand van den bol, dan geeft het zijne geheele lading aan den bol af. Herhaalt men dit eenige keeren met een telkens even sterk geladen bolletje terwijl de bol aanvankelijk niet geladen was dan kan men de lading van dezen nauwkeurig verdubbelen, verdrievoudigen enz. — Op eene door een glazen voet *A* (fig. 332) geïsoleerde metalen plaat *B* wordt een cilindermantel *C* van metaalgaas geplaatst, en boven door een metalen deksel *D* gesloten (*electrische kooi*). De knop van een gevoeligen electroscoop *E*, die zich in de kooi bevindt, is door een draad of een ketting *K* geleidend met de kooi verbonden. Wordt de kooi geladen, dan vertoonen de strookjes van den electroscoop niet de minste afwijking. Proeven van Faraday.

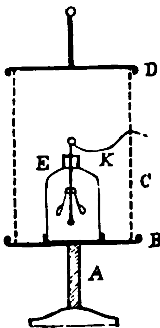


fig. 332.

1130. Een proefschijfje, waarmede men een geladen geleider aanraakt, neemt de positieve of negatieve lading van het gedeelte van het oppervlak des geleiders over, dat door het schijfje bedekt wordt. Brengt men het aldus geladen schijfje in aanraking met den knop van een electroscoop, dan kan men nagaan, of de lading op verschillende plaatsen van het oppervlak des geleiders even groot is. — Nog eenvoudiger is het gebruik van een proefbolletje, dat een klein metalen staafje draagt, waaraan twee papieren strookjes, evenals bij den electroscoop, bevestigd zijn (fig. 333). Beweegt men het bolletje over het oppervlak van een geladen geleider, dan is de afwijking der strookjes het grootst, waar de lading het sterkst is; binnen een geleider wijken de strookjes niet af. — Men vindt zoodoende, dat alleen *op een bolvormigen geleider de lading overal even groot is,* terwijl op geleiders van anderen vorm *de lading* in verschillende punten van het oppervlak *sterker* is, *naarmate de kromming van het oppervlak daar ter plaatse grooter is.* Op convexe deelen van een geleider is de lading sterker, op concave deelen zwakker dan op vlakke deelen; de sterkste lading vindt men aan kanten, hoeken en vooral op spitsen.

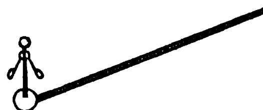


fig. 333.

Op een geleider, bestaande uit een cilinder, waarvan de eindvlakken door halve bollen vervangen zijn, is de lading het sterkst op de bolvormige uiteinden. — Bij eene vlakke plaat is de lading in de nabijheid van den rand sterker dan op de overige gedeelten der plaat. — Draagt een geleider eene spits, dan bevindt de lading zich bijna geheel aan de spits.

Zooals later zal blijken, kan men de lading van een geleider meten, d. w. z. in eenheden van hoeveelheid electriciteit uitdrukken. Bij een bolvormigen geleider dient de *hoeveelheid electriciteit,* die zich op 1 cM^2 van zijn oppervlak meer of minder dan in neutralen toestand bevindt, als maat voor de *dichtheid* zijner positieve of negatieve lading. Bestaat de lading van een bol (straal $= r$ cM) uit E eenheden, dan is de dichtheid der lading

$$D = \frac{E}{4 \pi r^2}. \qquad 361$$

Bij geleiders van anderen vorm, waarop dus de lading niet gelijkmatig verdeeld is, kan men de dichtheid in een *klein* gedeelte van het oppervlak voor-

stellen door het quotient van de lading (e eenheden) en de grootte (o cM^2) van dit gedeelte. Dan is dus voor dit gedeelte

$$D = \frac{e}{o}. \qquad 362$$

Vergrooting van het oppervlak van een geladen geleider heeft vermindering van de dichtheid der lading ten gevolge. Proef met een zeepbel.

1131. Geleiders zonder scherpe kanten of spitsen behouden in de lucht hunne ladingen, als deze een bepaald bedrag niet overschrijden. Bij sterkere ladingen echter nemen de luchtmoleculen, waarmede het oppervlak van den geleider in aanraking is, iets van de lading over. Zij worden dus door den geleider afgestooten en vervangen door andere luchtmoleculen, die wederom de lading van den geleider verminderen. Zoodoende wordt een overigens goed geïsoleerde geleider na eenigen tijd toch gedeeltelijk ontladen. Deze *ontlading door convectie* (strooming) is bij een geleider, die met eene spits voorzien is, aan de spits wegens de groote dichtheid der lading aldaar zeer sterk (*electrische wind*), zoodat de geleider in korten tijd zijne lading verliest. Men vermijdt daarom bij geleiders, die hunne lading moeten behouden, spitsen of scherpe kanten.

Reactieverschijnselen bij uitstrooming van electriciteit uit spitsen; *electrisch molentje.*

II. De electrische kracht.

1132. De wet, volgens welke twee electrische ladingen elkander aantrekken of afstooten, is even als die voor magnetische hoeveelheden door Coulomb proefondervindelijk aangetoond. Zij luidt: *gelijknamige ladingen stooten elkander af en ongelijknamige trekken elkander aan met krachten, die samengesteld evenredig zijn met de grootte der beide ladingen en omgekeerd evenredig met het vierkant harer afstanden.* Men heeft dus

$$K = f\frac{ee_1}{d^2} \text{ dynes}, \qquad 363$$

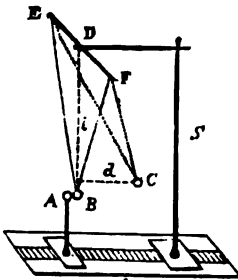


fig. 334.

waarin voorstellen: e en e_1 het aantal eenheden der beide ladingen, d den onderlingen afstand der beide ladingen in cM, en f de kracht in dynes, waarmede de hoeveelheid electriciteit, die wij als eenheid kiezen, op eene even groote hoeveelheid werkt, als de onderlinge afstand der beide materiëele punten, welke die ladingen bevatten, 1 cM is.

Men kan deze wet met behulp van den

volgenden toestel (van Odstrcil) aantoonen. Een verticaal geplaatste staaf *S* (fig. 334) draagt een horizontalen arm *D*, en deze weer een horizontaal staafje *EF*, dat loodrecht op den arm *D* geplaatst is. Aan de uiteinden van *EF* is door middel van twee cocondraden *BE* en *BF* een klein licht bolletje *B* zóo opgehangen, dat het als een slinger van de lengte l cM kan slingeren in een verticaal vlak (door *B*, *C* en *D*); dit vlak valt samen met de schaal eener verdeelde lat, waarop de standaard geplaatst is. Een ander geïsoleerd bolletje *A* wordt nu op de lat geplaatst, zóo dat het bolletje *B* door *A* juist uit zijn evenwichtsstand verdrongen wordt. Deelt men aan de bolletjes gelijknamige ladingen mede, dan wordt *B* door *A* afgestooten en komt in een stand *C*, waarin het d cM van zijn vorigen stand verwijderd is [1]. In dezen stand maakt de afstootende kracht, die op het bolletje *B* werkt, evenwicht met de componente van zijn gewicht (p gram), die het weer in den vorigen stand terug wil brengen. Deze componente is $p \times \frac{d}{l}$ gram of $p \times \frac{d}{l} \times 981{,}2$ dynes (zie § 213); evengroot is dus de afstootende kracht. Door het bolletje *A* naar rechts of naar links te verplaatsen kan men aantoonen, dat de afstootende kracht omgekeerd evenredig is met het vierkant van den onderlingen afstand der bolletjes. — Ontneemt men aan een der bolletjes door de aanraking met een evengroot bolletje de helft zijner lading, en verplaatst men daarna *A*, zóo dat de afstand tusschen de beide bolletjes wederom even groot wordt als bij de vorige proef, dan blijkt uit de bepaling der genoemde componente van het gewicht, dat nu de afstooting tweemaal zoo klein is als bij de eerste proef. — Het is duidelijk, dat men ook de aantrekking tusschen ongelijknamig geladen bolletjes met dezen toestel kan meten.

Coulomb toonde de wet aan met behulp der torsiebalans. Hij plaatste in den bengel *B*, fig. 316, een niet-geleidend staafje, dat (bij *n*) een geleidend bolletje draagt. Een ander aan een geïsoleerden standaard bevestigd bolletje wordt nu zoo in den toestel geplaatst, dat het de plaats van het eerste bolletje inneemt. Worden nu de beide elkander aanrakende bolletjes geëlectriseerd, dan wordt het beweeglijke bolletje afgestooten en komt in een stand, α° van het andere bolletje verwijderd, tot rust. De afstootende kracht wordt dan in evenwicht gehouden door eene torsie van den draad van α°. Om de afwijking op de helft ($\frac{1}{2}\,\alpha^{\circ}$) te verminderen, moet de knop *K* in eene richting, tegengesteld aan de afwijking, $3\frac{1}{2} \times \alpha^{\circ}$ gedraaid worden, zoodat nu de torsie, en dus de afstootende

---

1) Den onderlingen afstand der beide bolletjes kan men gelijk stellen aan den afstand hunner middelpunten. (Verg. § 1136).

kracht, 4 maal zoo groot is als bij de eerste proef. — Raakt men nu een der bolletjes met een ander even groot bolletje aan, dan ontneemt men daaraan de helft zijner lading, en men moet, om dien laatstverkregen afstand der bolletjes te behouden, den knop $2x^0$ terugdraaien, zoodat nu de torsie nog $2x^0$ blijft, en dus de afstootende kracht tweemaal zoo klein is. — Ook de aantrekking tusschen twee ongelijknamig geladen bolletjes kan door torsie van den draad in evenwicht gehouden en relatief gemeten worden.

1133. De grootte van den factor f hangt blijkbaar af van de grootte der lading, welke men als eenheid kiest. Men neemt deze zoo groot, dat $f = 1$ wordt, m. a. w. men *kiest als eenheid van hoeveelheid electriciteit die hoeveelheid, welke eene even groote hoeveelheid op den afstand van 1 cM aantrekt of afstoot met eene kracht van 1 dyne.* Onder deze voorwaarde wordt form. 363

$$K = \frac{ee_1}{d^2} \text{ dynes.} \qquad 364$$

Deze eenheid van electriciteit noemt men de *electrostatische* (*e.-s.*), omdat zij berust op de onderlinge werking van twee hoeveelheden electriciteit, die in rust verkeeren; zij is eene *C-G-S*-eenheid.

1134. *Binnen een geleider* is de electrische kracht, d. i. de resultante van alle werkingen, die de verschillende deelen der lading op een electrisch punt binnen den geleider uitoefenen, overal nul.

Een vlierpitbolletje is door een dunnen zijden draad opgehangen in een punt van het deksel *D* der electrische kooi (fig. 332). Men laadt het bolletje en brengt dan het deksel op zijne plaats, zóó dat het bolletje vrij in de kooi hangt. Deelt men daarna aan de kooi eene lading mede, dan vertoont het bolletje daarbij niet de minste verandering van stand.

1135. Voor een hollen bolvormigen geleider kan men het ontbreken eener electrische kracht afleiden met behulp van de wet van Coulomb en uit het feit, dat de dichtheid der lading overal even groot is. Zij P (fig. 335) een positief geladen punt binnen den positief geladen bol (middelpunt C). De geheele ruimte binnen den bol denke men zich in piramidenvormige stukken met kleine grondvlakken verdeeld, die alle een gemeenschappelijk toppunt in P en hunne grondvlakken op het oppervlak van den bol hebben,

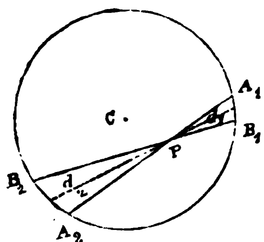


fig. 335.

en die twee aan twee eene dubbelpiramide vormen (b.v: A_1PB_1

en A_1PB_2). De beide van het bolloppervlak afgesneden stukken, voorgesteld door A_1B_1 en A_2B_2, verhouden zich als de vierkanten hunner gemiddelde afstanden (d_1 en d_2) tot P. Voor de ladingen e_1 en e_2 op deze stukken geldt nu

$$e_1 : e_2 = A_1B_1 : A_2B_2 = d_1^2 : d_2^2$$

of

$$\frac{e_1}{d_1^2} = \frac{e_2}{d_2^2}.$$

Door dezelfde grootheden worden echter ook de krachten voorgesteld, waardoor elke eenheid der lading in P door de ladingen e_1 en e_2 afgestooten wordt, namelijk

$$K_1 = \frac{e_1 \times 1}{d_1^2} \text{ en } K_2 = \frac{e_2 \times 1}{d_2^2}.$$

De resultante der krachten K_1 en K_2 is dus nul; en daar hetzelfde voor elke twee tegenover elkander liggende piramiden geldt, is ten slotte de resultante van alle door de lading van den bol op P uitgeoefende krachten nul.

Omgekeerd kan men ook de wet van Coulomb afleiden uit de beide proefondervindelijk bewezen feiten, dat de dichtheid der lading op een bol overal even groot is, en dat binnen een geladen bol geen electrische kracht bestaat.

Een overeenkomstige wet geldt ook voor de gravitatie: de resultante der aantrekkende krachten, welke eene op een boloppervlak gelijkmatig verdeelde massa M op eene massa m binnen den bol uitoefent, is nul.

1136. Voor een punt *buiten* een geladen bol is de electrische kracht even groot, alsof de geheele lading E van den bol (straal $= r$ cM) in zijn middelpunt vereenigd was. Voor een punt P, welks afstand tot het middelpunt van den bol d cM is ($d > r$), en dat e eenheden van electriciteit bevat, is dus de aantrekkende of afstootende kracht (als D de dichtheid der lading op den bol is):

$$K = \frac{E \times e}{d^2} = \frac{4 \pi r^2 D \times e}{d^2} \text{ dynes,} \qquad 365$$

en, als de lading van P ééne eenheid van electriciteit bedraagt,

$$K = \frac{E}{d^2} = \frac{4 \pi r^2 D}{d^2} \text{ dynes.} \qquad 366$$

Het bewijs dezer stelling laten wij achterwege. — Voor de gravitatie geldt eene overeenkomstige wet: de resultante der krachten, welke eene massa m buiten een bol ondervindt door eene gelijkmatig op het oppervlak van den bol verdeelde massa M, is even groot alsof de massa M in het middelpunt van den bol geplaatst was.

Nadert het punt P tot het oppervlak van den bol, dan nadert d tot r; de electrische kracht, waarmede een geladen bol op de eenheid van electriciteit werkt, die zich op oneindig kleinen afstand van zijn oppervlak bevindt, is dus

$$K = \frac{E}{r^2} = 4\,\pi\,D \text{ dynes.} \qquad 367$$

Ook bij niet bolvormige lichamen werkt de lading op een electrisch punt P buiten het lichaam zóó, alsof de lading zich in één binnen het lichaam gelegen punt bevond. De ligging van dit punt is echter niet op eenvoudige wijze te vinden; ook is het niet voor verschillend geplaatste punten P hetzelfde.

III. Inductie.

1137. Wordt een geladen lichaam A (fig. 336) in de nabijheid van een niet geladen *geleider* BC gebracht, dan verkrijgt deze — *zonder dat het lichaam A iets van zijne lading verliest* — aan het naar A gekeerde einde eene ongelijknamige, aan het van A afgekeerde einde eene gelijknamige lading; in eene doorsnede D, de *neutrale* doorsnede, die dichter bij B dan bij C ligt, is de geleider niet-electrisch. Men constateert deze verschijnselen door het proefbolletje (fig. 333) langs den geleider BC te bewegen en den aard der lading, die de papierstrookjes doet afwijken, met eene gewreven glas- of ebonietstaaf te onderzoeken.

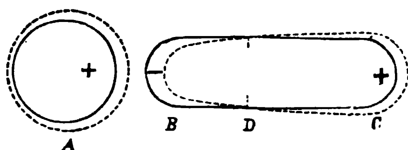


fig. 336.

De ongelijknamige lading is over het gedeelte BD, de gelijknamige over het gedeelte CD verspreid; de dichtheid der ladingen is echter het grootst aan de uiteinden B en C en neemt naar D toe af. Men kan de verdeeling der lading voorstellen door de gestippelde lijn; naarmate deze verder van het oppervlak naar buiten of naar binnen ligt, wijst zij eene grootere positieve of negatieve lading aan.

Ook op den bol A blijkt nu de lading niet meer gelijkmatig verdeeld te zijn; zij is dichter op het naar B toegekeerde gedeelte wegens de aantrekking, die de negatieve electriciteit van B op de positieve van A uitoefent.

Deze *electromotorische* werking, die eene lading op de normale hoeveelheid electriciteit van een niet geladen geleider uitoefent, noemt men *inductie* of *influentie* (invloed). De beide *geïnduceerde* ongelijknamige ladingen op BC zijn even groot; want verwijdert men A weer uit de nabijheid van BC, dan *neutraliseeren* de geïnduceerde ladingen elkander en BC keert in den niet-electrischen

toestand terug. — Bestaat de geleider *BC* uit twee stukken, die elkander in de doorsnede *D* aanraken, en verwijdert men, terwijl *A* nog induceerend werkt, de beide stukken van elkander, dan is *BD* ongelijknamig en *CD* gelijknamig geladen.

1138. Hoe langer de geleider *BC* is, des te verder ligt het neutrale gedeelte *D* van *A* verwijderd. Raken wij *BC in een willekeurig punt* aan, dan vormen *BC*, ons lichaam en de aarde *één* grooten geleider, waarop *A* induceerend werkt. Het neutraal gedeelte *D* valt dan binnen de aarde; op den geheelen geleider *BC* bevindt zich alleen eene ongelijknamige lading, die op den geleider blijft, als men *eerst* de aanraking doet ophouden en *daarna* het induceerende lichaam verwijdert.

Daar de ongelijknamige lading door de aantrekkende werking van *A* op den geleider *BC* vastgehouden wordt, al is deze in geleidende verbinding met de aarde, noemt men haar *gebonden*. — Men kan met behulp van dezelfde inducecrende lading (*A*) een willekeurig aantal geleiders met ladingen voorzien, die ongelijknamig zijn met die van *A*.

De normale hoeveelheid electriciteit der aarde wordt niet merkbaar veranderd doordat bij de aanraking electriciteit van *BC* op de aarde overgaat (als *A* positief geladen is) of van de aarde op *BC* overgaat (als *A* negatief geladen is).

1139. De verschijnselen van aantrekking van lichte voorwerpen en van mededeeling van electriciteit vinden eveneens hunne verklaring in de inductie. Nadert men met een geladen lichaam *A* tot een geïsoleerd vlierpitbolletje *B*, dan wordt dit aan den naar *A* gekeerden kant ongelijknamig, aan den anderen kant gelijknamig electrisch. De aantrekking der ongelijknamige lading is nu sterker dan de afstooting der gelijknamige, omdat de laatste verder dan de eerste van het induceerende lichaam verwijderd is. Heeft aanraking plaats, dan vormen voor een oogenblik beide lichamen *één* geleider, waarover zich de aanvankelijk aan het lichaam *A* medegedeelde lading verdeelt. De ongelijknamige lading van *B* verdwijnt dan; *A* en *B* zijn gelijknamig electrisch en stooten elkander af. De lading van *A* is evenveel kleiner geworden, als die van *B* na de aanraking bedraagt.

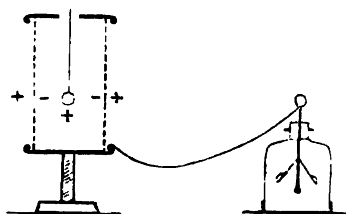
Een vlierpitbolletje, dat aan een geleidenden (linnen) draad is opgehangen, wordt door een electrisch lichaam sterker aangetrokken dan een vlierpitbolletje, dat aan een niet geleidenden (zijden) draad is opgehangen, omdat de gelijknamige inductie-electriciteit zich door den geleidenden draad van het bolletje verwijderen kan.

1140. Een gevoeligen electroscoop kan men beter door inductie,

dan door aanraking met een electrisch lichaam laden. Men brengt het induceerende lichaam in de nabijheid van den knop *A* (fig. 331); deze wordt ongelijknamig geladen, de papierstrookjes worden gelijknamig geladen en wijken dientengevolge af. Daarna raakt men den knop aan; de lading der strookjes verdwijnt, zij vallen samen. Verwijdert men nu eerst de hand en daarna het induceerende lichaam, dan verspreidt zich de overgebleven *ongelijknamige* lading over den geheelen toestel, de strookjes wijken weer af.

1141. Een electroscoop, door aanraking of door inductie geladen, kan dienen om den aard der lading van een electrisch lichaam te leeren kennen (§ 1125). Is het te onderzoeken lichaam een geleider, dan dient men eerst na te gaan, of het werkelijk electrisch is. De lading van den electroscoop toch kan op een naderenden niet-electrischen geleider door inductie werken; de daardoor in dezen opgewekte ongelijknamige lading zou de lading van den electroscoop naar den knop trekken en zoodoende een samenvallen der blaadjes kunnen bewerken. Ten onrechte zou men hieruit afleiden, dat het lichaam geladen was. — Nadert men den knop van den geladen electroscoop *snel* met een *ongelijknamig* geladen lichaam, dan zullen de blaadjes in het eerste oogenblik samenvallen, om dadelijk weer af te wijken; dit laatste is namelijk een gevolg van de inductie, die de lading van het naderende lichaam in den electroscoop bewerkt. Deze tweede afwijking kan bij sterke lading van het lichaam zelfs grooter worden dan de oorspronkelijke. Men dient dus langzaam te naderen en op de *eerste* beweging der blaadjes te letten. Verg. § 1075, derde alinea.

1142. Een geladen lichaam, dat *geheel* door een hollen geleider is ingesloten, werkt op dezen door inductie zóó, dat de opgewekte lading *even groot is als die van het induceerende lichaam.* — Eene geïsoleerde electrische kooi (waarvan de wanden massief zijn of uit metaalgaas bestaan) is door een dunnen metaaldraad met een eenigszins verwijderden electroscoop verbonden. Brengt men nu in de niet-geladen kooi (fig. 337) door eene *kleine* opening in het deksel — zonder de randen dezer opening aan te raken — een proefbolletje,


fig. 337.

dat b.v. *positief* geladen is, dan verkrijgt de *binnenwand* der kooi eene *negatieve*, de *buitenwand* eene *positieve* lading. Deze laatste doet de blaadjes van den electroscoop afwijken; die afwijking blijft constant, onverschillig welke plaats het bolletje binnen de kooi inneemt, en onverschillig of het in rust of in beweging is. — Raakt men met het bolletje den binnenwand der kooi aan, dan gaat zijne lading op de kooi over (§ 1129); maar ook nu blijft de afwijking der blaadjes even groot; een bewijs, dat de negatief electrische toestand van den binnenwand juist opgeheven wordt door de lading van het bolletje.

Is de opening in het deksel groot, of laat men dit geheel weg, dan blijkt de hoeveelheid der door inductie *op de kooi* opgewekte lading *geringer* te zijn dan die van het bolletje: de afwijking der blaadjes van den electroscoop is nu geringer dan bij eene kleine opening. In dit geval nl. werkt de lading van het bolletje door de opening heen ook induceerend op de zoldering van het vertrek, die nu een deel van den omhullenden geleider vormt; op de kooi en op de zoldering van het vertrek *te zamen* wordt nu eene lading geïnduceerd even groot als de lading van het bolletje. — Bevindt zich een electrisch lichaam binnen eene kamer, dan bevatten de wanden, de bodem en de zoldering der kamer te zamen eene even groote ongelijknamige lading, die gebonden is; de gelijknamige heeft zich naar de aarde verwijderd.

De ongelijknamige lading op den binnenwand der kooi heeft de grootste dichtheid op plaatsen, die het dichtst bij den induceerenden bol liggen; de verdeeling der vrije gelijknamige lading op den buitenwand is alleen afhankelijk van den vorm der kooi, niet van de plaats, die de induceerende bol inneemt.

De ladingen van twee gelijknamig geladen bolletjes, die men achtereenvolgens in de kooi brengt, zijn even groot, als in beide gevallen de afwijking der blaadjes van den electroscoop even groot is. Raakt men eerst met het eene en daarna met het andere bolletje den binnenwand der kooi aan, dan vertoont de electroscoop eene grootere afwijking, die overeenkomt met eene tweemaal zoo sterke lading der kooi. — Wrijft men twee geïsoleerde lichamen tegen elkander of doet men op andere wijze de beide electrische toestanden ontstaan (§ 1127), en brengt men daarna beide lichamen in de kooi, zonder dat het eene lichaam het andere raakt dan vertoonen de blaadjes geen afwijking (§ 1126). Dit is ook het geval, nadat men de ladingen der beide lichamen op de kooi heeft doen overgaan.

1143. Heeft de geleider BC (fig. 336) bij B eene naar het lichaam A toegekeerde spits, dan gaat de ongelijknamige lading van B over op A (§ 1131), zoodat A gedeeltelijk ontladen wordt. Was A negatief geladen, dan „stroomt" electriciteit *uit* de spits van B naar A; is A positief geladen, dan stroomt electriciteit *in* de spits van A naar B. In het eerste geval (uitstroomen van electriciteit) neemt men in het donker eene lichtende pluim waar, in het tweede geval (instroomen of opzuigen van electriciteit) een lichtende punt. De geleider BC verkrijgt zoodoende eene gelijk-

namige lading, die even groot is, als de lading van A was. — Is echter de geleider BC met den grond verbonden, dan verliest hij ook deze lading, en beide geleiders worden ontladen. *Zuigspitsen.*

Beter nog dan spitsen werken vlammen (eene brandende kaars of Bunsensche brander). Ontlading van niet-geleiders, die men door eene vlam heen beweegt.

IV. Electriseermachines.

1144. Electriseermachines noemt men toestellen, met behulp waarvan men op grooter schaal dan dit door wrijving mogelijk is, electrische ladingen aan lichamen kan mededeelen. Men onderscheidt wrijvings- en inductie- (influentie-) electriseermachines.

In de *wrijvingselectriseermachine* kan eene glazen schijf S (fig. 338) door middel eener kruk K om eene door haar midden gaande as A van glas of eboniet gedraaid worden. De as loopt in twee pannen, waarvan de eene zich in een op de tafel T bevestigd plankje P bevindt, terwijl de andere geplaatst is in eene niet-geleidende zuil [1]), door middel waarvan een koperen cilinder D eveneens op de tafel bevestigd is. De cilinder draagt een grooten metalen bol B, *conductor* (= geleider) genoemd, en twee armen C_1 en C_2 van koper. Bij de draaiing wrijft de glazen schijf tusschen twee kussens Z van zeemleer, die met een amalgaam (van tin en zink) bestreken zijn, en die door een isoleerenden standaard E gedragen worden. Daarna gaan de gewreven deelen der schijf tusschen twee geleidende ringen R door, die voorzien zijn van naar het glas gekeerde spitsen en die eveneens door een nietgeleidenden standaard F van de tafel T geïsoleerd zijn. De kussens en de ringen staan in geleidende verbinding met twee draaibare koperen armen a_1 en a_2, die men op de armen C_1 en C_2 of op de tafel kan laten rusten.

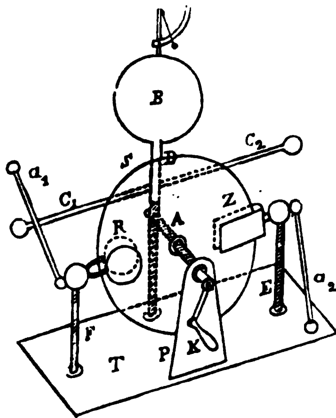


fig. 338.

[1]) De deelen van de figuur, die voor de isolatie dienen, zijn door arceering aangegeven.

Door de wrijving wordt op het glas eene positieve, op de kussens eene negatieve lading verkregen. De laatste wordt door den op de tafel rustenden arm a_2 naar den grond geleid; de eerste werkt, bij de ringen gekomen, induceerend op de met B, C_1 en C_2 (door a_1) geleidend verbonden spitsen (§ 1143), zóó dat het glas ontladen wordt en de in de ringen opgewekte positieve inductie-electriciteit door den arm a_1 naar de koperen geleiders C_1, C_2 en B stroomt.

Wil men aan den conductor B eene negatieve lading geven, dan brengt men a_2 in verbinding met C_2 en a_1 met de tafel (de aarde).

De dichtheid der lading op de conductoren bereikt een maximum, indien deze door convectie of onvoldoende isolatie in zekeren tijd evenveel electriciteit verliezen (of bij negatieve lading uit de omgeving opnemen), als door de werking der machine in beweging gebracht wordt.

Bij het in werking brengen der machine moet behalve voor het overwinnen der wrijving ook arbeid verricht worden om de aantrekking te overwinnen, welke de ladingen van het glas en van de kussens op elkaar uitoefenen. Met dezen laatsten arbeid is het electrisch arbeidsvermogen der conductoren aequivalent. Wordt B positief geladen, dan werkt de machine als eene pomp, die electriciteit uit de aarde door a_2, Z, R, a_1 op B brengt; wordt B negatief geladen, dan werkt de machine als eene pomp, die electriciteit van B door a_2, Z, B, a_1 naar de aarde brengt.

Armstrong heeft eene „stoomelectriseermachine" geconstrueerd, gebruik makende van de lading, welke vochtige stoom, die door nauwe buizen uitstroomt, tengevolge van de wrijving verkrijgt.

1145. De *electrophoor* (phoros = dragend) bestaat uit eene plaat van hars of eboniet P (fig. 339), die in een metalen schotel S ligt, en waarop een metalen, met een isoleerend handvat H voorzien deksel D kan geplaatst worden. Door slaan met een katteveel geeft men aan de plaat eene negatieve lading, die induceerend op den schotel werkt. Daar deze met de aarde in verbinding staat, verkrijgt hij eene positieve lading. Plaatst men nu het deksel op de plaat, dan wordt het door inductie aan den onderkant positief, aan den bovenkant negatief electrisch. Raakt men daarna een oogenblik het deksel aan, dan blijft daarop alleen de gebonden positieve lading, die echter vrij wordt, zoodra men het deksel opheft. Door met het aldus positief geladen deksel een anderen geleider aan te raken, kan men daarop de lading van het deksel (gedeeltelijk) overbrengen. — Daar de aanraking tusschen het deksel en de plaat slechts in weinige punten plaats heeft, en

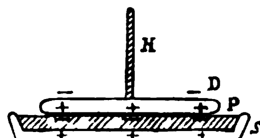


fig. 339.

de electriciteit zich op de plaat niet verplaatsen kan, verliest bij deze proef de plaat nagenoeg niets van hare lading; de proef kan dus een groot aantal malen herhaald worden.

Plaatst men het deksel op de geladen plaat, dan kan de toestel zijne lading zeer lang behouden, daar de ongelijknamige ladingen van de plaat en van het deksel elkander aantrekken (binden), en het verlies aan de lucht dientengevolge slechts gering is.

Bij het oplichten van het deksel moet arbeid verricht worden, om de aantrekking te overwinnen, die de negatieve lading van de plaat op de positieve van het deksel uitoefent. Met dezen arbeid is het electrisch arbeidsvermogen van het geladen deksel aequivalent.

1146. Men kan de werking van een electrophoor op de volgende wijze onafgebroken maken. Houdt men achter een glazen schijf (fig. 340), die om eene as kan gedraaid worden, eene geladen plaat, dan werkt de (b. v. negatieve) lading der plaat door het glas induceerend op een vóór de schijf geplaatsten conductor C, die voorzien is van naar de schijf gekeerde spitsen. De positieve inductielading stroomt uit de spitsen op het glas; de conductor C wordt negatief geladen. De geladen deelen der schijf worden door de draaiing bewogen langs een tweede stel spitsen, dat met den conductor C_1 in verbinding staat, en werken nu induceerend op dezen. De opgewekte negatieve lading dezer spitsen neutraliseert het glas: de conductor C_1 wordt positief geladen. De plaat verliest niets van hare lading. De ladingen van C en C_1 bereiken wegens convectie en onvoldoende isolatie na eenigen tijd een maximum, dat bij verdere draaiing behouden blijft. De toestel werkt als eene pomp, die voortdurend electriciteit van C naar C_1 verplaatst. — Dit beginsel is toegepast bij de inductie-machines.

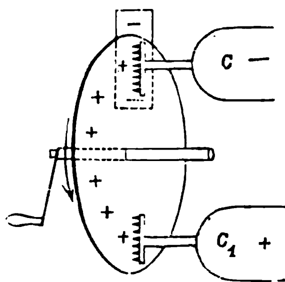


fig. 340.

1147. De *inductie-machine van Holtz* bestaat uit eene vaststaande glazen schijf A (fig. 341) en eene iets kleinere schijf B, die zich op geringen afstand vóór A bevindt en om eene door haar midden gaande as kan gedraaid worden. Uit A zijn op twee tegenover elkaar gelegen plaatsen sectorvormige stukken gesneden. Boven den linkschen en onder den rechtschen sector is de achterzijde der vaste schijf A met papieren strooken P en Q beplakt;

kartonnen of metalen punten p en q, die met deze strooken in verbinding staan, reiken tot in het midden der open vakken. Vóór de schijf B zijn twee conductoren C_1 en C_2 geplaatst, voorzien van naar de schijf gekeerde spitsen c_1 en c_2 en van beweeglijke armen, die evenwijdig met de schijven verschuifbaar zijn en in twee bollen D_1 en D_2 eindigen. De spitsen bevinden zich ter hoogte van den benedenrand der linksche strook P en van den bovenrand der rechtsche strook Q. Een andere met spitsen voorziene conductor EF, de *schuine* conductor, is zóó vóór de schijf B geplaatst, dat de spitsen zich ter hoogte van den bovenrand der linksche en van den benedenrand der rechtsche strook bevinden.

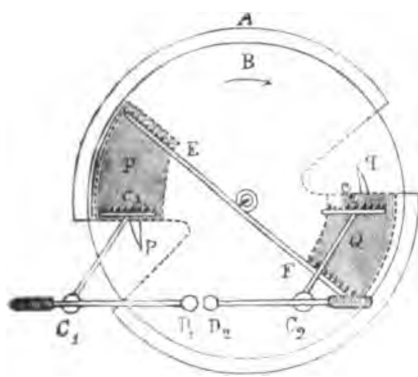


fig. 341.

Om de machine in werking te stellen, brengt men de bollen D_1 en D_2 met elkander in aanraking en laadt eene der strooken; wij willen aannemen, dat P een negatieve lading verkrijgt. Men draait nu de beweeglijke schijf *in de richting tegen de uitstekende punten p en q* (pijl in de figuur). Dat de machine werkt, hoort men aan een sissend geluid; trekt men nu de bollen D_1 en D_2 van elkander af, dan gaat electriciteit door de lucht tusschen deze bollen over, waarbij men zwaklichtende vonken waarneemt. Door de conductoren C_1 en C_2 met twee (later te bespreken) Leidsche flesschen te verbinden, wordt het aantal vonken minder, de vonken echter schitterender (verg. § 1199).

1148. Om de werking der machine door eene teekening op te helderen, denken wij ons naar het voorbeeld van sommige schrijvers de beide glazen schijven vervangen door twee in elkaar geplaatste glazen cylinders (in doorsnede geteekend in fig. 342), waarvan de buitenste A vast is, en de binnenste B om zijne as gedraaid kan worden. De conductoren C_1 en C_2 denken wij ons *in* den draaibaren cilinder geplaatst. De binnenwanden dezer cilinders komen overeen met de vóórkanten der schijven van fig. 341, de buitenwanden met de achterkanten. Uit den buitensten cilinder A zijn weer stukken gesneden; papieren strooken op dezen cilinder geplakt,

en kartonnen punten, die in de openingen uitsteken, zijn hier door dezelfde letters aangeduid als in fig. 341.

Wij nemen weer aan, dat D_1 en D_2 met elkander in aanraking zijn, en dat aanvankelijk aan de strook P eene negatieve lading wordt medegedeeld. Deze werkt induceerend op de conductoren C_1 en C_2; de binnenwand van het beweeglijke glas (vóórkant der beweeglijke schijf B) verkrijgt door de werking der spitsen c_1 eene positieve lading en *tegelijk* aan den tegenovergestelden kant door de werking der spitsen c_2 eene negatieve lading. Deze laatste werkt weer induceerend op de strook Q, die positief electrisch wordt, terwijl door de kartonnen punt q de buitenwand van B (achterkant der beweeglijke schijf) eene negatieve lading ontvangt.

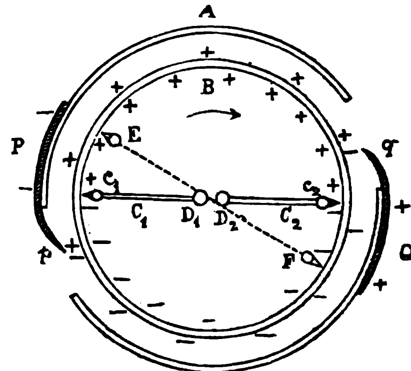


fig. 342.

Na eene draaiing van 180° is de geheele *bovenhelft van den binnenwand* van B (bovenhelft van den vóórkant der beweeglijke schijf) *positief* geladen, de *geheele benedenhelft negatief*. Bij de open vakken gekomen, werken deze ladingen induceerend op de strooken Q en P. De positieve lading van Q en de negatieve lading van P worden daardoor vermeerderd, terwijl door de spits q eene zwakke negatieve en door de spits p eene zwakke positieve lading medegedeeld wordt aan den buitenwand van B (achterkant der beweeglijke schijf).

Waren de papieren strooken niet aanwezig, dan zou de positieve lading op den aan de spitsen c_2 voorbijgaanden binnenwand van B, en evenzoo de negatieve lading op den aan de spitsen c_1 voorbijgaanden binnenwand van B eenvoudig verdwijnen (§ 1143). Daar echter niet alleen deze ladingen, maar ook de daarmede gelijknamige ladingen der strooken Q en P induceerend op de met elkander in aanraking zijnde conductoren C_1 en C_2 werken, worden de ladingen op den binnenwand van B bij het voorbijgaan aan de punten c_2 en c_1 niet alleen vernietigd, maar in ongelijknamige ladingen veranderd. — Evenzoo zouden de ladingen op den buitenwand, die q en p voorbijgaan, eenvoudig verdwijnen, indien niet

ook de daarmede gelijknamige ladingen op den binnenwand induceerend op de strooken werkten; door de gezamenlijke werkingen van beide ladingen worden bij q en p de ladingen op den buitenwand in de ongelijknamige veranderd.

Bij voortgezette draaiing is dus de binnenwand van B (voorkant der beweeglijke schijf) boven positief, beneden negatief geladen; de omkeering der ladingen heeft plaats bij de spitsen c_1 en c_2; de buitenwand van B (achterkant der beweeglijke schijf) is boven zwak positief, beneden zwak negatief geladen; de omkeering der ladingen heeft plaats bij de kartonnen punten p en q; de negatieve lading van P en de positieve van Q, en daarmede hare induceerende werkingen op de conductoren, worden versterkt, totdat de geladen deelen in zekeren tijd evenveel electriciteit verliezen, als door de werking der machine aangevoerd wordt. Door de conductoren C_1 en C_2 — en door een geleider, die men tusschen de van elkander verwijderde knoppen D_1 en D_2 plaatst — gaat eene voortdurende strooming van electriciteit in de richting van c_2 naar c_1.

Bij proeven in een donker vertrek ziet men aan de spitsen c_1 en de punt p lichtende pluimen (uitstroomen van electriciteit), bij c_2 en q lichtende punten (instroomen van electriciteit).

Het draaien der beweeglijke schijf vereischt meer arbeid, als de machine electriciteit levert, dan wanneer dit niet het geval is; immers de aantrekking (resp. afstooting), die de geladen strooken op de naburige geladen deelen der draaiende schijf uitoefenen, moet overwonnen worden. Deze meerdere arbeid is aequivalent met de verkregen energie.

1149. Raken de bollen D_1 en D_2 elkander niet, dan ondervindt de electriciteit bij den doorgang door de lucht een weerstand, die bij te grooten afstand der bollen het overgaan der electriciteit kan verhinderen. Is dit het geval, dan versterken de beide strooken P en Q elkâars induceerende werkingen op de conductoren C_1 en C_2 niet langer, daar elke conductor als geïsoleerd te beschouwen is. De induceerende werking op elken conductor wordt zwakker; de ladingen, die de schijf uit de spitsen c_1 en c_2 ontvangt, worden kleiner, en de machine zou spoedig op houden te werken. Om dit te verhinderen dient de schuine conductor EF. Zoolang de electriciteit tusschen D_1 en D_2 kan overgaan, werkt de schuine conductor slechts voor zoo ver de induceerende werking van de ladingen der tegenover de spitsen E en F gelegen strooken sterker is dan die der (ongelijknamige) electriciteit op het beweeglijke glas. Zoodra

echter de ladingen van het glas, bij te grooten afstand van D_1 en D_2, kleiner worden, beginnen de ladingen der strooken sterker induceerend op den schuinen conductor te werken, zóó dat de spitsen E aan het glas meer positive en de spitsen F meer negatieve lading mededeelen. Het glas komt zoodoende weer behoorlijk geladen bij de volgende open vakken.

Men ziet dan in het donker bij E de lichtende pluimen, bij F de lichtende punten. Beide verminderen weer, als men de bollen zóó dicht bij elkander brengt, dat de machine op de gewone wijze kan werken.

1150. Wil men met behulp eener influentie-machine aan een geïsoleerden geleider een positieve of negatieve lading mededeelen, dan verbindt men hem met den rechtschen of linkschen conductor, terwijl men den anderen conductor met den grond verbindt. Daarna verwijdert men de conductoren zóóver van elkander, dat tusschen de bollen D_1 en D_2 geene electriciteit meer kan overgaan.

De sterkte der lading, die de geleider verkrijgt, is afhankelijk 1°. van de hoeveelheid electriciteit, die door de machine in beweging gebracht wordt, 2°. van het verlies door convectie en 3°. van het verlies door onvoldoende isolatie.

1151. Van de talrijke inductiemachines vermelden wij alleen nog die van Wimshurst. Twee op kleinen afstand van elkander geplaatste schijven A en B van eboniet (fig. 343) kunnen om dezelfde as in tegengestelde richtingen gedraaid worden. Op de van elkander afgekeerde vlakken der beide schijven zijn in radiale richting een aantal smalle sectorvormige strookjes bladtin geplakt[1]). Twee (op isoleerende statieven bevestigde) U-vormig gebogen conductoren C_1 en C_2 omvatten de beide schijven links en rechts; zij zijn van spitsen voorzien, die naar de schijven gekeerd zijn en dragen beweegbare armen, eindigende in bolletjes D_1 en D_2, die

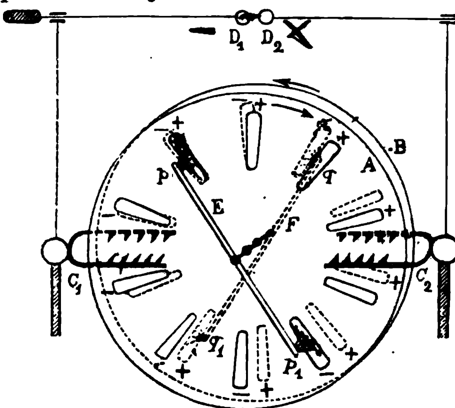


fig. 343.

[1]) Het aantal der strookjes is veel grooter dan in de figuur is aangeduid.

op verschillende afstanden van elkander geplaatst kunnen worden. Vóór de voorste schijf A en achter de achterste schijf C bevinden zich twee vaststaande schuin geplaatste conductoren E en F; de eerste draagt aan de uiteinden de uit zeer dunne metaaldraadjes bestaande borsteltjes p en p_1, de andere de borsteltjes q en q_1, waarover bij de draaiing der schijven de strookjes achtereenvolgens heenglijden.

Nadat men de bolletjes D_1 en D_2 met elkander in aanraking gebracht heeft, worden de schijven (in de richting der pijlen) gedraaid. Gewoonlijk bevinden zich op de schijven uiterst zwakke ladingen, ook al zijn deze er niet opzettelijk opgebracht, en anders ontstaan zij wel hier of daar bij de draaiing. Wij nemen aan, dat een der strookjes van de *achterste* schijf B met eene negatieve lading langs het borsteltje p (van den voorsten conductor E) gaat. Het werkt dan induceerend op E; het juist met p in aanraking zijnde strookje der voorste schijf wordt positief, het met p_1 in aanraking zijnde wordt negatief geladen. Deze strookjes behouden de verkregen ladingen, totdat zij de spitsen G_2 en C_1 voorbijgaan, en hieraan hunne ladingen afgeven. Vooraf echter zijn zij langs de borsteltjes q en q_1 van den achtersten conductor F gegaan en hebben op dezen induceerend gewerkt. Het juist met q in aanraking zijnde strookje der achterste schijf verkrijgt daardoor eene negatieve, het met q_1 in aanraking zijnde eene positieve lading; deze strookjes behouden eveneens hunne ladingen, totdat zij bij het passeeren der volgende spitsen C_1 en C_2 aan deze hunne ladingen afgeven. Is deze werking eenmaal begonnen, dan verspreidt zij zich spoedig op de naburige strookjes; immers door de induceerende werking van een geladen strookje der ééne schijf zal niet slechts dát strookje der andere schijf geladen worden, dat met een der borsteltjes in aanraking is op hetzelfde oogenblik, waarop het induceerende strookje daar voorbij gaat, maar ook die strookjes, welke de borsteltjes aanraken gedurende den tijd, dat het induceerende strookje zich nog op kleinen afstand van het borsteltje bevindt. Na korten tijd zijn op de voorste schijf alle strookjes tusschen p en C_2 positief, alle strookjes tusschen p_1 en C_1 negatief; op de achterste schijf zijn alle strookjes tusschen q en C_1 negatief, alle strookjes tusschen q_1 en C_2 positief. De negatieve ladingen der strookjes van beide schijven worden dus door de werking der spitsen op C_1, de positieve op C_2 vereenigd; zij vormen tusschen D_1 en D_2 vonken.

HOOFDSTUK III.

Het electrische veld.

I. Eigenschappen van het electrische veld.

1152. De ruimte, die zich om een enkel geladen lichaam bevindt, heet, voor zoover zich nog induceerende (electromotorische) en ponderomotorische werkingen vertoonen, een *enkelvoudig electrisch veld*. Het veld heet *positief* of *negatief*, naarmate het lichaam positief of negatief geladen is.

1153. In elk punt van een electrisch veld heeft de electrische kracht een bepaalde richting en grootte. Lijnen, welker richtingen in elk punt van het veld de richting der electrische kracht aangeven, heeten *krachtlijnen*. Eene geladen molecule, die men in een punt van het veld vrij laat, zou zich langs de krachtlijn moeten bewegen, die door dit punt gaat, mits men het gewicht der molecule en de uitwerking der traagheid kon verwaarloozen (verg. § 1100). De *richting* dezer beweging schrijft men ook toe aan de krachtlijnen; in een positief veld gaan zij van het veldvormende lichaam uit tot het oneindige; in een negatief veld loopen zij van het oneindige naar het veldvormende lichaam.

Daar eene hoeveelheid electriciteit, deel uitmakende van de lading op een geleider, alleen dan in evenwicht kan zijn, als zij van alle overige deelen der lading eene resulteerende werking ondervindt, die loodrecht op het oppervlak van den geleider gericht is, moeten alle krachtlijnen het geladen oppervlak loodrecht snijden.

Heeft het geladen lichaam den bolvorm, dan zijn de krachtlijnen rechte lijnen, die samenvallen met de verlengden der stralen (§ 1136). Bij geleiders van anderen vorm zijn de krachtlijnen in 't algemeen niet recht.

Binnen een geleider bestaat geen electrische kracht (§ 1134), dus zijn daar ook geene krachtlijnen: *het electrisch veld ligt alleen buiten den geleider*.

Een deel van het veld van zoo geringe afmetingen, dat men het

verschil in richting der krachtlijnen kan verwaarloozen, noemt men een *homogeen veld.*

1154. De kracht (in dynes) waarmede de lading van een geleider op de *eenheid* van electriciteit werkt, die zich in een punt van het veld bevindt, dient als maat voor de *intensiteit van het veld* in dat punt.

Is de veldvormende geleider bolvormig, dan is de intensiteit van het veld gemakkelijk te berekenen. Bedraagt de lading E eenheden, en de afstand van een buiten den bol gelegen punt tot diens middelpunt R cM, dan is de intensiteit van het veld in dit punt

$$H = \frac{E \times 1}{R^2} = \frac{E}{R^2} \text{ dynes;} \qquad 368$$

zij is in alle punten, die even ver van het middelpunt van den bol verwijderd zijn, even groot.

1155. Door elk punt van een electrisch veld gaat een krachtlijn, zoodat het aantal krachtlijnen oneindig groot is. Men is echter gewoon zich slechts een *beperkt aantal krachtlijnen* voor te stellen, zóó dat (gemiddeld) door elken vierkanten centimeter van een loodrecht op de krachtlijnen gebracht vlak, evenveel krachtlijnen gaan, als de intensiteit van het veld daar ter plaatse bedraagt.

Eene beschouwing, die wij hier weglaten, toont aan, dat dit mogelijk is.

In het veld van een bolvormigen geleider zijn de krachtlijnen gelijkmatig door de ruimte verdeeld. Het aantal krachtlijnen vindt men als volgt. Op den afstand van R cM van het middelpunt van den bol is de intensiteit van het veld $\frac{E}{R^2}$ dynes; evenveel krachtlijnen gaan dus door *1* cM² van een met den geladen bol concentrisch boloppervlak, dat een straal van R cM heeft. De grootte van dit oppervlak is $4 \pi R^2$ cM²; het geheel aantal krachtlijnen van het veld bedraagt dus:

$$n = 4 \pi R^2 \times \frac{E}{R^2} = 4 \pi E. \qquad 369$$

1156. Naarmate de dichtheid der lading op de oppervlaksdeelen van een geleider verschilt, zal ook de electrische kracht in de nabijheid dezer deelen, dus de intensiteit van het veld verschillen. In het algemeen zijn daarom de krachtlijnen niet gelijkmatig in het veld verdeeld; in de nabijheid van sterk gekromde of spitse

oppervlaksdeelen van een geleider liggen de krachtlijnen dichter bij elkander dan in de nabijheid van andere deelen van het lichaam.

Hoe grooter de afstand van een punt van het veld tot een veldvormenden niet-bolvormigen geleider wordt, des te minder zal de invloed zijn, dien de ongelijkmatige verdeeling der lading op de richting en de verdeeling der krachtlijnen uitoefent. Op grooten afstand van de veldvormende lading zijn de krachtlijnen regelmatig in het veld verdeeld, en zijn de vlakken, die zij loodrecht snijden, deelen van boloppervlakken. Daar de krachtlijnen ook loodrecht staan op het oppervlak van den geleider, moeten zij gekromd zijn; eene nadere beschouwing van haar loop toont aan, dat zij in de nabijheid van den geleider dichter bij elkander liggen naarmate de kromming van den geleider grooter is. In overeenstemming daarmede neemt de dichtheid der lading toe met de kromming van het oppervlak.

Gauss († 1855) heeft aangetoond, dat door het oppervlak van *elken* geleider, die eene lading van E eenheden bevat, $4\pi E$ krachtlijnen treden, terwijl door een oppervlaksdeel, welks lading e eenheden bevat, $4\pi e$ krachtlijnen treden. Is de dichtheid der lading op een klein deeltje van het oppervlak D, d. w. z. bevat 1 cM^2 van het oppervlak daar ter plaatse D eenheden, dan treden door dezen vierkanten centimeter $4\pi D$ krachtlijnen. Dit getal wijst dus ook de intensiteit van het veld aan in een punt P, dat een oneindig kleinen afstand van het bedoelde oppervlaksdeel heeft. Bevindt zich in P de eenheid van electriciteit, dan werkt de lading E van den geleider daarop met eene kracht

$$K = 4\pi D \text{ dynes.} \qquad 370$$

De werking, die een geladen geleider op een hoeveelheid electriciteit uitoefent, welke zich op een oneindig kleinen afstand van zijn oppervlak bevindt, is *alleen afhankelijk van de dichtheid der lading in het nabij gelegen oppervlaksdeel.*

Deze kracht kan men beschouwen als de resultante (som) van twee krachten, namelijk van de kracht k_1, waarmede het op oneindig kleinen afstand van P verwijderde oppervlaksdeel op de eenheid van electriciteit in P werkt, en van de kracht k_2, waarmede het overige deel der lading op P werkt. Dus is $K = k_1 + k_2$.

Denkt men zich nu de eenheid van electriciteit van P overgebracht naar een punt Q, dat binnen den geleider ligt, maar eveneens op oneindig kleinen afstand van het oppervlaksdeel met de dichtheid D, dan blijven k_1 en k_2 even groot, maar k_1 werkt nu in tegengestelde richting van k_2, zoodat de resulteerende kracht $k_2 - k_1$ wordt. Daar deze echter volgens § 1134 nul is, volgt

$$k_1 = k_2 = \tfrac{1}{2} K = 2\pi D \text{ dynes.} \qquad 371$$

De hoeveelheid electriciteit D, welke de lading op 1 cM^2 voorstelt, wordt dus door de overige lading (naar buiten) afgestooten met eene kracht

$$K_1 = 2\pi D \times D = 2\pi D^2 \text{ dynes.} \qquad 372$$

Deze kracht heet *electrostatische druk;* zij tracht de lading van den geleider te verwijderen; dit wordt verhinderd door de omringende niet-geleiders (lucht).

1157. Denkt men zich op het oppervlak van een geleider een gesloten lijntje beschreven, en door elk punt van dat lijntje eene krachtlijn gebracht, dan begrenzen al deze krachtlijnen eene buisvormige ruimte, die men *krachtbuis* noemt. Het geheele electrische veld denkt men zich in zooveel krachtbuizen verdeeld, *als het beperkt aantal krachtlijnen bedraagt*, dat men aanneemt; van elke dezer krachtlijnen stelt men zich voor, dat zij midden door eene krachtbuis loopt. Elk deel van het oppervlak van een geleider, waarop eene krachtbuis opgericht is, heeft dan steeds eene even groote lading; bij een bol bedraagt deze lading $\frac{E}{4\,\pi\,E} = \frac{1}{4\,\pi}$ eenheden. Een bundel van $4\,\pi$ krachtbuizen, eene *eenheidsbuis*, snijdt van het oppervlak een deel af, waarop de lading ééne eenheid bedraagt. — Dit geldt ook voor niet-bolvormige geleiders.

De loodrechte doorsnede eener krachtbuis is omgekeerd evenredig met de intensiteit van het veld daar ter plaatse.

1158. Brengt men eene hoeveelheid electriciteit van een punt buiten een positief electrisch veld naar een punt P van het veld, dan moet men arbeid verrichten om de afstootende electrische kracht te overwinnen. Daardoor verkrijgt deze electriciteit *potentiëele energie*. Het veld verkeert dus in een eigenaardigen electrischen toestand, waardoor het zich van de ruimte buiten het veld onderscheidt; den *graad van den electrischen toestand*, die in een punt van het veld heerscht, noemt men den *potentiaal van het veld in dit punt*. De potentiaal in een punt P van het veld kan gemeten worden door den arbeid, dien men moet verrichten, om de *eenheid van electriciteit* van een punt buiten het veld naar dit punt over te brengen. Deze arbeid wordt grooter, naarmate het punt P op dezelfde krachtlijn dichter bij den geleider ligt.

In een door eene even groote negatieve lading gevormd veld zou men bij gelijke verplaatsing evenveel arbeid winnen.

Het *potentiaalverschil* tusschen een punt P en een verder dan P van den geleider verwijderd punt Q wordt gemeten door den arbeid, dien men verrichten moet om de *eenheid* van hoeveelheid electriciteit van het punt Q naar het punt P te brengen.

1159. Voor deze verplaatsing vindt men (verg. § 1104):

1°. bij verplaatsing langs eene krachtlijn moet men in elk punt de geheele electrische kracht overwinnen;

2°. bij verplaatsing langs eene lijn, die niet samenvalt met eene krachtlijn, behoeft men slechts eene componente der electrische kracht te overwinnen;

3°. bij verplaatsing over een vlak, dat overal loodrecht staat op de richting der krachtlijnen, behoeft men geen arbeid te verrichten;

Men noemt daarom vlakken, die overal loodrecht staan op de richting der krachtlijnen, *aequipotentiale* of *niveauvlakken*. — In het veld van een bolvormigen geleider zijn de niveauvlakken concentrische bolopperlakken, waarvan de middelpunten met het middelpunt van den geladen bol samenvallen.

4°. bij verplaatsing van een punt Q tot een punt P (dat niet op dezelfde krachtlijn als Q behoeft te liggen) is de arbeid onafhankelijk van den weg, dien men volgt; hij is steeds gelijk aan den arbeid, dien men verrichten moet bij de verplaatsing langs dat stuk eener krachtlijn, dat gelegen is tusschen de niveauvlakken van Q en P.

1160. In het bijzondere geval, dat het geladen lichaam een bol is, kan de electrische potentiaal gemakkelijk berekend worden.

Nemen wij aan, dat eene lading van E eenheden zich op het oppervlak van een bol met een straal r cM bevindt. Op dezelfde wijze als dit in § 1105 voor het magnetische veld aangeduid is, bepaalt men den arbeid, die verricht moet worden, om e electrische eenheden van een niveauvlak met den straal R_1 cM te brengen naar een niveauvlak met den straal R cM (waarbij $R_1 > R$ is). Men verkrijgt:

$$A = \frac{Ee}{RR_1}(R_1 - R) = Ee\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right) \text{ ergs.} \qquad 373$$

Stelt men hierin $R_1 = \infty$ en $e = 1$, dan verkrijgt men *den potentiaal V van het veld in een punt, welks afstand tot het middelpunt van den geladen bol R cM is,*

$$V = \frac{E}{R}. \qquad 374$$

De arbeid, die verricht moet worden, om e eenheden van een punt buiten een positief veld tot een punt van het veld te brengen, waarin de potentiaal V is, bedraagt dus:

$$A = e\,V \text{ ergs;} \qquad 375$$

de arbeid, vereischt om e eenheden van een punt met den potentiaal V_1 te brengen naar een punt met den potentiaal V, bedraagt

$$A = e\,(V - V_1) \text{ ergs.} \qquad 376$$

Is het veld negatief, dan wordt evenveel arbeid gewonnen.

1161. Daar de krachtlijnen overal loodrecht op het oppervlak van een geleider staan, *is het oppervlak van elken geleider een niveauvlak* en de potentiaal in alle punten van het oppervlak even groot, onverschillig of de dichtheid der lading overal dezelfde is (bol) of niet. Men behoeft dus geen arbeid te verrichten, om eene hoeveelheid electriciteit over het oppervlak van den geleider te bewegen. Maar wegens het ontbreken eener electrische kracht binnen den geleider, behoeft ook geen arbeid verricht te worden, om eene hoeveelheid electriciteit van een punt van het oppervlak naar een punt binnen den geleider te verplaatsen. Men kan daarom den *potentiaal van den geleider* gelijkstellen aan dien van een willekeurig punt op of binnen den geleider.

De potentiaal van een bol (straal r cM), die geladen is met E eenheden van electriciteit, is gelijk aan dien op zijn oppervlak; deze bedraagt volgens formule 374

$$V = \frac{E}{r}.$$

De *electrostatische eenheid van potentiaal* is de potentiaal van een positief geladen bol (en van elken anderen geleider), als men 1 erg arbeid moet verrichten, om de eenheid van electriciteit van een punt buiten het veld op den geleider te brengen (men onderstelt hierbij, dat daardoor de lading van den geleider niet merkbaar verandert); een negatief geladen geleider heeft de (negatieve) eenheid van potentiaal, als men bij dezelfde verplaatsing 1 erg arbeid wint. Aan een „niet-electrisch" (b.v. een met de aarde verbonden) lichaam schrijft men den potentiaal *nul* toe [1]).

Brengt men een niet geladen geleider op een bepaalde plaats in een electrisch veld, dan neemt hij echter een bepaalden, voor alle punten van den geleider gelijken potentiaal aan. De loop der krachtlijnen en niveauvlakken ondergaat door de aanwezigheid van den geleider eene verandering (zie fig. 347).

1162. Zijn in twee punten B en B_1, die op zeer kleinen afstand d cM van elkander op dezelfde krachtlijn liggen, de potentialen V en V_1 (waarbij $V > V_1$), en kan men dit deel van het veld als homogeen en de verandering van potentiaal langs de kleine lijn d als gelijkmatig beschouwen, dan is op die lijn het potentiaal-

---

1) Hiermede wil men niet zeggen, dat zulk een lichaam en de aarde geen electrische lading bezitten; evenmin als men beweren wil, dat een lichaam bij de temperatuur 0° geene warmte bezit. In beide gevallen heeft men met een willekeurig gekozen nulpunt te doen. Eene absolute" meting van den potentiaal is onuitvoerbaar.

verschil per centimeter $\frac{V-V_1}{d}$. Deze waarde noemt men de *potentiaal-valling* of het *potentiaal-verval* tusschen B en B_1.

De waarde $V-V_1$ stelt den arbeid voor, dien men moet verrichten, om de eenheid van electriciteit van B_1 naar B te brengen; d is de weg. Wegens de betrekking „arbeid = kracht × weg" stelt $\frac{V-V_0}{d}$ ook de tusschen B en B_1 heerschende *electrische kracht* of de *intensiteit H van het veld* voor. — Is het veldvormende lichaam een bol, dan is dus, als B (of B_1) R cM van zijn middelpunt verwijderd is,

$$\frac{V-V_1}{d}=\frac{E}{R^2}=H. \qquad 378$$

1163. Door elk punt van het electrische veld kan men zich een niveauvlak gebracht denken. Men is echter gewoon zich slechts een *bepaald aantal niveauvlakken* voor te stellen, zóó dat de potentialen van elke twee op elkander volgende het verschil 1 hebben, en men dus 1 erg arbeid moet verrichten, om de eenheid van electriciteit in een gelijknamig veld van een niveauvlak naar het volgende, dichter bij het geladen lichaam liggende, te brengen. *Het aantal niveauvlakken wordt dus door hetzelfde getal uitgedrukt als de potentiaal van den geleider.* De onderlinge afstand tusschen twee op elkander volgende niveauvlakken is grooter, naarmate het potentiaalverval kleiner is, of de onderlinge afstand der krachtlijnen grooter is. Het binnenste niveauvlak is steeds het oppervlak van den geleider.

Als een bol (straal $r=3$ cM) geladen is met $E=24$ eenheden, dan is zijn potentiaal $V=\frac{24}{3}=8$; het veld heeft 8 niveauvlakken, waarvan de afstanden R_1, R_2, enz. tot het middelpunt van den bol gevonden worden door de vergelijkingen: $V_1=\frac{24}{R_1}=1$; $V_2=\frac{24}{R_2}=2$; enz.

In de nabijheid van sterk gekromde of spitse oppervlaksdeelen van een geleider liggen de niveauvlakken evenals de krachtlijnen dichter bij elkander dan in de nabijheid van minder gekromde deelen van het lichaam.

1164. *Vermeerdering der lading op eenen geleider heeft eene evenredige verhooging van zijn potentiaal ten gevolge.* Immers door de lading twee maal zoo groot te maken, wordt in elk punt van het veld de electrische kracht twee maal zoo groot; dus ook de arbeid, dien men verrichten moet, om de eenheid van electriciteit van een punt buiten het veld op den geleider te brengen. *De*

lading. die men aan een geleider moet geven, om zijn potentiaal = 1 te maken, heet de capaciteit van den geleider. Een geleider bezit de *electrostatische eenheid van capaciteit,* indien hij door de electrostatische eenheid van electriciteit tot de electrostatische eenheid van potentiaal geladen wordt. De capaciteit van een geleider is afhankelijk van zijne grootte en van zijn vorm.

Is E de lading en V de daardoor verkregen potentiaal van den geleider, dan is, als men zijne capaciteit door c aanduidt,

$$E = c\,V; \qquad 379$$

de lading is gelijk aan het product van capaciteit en pontentiaal.

Voor een bol (straal $= r$ cM) is $V = \frac{E}{r}$, en daar ook $V = \frac{E}{c}$ is, volgt

$$c = r; \qquad 380$$

het getal, dat de capaciteit van een bol voorstelt, is gelijk aan het getal, dat het aantal cM van zijn straal aanwijst.

Een bol van 10 cM straal vereischt dus eene lading van 10 eenheden, om den potentiaal 1 te verkrijgen.

Als twee geleiders, die verbonden zijn door een dunnen metaaldraad (welks capaciteit men mag verwaarloozen) en die dus één geleider vormen, geladen worden met E eenheden, dan verdeelen deze zich over de beide geleiders in reden van hunne capaciteiten. Immers daar beide denzelfden potentiaal verkrijgen (§ 1161), is

$$E = E_1 + E_2 = c_1\,V + c_2\,V.$$

Voor twee bollen (stralen r_1 en r_2 cM) vindt men

$$V = \frac{E_1}{r_1} = \frac{E_2}{r_2}.$$

Daar de dichtheden der ladingen uitgedrukt worden door

$$D_1 = \frac{E_1}{4\pi r_1^2} \text{ en } D_2 = \frac{E_2}{4\pi r_2^2},$$

verkrijgt men voor de verhouding der dichtheden:

$$D_1 : D_2 = \frac{E_1}{r_1^2} : \frac{E_2}{r_2^2} = \frac{r_1}{r_1^2} : \frac{r_2}{r_2^2} = \frac{1}{r_1} : \frac{1}{r_2}.$$

De dichtheden zijn dus omgekeerd evenredig met de stralen of recht evenredig met de krommingen. Dit resultaat is in overeenstemming met hetgeen de proef ons leert omtrent de dichtheden in verschillende punten van denzelfden geleider (§ 1130).

1165. Bij de lading van een geleider stoot de electriciteit, welke reeds op den geleider is, de electriciteit, welke er nog op gebracht moet worden, af. De arbeid, die dientengevolge verricht wordt, als

een geleider van de capaciteit c met E eenheden geladen wordt en daardoor den potentiaal V verkrijgt, kunnen wij op de volgende wijze vinden (verg. § 36). Wij denken ons de E eenheden in n gelijke deelen, elk van e eenheden verdeeld, zoodat $e = \frac{1}{n} E$ is. Deze n deelen brengen wij achtereenvolgens op den geleider en berekenen, met behulp van den telkens door den geleider verkregen potentiaal, den arbeid, die bij elke overbrenging verricht moet worden. Hierbij onderstellen wij aanvankelijk, dat de potentiaal *gedurende* de overbrenging van elke hoeveelheid e niet verandert, wel echter *nadat* zij overgebracht is. De volgende tabel bevat in de eerste kolom het rangcijfer der enkele hoeveelheden e, in de tweede het bedrag van den telkens verrichten arbeid en in de derde de waarde der achtereenvolgens verkregen potentialen.

rangcijfer	arbeid (form. 375)	potentiaal (form. 379)
1e	$a_1 = 0$	$v_1 = \frac{e}{c}$
2e	$a_2 = e \times v_1 = \frac{e^2}{c}$	$v_2 = \frac{2e}{c}$
3e	$a_3 = e \times v_2 = \frac{2e^2}{c}$	$v_3 = \frac{3e}{c}$
—	—	—
nde	$a_n = e \times v_{n-1} = \frac{(n-1)e^2}{c}$	$v_n = V = \frac{ne}{c} = \frac{E}{c}$

De som der hoeveelheden arbeid

$$A = \{1 + 2 + \ldots (n-1)\} \frac{e^2}{c} = \frac{(n-1)n}{2} \times \frac{e^2}{c} = \frac{(n-1)n}{n^2} \times {}^1\!/_2 \frac{E^2}{c}$$
$$= \left(1 - \frac{1}{n}\right) \times {}^1\!/_2 \frac{E^2}{c} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \times \tfrac{1}{2} EV,$$

is wegens de gemaakte onderstelling iets te klein. De uitkomst stelt echter des te nauwkeuriger den werkelijk verrichten arbeid voor, naarmate wij e kleiner en dus n grooter nemen. Dan nadert echter de factor, $\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ tot 1; dus is de *ladingsarbeid* in ergs

$$A = {}^1\!/_2 EV = \tfrac{1}{2} c V^2; \qquad 381$$

d. i. het halve product van lading en potentiaal of van capaciteit en vierkant van den potentiaal. Even groot is volgens de wet

van het behoud van arbeidsvermogen de *electrische energie van den geladen geleider.*

De electrische energie is potentiëele energie; de electriciteit verkeert in een gedwongen toestand, die slechts zoolang blijft bestaan, als de electrische energie verhinderd wordt in kinetische energie over te gaan.

1166. Zijn twee geleiders met elkander verbonden, dan kunnen zij beschouwd worden als één geleider; worden zij geladen, dan verkrijgen zij denzelfden potentiaal. Omgekeerd: als twee willekeurige geleiders, die gelijke potentialen bezitten, door een dunnen metaaldraad (welks capaciteit wij nul stellen) met elkander verbonden worden, dan wordt daardoor in hunne electrische toestanden niets veranderd; de beide ladingen bevonden zich ten opzichte van elkander in electrisch evenwicht.

Had echter de eerste geleider den potentiaal V_1 en de tweede den kleineren potentiaal V_2, dan hebben beide geleiders na verbinding een potentiaal V, die kleiner dan V_1 en grooter dan V_2 is. Er is dus electriciteit van den eersten geleider naar den tweeden verplaatst. Wij besluiten hieruit, dat de *strooming van electriciteit veroorzaakt wordt door een potentiaalverschil,* en dat deze strooming steeds plaats heeft *van een punt met hoogeren naar een punt met lageren potentiaal.*

Evenals de strooming van vloeistoffen veroorzaakt wordt door een hoogteverschil, de beweging van warmte door een temperatuursverschil, ontstaat beweging van electriciteit ten gevolge van een potentiaalverschil.

Verbindt men een niet-geladen geleider met de aarde, dan ontstaat daardoor geen verandering in zijn toestand. Dus is *de potentiaal der aarde* en van alle daarmede verbonden geleiders eveneens *nul.* — De potentiaal van een geleider is positief, als na verbinding met de aarde electriciteit van den geleider naar de aarde stroomt, negatief als electriciteit van de aarde naar den geleider stroomt.

Is de tweede geleider een electroscoop van de capaciteit c, dan zal hij opnemen $e = c(V - V_2)$ eenheden. Als de electroscoop (gedeeltelijk) door een metalen omhulsel omgeven is, dat met de aarde in verbinding staat, dan mag men aannemen, dat $V_2 = 0$ is, indien de blaadjes aanvankelijk geene afwijking vertoonden (verg. § 1182, *f*); de lading e van den electroscoop is dus evenredig met den aangenomen potentiaal V. Daar nu ook de afwijking der blaadjes afhankelijk is van de grootte der lading, zoo blijkt, dat een (met eene proefondervindelijk verdeelde schaal voorzien) electroscoop kan dienen om *potentialen te meten.*

1167. De verschijnselen in het electrische veld kan men proefondervindelijk nagaan met behulp van een electroscoop. Deze wordt zóó ver van den veldvormenden geleider verwijderd, dat eene directe induceerende werking van de lading op den electroscoop onmerk-

baar is; de knop is door een langen dunnen metaaldraad verbonden met een proefbolletje *P* (fig. 344), dat aan een isoleerend staafje bevestigd is. Brengt men het bolletje in het electrisch veld, dan neemt het eene ongelijknamige, de electroscoop eene even groote gelijknamige lading aan, die afhankelijk is van den potentiaal van het veld in het punt, waar het bolletje zich bevindt. Een holle kartonnen met bladtin beplakte kubus *K*, dien men op eene isoleerende plaat *P* geplaatst heeft, en waarvan één zijvlak verwijderd kan worden, of ook de electrische kooi kunnen als veldvormende geleider dienen. — Vervangt men het bolletje door eene vlam, dan verliest deze hare ongelijknamige lading; daardoor wordt echter de aanwijzing van den potentiaal door den electroscoop niet veranderd.

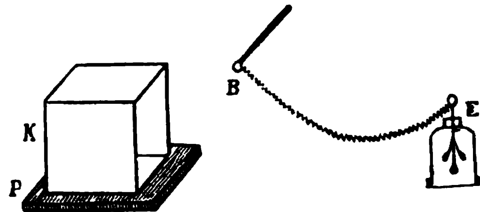


fig. 344.

Beweegt men het bolletje over de oppervlakte van den geleider, dan bewijst het feit, dat de afwijking der blaadjes steeds dezelfde blijft, de gelijkheid van den potentiaal in alle punten van het oppervlak, al is de dichtheid der lading niet overal gelijk (§ 1130). — Raakt men met het bolletje den binnenwand van den geleider aan (waar zich geene lading bevindt) of houdt men het binnen den geleider, zonder dezen aan te raken, dan blijft die afwijking even groot als bij de vorige proef; binnen den geleider is de potentiaal even groot als op het oppervlak. — Als men het bolletje van den geleider verwijdert, bewijst de kleiner wordende afwijking, dat de potentiaal van het veld kleiner wordt. Hoe meer bij de beweging van het bolletje over een bepaalden afstand de stand der blaadjes verandert, des te dichter liggen de niveauvlakken bij elkander. — Beweegt men het bolletje in het veld zóó, dat de afwijking der blaadjes niet verandert, dan heeft men het bolletje over een niveauvlak bewogen; men kan op die wijze de ligging dezer vlakken ongeveer nagaan. — Een in het veld gebrachte (niet geladen) conductor heeft, zooals door aanraking met het bolletje bewezen wordt, overal op zijn oppervlak denzelfden potentiaal, al bevat hij de beide ongelijknamige inductieladingen (verg. fig. 347.) — Aan twee dergelijke toestellen, die zoo nauwkeurig mogelijk gelijk gemaakt zijn, kan men gemakkelijk gelijke of ongelijke potentialen mededeelen (de potentialen zijn gelijk, als de afwijkingen bij beide electroscopen even groot zijn). Verbindt men nu beide door een geïsoleerden draad, dan kan men constateeren, dat bij gelijke potentialen de beide ladingen in evenwicht zijn, en dat bij ongelijke potentialen strooming van electriciteit van den geleider met hoogeren tot den geleider met lageren potentiaal plaats heeft. Was de potentiaal van den eenen geleider positief, die van den anderen even sterk negatief, dan verdwijnen na verbinding beide potentialen. — Heeft men aan twee kubussen van ongelijke grootte gelijke, maar ongelijknamige potentialen medegedeeld, dan vertoonen na de verbinding beide nog een poten-

tiaal van dezelfde soort, die oorspronkelijk de grootste kubus bezat. Bij ongelijke grootte hebben de kubussen ongelijke capaciteiten.

Den loop der krachtlijnen kan men zichtbaar maken, als men een geladen geleider in eene niet geleidende vloeistof (terpentijn) plaatst, waarin kleine vaste deeltjes (poeder van kininesulfaat) zweven; deze sluiten in de richting der krachtlijnen aan elkander.

1168. Een *samengesteld* electrisch veld wordt gevormd door de ladingen E en e van twee (of meer) op eenigen afstand van elkaar geplaatste geleiders. In het bijzondere geval, dat de beide geleiders bolvormig zijn, kunnen de intensiteit van het samengestelde veld, de loop der krachtlijnen en de ligging der niveauvlakken door berekening of door constructie gevonden worden, even als dit vroeger bij het samengestelde magnetische veld is aangeduid (§ 1107 e. v.); in 't algemeen is dit echter niet mogelijk. In elk geval gaan de krachtlijnen van positief geladen lichamen uit en eindigen op negatief geladen lichamen of in het oneindige; de intensiteit van het veld wordt bepaald door het aantal krachtlijnen, dat door 1 cM^2 van een niveauvlak treedt; de krachtbuizen begrenzen op twee geleiders oppervlakken met gelijke positieve resp. negatieve ladingen; hare doorsneden zijn omgekeerd evenredig met de intensiteiten van het veld daar ter plaatse; waar krachtlijnen en niveauvlakken het dichtst bij elkander liggen, daar is de intensiteit het grootst enz.

Fig. 345 stelt het samengestelde veld voor, dat verkregen wordt door eene positieve lading E en eene kleinere negatieve lading e. De getrokken lijnen zijn krachtlijnen; de gestippelde wijzen de ligging der niveauvlakken aan. De krachtlijnen en de niveauvlakken zijn tusschen de beide geleiders samengedrongen. Op een door O aangewezen niveauvlak is de potentiaal nul; buiten dit vlak is hij positief, daarbinnen negatief. Rechts van den negatief geladen bol ligt een punt A, waarin de intensiteit van het veld nul is.

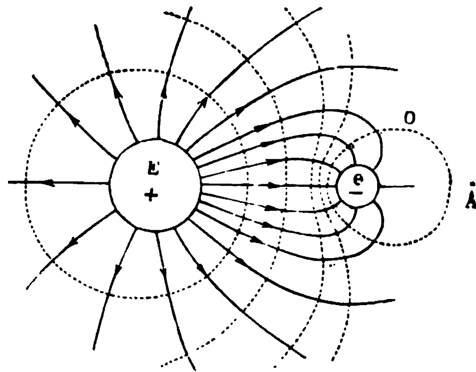


fig. 345.

Fig. 346 geeft eene voorstelling van den loop der krachtlijnen

en de ligging der niveauvlakken, als de beide ladingen E en e positief zijn. Het punt A, waarin de intensiteit van het veld nul is, ligt hier tusschen de beide geleiders.

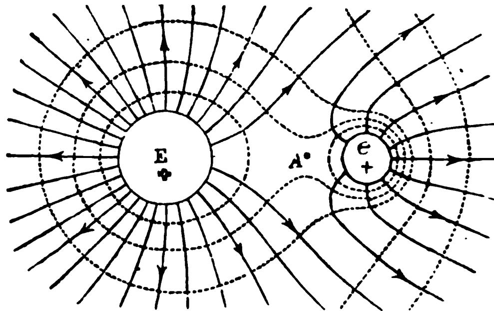


fig. 346.

Ook de ruimte, waarin een geladen lichaam A (fig. 336) inducecrend op een niet geladen geleider BC werkt, kan men als een samengesteld veld beschouwen. Verg. § 1114. In fig. 347 is de loop der krachtlijnen (getrokken lijnen) en der niveauvlakken (gestippelde lijnen) aangewezen). De geleider BC heeft overal denzelfden potentiaal, die kleiner is dan die van A; men moet zich voorstellen, dat het oppervlak van den geleider BC tot één niveauvlak behoort; de meer naar binnen gelegen niveauvlakken buigen zich om het uiteinde B, de meer naar buiten gelegen om het uiteinde C. Verbindt men den geleider BC met de aarde, dan verdwijnt het veld aan den van A afgekeerden kant (rechts van BC).

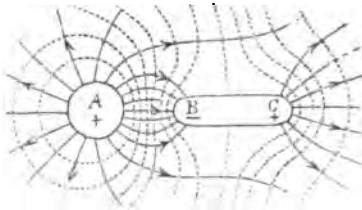


fig. 347.

Heeft men in de genoemde gevallen elk der beide lichamen, eer men ze in elkanders nabijheid brengt, met een electroscoop verbonden, dan kan men aantoonen, dat — algebraïsch genomen — de potentiaal van een geleider, dien men in een positief (negatief) veld brengt, verhoogd (verlaagd) wordt. Evengoed kan men zeggen, dat zijne capaciteit in een positief (negatief) veld kleiner (grooter) wordt.

Raakt men een in een positief (negatief) veld gebrachten geleider even aan, dan verkrijgt hij eene negatieve (positieve) lading en toch den potentiaal nul. Wordt nu de geleider buiten het veld gebracht, dan wordt zijn potentiaal negatief (positief.)

Men zal gemakkelijk vinden, dat de *potentiaal van het samengestelde veld* in een punt gelijk is aan de algebraïsche som van de potentialen der samenstellende velden in dit punt. Ligt het bedoelde punt R_1 cM van het middelpunt van den eersten bol en R_2 cM van dat van den tweeden bol, dan is de potentiaal

$$V = \frac{E}{R_1} \pm \frac{e}{R_2}, \qquad 382$$

waarin het teeken (—) voor eene negatieve lading *e* geldt.

Ook in het samengestelde veld kan men op de in § 1167 aangegeven wijze den loop der krachtlijnen zichtbaar maken.

II. Theorie van Faraday en Maxwell.

1169. De kracht, die op een in een electrisch veld geplaatst lichaam electromotorische of ponderomotorische werkingen uitoefent, kan haar zetel niet hebben in of op den veldvormenden geleider; eene werking op afstand, zonder tusschenkomst van eene tusschenliggende middelstof (het *medium*), is onmogelijk. Men is dus wel genoodzaakt, bij de vraag naar het wezen der electriciteit in het oog te houden, dat het niet-geleidende medium de electrische werkingen in het veld van deeltje tot deeltje moet overbrengen, zoodat aan het medium eene hoofdrol bij de electrische verschijnselen toekomt. — Om aan te duiden, dat de electrische werking door niet-geleiders heen kan dringen, noemde Faraday deze stoffen *diëlectrische* stoffen of *diëlectrica* (dia = door).

1170. Dat het medium invloed uitoefent op de lading van een geleider en op de electrische werkingen in het veld, blijkt uit het feit, dat de eigenschappen van het veld geheel veranderen, als men (bij gelijke lading) de lucht, waarin gewoonlijk het veld gevormd wordt, vervangt door een andere diëlectrische stof.

De werking, die twee geladen lichamen op elkander in de lucht uitoefenen, wordt geringer, als men beide lichamen in terpentijn, olie of petroleum plaatst (verg. § 1180). — De door middel van een electroscoop aangewezen potentiaal van het veld in een punt is bij gelijke grootte der veldvormende lading afhankelijk van de natuur van het medium.

1171. Faraday († 1867) en Maxwell († 1879) hebben eene voorstelling omtrent het electriseeren ontwikkeld, volgens welke de arbeid, dien men bij het laden van een geleider verrichten moet (§ 1165), *geheel als potentiëele energie van het omringende diëlectricum teruggevonden wordt* [1]). Wij zullen de beginselen dezer theorie kort bespreken, daarbij de wijze volgende, waarop de Leidsche hoogleeraar Lorentz haar uitgewerkt heeft.

---

[1]) Als analoog verschijnsel merke men op: de aan eene hoeveelheid lucht onder constanten druk toegevoegde warmte gaat (voor het grootste deel) als potentiëele energie over op de omgeving.

1172. Daar ook door eene volkomen ledige ruimte electrische werkingen overgebracht worden, komt men tot het besluit, dat de drager en overbrenger der electrische werkingen wederom de *aether* is, ook in diëlectrische stoffen. Dat de electrische verschijnselen zich in verschillende diëlectrica verschillend voordoen, schrijft men toe aan de inwerking dezer stoffen op den aether, die zich daarin bevindt.

Ook ten opzichte van het licht gedraagt zich de aether binnen de lichamen anders dan de vrije aether (in het vacuum).

1173. De genoemde natuurkundigen stelden zich de electriciteit voor onder *het beeld* eener *onsamendrukbare vloeistof*, waarvan overal, binnen en buiten de lichamen, per cM^3 *onder alle omstandigheden eene bepaalde hoeveelheid aanwezig is*, en die in geleiders gemakkelijk verplaatst kan worden, terwijl diëlectrische stoffen aan de verplaatsing een grooten weerstand bieden. Wordt door de werking eener electromotorische kracht *electrische stof op een lichaam gebracht, dan verkrijgt dit eene positieve lading; wordt electrische stof daaraan onttrokken, dan verkrijgt het eene negatieve lading.* Wegens de onsamendrukbaarheid kan echter de hoeveelheid dezer stof, die een geleider bevatten kan, niet vermeerderen of verminderen; evenveel als toegevoerd wordt, *moet* dus buiten het oppervlak van den geleider treden; evenveel als aan den geleider onttrokken wordt, moet uit de omringende ruimte in den geleider treden.

Evenals de deeltjes van elke vloeistof oefenen ook de deeltjes der electrische stof in normalen toestand drukkingen op elkander uit, die in alle richtingen even groot zijn. Door toevoer van electrische stof moet echter in den geleider eene *drukvermeerdering* ontstaan, zóo dat in eene richting *loodrecht op het oppervlak van den geleider* een grooter druk op de in het diëlectricum aanwezige stof uitgeoefend wordt. In de met het oppervlak des geleiders in aanraking zijnde laag van het diëlectricum ontstaat dus eene verplaatsing der electrische stof naar buiten, de *diëlectrische verplaatsing.* Om dezelfde reden moet bij eene negatieve lading van den geleider eene *drukvermindering* ontstaan, die eene verplaatsing der in de naburige laag van het diëlectricum aanwezige electrische stof naar den geleider ten gevolge heeft.

De hoeveelheid der electrische stof, die per cM^2 door het oppervlak van den geleider treedt, bepaalt de grootte der diëlectrische

verplaatsing daar ter plaatse. Daar wij vroeger op soortgelijke wijze de *dichtheid der lading* gemeten hebben, worden de diëlectrische verplaatsing en de dichtheid der lading door hetzelfde getal uitgedrukt.

1174. De electrische stof, die verschoven is in de laag van het diëlectricum, welke met het oppervlak van een positief geladen geleider in aanraking is, werkt nu weer verschuivend op die in de volgende laag; deze weer op die in de derde laag enz. Wegens de onsamendrukbaarheid moet de hoeveelheid der electrische stof, die in elke laag verschoven wordt, even groot zijn als de hoeveelheid, welke uit den geleider naar buiten is getreden (de lading van den geleider); het bedrag der diëlectrische verplaatsing, d. i. de *per* cM^2 eener laag verschoven hoeveelheid, wordt echter des te geringer, naarmate de laag verder van den geleider verwijderd is [1]). In elke laag wordt dus de *druk*, die de electrische stof tracht te verschuiven, kleiner naarmate haar afstand tot den geleider toeneemt; ten slotte worden de druk en de verschuiving onmerkbaar, en heeft men de (practische) grens van het electrische veld bereikt.

Een analoog geval zou men hebben, als water geperst werd in eene holle, reeds met water gevulde ruimte, die zich in eene oneindig uitgebreide geleiachtige stof bevond.

1175. De in het diëlectricum verschoven electrische stof verkeert wegens den weerstand, dien het diëlectricum aan de verschuiving biedt, in een gedwongen toestand, die zoo lang behouden blijft, als de electrische stof verhinderd wordt haar vorige plaats weer in te nemen. Zij gedraagt zich ongeveer als een gespannen veer, zooals bij de bespreking der ontlading zal blijken. Men heeft daarom de door de verschuiving opgewekte kracht, welke de verschoven electrische stof weer tracht terug te drijven, *diëlectrische veerkracht* genoemd; men neemt aan, dat zij op elk deeltje der electrische stof in tegengestelde richting met de verschuiving werkt, en dat zij *evenredig is met de grootte der verschuiving.*

1176. Om het ontstaan dezer kracht te verklaren, stelle men zich voor, dat elk *aetherdeeltje wederom uit twee bij elkander behoorende deeltjes bestaat,* waarvan het éene *aan zijne plaats in het*

[1]) Indien niet anders bepaald wordt, willen wij in de volgende beschouwingen eenvoudigheidshalve aannemen, dat de geleider bolvormig is.

diëlectricum gebonden is, terwijl het andere, dat men nu *electriciteit* zou kunnen noemen, door den druk, welke door de lading van den veldvormenden geleider veroorzaakt wordt, *ten opzichte van het eerste verplaatst kan worden. De kracht, waarmede de door de diëlectrische verplaatsing gescheiden deeltjes zich weer trachten te vereenigen, stelt de diëlectrische veerkracht voor.*

Later zal blijken, dat de diëlectrische veerkracht niet bij alle diëlectrica even groot is. Voor lucht en gassen verschilt zij niet veel van die in den vrijen aether; voor andere stoffen is zij kleiner. Hoe kleiner de diëlectrische veerkracht is, des te grooter is de diëlectrische verplaatsing, die door een bepaalden druk kan te weeg gebracht worden. Daar de metalen aan de beweging der electriciteit nagenoeg geen weerstand bieden, kan voor metalen de diëlectrische veerkracht nul gesteld worden; men moet dus aannemen, dat binnen de metalen het electrische bestanddeel van een aetherdeeltje van het andere bestanddeel kan afgetrokken worden en tot dat van het volgende aetherdeeltje kan gebracht worden, zonder dat daarbij een merkbare arbeid behoeft verricht te worden.

Evenals voor elastische werkingen neemt men bij de diëlectrische veerkracht aan, dat zij zich slechts op kleine afstanden doet gevoelen. De verschuiving der electriciteit is dus ook uiterst gering.

1177. Men zal nu gemakkelijk het verband begrijpen, dat er bestaat tusschen de drukkingen, die in de verschillende punten van het veld de verschuiving der electriciteit bewerken, en de *intensiteit* van het veld in die punten; feitelijk is de intensiteit niets anders dan de druk, die op de eenheid van electriciteit in de bedoelde punten werkt. Beide zijn omgekeerd evenredig met het vierkant van den afstand tot het centrum van het veld. De verschuiving der electriciteit heeft plaats in de richting der krachtlijnen, die overal in het veld de richting der drukkingen aangeven; de potentiaal, gemeten door den arbeid, dien men verrichten moet, om de eenheid van electriciteit van oneindigen afstand naar een punt van het veld te brengen, is evenredig met de grootte der drukkingen, die men bij deze beweging heeft moeten overwinnen. De niveauvlakken heeft men te beschouwen als vlakken, waarop de druk overal even groot is, en de krachtbuizen als ruimten van het veld, waarin door elke doorsnede, loodrecht op de krachtlijnen, evenveel electriciteit verschoven wordt, of waarin, zooals men zegt, de *electriciteitsvloeiing* gelijk is.

1178. De arbeid, dien men bij het laden van een geleider verrichten moet, kan niet als arbeidsvermogen in den geleider teruggevonden worden; immers bij de beweging van electriciteit dóór of in een geleider behoeft nagenoeg geen weerstand overwon-

nen te worden. Daarentegen verkrijgt het *diëlectricum* door de verschuiving der electriciteit *potentiëele energie*, en eene beschouwing, die wij hier achterwege laten, toont aan, *dat haar bedrag even groot is, als de arbeid, dien men bij de lading van den geleider verricht heeft.*

De potentiëele energie van het diëlectricum doet zich voor, alsof in de richting der krachtlijnen *spanningen* werken, die de krachtlijnen *trachten te verkorten* (de krachtlijnen gedragen zich als gespannen veerkrachtige draden, waardoor punten van hoogeren potentiaal met punten van lageren potentiaal verbonden zijn), en alsof loodrecht op de krachtlijnen *drukkingen* ontstaan, die de krachtlijnen van elkander *trachten te verwijderen* (de tot een niveauvlak behoorende deeltjes stooten elkander af ten gevolge van den gelijken electrischen toestand, waarin zij verkeeren). Verg. § 1119.

Deze spanningen en drukkingen zijn echter niet in alle punten eener krachtlijn even groot. Men heeft gevonden, dat haar bedrag (in dynes) in een punt eener krachtlijn evenredig is aan het arbeidsvermogen (in ergs), dat 1 cM^3 van het diëlectricum daar ter plaatse bezit; en dit is het grootst, waar de diëlectrische verplaatsing het grootst is.

Evenals alle potentiëele energie tracht het electrische arbeidsvermogen, dat in het diëlectricum zetelt, over te gaan in kinetische energie (§ 265); gebeurt dit, dan heeft eene „ontlading van den geleider" plaats (Hoofdstuk V), waardoor het electrische veld verdwijnt.

1179. Wij hebben tot nu toe slechts een positief geladen geleider beschouwd. Men geeft aan een geleider eene negatieve lading, indien men daaraan electriciteit onttrekt. De drukvermindering, die daardoor ontstaat, werkt op de enkele lagen van het diëlectricum zóó, dat het electrisch bestanddeel van een aetherdeeltje van het andere bestanddeel in de richting naar den geleider verwijderd wordt. De diëlectrische veerkracht tracht het terug te trekken en zou, als de geleider met de aarde verbonden was, electriciteit van de aarde naar den geleider „zuigen". — Is de negatieve lading even groot als vroeger de positieve, dan moet ook de diëlectrische verplaatsing en de diëlectrische veerkracht in elk punt van het negatieve veld even groot en tegengesteld gericht zijn als in hetzelfde punt van het positieve veld. Het is duidelijk, dat ook het arbeidsvermogen van het diëlectricum, bij even groote positieve en negatieve ladingen van denzelfden veldvormenden geleider, even groot is.

1180. Meet men de kracht, die twee geladen bollen op elkander uitoefenen als beide lichamen zich in lucht bevinden (b.v. door de

uitrekking eener spiraalveer, waaraan de eene bol boven den anderen opgehangen is, of op de in § 1132 besproken wijze), en herhaalt men bij gelijke ladingen en afstanden de proef, nadat de lucht door een ander diëlectricum (b.v. terpentijn) vervangen is, dan vindt men, dat de kracht in het tweede geval een zeker aantal, stel k-maal zoo klein geworden is. De waarde van k is afhankelijk van de soort van het diëlectricum, maar voor hetzelfde diëlectricum constant; men noemt k daarom de *diëlectrische constante.* Stelt men deze waarde voor lucht 1, dan is k voor bijna alle diëlectrica grooter dan 1. — Ter verklaring van dit verschijnsel neemt men aan, *dat de bij eene bepaalde diëlectrische verplaatsing opgewekte diëlectrische veerkracht in een lichaam* k-*maal zoo klein is als in lucht,* dus ook de druk, welke deze verplaatsing bewerkt. Is echter bij dezelfde lading van een geleider de electrische kracht (intensiteit van het veld) k-maal zoo klein als in lucht, dan is ook de arbeid, dien men verrichten moet, om de eenheid van electriciteit van een punt buiten het veld naar den geleider te brengen, d. i. de potentiaal van den geleider, k-maal zoo klein, en evenzoo het aantal niveauvlakken van het veld. Om dus aan den geleider *denzelfden* potentiaal te geven, dien hij in de lucht bezit, moet zijne lading k-maal zoo groot worden; m. a. w. de capaciteit van den geleider is k-maal zoo groot als in lucht.

In de volgende tabel is het electrisch veld in lucht vergeleken met dat in eene stof, waarvoor de diëlectrische constante 4 is, in de onderstelling, dat eene veldvormende lading van 36 eenheden zich op een bol met een straal van 3 cM bevindt.

	lucht ($k = 1$)	andere stof ($k = 4$)
lading	$E = 36$ eenh.	$E = 36$ eenh.
capaciteit	$c = 3$	$c = k \times 3 = 12$
potentiaal v. d. gel.	$V = \frac{36}{3} = 12$	$V = \frac{1}{k} \times \frac{36}{3} = 3$
aantal niveauvlakken	$n = 12$	$n = \frac{12}{k} = 3$
energie der lading. .	$A = \frac{1}{2} EV = 216$ ergs	$A = \frac{1}{2} EV = 54$ ergs.

Om den bol in de tweede stof tot denzelfden potentiaal als in de lucht te laden, moet de lading dus 4×36 eenheden bedragen;

de energie der lading wordt dan ook 4 maal zoo groot als in lucht, 4 $\times$ 216 of 864 ergs.

De definitie, welke wij vroeger (§ 1133) van de *eenheid van electriciteit* gegeven hebben, geldt dus alleen voor de electrische werking *in lucht*. Voor een diëlectricum met de constante k zou de definitie luiden: *eenheid van hoeveelheid electriciteit is die hoeveelheid, welke op eene even groote hoeveelheid, die zich op een afstand van 1 cM bevindt, eene kracht van* $\frac{1}{k}$ *dynes uitoefent.*

Daar geleiders kunnen beschouwd worden als diëlectrica, waarvan de diëlectrische veerkracht uiterst klein is, moet hunne diëlectrische constante als zeer groot aangenomen worden. Indien b.v. de lucht een volkomen geleider was, zou door toevoer van electriciteit op een lichaam in de lucht geene ladingsenergie kunnen verkregen worden.

Een lichaam met eene groote diëlectrische constante gedraagt zich in een electrisch veld, dat *in lucht* gevormd is, als ijzer ten opzichte van het magnetische veld; het verzamelt als het ware de electrische krachtlijnen in zich (§ 1114).

1181. In het *samengestelde* veld, gevormd door twee ongelijknamige ladingen, versterken de afzonderlijke diëlectrische verplaatsingen elkander in de ruimte tusschen de beide geleiders, terwijl zij elkander tegenwerken in de ruimten, grenzende aan die zijden der geleiders, welke van elkander afgekeerd zijn. — Wordt het veld door twee gelijknamige ladingen gevormd, dan zijn de omstandigheden juist omgekeerd. — De toestanden, die op die wijzen in een samengesteld veld ontstaan, vindt men aangewezen in de fig. 345 en 346.

1182. Wij willen nu met eenige voorbeelden aantoonen, hoe deze theorie rekenschap geeft van de ladingsverschijnselen, die wij hebben leeren kennen, en van de eigenschappen van het electrische veld, die wij daaruit hebben afgeleid.

a) *Eene lading ontstaat nooit zonder eene even groote ongelijknamige lading;* wegens de onsamendrukbaarheid der electriciteit kan geen lichaam een overmaat van electriciteit verkrijgen, zonder dat op een ander lichaam een tekort ontstaat.

b) *Mededeeling van electriciteit.* De in het diëlectricum rondom een geleider opgewekte veerkracht tracht de lading van den geleider weg te dringen, indien dit mogelijk is. Wordt de positief geladen geleider A door een metaaldraad (of ook door aanraking) met een niet-geladen geleider B verbonden, dan zal, daar in een metalen geleider de diëlectrische veerkracht nul gesteld kan worden (§ 1176), de electriciteit van A gedeeltelijk door den draad naar B geleid worden. Het diëlectricum rondom A ontspant zich, terwijl dat om

B eene spanning verkrijgt. De beweging van electriciteit door den draad houdt op, als er evenwicht verkregen is tusschen de uit het omringende diëlectricum op *A* en op *B* terugwerkende diëlectrische veerkrachten, m. a. w. als door alle oppervlaksdeelen der verbonden geleiders gelijke drukkingen op het diëlectricum uitgeoefend worden, of als de potentialen van *A* en *B* gelijk geworden zijn.

c) *De lading zetelt alleen op het oppervlak van een geleider.* Vóór en na het laden is de toestand binnen een geleider dezelfde, daar wegens de onsamendrukbaarheid der electriciteit eene op een geleider gebrachte hoeveelheid electriciteit geen uitweg naar binnen kan vinden en evenmin bij „negatieve lading" electriciteit zich van binnen naar het oppervlak kan verplaatsen [1]). Door de lading kan dus de electriciteit binnen een geleider niet vermeerderd of verminderd worden. — Maar ook binnen het omringende diëlectricum neemt men geen „ladingsverschijnselen" waar, daar op elk niveauvlak de totale diëlectrische verplaatsing resp. diëlectrische veerkracht even groot is als op het daaropvolgende niveauvlak. Nadat dus evenwicht ingetreden is, kan nergens in het veld eene *plotselinge* verandering van den electrischen toestand waargenomen worden. Zulk eene plotselinge verandering bestaat alleen *in het grensvlak* tusschen den geleider (waarin de diëlectrische verplaatsing geen weerstand ontmoet) en het diëlectricum (waar de diëlectrische veerkracht zich begint te vertoonen).

d) *Inductie.* Brengt men in het electrische veld van een geleider *A* (fig. 336) een niet geladen geleider *BC*, dan geschiedt de verschuiving van electriciteit gemakkelijker in dat gedeelte van het veld, waar *BC* ligt, dan in andere deelen. De diëlectrische verplaatsing is dus het grootst aan die zijde van *A*, welke naar *B* gekeerd is; m. a. w. aan die zijde hoopt zich de lading van *A* op. Is *A* positief geladen, dan treedt bij *B* de electriciteit van het diëlectricnm in den geleider *BC* (negatieve lading), terwijl bij *C* de electriciteit van den geleider naar buiten in het diëlectricum moet treden (positieve lading). De krachtlijnen dringen zich dus in het tusschen *A* en *B* gelegen deel van het veld samen; de

[1]) De gestippelde lijnen in fig. 336, waardoor wij positieve ladingen aanduiden, als zij buiten den geleider, en negatieve ladingen als zij binnen den geleider liggen, geven dus (op veel te groote schaal) de verschuiving aan van de electriciteit, welke tot den geleider behoort (naar buiten) en van die, welke tot het omringende diëlectricum behoort (naar binnen).

wijdte der krachtbuizen wordt daar kleiner; haar aantal is gelijk aan 4π maal het bedrag der negatieve lading van B (§ 1157); evenveel krachtlijnen gaan van C uit naar het oneindige (fig. 347).

Verbindt men BC in een willekeurig punt met de aarde, dan zal de diëlectrische verplaatsing bij C opgeheven worden, daar de diëlectrische veerkracht electriciteit naar de aarde drijft. Geen krachtlijnen gaan meer van C uit naar het oneindige. De diëlectrische verplaatsing bij B wordt echter grooter, daar zij geene tegenwerking meer ondervindt van de zijde van C. De geleider BC is (bij een potentiaal nul) negatief geladen; de getalwaarde van het bedrag zijner lading is echter kleiner dan die van A, omdat niet alle van A uitgaande krachtlijnen op BC terecht komen. Hoe kleiner de afstand tusschen A en B is, des te grooter zal de negatieve lading van BC worden.

Men zal zonder moeite kunnen nagaan, hoe het verschijnsel van inductie dient verklaard te worden bij negatieve lading van A.

e) *Inductie op een geheel omhullenden geleider.* Bevindt zich een positief geladen geleider A binnen eene gesloten electrische kooi B, dan moeten *alle* van A uitgaande krachtlijnen den binnenwand der kooi *loodrecht* treffen; evenveel electriciteit, als de lading van A bedraagt, dringt door den binnenwand der kooi, en evenveel treedt door den buitenwand weer in de lucht. *De geïnduceerde lading is dus even groot als de induceerende.* — De verdeeling van het veld tusschen A en B in krachtbuizen hangt af van den vorm der geleiders en (hoofdzakelijk) van de plaats, die A in B inneemt. Immers daar de daling van den potentiaal op alle tusschen A en B loopende krachtlijnen even groot is, zoo is het potentiaalverval, de daling per cM, het grootst op de kortste krachtlijnen. Hier zijn dus ook de krachtbuizen het nauwst, en de diëlectrische verplaatsing het grootst. De lading van A en de negatieve lading op den binnenwand der kooi zijn dus het dichtst op die deelen der geleiders, welke den kleinsten afstand van elkander hebben. — Daarentegen is de verdeeling van het veld buiten de kooi in krachtbuizen niet afhankelijk van de plaats, die A binnen de kooi inneemt; de gelijknamige inductie-lading op den buitenwand der kooi kan zich door de aanwezigheid der lading van A en der ongelijknamige inductie-lading op den binnenwand der kooi niet anders gedragen dan eene evengroote hoeveelheid electriciteit,

die van buiten op de kooi gebracht is; in het veld buiten de kooi zijn de diëlectrische verplaatsing en de oppervlaksdichtheid het grootst, waar de uit den buitenwand in de lucht tredende lading den gemakkelijksten uitweg vindt.

Verbindt men *A* geleidend met den binnenwand der kooi, dan drijft de druk in *A* electriciteit door den verbindenden draad naar *B* en vult daar het „tekort" aan. Het diëlectricum in de ruimte tusschen *A* en *B* ontspant zich; de diëlectrische veerkracht brengt dus overal in die ruimte het electrisch bestanddeel van elk aetherdeeltje wederom bij het daarbij behoorende andere bestanddeel. Het potentiaalverschil tusschen *A* en *B* en daarmede het veld binnen de kooi verdwijnen; op den buitenwand blijft echter de verschuiving der electriciteit bestaan; de kooi heeft de lading van *A* „overgenomen." — Dat het veld buiten de kooi door het verdwijnen der ladingen van *A* en van den binnenwand der kooi niet verandert, bewijst dat het volumen der electrische stof (binnen de kooi) hetzelfde blijft, onverschillig of de beide bestanddeelen der aetherdeeltjes van elkander verwijderd of met elkander verbonden zijn; dit is echter alleen mogelijk als de electrische stof *onsamendrukbaar* is.

De verklaring dezer verschijnselen bij eene negatieve lading van *A* laten wij aan den lezer over.

f) *Aantrekking en afstooting.* De aantrekking tusschen ongelijknamig geladen geleiders is eene werking van de spanningen, die de krachtlijnen, welke van den eenen naar den anderen geleider loopen, trachten te verkorten; de afstooting tusschen de gelijknamig geladen geleiders wordt veroorzaakt door de spanningen der krachtlijnen, welke van de van elkander afgekeerde zijden der geleiders naar het oneindige loopen (verg. fig. 330); hierbij dient men de aetherdeeltjes, die aan de buitenste grens der velden liggen, en waarbij geene scheiding in een electrisch en een ander bestanddeel plaats heeft, als vaste punten te beschouwen. Ook de drukkingen, die naburige krachtlijnen op elkander uitoefenen, en waardoor zij zich van elkander trachten te verwijderen, verklaren reeds de afstooting. — Evenzoo stooten de blaadjes van een geladen electroscoop elkander af tengevolge van de spanningen en drukkingen der van de blaadjes uitgaande en naar de wanden van den toestel loopende krachtlijnen; is de electroscoop niet geladen, of zijn de potentialen van blaadjes

en wanden even groot [1], dan gaan ook geen krachtlijnen van de blaadjes uit; van afstooting kan dus geen sprake zijn.

De aantrekking van lichte, niet geladen voorwerpen (vlierpitbolletjes) door een geladen geleider berust op inductie. De diëlectrische verplaatsing is in de ruimte tusschen de beide lichamen grooter dan achter het lichte voorwerp; daardoor worden ook de spanningen der krachtlijnen, welke de beide lichamen verbinden, grooter dan de spanningen der van het lichte voorwerp naar het oneindige loopende krachtlijnen.

1183. De theorie van Faraday en Maxwell eischt niet noodzakelijk, dat er slechts één electriciteit bestaat; men kan haar ook, zooals door eenige natuurkundigen in den laatsten tijd, bijv. Lodge, gedaan is, ontwikkelen in de onderstelling dat er twee verschillende electriciteiten zijn; men zou deze dan moeten beschouwen als twee tegengestelde toestanden, waarin de aether bij de electriseering gebracht of gesplitst wordt, en moeten aannemen, dat de ongelijknamige electriciteiten door de werking eener electromotorische kracht in tegenovergestelde richtingen verschoven worden.

---

1) Een met de aarde verbonden (niet geladen!) electroscoop bezit wel electriciteit evenals de aarde, ofschoon wij den potentiaal nul noemen (§ 1161). Eene afwijking kunnen de blaadjes echter niet vertoonen, zoolang zij denzelfden potentiaal hebben als de omgeving.

HOOFDSTUK IV.

De condensator.

1184. Een toestel, samengesteld uit twee geleiders, die op geringen afstand van elkander geplaatst zijn, en die gescheiden zijn door eene niet geleidende stof, heet *condensator* (verdichter). Als men een der geleiders (A) met eene electriciteitsbron van constanten potentiaal (conductor eener electriseermachine) en den anderen B met de aarde verbindt, dan blijkt namelijk, dat A veel meer electriciteit moet opnemen, om tot den potentiaal der electriciteitsbron te worden geladen, dan bij afwezigheid van B het geval zou zijn. Wij zullen de theorie van den condensator nagaan in de onderstelling, dat de beide geleiders holle concentrische bollen (fig. 348) met stralen r_1 cM en r_2 cM zijn ($r_1 < r_2$), en dat het tusschen de oppervlakken gelegen diëlectricum lucht is.

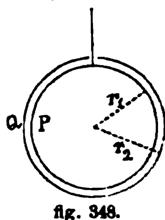


fig. 348.

1185. Door eene kleine opening in den buitensten, *niet geïsoleerden* bol Q wordt een metaaldraad gestoken, die den binnensten bol P in verbinding brengt met de electriciteitsbron, waarvan de potentiaal standvastig op V gehouden wordt. De potentiaal van Q blijft dus nul; de potentiaal van P wordt gelijk aan V en blijft dit ook na verwijdering van den draad. Het electrisch veld is beperkt tot de ruimte tusschen de beide boloppervlakken. Is de lading van P positief, dan loopen in de genoemde ruimte de krachtlijnen van P naar Q. De potentiaal daalt dus van V tot nul langs de krachtlijnen, wier lengte slechts $(r_2 - r_1)$ cM bedraagt, terwijl bij afwezigheid van Q die daling langs de in het oneindige loopende krachtlijnen zou plaats hebben. Hoe korter de krachtlijnen bij een bepaald potentiaalverschil worden, des te grooter is het potentiaalverval, des te meer bedraagt dus de diëlectrische verplaatsing en des te grooter moet de lading van P zijn.

1186. Is de lading, die P zoodoende verkrijgt, E positieve eenheden, dan is die van Q evenveel negatieve eenheden (§ 1142 en 1182, e). De potentiaal van P kan dus worden voorgesteld door

$$V = \frac{E}{r_1} - \frac{E}{r_2} = E\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = E\left(\frac{r_2 - r_1}{r_1\,r_2}\right). \qquad 383$$

Daar $V = \frac{E}{c}$ is, wordt dus de capaciteit van P voorgesteld door

$$c = \frac{r_1\,r_2}{r_2 - r_1}. \qquad 384$$

Deze waarde stelt blijkbaar de hoeveelheid electriciteit voor, vereischt om den geleider P tot den potentiaal 1 te laden, als de geleider Q den potentiaal nul heeft; men noemt haar de *capaciteit van den condensator.*

Door de aanwezigheid van Q wordt dus de capaciteit van P, die anders $= r_1$ zou zijn, *vergroot* (verg. § 1168, 5[de] alinea). Stellen wij $r_2 - r_1 = d$ en bij benadering $r_1\,r_2 = r_1^2$, dan blijkt uit de formule

$$c = \frac{r_1^2}{d} = \frac{4\,\pi\,r_1^2}{4\,\pi\,d} = \frac{O}{4\,\pi\,d}, \qquad 385$$

dat de capaciteit van P evenredig is met zijn oppervlak (O) *en omgekeerd evenredig evenredig met den afstand d der geleiders.*

De lading, die de binnenste bol aanneemt, kan men uitdrukken door

$$E = c\,V = \frac{O\,V}{4\,\pi\,d} \text{ eenheden}, \qquad 386$$

en zijn electrisch arbeidsvermogen door

$$A = \tfrac{1}{2}\,E\,V = \frac{O\,V^2}{8\,\pi\,d} \text{ ergs}. \qquad 387$$

Is $r_1 = 10$ cM en de constante potentiaal $= 5$, dan verkrijgt P, bij afwezigheid van Q, eene lading $e = c\,V = r_1\,V = 10 \times 5 = 50$ eenheden, die een arbeidsvermogen van $\frac{1}{2}\,e\,V = \frac{1}{2} \times 50 \times 5 = 125$ ergs vertegenwoordigen. — Is Q aanwezig ($r_2 = 11$ cM), dan wordt $c = \frac{10 \times 11}{11 - 10} = 110$; de lading van P zou dan bedragen: $E = c\,V = 110 \times 5 = 550$ eenheden, en het electrisch arbeidsvermogen $A_1 = {}^1/_2\,E\,V = {}^1/_2 \times 550 \times 5 = 1375$ ergs. — Verwijdert men na de lading den buitensten bol weer, dan wordt de capaciteit van P op nieuw gelijk $= 10$, dus zijn potentiaal $V = \frac{E}{c} = \frac{550}{10} = 55$.

1187. Bestaat een condensator uit twee even groote platen P en Q, die op kleinen afstand (d cM) evenwijdig tegenover elkander zijn geplaatst, dan staat verreweg het grootste aantal der kracht-

lijnen loodrecht op de platen; alleen aan de randen der platen zijn de krachtlijnen gekromd. Deze laatsten mogen wij verwaarloozen, als de middellijnen der platen zeer groot zijn ten opzichte van haren onderlingen afstand d; in dit geval kunnen wij de platen beschouwen als deelen van boloppervlakken met zeer groote stralen en de formules 385, 386 en 387 onmiddellijk toepassen.

Is b. v. het oppervlak van elke plaat 1 M^2, de onderlinge afstand 1 cM, de potentiaal van een der platen 5 en van de andere nul, dan is de capaciteit $c = \frac{10000}{4\pi \times 1}$; de lading $E = \frac{50000}{4\pi \times 1}$ eenheden en het electrisch arbeidsvermogen $A = \frac{10000 \times 5^2}{8\pi \times 1}$ ergs.

1188. Vervangt men de lucht tusschen P en Q door eene stof met de diëlectrishe constante k, dan zal *bij gelijk potentiaalverschil* V tusschen P en Q, de diëlectrische verplaatsing en de dichtheid der lading op P k-maal zoo groot worden (§ 1180). Noemen wij de capaciteit van P in dit geval c_1; dan is zijne lading

$$E_1 = k\,E = c_1\,V, \qquad 388$$

en daar bij den „luchtcondensator" $E = c\,V$ is, zoo volgt:

$$c_1 = k\,c; \qquad 389$$

de capaciteit van den condensator is (onder overigens gelijke omstandigheden) *evenredig met de diëlectrische constante der stof, die zich tusschen de geleiders bevindt.*

Waren in de voorbeelden van § 1186 en § 1187 de ruimten tusschen de geleiders met paraffine ($k = 2,3$) gevuld, dan zouden de capaciteit, de lading en het electrisch arbeidsvermogen 2,3 maal zoo groot zijn.

1189. Meestal wordt als condensator gebruikt de *Leidsche flesch*, een cilindrisch vat van flintglas, dat op eenigen afstand van den rand binnen en buiten met bladtin beplakt is. Door de stop van het glas is een koperen staaf gestoken, die beneden door veerende metaaldraden met het „binnenbekleedsel" in verbinding staat en aan haar boveneinde een knop draagt. Men laadt de flesch, waarvan men het „buitenbekleedsel" aanraakt of met de aarde verbindt, door den knop in verbinding te brengen met een geleider van constanten potentiaal V (conductor eener electriseermachine): het buitenbekleedsel verkrijgt dan eene negatieve lading, terwijl zijn potentiaal nul blijft.

Voor de Leidsche flesch — en voor alle condensatoren, waarbij

de (overal gelijke) afstand d der beide geleiders klein is ten opzichte van de kromtestralen der beide oppervlakken O — gelden bij benadering de formules

$$c = \frac{k\,O}{4\,\pi\,d}, \qquad 390$$

$$E = \frac{k\,O\,V}{4\,\pi\,d}, \qquad 391$$

$$A = \frac{k\,O\,V^2}{8\,\pi\,d}. \qquad 392$$

Verbindt men n gelijke Leidsche flesschen „naast elkander", d. w. z. alle binnenbekleedsels onderling, alle buitenbekleedsels onderling en een daarvan met de aarde, dan verkrijgt men eene *electrische batterij*, waarvan de capaciteit en de lading (bij gelijken potentiaal) gelijk zijn aan n-maal de capaciteit resp. de lading van ééne flesch.

Cunaeus te Leiden (1745) wilde water in eene flesch electriseeren door een koperen staafje, dat in het water reikte, met den positief geladen conductor eener electriseermachine in aanraking te brengen. De hand, waarmede hij de flesch vasthield, vormde het buitenbekleedsel, het water het binnenbekleedsel. Toen hij met de andere hand het staafje uit het water wilde nemen, stroomde de op den binnenwand der flesch opgehoopte lading door zijn lichaam naar den buitenwand; hij gevoelde daarbij een hevigen schok. Het opzien, door dit feit teweeggebracht, heeft aan een op soortgelijke wijze ingerichten condensator den naam von Leidsche flesch verschaft.

1190. Het electrisch veld eener Leidsche flesch is nagenoeg beperkt tot de door het glas ingenomen ruimte; alle het buitenbekleedsel treffende krachtlijnen gaan uit van het binnenbekleedsel; de overige van het binnenbekleedsel uitgaande krachtlijnen zijn gering in aantal en gaan door de lucht naar het oneindige. De positieve lading van het binnenbekleedsel is dus iets grooter dan de negatieve van het buitenbekleedsel. Verg. § 1142, kleine letters.

Als men door middel van een met isoleerende handvatten voorzienen metaaldraad (*ontlaadtang*) het binnenbekleedsel P (potentiaal V) met het buitenbekleedsel Q (potentiaal nul) eener Leidsche flesch in verbinding brengt, dan stroomt de lading van P door den draad naar Q. Deze electriciteitsbeweging is een gevolg van de diëlectrische veerkracht, die hoofdzakelijk in het glas opgewekt is. Q verliest daardoor zijne negatieve en P zijne positieve lading; men zegt dat de flesch *ontladen* is, ofschoon bij isoleering der flesch het verschil der ladingen van P en Q zich over beide bekleedsels en den draad verdeelt.

De bij de ontlading optredende electrische vonk wordt later besproken.

Het zal duidelijk zijn, dat men aan het binnenbekleedsel ook eene negatieve lading kan geven, door met den knop den negatief geladen conductor eener electriseermachine aan te raken. De potentiaal van het binnenbekleedsel wordt dan — V; hij is kleiner dan die van het buitenbekleedsel, welke nul is. — Men kan ook den knop in de hand nemen en aan het buitenbekleedsel door aanraking een positieven of negatieven potentiaal mededeelen. Men moet dan echter de geladen flesch op een isoleerend vlak plaatsen, omdat anders bij het neerzetten eene ontlading door het lichaam van den proefnemer zou plaats hebben.

1191. Is eene op de gewone wijze geladen flesch geïsoleerd opgesteld, dan kan men haar *gedeeltelijk ontladen*, door om beurten het binnenbekleedsel P en het buitenbekleedsel Q aan te raken. Bij de eerste aanraking van het binnenbekleedsel stroomt door de werking van de in het glas opgewekte diëlectrische veerkracht een deel zijner lading naar de aarde; de potentiaal van het binnenbekleedsel wordt nul. Hierdoor zal de diëlectrische verplaatsing in het glas (die van het binnen- naar het buitenbekleedsel gericht was) minder worden, en dientengevolge zal uit de omringende lucht electriciteit door het oppervlak van het buitenbekleedsel dringen; er ontstaat een nieuwe evenwichtstoestand, waarin het buitenbekleedsel eene negatieve lading en een negatieven potentiaal bezit. Alle van P uitgaande krachtlijnen loopen nu naar Q; terwijl ook uit de omgevende lucht nog krachtlijnen naar Q loopen; de lading van Q is dan sterker dan die van P. Raakt men thans het buitenbekleedsel aan, dan stroomt electriciteit uit de aarde naar het buitenbekleedsel, en wordt zijn potentiaal nul. Deze maakt de diëlectrische verplaatsing binnen het glas nog geringer, enz. De lading van den toestel wordt dus hoe langer hoe kleiner.

Aan de buitenkanten der verticaal gestelde platen van een plaatcondensator zijn vlierpitbolletjes bevestigd. Raakt men die plaat aan, waarbij het bolletje afwijkt, dan valt dit neer, terwijl het andere gaat afwijken.

1192. Volgens de beschouwingen van Faraday zetelt het door de lading eener Leidsche flesch opgewekte electrische arbeidsvermogen niet op de bekleedsels, maar in het diëlectricum; de lading „dringt in het glas.” Men kan dit aantoonen met behulp eener flesch, waarvan de beide uit koperblik vervaardigde bekleedsels los zijn, zoodat zij van het glas kunnen verwijderd worden. (*Leidsche flesch met losse bekleedsels*). Neemt men na lading der flesch het glas met het binnenbekleedsel uit het buitenbekleedsel en daarna (met behulp van een geïsoleerden draad) het binnen-

bekleedsel uit het glas, dan vertoonen beide bekleedsels nagenoeg geen lading. Nadat de flesch weder in elkaâr gezet is, kan men door ontlading aantoonen, dat zij nog geladen is.

1193. Laat men, na het binnenbekleedsel eener geladen flesch eenige oogenblikken met het buitenbekleedsel in geleidend verband gebracht te hebben, de flesch gedurende korten tijd aan zich zelf over, dan blijkt, dat een gedeelte der lading in de flesch teruggebleven is; men noemt dit verschijnsel *nawerking* der flesch. De in (den aether binnen) het glas opgewekte spanning schijnt niet in eens geheel opgeheven te kunnen worden. — Is het diëlectricum tusschen twee condensatorplaten gasvormig, dan vertoont zich dit verschijnsel niet.

1194. Men maakt van condensatoren gebruik:

1°. om groote hoeveelheden electriciteit op betrekkelijk kleine oppervlakken te verzamelen; m. a. w. de capaciteit van een geleider te vermeerderen.

In het voorbeeld van § 1186 zou een enkele bol, die bij gelijken potentiaal de lading van den binnensten bol P bevatte, een straal moeten hebben van

$$r = (c =) \frac{E}{V} \text{ d. i. } \frac{550}{5} = 110 \text{ cM.}$$

2°. om het bestaan van ladingen van een geringen potentiaal aan te wijzen (*electroscoop met condensator*).

Men vervangt den knop van een electroscoop door eene vlakke koperen plaat, en plaatst daarop eene even groote aan den onderkant geverniste en aan een isoleerend staafje bevestigde plaat. Raakt men de onderste plaat met een tot geringen potentiaal V geladen lichaam aan, terwijl men de andere plaat met den vinger aanraakt, dan wordt de eerste plaat tot een bepaalden potentiaal, kleiner dan V, geladen. Verbreekt men nu de aanrakingen, en heft men daarna de bovenste plaat op, dan verkrijgen beide platen potentialen, die (afgezien van het teeken) grooter zijn. De goudblaadjes vertoonen sterkere afwijking, dan zij zouden verkregen hebben, als men het geladen lichaam direct met den knop van den electroscoop in aanraking had gebracht.

3°. Om een geleider gedurende langen tijd geladen te houden.

Men verbindt den geleider met het binnenbekleedsel eener niet geïsoleerde, geladen Leidsche flesch. Het verlies, dat de geleider wegens onvoldoende isolatie of door convectie zou ondergaan, wordt voor een groot gedeelte weer hersteld door toevoer van electriciteit van het binnenbekleedsel.

HOOFDSTUK V.

Ontladingsverschijnselen in diëlectrische stoffen.

1195. Vermindert men den onderlingen afstand van twee geleiders, die tot verschillende potentialen geladen zijn, of vermeerdert men, terwijl de afstand gelijk blijft, het verschil in de waarde der potentialen (in beide gevallen wordt het potentiaalverval sterker!), dan komt er een oogenblik, waarop de druk, die de diëlectrische verplaatsing bewerkt, niet meer door de opgewekte diëlectrische veerkracht kan in evenwicht gehouden worden. De (in de verschillende diëlectrica verschillende) „grens der diëlectrische veerkracht" wordt overschreden; het verband tusschen het electrische en het andere deeltje van een aetherdeeltje wordt verbroken, zóó dat het electrische deeltje van één aetherdeeltje tot het andere, niet-electrische deeltje van een volgend aetherdeeltje overgaat. Er heeft dus een werkelijke *overgang van electriciteit* plaats, waarbij het diëlectricum doorbroken wordt. Daardoor wordt het verschil in de waarde der beide potentialen kleiner; het door de lading aan het omringende dilectricum medegedeelde arbeidsvermogen vermindert, en het aequivalent van het verloren arbeidsvermogen vindt men terug in de mechanische, calorische en andere werkingen, die zich bij de ontlading vertoonen. Daar zich hierbij lichtverschijnselen voordoen, spreekt men van een *electrische vonk*.

Het is duidelijk, dat ook eene electrische vonk kan ontstaan tusschen een geladen lichaam en een aanvankelijk niet geladen geleider, waarop het eerste induceerend werkt.

Ontlading van een geleider door onvoldoende isolatie (§ 1122) en door mededeeling aan de luchtmoleculen (§ 1131 en 1143) laten wij hier buiten beschouwing.

1196. De afstand waarop eene vonk „overspringt," heet de *slagwijdte*. Onder gelijke omstandigheden zal bij dezelfde slagwijdte telkens eene vonk overspringen, als het verschil der potentialen op beide geleiders hetzelfde bedrag bereikt. Verbindt men den tot

het binnenbekleedsel eener niet geïsoleerde Leidsche flesch behoorenden knop met den conductor eener electriseermachine, en is het buitenbekleedsel in verbinding met een tweeden knop, dien men op bepaalden afstand van den eersten knop kan plaatsen, dan heeft tusschen de beide knoppen *zelfontlading* plaats, zoodra de flesch door de machine eene bepaalde lading verkregen heeft. In het aantal zelfontladingen der flesch heeft men dus eene betrekkelijke maat voor de hoeveelheid electriciteit, die de machine geleverd heeft. Eene aldus ingerichte Leidsche flesch heet daarom *maatflesch* (Lane). Zie *M* in fig. 349.

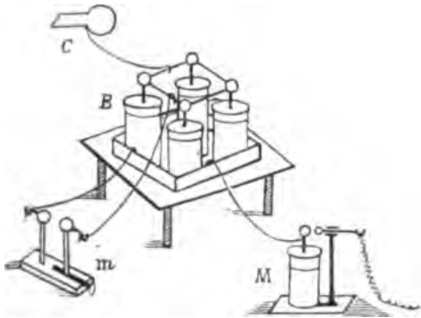


fig. 349.

Om de slagwijdte nauwkeurig te meten verbindt men de beide geleiders, tusschen welke de overgang van electriciteit zal plaats hebben, met twee op isoleerende zuiltjes geplaatste bolletjes, *electroden* (hodos = weg) genaamd, en laat tusschen deze de vonk overspringen. Den onderlingen afstand der bolletjes kan men met behulp eener micrometerschroef regelen en meten. Deze toestel *m* (fig. 349) heet *vonkenmicrometer*; de electrode, van waar de electriciteit in het diëlectricum overgaat, heet *anode* (anodos = weg naar boven), die, bij welke zij het diëlectricum weer verlaat, heet *kathode* (kathodos = weg naar beneden).

1197. Om na te gaan, van welke omstandigheden de slagwijdte afhankelijk is, verbindt men den conductor *C* (fig. 349) eener electriseermachine met het binnenbekleedsel eener op een *isoleerbankje B* geplaatste batterij van eenige gelijke Leidsche flesschen, terwijl het buitenbekleedsel verbonden wordt met het binnenbekleedsel eener niet geïsoleerde maatflesch *M*. Verder zijn het buitenbekleedsel en het binnenbekleedsel der batterij nog verbonden met de electroden van den vonkenmicrometer *m*. Draait men nu de machine, dan zal de batterij na elke zelfontlading der maatflesch eene vermeerdering van lading ontvangen hebben gelijk aan de lading, die de zelfontlading der maatflesch veroorzaakte. Nadat een zeker aantal zelfontladingen der maatflesch heeft plaats

gehad, brengt men de electroden van den micrometer zóó dicht bij elkaar, dat de batterij zich daartusschen ontlaadt; of men laat den afstand der electroden onveranderd, en telt het aantal zelfontladingen der maatflesch, dat overeenkomt met *ééne* zelfontlading der batterij op den micrometer. Men vindt op deze wijze, dat de *slagwijdte:*

1°. *afhankelijk is van het potentiaalverschil tusschen de electroden.*

Verkrijgt men na *n* zelfontladingen der maatflesch ééne zelfontlading der batterij, als deze uit twee flesschen bestaat, dan verkrijgt men *bij dezelfde slagwijdte* na *2 n* zelfontladingen der maatflesch eene zelfontlading der batterij, als deze uit vier flesschen bestaat. De vonk is in het laatste geval echter helderder (dikker) dan in het eerste.

Vergroot men den afstand der electroden, dan wordt het aantal zelfontladingen der maatflesch voor ééne zelfontlading der batterij grooter. Er bestaat echter geene evenredigheid tusschen het potentiaalverschil en de slagwijdte; men moet daarom de met bepaalde potentiaalverschillen overeenkomende slagwijdten proefondervindelijk bepalen; zulke uitkomsten kunnen dan weer dienen, om eene ruwe bepaling van het potentiaalverschil door middel van de slagwijdte te verkrijgen.

2°. *afhankelijk is van den vorm en de grootte der electroden.*

Door verandering van vorm en grootte der electroden verandert bij hetzelfde potentiaalverschil de slagwijdte. De grootste slagwijdte verkrijgt men als de anode spits eindigt, terwijl de kathode eene plaat is.

3°. *afhankelijk is van de soort van het diëlectricum.*

Lascht men twee vonkenmicrometers naast elkander tusschen de op eenigen afstand van elkander verwijderde knoppen D_1 en D_2 eener Holtz'sche machine (fig. 341) in, zóó dat de electriciteit den eenen of den anderen weg kan volgen, en heeft men het eene paar electroden in lucht, het andere in waterstof of lichtgas geplaatst, dan moet men den afstand der laatstbedoelde electroden grooter maken dan dien der andere, wil men de electriciteit even dikwijls in deze gassen als in de lucht doen overspringen. — In vloeibare en vaste diëlectrica is bij een bepaald potentiaalverschil de slagwijdte kleiner dan in gassen.

4°. *afhankelijk is van de dichtheid van het diëlectricum.*

Plaatst men beide micrometers in lucht, maar verdunt of verwarmt men de lucht tusschen de electroden van een der toestellen, dan blijkt daar de slagwijdte grooter te zijn, dan in de niet verdunde lucht. In een volkomen luchtledig en in zeer sterk verdichte gassen gaat geen electriciteit over. — Eigenaardige verschijnselen, die van het gewone voorkomen eener electrische vonk afwijken, doen zich voor bij ontlading in buizen, welke zeer verdunde gassen bevatten (*Geissler'sche* en *Crookes'sche buizen*). Wij zullen deze bij de behandeling der Galvanische Electriciteit bespreken.

1198. Brengt men, nadat eene ontlading eener batterij heeft plaats gehad, de electroden van den vonkenmicrometer dichter bij elkander, dan verkrijgt men bij een bepaalden afstand daarvan

nogmaals eene ontlading, bij verdere nadering eene derde, enz. Er gaat dus bij eene vonk niet zooveel electriciteit over, dat eene volledige ontlading plaats heeft; de hoeveelheid, die overblijft, de *rest der lading*, is afhankelijk van de draden, staven, enz., welke de geladen geleiders met de electroden verbinden. Hoe grooter daarin de weerstand voor de beweging der electriciteit is, des te grooter is de rest der lading.

De rest der lading kan bepaald worden, door het aantal zelfontladingen der maatflesch te vergelijken, dat voor de eerste en dat voor de volgende zelfontladingen der batterij vereischt wordt. Zijn deze getallen b.v. 12 en 10, dan wordt de batterij door toevoer van 10 hoeveelheden weer even sterk geladen, als bij den eersten keer door 12 hoeveelheden; bijgevolg is de rest der lading $\frac{12-10}{12} = {}^1/_6$ der geheele lading [1]. — Kan men bij benadering aannemen, dat de slagwijdten evenredig zijn met de potentiaalverschillen, dus ook met de ladingen derzelfde batterij, dan kan men de rest bepalen door de slagwijdte, waarbij de tweede vonk overspringt, te vergelijken met de slagwijdte bij het overspringen van de eerste vonk.

1199. Laat men de electriciteit tusschen de beide knoppen van de (niet met Leidsche flesschen verbonden) conductoren eener Holtz'sche machine overgaan, dan vertoonen zich bij geringen afstand der knoppen tegelijkertijd vele violetkleurige gebogen lijnen. Daarbij verneemt men een sissend geluid. Wordt de afstand grooter, dan ziet men aanvankelijk slechts eene enkele meer heldere lijn, later vertakkingen, die van beide knoppen schijnen uit te gaan[2]. — Verbindt men elk der beide conductoren met het binnenbekleedsel eener Leidsche flesch, terwijl de buitenbekleedsels van beide flesschen met elkander of met de aarde verbonden zijn, dan heeft eerst overgang van electriciteit plaats, nadat de flesschen tot op eene slagwijdte, gelijk aan den afstand der knoppen, geladen zijn (§ 1147). Het aantal vonken wordt kleiner, de vonk echter wordt krachtiger; zij vertoont zich als eene heldere witte zigzaglijn, en is vergezeld van een flinken knal. — Den *gebroken vorm* der vonk meent men te

1) Hierbij dient nog in aanmerking te worden genomen, dat ook bij de maatflesch alle volgende zelfontladingen minder toevoer van electriciteit eischen dan de eerste. Bij de proeven in § 1197 en 1198 kan deze omstandigheid echter verwaarloosd worden, als men de grootte en de slagwijdte der maatflesch slechts gering neemt.

2) De vorm der vertakkingen is voor beide electroden verschillend. — Laat men uit een geleider een vonk slaan op een harskoek, en bestrooit men vervolgens den koek met lycopodiumpoeder, dan hecht dit aan de geladen deeltjes van den koek en doet eveneens vertakkingen zien (*Lichtenberg'sche figuren*). Deze verschillen naarmate de geleider positief of negatief geladen was.

kunnen verklaren door de aanwezigheid van stofdeeltjes in de lucht. Worden deze door inductie electrisch, dan kan daardoor in eene bepaalde richting de diëlectrische verplaatsing gemakkelijker worden dan in andere richtingen. — Het spectroscopisch onderzoek van de *kleur* der vonk toont aan, dat zij samengesteld is uit de kleur van het lichtend gas, waardoor de ontlading plaats heeft, en de kleur der gloeiende dampen van het metaal, waaruit de electroden bestaan. Naarmate de lengte der vonk grooter of kleiner wordt, zal de eerste of de tweede kleur overheerschend zijn.

1200. Verlicht men in een donker vertrek eene snel ronddraaiende, in afwisselend zwarte en witte sectoren verdeelde schijf door eene electrische vonk, dan schijnt de schijf stil te staan; *de duur der vonk* is te kort, om in dien tijd de schijf eene merkbare beweging te kunnen laten maken. — Als men eene vonk, die tusschen twee verticaal onder elkaar geplaatste electroden overspringt, bekijkt in een spiegel, die om eene verticale as een zeer groot aantal omwentelingen per seconde volbrengt, dan ziet men niet eene enkele lichtende lijn, maar een zijdelings uitgetrokken band, die des te langer is, naarmate de duur der vonk grooter is. Vormt het beeld b. v. een boog van 20°, dan is de duur der vonk even lang als de tijd, waarin de spiegel 10° draait. Maakt deze nu 500 omwentelingen per seconde, dan volgt daaruit, dat de duur $\frac{10}{360 \times 500}$ sec. is.

1201. Toen Feddersen dergelijke onderzoekingen verrichtte, kwam hij tot de ontdekking, dat de vonk, meestal een vrij samengesteld verschijnsel is; is de weerstand in de draden, welke de geleiders met de electroden verbinden, groot (lang vochtig koord), dan bestaat elke vonk uit een reeks van ontladingen, die te snel op elkander volgen, om afzonderlijk waargenomen te kunnen worden. Feddersen vond namelijk, dat de uitgetrokken lichtband, dien men als het beeld der vonk waarneemt, bestaat uit eene reeks van evenwijdige lichtende lijntjes, waarvan elk eene afzonderlijke vonk vertegenwoordigt; *intermitteerende* (onderbroken) *ontlading*. De aanvankelijk op de electroden aanwezige electriciteit heeft zich nl. reeds ontladen, eer de op de geleiders zich bevindende lading (wegens den grooten weerstand der draden) de electroden kan bereiken. Dat een der volgende vonkjes nog kan overspringen, nadat

door het overspringen der voorgaande het potentiaalverschil tusschen de electroden verminderd is, wordt daaraan toegeschreven, dat door het uit elkander slaan de dichtheid der lucht vermindert, zoodat elk vonkje bij een kleiner potentiaalverschil dezelfde slagwijdte kan behouden, Is het potentiaalverschil voldoende gedaald, dan houdt het overspringen van de afzonderlijke vonkjes op; hetgeen dan nog op de geleiders aanwezig is, hebben wij als rest der lading leeren kennen.

Een ander verschijnsel vertoonde zich, als de weerstand der verbindingsdraden zeer klein was. Ook nu was het beeld der vonk uitgerekt, maar het bestond uit strepen, die afwisselend ongelijke lichtsterkte aan de beide uiteinden vertoonden, hetgeen Feddersen door eene *oscilleerende* (schommelende) *ontlading*, een herhaald heen- en weer-stroomen der electriciteit tusschen de beide geleiders of bekleedsels, verklaarde. Bij het eerste vonkje gaat van den geleider met den hoogsten potentiaal tot den anderen meer electriciteit over dan noodig is, om het electrisch evenwicht te herstellen. De tweede geleider verkrijgt nu een hoogeren potentiaal dan de andere, en het overspringen herhaalt zich nu in omgekeerde richting enz. Het verschijnsel komt overeen met de schommelingen, die eene vloeistof in de beenen eener U-vormige buis zal maken, indien men een hoogteverschil der beide vloeistofspiegels voortbrengt en daarna de vloeistof aan zich zelve overlaat.

In overeenstemming hiermede is het feit, dat na de ontlading eener Leidsche flesch de beide bekleedsels ladingen kunnen vertoonen, die ongelijknamig zijn met de oorspronkelijke; ook in de U-vormige buis kan, als de beweging der vloeistoffen plotseling onderbroken wordt, de vloeistof lager staan in dat been, waarin zij eerst hooger stond. — Eene enkele oscillatie is van uiterst korten duur, soms minder dan $^1/_{1000000}$ seconde.

1202. De *overgang der electrische energie in andere energievormen* bij de ontlading kan het best met behulp eener machine van Holtz of Wimshurst nagegaan worden.

Mechanische werkingen. Lucht wordt uit elkaar geslagen (daardoor ontstaat de knal); karton en glas worden doorboord; eene ontlading binnen water, dat zich in een glazen vat bevindt, doet meestal het glas springen. Vervluchtiging van dun goudblad. Losrukken van deeltjes van de oppervlakte der electroden.

Calorische werkingen. Ontploffing van knalgas, ontsteking van zwavelaether, van buskruit. Heeft eene krachtige ontlading binnen

zwavelpoeder plaats, dan wordt op den weg, door de electriciteit gevolgd, eene buis gevonden, die uit aan elkaar gesmolten zwaveldeeltjes bestaat.

Chemische werkingen, die direct door de ontlading verkregen worden, kunnen slechts ontledingen zijn; secundair kunnen ook verbindingen ontstaan. Vorming van ozon.

Physiologische werkingen. Het overslaan van eene vonk op het lichaam veroorzaakt een pijnlijk gevoel, alsof het lichaam met een scherp voorwerp gestoken werd. Gaat de ontlading van een condensator door het menschelijk lichaam, dan gevoelt men een schok, die bij groot potentiaalverschil en bij sterke lading hevig en schadelijk kan worden.

Magnetische en *electrische* (inductie-) werkingen zullen in de leer der Galvanische Electriciteit besproken worden.

Indien geene andere overgangen plaats hebben, treedt voor het verloren electrisch arbeidsvermogen steeds warmte op. De electrische energie eener lading ($\frac{1}{2}$ EV ergs) zou, als zij geheel in warmte overging, evenveel absolute calorieën voortbrengen of 0,000000024 $\times$ $\frac{1}{2}$ EV G-cal. (§ 767).

1203. Dat de *bliksem* eene electrische ontlading is, heeft Franklin († 1760) het eerst aangetoond. Bij het naderen van een onweerswolk liet hij een vlieger, waaraan een zuigspits verbonden was, omhoog gaan. Hij kon uit het geïsoleerd bevestigde koord, nadat dit door den regen geleidend was geworden, vonken verkrijgen; deze vonken waren een gevolg van de inductie door de geladen wolk op den toestel uitgeoefend. Men kan door meting van den potentiaal op verschillende hoogten (verg. § 1207, slot) aantoonen, dat de lucht bij helderen hemel positief geladen is, terwijl zich bij condensatie van den waterdamp in de lucht plotselinge en sterke storingen in het „electrische veld der aarde" vertoonen. — Hoe echter de geweldige ladingen ontstaan, die den bliksem kunnen voortbrengen, weet men niet.

De bliksem springt over tusschen twee wolken of tusschen eene wolk en de aarde. De ontlading kan plaats hebben, als deze ongelijknamig geladen lichamen elkander tot op de slagwijdte naderen, maar ook tengevolge der inductie, die een geladen lichaam op een niet geladen uitoefent. Of zich de electriciteit daarbij van de wolk naar de aarde beweegt of omgekeerd, zou men alléén kunnen zeggen, indien men wist, welk der lichamen den grootsten potentiaal bezit.

1204. De photographie toont aan, dat de *vorm* van den bliksem geheel overeenkomt met den vorm eener electrische ontlading tusschen electroden met een zeer groot potentiaal-verschil. Op de photographieën vertoonen zich boomvormige vertakkingen. — Worden bij een onweer de wolken verlicht zonder dat men den eigenlijken bliksem ziet (en den donder waarneemt), dan spreekt men van *weerlicht*. — Een andere zeldzaam voorkomende en nog altijd raadselachtige vorm van den bliksem is de *bolbliksem*, een lichtende kogel, die zich met betrekkelijk geringe snelheid door de lucht en over de aarde beweegt, en bij het uiteenspatten somtijds aanzienlijke verwoestingen aanricht.

Bij sterke ladingen van den dampkring neemt men nu en dan in het donker lichtende pluimen waar, die uit kanten en spitsen van lichamen in de lucht stroomen. *St. Elmus-vuur.*

Den *duur* van den bliksem kan men bepalen, door bij nacht de omwentelingssnelheid eener in witte en zwarte sectoren verdeelde schijf zoo hoog op te voeren, dat zij bij verlichting door den bliksem smalle grijze sectoren tusschen de witte en de zwarte vertoont. De duur van den bliksem is dan gelijk aan den tijd, dien de schijf behoeft voor de wenteling van zooveel graden als een der grijze sectoren bevat. Uit dit aantal graden en het aantal omwentelingen der schijf per seconde kan men dan den duur van den bliksem berekenen, die meestal zeer gering is, somtijds echter het bedrag van éénе seconde nabij schijnt te komen.

De *donder* ontstaat door trillingen der lucht, die door den bliksem uit elkander geslagen is en weêr in de verdunde ruimte dringt. Het aanzwellen en rollen van den donder is een gevolg van het feit, dat men op hetzelfde oogenblik het geluid kan vernemen van verschillende punten der gekronkelde en vertakte baan van den bliksem. — Naarmate het tijdsverloop tusschen het zien van den bliksem en het hooren van den donder grooter is, is de baan van den bliksem verder van ons verwijderd. Stellen wij de voortplantingssnelheid van het geluid gelijk aan 33300 kines, en nemen wij aan, dat de donder 3 seconden na een bliksemslag begint en 5 seconden duurt, dan zijn het meest nabij gelegen en het verst verwijderde punt van de baan des bliksems respectievelijk op afstanden gelijk 3×333 en 8×333 M van den waarnemer verwijderd. Schat men nu nog het aantal booggraden, dat de bliksem

beschrijft, dan kan men de lengte van den bliksem bij benadering daaruit afleiden. Deze bedraagt meermalen vele kilometers.

Daar het niet aannemelijk is, dat de lichamen, tusschen welke de bliksem overspringt, potentiaalverschillen hebben overeenkomende met zulk eene aanzienlijke slagwijdte, onderstelt men, dat tusschen het begin- en het eindpunt van den bliksem wolkjes aanwezig zijn, waarop eene naderende wolk induceerend werkt. De bliksem zou dus beschouwd moeten worden als eene aaneenschakeling van verschillende ontladingen. *Flikkerbuis.*

1205. De uitwerkingen van den bliksem zijn dezelfde, welke op kleinere schaal de electrische vonk veroorzaakt. Geleiders van voldoende doorsnede worden door het inslaan van den bliksem niet beschadigd; niet-geleiders worden verbrijzeld en verwoest.

De bliksem volgt den weg, waarop hij den minsten weerstand ontmoet. Om dus niet door den bliksem getroffen te worden, moet men zich niet ophouden in de nabijheid van geleiders of half-geleiders, die eene gebrekkige verbinding met den grond hebben (vochtige muren, regenpijpen, schoorsteenen, boomen, hooioppers enz.) Gevaarlijk is het op een vlak terrein, waar men het hoogste punt vormt.

Om gebouwen, schepen, enz. tegen vernieling door den bliksem te beschermen, dient de door Franklin aangegeven *bliksemafleider*, eene koperen of ijzeren staaf (gevlochten draad), die beneden door eene groote metalen plaat met den vochtigen grond (gas- of waterleidingsbuizen) in verbinding is, en tot op eenige hoogte boven het gebouw uitsteekt. De weerstand, dien de afleider aan de beweging der electriciteit biedt, moet overal zoo gering zijn, dat de bliksem, die den geleider treft, om tot de aarde te geraken niet op het gebouw zelf overspringt. De spits, waarin men het hoogste punt van den afleider laat eindigen, moet als zuigspits werken, om eene onweerswolk te ontladen; toch heeft men deze werking der spits zeer overschat. — Bij het inslaan van den bliksem in een afleider kan de electrische evenwichtstoestand in naburige geleiders door inductie verstoord worden, waardoor de zoogenaamde *terugslag* ontstaat, die onder bepaalde omstandigheden gevaarlijk is en tot de vorming van vonken aanleiding kan geven. — Ook bij een afleider met uitmuntende geleiding is het wegens de zoogenaamde *zelfinductie* van den geleider, die wij later zullen leeren kennen, nog mogelijk, dat vonken van den geleider op de omgeving overspringen.

HOOFDSTUK VI.

Metingen.

1206. De *meting van den potentiaal* van een geleider geschiedt met behulp van den *absoluten electrometer van Thomson* (Lord Kelvin). Aan den arm B (fig. 350) eener balans is eene lichte cirkelvormige metalen plaat P door middel van drie geleidende draden opgehangen; een tegenwicht aan den anderen arm A houdt de plaat P in evenwicht. Aan den standaard S, waarop het juk rust, is een breede metalen ring R in horizontalen stand iets lager dan de plaat P bevestigd. De opening van den ring is zóó groot, dat bij daling van den arm B de horizontaal blijvende plaat juist daardoor heen kan gaan. Al deze deelen zijn van metaal, zoodat P en R, al raken zij elkander niet, toch in geleidend verband met elkander en met de aarde zijn. Onder P en R bevindt zich op een isoleerend statief een tweede horizontale plaat Q, die grooter is dan P, en die door middel van eene micrometerschroef op een nauwkeurig te meten afstand van den ring R kan geplaatst worden. — Men bepaalt eerst het gewicht p gram, dat men op de plaat P moet plaatsen, om ze juist ter hoogte van den ring R in evenwicht te houden. Daarna verwijdert men het gewicht weer en laat men de plaat Q door aanraking met den geladen geleider diens potentiaal V aannemen. De plaat Q trekt nu de plaat P, waarvan de potentiaal nul is, aan; door haar hooger of lager te stellen brengt men onder den invloed van hare aantrekkende werking de plaat P juist weer ter hoogte van den ring R; men weet dan, dat de kracht waarmede P door Q wordt aangetrokken, p gram of $p \times 981{,}2$ dynes is.

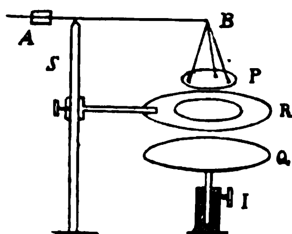


fig. 350.

slechts langzaam afneemt (§ 1194, 3). Ook nu blijft de naald hare plaats behouden, als namelijk de beide quadrantenparen denzelfden potentiaal hebben. Verbindt men echter de quadranten *1* en *3* met den geleider, welks positieven of negatieven potentiaal men wil meten, en de quadranten *2* en *4* met de aarde, dan maakt de naald eene draaiing naar rechts of naar links, totdat het koppel, dat op de naald werkt, evenwicht maakt met de torsie in den draad *D*. Men kan aantoonen, dat het moment van het koppel evenredig is met den potentiaal der naald en met het verschil der potentialen van de beide quadrantenparen. Houdt men nu den potentiaal der naald bij alle metingen constant — hetgeen gemakkelijk geschiedt door den draad *B* met een der polen van een galvanisch element (zie Hoofdstuk VII) te verbinden — dan is de gevraagde potentiaal evenredig met het moment van het koppel en, bij kleine hoeken van afwijking, met deze hoeken zelf. De hoeken worden bepaald door „spiegelaflezing" (§ 864, *f*). — Eene met behulp van den absoluten electrometer proefondervindelijk verdeelde schaal geeft de waarde van den potentiaal in electrostatische eenheden.

Gevoeliger wordt de toestel, als men den metaaldraad, waaraan de naald bebevestigd is, vervangt door twee cocondraden, waaraan de naald „bifilair" wordt opgehangen.

Men kan met dezen toestel ook het verschil tusschen de potentialen van twee geleiders meten; de eene wordt dan met de quadranten 1 en 3, de andere met 2 en 4 verbonden.

Ook de nieuwere *electroscopen* (Braun, Kolbe, Exner) kan men, na ze van eene empirische schaal voorzien te hebben, tot electrometers maken, waardoor potentialen bij benadering gemeten kunnen worden. Naarmate hunne gevoeligheid grooter of kleiner is, kunden zij dienen om kleinere of grootere potentialen te meten.

Om b.v. den potentiaal van het veld der aarde te meten brengt men het uiteinde van een langen draad, die met de aluminiumblaadjes van den electroscoop van Exner verbonden is, in de vlam eener kaars, die door middel eener isoleerende stang op de gewenschte hoogte geplaatst wordt. De electroscoop neemt dan den potentiaal aan, dien het veld ter plaatse van de vlam bezit (§ 1167).

1208. De *meting der capaciteit* geschiedt op analoge wijze als de meting der warmte-capaciteit. Een tot den potentiaal V_1 geladen geleider van bekende capaciteit c_1 (b.v. een bol, waarvan het aantal eenheden der capaciteit door hetzelfde getal wordt uitgedrukt als het aantal cM van den straal) brengt men door middel van een dunnen draad, welks capaciteit verwaarloosd kan worden.

in verbinding met een anderen niet geladen geleider, waarvan men de capaciteit c_2 wil kennen. De capaciteit der verbonden geleiders is de som van c_1 en c_2. Heeft het geheel na verbinding den potentiaal V aangenomen, dan gelden de betrekkingen

$$E = c_1 V_1,$$
$$E = (c_1 + c_2) V,$$
$$c_2 = \frac{c_1 (V_1 - V)}{V}.$$

Brengt men den tot een onbekenden potentiaal V_1 geladen bol in verbinding met een electrometer, dan nemen beide den potentiaal V aan, die door den electrometer wordt aangewezen. Men verbreekt nu de verbinding, ontlaadt den electrometer, en verbindt den bol opnieuw met den electrometer. De potentiaal der verbonden lichamen wordt nu kleiner, bijv. V'. Uit deze gegevens kan men de capaciteit van den electrometer berekenen.

Had de tweede geleider vóór de verbinding den potentiaal V_2, dan vindt men zijne capaciteit c_2 door de vergelijkingen

$$E_1 = c_1 V_1,$$
$$E_2 = c_2 V_2,$$
$$c_1 V_1 + c_2 V_2 = (c_1 + c_2) V.$$

Is de potentiaal van een der lichamen en, wat dan ook mogelijk is, de potentiaal V der verbonden lichamen negatief, dan komen deze potentialen in de formule met het negatieve teeken voor.

De verbindingsdraad moet *lang* zijn, om de onderlinge inductie te vermijden, en *dun*, om zijn capaciteit te kunnen verwaarloozen. Overigens kan men de capaciteit van den draad door eene afzonderlijke proef vinden, als men den draad, na hem tot een bekenden potentiaal geladen te hebben, met een electrometer van bekende capaciteit verbindt.

Men heeft condensatoren van bekende capaciteit vervaardigd; deze kunnen als „meetwerktuigen" bij de bepaling der capaciteit van andere geleiders of condensatoren dienen.

1209. De *bepaling der hoeveelheid electriciteit* (*lading*) komt neer op de vermenigvuldiging der waarden van den potentiaal en van de capaciteit van een geleider volgens de formule $E = c V$.

1210. De *meting der diëlectrische constante eener stof* geschiedt met behulp van twee gelijke plaatcondensatoren, waarbij de onderlinge afstand der platen bij beide condensatoren even groot is; het diëlectricum is bij den eenen lucht, bij den anderen de stof, waarvan men de diëlectrische constante wil bepalen. Is de capaciteit

van den eersten (lucht-)condensator c, dan is die van den tweeden kc (form. 389). Heeft men den eersten tot den potentiaal V_1 geladen en verbindt men hem met den tweeden, welks potentiaal nul is, dan heeft men, als de potentiaal der verbonden condensatoren $= V$ gevonden wordt:

$$E = c V_1 \text{ en}$$
$$E = (c + kc)\, V;$$
$$k = \frac{c\,(V_1 - V)}{c\,V} = \frac{V_1 - V}{V}.$$

De diëlectrische constante bedraagt voor paraffine 2 — 2,3; eboniet 3,2; zwavel 4; verschillende glassoorten 6 — 10.

HOOFDSTUK VII.

Galvanische stroomen. Galvanometers.

I. Contactwerking. Elementen.

1211. *Contact-theorie van Volta.* Toen wij vonden, dat een geladen geleider overal denzelfden potentiaal heeft, hebben wij stilzwijgend aangenomen, dat de geleider overal uit dezelfde stof bestaat. Nu merkte Volta († 1827) bij de verklaring van een door Galvani (1792) waargenomen verschijnsel op, dat twee metalen, die met elkaâr in aanraking zijn, steeds *een standvastig potentiaalverschil* vertoonen, onverschillig of men ze al of niet geladen heeft. Men zoekt dit verschijnsel te verklaren door aan te nemen, dat *de deeltjes van ongelijksoortige geleiders verschillende aantrekkende werkingen op de electriciteit uitoefenen.* Men stelt zich dan voor, dat in de aanrakingsplaats eene *electromotorische kracht* werkt, die aan het eene metaal electriciteit onttrekt en naar het andere electriciteit toevoert. De potentiaal van het tweede metaal wordt daardoor hooger dan die van het eerste; er ontstaat een evenwichtstoestand, als de electrische veerkracht van het medium de verdere beweging der electriciteit belet. *Op elk der metalen afzonderlijk is de potentiaal overal even groot*; *hij verandert plotseling in de aanrakingsplaats* (*potentiaalsprong*). — Als *eenheid van electromotorische kracht* neemt men de kracht aan, welke in een contactplaats de eenheid van potentiaalverschil voortbrengt.

Daar het verkregen potentiaalverschil zeer gering is (tusschen zink en koper b. v. ongeveer 0,003 electrostatische eenheden), legt men, om het aan te toonen, glad geslepen platen van de beide metalen, die met isoleerende handvatsels voorzien zijn, op elkander; de platen raken elkander in enkele punten aan en vormen verder een luchtcondensator, waarvan de capaciteit door de uiterst geringe dikte der luchtlaag zeer groot is. Trekt men de platen van elkaar, dan worden hare capaciteiten veel kleiner, dus hare potentialen veel grooter. Deze grootere potentialen meet men met behulp

van eenen gevoeligen electrometer. — Men kan ook uit beide platen een condensator maken, door ze te scheiden door een dun laagje vernis of een dun glasplaatje; met behulp van een geïsoleerden metaaldraad, van dezelfde stof als een der platen, brengt men beide platen een oogenblik met elkander in aanraking.

Zijn in de combinatie zink-koper beide metalen geïsoleerd, dan is de potentiaal van zink + 0,0015, die van koper — 0,0015. Wordt het koper met de aarde verbonden, dan is de potentiaal van het zink + 0,003; wordt het zink met de aarde verbonden, dan is de potentiaal van het koper — 0,003.

Evenals metalen gedragen zich ook koolstof en eenige metaalverbindingen.

Ook het electriseeren door wrijving tracht men als contactwerking te verklaren.

1212. De uitkomsten van een groot aantal onderzoekingen zijn:

1°. *Het potentiaalverschil tusschen twee metalen is bij eene bepaalde temperatuur alleen afhankelijk van de soort der metalen* (dus niet van het aantal contactpunten).

2°. *Alle metalen kunnen in eene reeks gerangschikt worden, zóó dat elk metaal in aanraking met een der volgende metalen een hoogeren en in aanraking met een der voorgaande metalen een lageren potentiaal dan dit metaal verkrijgt. Electromotorische reeks.* Zulk eene reeks is: zink, lood, tin, ijzer, koper, zilver, platina, kool.

3°. *Wet der potentiaalverschillen. Zijn A, B, C, D, E, enz. op elkander volgende metalen dezer reeks, dan is het potentiaalverschil tusschen twee willekeurige metalen (b.v. A en D) gelijk aan de som der potentiaalverschillen van alle combinaties van twee metalen, die tusschen het eene en het andere metaal ingelascht kunnen worden* (*A* en *B*, *B* en *C*, *C* en *D*). Uit deze wet volgt: *het potentiaalverschil tusschen twee metalen is even groot als zij rechtstreeks of als zij door tusschenkomst van een of meer metalen met elkander in aanraking gebracht worden.* Het verbindende metaal behoeft in de electromotorische reeks niet tusschen de verbonden metalen te liggen.

Men kan dus de te onderzoeken metalen aan elkander soldeeren.

4°. *Zijn in eene reeks van verschillende metalen, die elkander achtereenvolgens raken, het eerste en het laatste van dezelfde soort, dan zijn hunne potentialen* (bij gelijke temperatuur van alle contactplaatsen) *even groot.* Verbindt men beide door middel van een draad, dan kan daarin *geene strooming* van electriciteit plaats hebben; in eene gesloten keten van metalen is de algebraïsche som van alle electromotorische krachten nul.

Men denke zich de keten doorgesneden, zóo dat de verkregen uiteinden uit hetzelfde metaal bestaan.

1213. Ook bij contact van metalen met *vloeistoffen*, die het karakter van een zuur of van een zout hebben, of bij contact van twee dier vloeistoffen onderling, ontstaan potentiaalverschillen. Deze vloeistoffen onderscheiden zich echter in twee opzichten van de vaste geleiders: 1°. zij kunnen geene plaats vinden in de electromotorische reeks; *zij volgen de wet der potentiaalverschillen niet*; 2°. *zij worden bij den doorgang van electriciteit ontleed.*

Eene vloeistof kan b.v. door contact met een van de metalen der reeks een negatieven potentiaal verkrijgen, terwijl zij door contact met een *hooger* in de reeks geplaatst metaal een positieven potentiaal verkrijgt.

1214. Plaatst men twee verschillende metalen in eene vloeistof, b.v. zink en zilver in verdund zwavelzuur, en bevestigt men aan elk der in de vloeistof geplaatste metalen een koperdraad, dan blijkt, indien men de koperdraden met de quadrantenparen van den electrometer van Thomson verbindt, dat in de combinatie koper-zink-zwavelzuur-zilver-koper de uiteinden een potentiaalverschil bezitten, ofschoon zij uit hetzelfde metaal bestaan. Dit is een gevolg van het feit, dat de vloeistoffen de wet der potentiaalverschillen niet volgen. Binnen elke der stoffen, waaruit de reeks bestaat, is de potentiaal overal dezelfde; in de grenslagen tusschen elke twee stoffen verandert de potentiaal plotseling. De algebraïsche som van al deze potentiaalsprongen, d. i. de *electromotorische kracht der combinatie*, brengt een even groot potentiaalverschil aan de uiteinden voort.

Twee verschillende metalen met de (geleidende) vloeistof, waarin zij gedompeld zijn, vormen een *galvanisch element* of eene *galvanische cel*; de uit de vloeistof uitstekende deelen der metalen heeten *polen*; de pool met den hoogsten potentiaal is de *positieve*, die met den laagsten potentiaal de *negatieve*. Het potentiaalverschil (e) der polen is standvastig; is de positieve (negatieve) pool met de aarde verbonden, dan wordt de negatieve (positieve) potentiaal der andere pool (afgezien van het teeken) even groot als het potentiaalverschil; is het element geïsoleerd, dan heeft de positieve pool den potentiaal $^1/_2\, e$, de negatieve den potentiaal $- \, ^1/_2\, e$. — De waarde van het potentiaalverschil is, vergeleken met die, welke men met eene Leidsche flesch of eene electriseermachine kan verkrijgen, uiterst gering.

De grootte van het potentiaalverschil tusschen de polen van een element is bij eene bepaalde temperatuur alleen afhankelijk van de soort der metalen en vloeistoffen, waaruit het element bestaat, niet van de grootte of den vorm der geleiders.

Men kan ook elk der metalen in eene afzonderlijke vloeistof dompelen, mits men de beide vloeistoffen door eenen poreusen wand van elkander scheidt; daardoor wordt aanraking der vloeistoffen zonder vermenging mogelijk.

1215. Verbindt men de beide polen van een element door een metaaldraad, dan maakt men van het *open element* een *gesloten*. Er stroomt aanvankelijk electriciteit van de positieve pool in het daarmede verbonden uiteinde van den draad, terwijl van het andere uiteinde van den draad electriciteit overgaat op de negatieve pool. Hierdoor wordt de diëlectrische veerkracht van het medium rondom de polen kleiner, zoodat de electromotorische kracht opnieuw electriciteit in de grenslagen der stoffen in beweging kan brengen. Maar de ladingen, welke de uiteinden van den draad verkregen hebben, veroorzaken eveneens diëlectrische verplaatsingen in het omgevende medium; de daardoor opgewekte diëlectrische veerkracht drijft de electriciteit in den draad van de positieve pool weg en zuigt ze naar de negatieve pool toe. Ten slotte wordt een blijvende toestand geboren, waarbij door de *gesloten keten* voortdurend electriciteit stroomt; de potentiaalsprongen in de grenslagen der stoffen, die het element vormen, blijven behouden, terwijl in de geleiders (vaste lichamen en vloeistoffen), die de keten vormen, de potentiaal voortdurend daalt in de richting, waarin de electriciteit bewogen wordt, d. i. in den draad van de positieve naar de negatieve pool en in het element van de negatieve naar de positieve pool. De daling van den potentiaal in de *geheele* keten is dan gelijk aan de algebraïsche som der potentiaalsprongen in de contactplaatsen, of aan de *electromotorische kracht* der cel. Wegens de onsamendrukbaarheid der electriciteit moet de hoeveelheid, die door elke doorsnede van den draad, van de vloeistof en van de metalen binnen het element gaat, even groot zijn; men heeft een gelijkblijvenden *galvanischen stroom*. — De stroom staat in nauw verband met de chemische veranderingen in het element; kunnen deze niet meer plaats hebben, dan houdt de stroom op. (Zie hoofdstuk X).

Rondom de deelen, waaruit de keten samengesteld is, bestaat dus een electrisch veld, dat wij *electrodynamisch* kunnen noemen, om het te onderscheiden van het *electrostatische* veld, veroorzaakt door de geleiders eener open keten; de eigenschappen van dit veld zullen wij echter hier niet nagaan.

Het potentiaalverschil in twee punten eener stroombaan (doorsneden eener keten) kan men bepalen door deze punten met de beide quadrantenparen van den electrometer van Thomson te verbinden. Evenzoo kan men door middel van een minder gevoeligen electrometer (Braun) de potentialen in de punten

van een lang (op geïsoleerde statieven rustend) snoer meten, waarvan de uiteinden met de twee elkander niet aanrakende knoppen D_1 en D_2 eener werkende Holtz'sche machine (fig. 341) verbonden zijn. Is bij den eenen knop de potentiaal V, dan is hij bij den anderen — V; op de helft van het (overal even dik) snoer is de potentiaal nul.

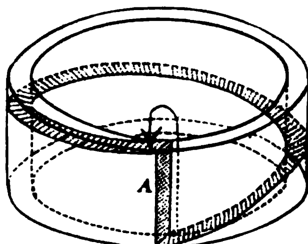


fig. 352.

Men vergelijke de strooming der electriciteit in eene gesloten keten met de strooming van water onder de volgende omstandigheden. Eene goot vormt eene gesloten figuur en is tot op de helft der hoogte met water gevuld. Op eene bepaalde plaats in de goot is een tusschenschot A aangebracht (fig. 352). Eene pomp brengt, onafgebroken werkende, het water van den rechtschen naar den linkschen kant van het tusschenschot. Na eenigen tijd wordt een blijvende toestand verkregen, waarin aan weerskanten van A een hoogteverschil bestaat, terwijl het oppervlak van het water in de goot een hellend vlak vormt (of uit vlakken met verschillende hellingshoeken is samengesteld, indien de weerstand, dien het stroomende water in de goot ondervindt, niet overal even groot is). Men vindt gemakkelijk de analogie tusschen de pomp en de electromotorische kracht van het element; het hoogteverschil in de stroombaan en het potentiaalverschil in de keten; den druk, dien het water tegen den wand der goot uitoefent en den druk der electriciteit tegen het diëlectricum. Eenvoudigheidshalve is aangenomen, dat slechts op ééne plaats in het element eene electromotorische kracht werkzaam is.

1216. Van de vele elementen, die men heeft samengesteld, noemen wij:

1°. het *element van Volta:*

(+) koper | verdund zwavelzuur | zink (—).

Zooals de teekens aanduiden is de koperpool de positieve, de zinkpool de negatieve.

Als het zink zuiver is, wordt het niet door het zuur aangetast, ***zoolang het element open is.*** Gewoonlijk bevat zink geringe hoeveelheden van andere metalen, meestal ijzer; dit onzuivere zink wordt ook aangetast als het element open is. Om deze schadelijke ***„lokale werking"*** te beletten, amalgameert men het zink; de vreemde bestanddeelen worden dan door kwik bedekt en zijn dus niet met het zuur in aanraking. De kwiklaag verhindert de chemische werking vóór het sluiten, doch ***niet*** na het ontstaan van den galvanischen stroom, d. i. na het sluiten van het element. Verg. § 1264.

Men onthoude, dat bij alle elementen, waarin een der metalen ***zink*** is, dit de ***negatieve*** pool is.

Bij de bespreking der chemische werking, die met den stroom gepaard gaat, zal blijken, dat de electromotorische kracht van een element van Volta na de sluiting spoedig afneemt. De volgende elementen zijn ***constant, d. w. z. de electromotorische kracht der elementen kan gedurende langen tijd als onveranderlijk beschouwd worden.***

2°. het *element van Daniell:*

(+) koper | oplossing van kopersulfaat || verdund zwavelzuur | zink (—).

De dubbele streep wijst aan, dat de beide vloeistoffen door een poreusen wand van elkander gescheiden zijn; een pot van onverglaasd aardewerk bevat het zwavelzuur en het zink; de pot is in een glas geplaatst, dat het kopersulfaat en het koper bevat.

3°. het *element van Grove:*

(+) platina | geconcentreerd salpeterzuur || verdund zwavelzuur | zink (—).

4°. het *element van Bunsen*:

(+) kool | geconcentreerd salpeterzuur || verdund zwavelzuur | zink (—).

5°. het *chroomzuurelement van Bunsen*:

(+) kool | oplossing van kaliumbichromaat in verdund zwavelzuur | zink (—).

6°. het *element van Leclanché*:

(+) kool, bruinsteen | oplossing van chloorammonium | zink (—).

7°. het *element van Latimer Clark*:

(+) kwik | pap van kwiksulfaat en zinksulfaat | zink (—).

Bij zoogenaamde *droge elementen* is de vloeistof vervangen door een deegachtig mengsel.

1217. Verbindt men de negatieve pool van elk van eenige (gelijke) elementen met de positive van het volgende element, dan verkrijgt men eene *galvanische batterij*. Volta heeft het eerst eene batterij, de *Volta'sche zuil*, samengesteld uit op elkander gestapelde elementen van een schijfje koper, een schijfje doek, dat met zwavelzuur bevochtigd was, en een schijfje zink. Later heeft men, om het uitpersen van de vloeistof tengevolge van den druk der daarboven geplaatste schijfjes te verhinderen, met zwavelzuur gevulde glazen vaten gebezigd (cellen); in elk glas werd een reep koper en een reep zink geplaatst. — Zamboni plakte schijfjes van onecht goud- en zilverpapier (koper en tin) met de onbelegde zijden op elkander en vereenigde eenige honderden dezer schijfjes tot eene kolom zóó, dat het eene metaal van elk schijfje op het andere metaal van het volgende geplaatst was. Het (hygroscopische) papier dient als vochtige geleider.

1218. Het potentiaalverschil der uiteinden (polen) eener open batterij is gelijk aan de som van de in elk element voortgebrachte potentiaalverschillen. Daar deze echter betrekkelijk klein zijn, zou

men duizende elementen tot eene batterij moeten vereenigen, om tusschen de draden, die met de polen der batterij verbonden zijn, een vonkje van zelfs zeer geringe lengte (slagwijdte) te verkrijgen.

De electromotorische kracht eener batterij van n gelijke elementen is n-maal zoo groot als die van 1 element.

II. Het (electro-) magnetische veld van den galvanischen stroom. Galvanometers.

1219. Oersted ontdekte, dat een stroomgeleider (draad), in de nabijheid eener magneetnaald gebracht, deze uit den magnetischen meridiaan doet afwijken *(Proef van Oersted)*. De richting dezer afwijking kan gevonden worden door den *regel van Ampère: denkt men zich in den stroom een menschelijk figuurtje geplaatst, zóó dat de stroom bij de voeten in- en bij het hoofd uittreedt, en waarvan het gezicht naar de naald gekeerd is, dan wijst de uitgestrekte linkerarm de richting aan, waarin de noordpool der naald afwijkt.* Door den geleider verschillende standen ten opzichte van de naald te geven heeft men gevonden, dat de door een klein stroomdeel op eene magneetpool uitgeoefende kracht eene richting heeft loodrecht op het vlak, dat door het stroomdeel en de pool gebracht kan worden.

Plaatst men den geleider zóó, dat de stroom aan de naald denzelfden stand zou geven, dien zij in het magnetische veld der aarde reeds heeft (de stroom loopt dan boven de naald van West naar Oost), dan wordt de slingertijd der naald kleiner enz.

Men besluit hieruit, dat rondom een stroomgeleider een *magnetisch veld* bestaat, of liever een *electromagnetisch veld* (om aan te duiden dat het niet door een magneet, maar door een stroom wordt voortgebracht). Steekt men een rechtlijnigen geleider (draad), waardoor een sterke stroom gaat, loodrecht door eene opening in een stuk karton, dan kan de loop der krachtlijnen in het veld aangewezen worden door ijzerpoeder, dat men op het karton strooit; de krachtlijnen zijn concentrische cirkels, welker vlakken loodrecht op den geleider staan, en waarvan de middelpunten met het middelpunt der doorsnede van den draad samenvallen. Eene kleine magneetnaald (fig. 353), bij den draad gebracht, geeft door den

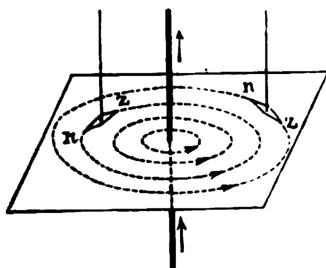


fig. 353.

stand, dien zij in het magnetisch veld aanneemt, de richting aan, die wij aan de krachtlijnen moeten toeschrijven; deze richting volgt ook uit den regel van Ampère. In sommige gevallen biedt de *regel van Maxwell* meer gemak aan: *als de stroom in de richting loopt, waarin men de as van een kurkentrekker beweegt* (bij in- of uitdraaien), *dan is de richting der krachtlijnen die, waarin men den kurkentrekker moet draaien.*

1220. Buigt men een stroomgeleider tot eene cirkelvormige figuur, dan loopen de krachtlijnen zooals in fig. 354 voor eenige punten van den geleider is aangegeven; de krachtlijnen zijn geen cirkels meer, maar gesloten figuren, die het door den geleider omsloten vak loodrecht snijden. Het magnetische veld van den stroomgeleider komt overeen met het veld, dat door een magneet zou gevormd worden (fig. 326), als zijne magnetische as zeer klein en zijne doorsnede loodrecht op de as even groot was, als het door den stroomgeleider ingesloten vlak (*magnetische schaal*). Vervangt men den stroomgeleider in fig. 354 door een dergelijken magneet, dan zou deze zijn zuidpoolvlak naar den beschouwer keeren. Het binnen den cirkel liggende deel van het veld kan (bij benadering) als homogeen beschouwd worden.



fig. 354.

1221. Bevindt zich in het middelpunt van den door den stroomgeleider gevormden cirkel de eenheid van magnetisme, dan wordt daarop door den stroom eene kracht uitgeoefend loodrecht op het stroomvlak. Er is gebleken dat de grootte dezer kracht *evenredig is* 1°. *met de stroomsterkte, d. i. met de hoeveelheid electriciteit* (i *eenheden*), *die per seconde door eene doorsnede van den draad stroomt*, 2°. *met de lengte des geleiders* (L cM) en 3°. *omgekeerd evenredig met het vierkant van den afstand tot den geleider* (r cM). De kracht kan dus uitgedrukt worden (in dynes) door:

$$k = f\frac{Li}{r^2},$$

waarin f de kracht (in dynes) voorstelt, die uitgeoefend zou worden op de eenheid van magnetisme in het middelpunt van een cirkelboog van 1 cM lengte ($L = 1$) en 1 cM straal ($r = 1$), als per seconde ééne eenheid van hoeveelheid electriciteit ($i = 1$) door de doorsnede van den draad stroomde.

De kracht uitgaande van den geheelen geleider is dus

$$k = f\frac{Li}{r^2} = f\frac{2\pi r i}{r^2} = f\frac{2\pi i}{r} \text{ dynes.} \qquad 394$$

De waarde van f zou men proefondervindelijk moeten bepalen, als men i in electrostatische eenheden uitdrukte; zij bedraagt dan $\frac{1}{3 \times 10^{10}}$ (verg. § 1225). Gemakshalve kiest men daarom eene andere *eenheid* van *hoeveelheid electriciteit* (en van *stroomsterkte*), de zoogenaamde *electromagnetische* (*e.-m.*), die men zoo groot neemt, dat $f = 1$ (dyne) wordt. Dit heeft plaats als de electromagnetische stroomeenheid 3×10^{10} maal zoo groot genomen wordt als de electrostatische. Bedraagt de hoeveelheid electriciteit, die per seconde door eene doorsnede van den draad stroomt, in deze eenheden uitgedrukt, I, dan wordt

$$k = \frac{2\pi I}{r} \text{ dynes.} \qquad 395$$

Bevinden zich m magnetische eenheden in het middelpunt van den geleider, dan werkt daarop eene kracht

$$K = mk = \frac{2\pi Im}{r} \text{ dynes.} \qquad 396$$

Deze electromagnetische eenheid van hoeveelheid electriciteit (en stroomsterkte) is eene C-G-S- eenheid. Om haar te onderscheiden van eene andere daaruit afgeleide eenheid, die men in de practijk gebruikt, noemt men haar *absoluut.*

fig. 355.

1222. Plaatst men eene declinatienaald (poolsterkte $= m$ magnetische eenheden, magnetische as $= l$ cM), waarvan de lengte ten opzichte van den straal r van den geleider klein is, met haar draaipunt in het middelpunt van een verticaal geplaatsten cirkelvormigen geleider, dan werkt bij alle standen, die de naald kan innemen, op elken pool de kracht K (form. 396); immers ook in de nabijheid van het middelpunt van den geleider kan het veld als homogeen beschouwd worden. Valt het *stroomvlak* SS_1 samen met het *vlak van den magnetischen meridiaan* MM_1 (fig. 355), dan werkt dus de stroom op de naald met een koppel, waarvan het moment gelijk is aan

$$Kl = \frac{2\pi Iml}{r}. \qquad 397$$

Door de afwijking wordt dit koppel kleiner; tegelijkertijd ontstaat een „aardkoppel," dat met de afwijking aangroeit. Verkrijgt de naald onder de gezamenlijke werking van den stroom en het aardmagnetisme eene afwijking α^0 uit den magnetischen meridiaan, dan wordt het „stroomkoppel" $\frac{2\,\pi\, I\, m\, l \cos \alpha}{r}$, het aardkoppel $H\, m\, l \sin \alpha$ (§ 1084). Door gelijkstelling van beide waarden vindt men

$$I = \frac{Hr}{2\,\pi} \operatorname{tg} \alpha. \qquad 398$$

Daar de stroomsterkte evenredig is met de tangens von den hoek α, noemt men den bedoelden toestel — een ringvormigen geleider, welks vlak men door draaiing om zijne verticale middellijn kan doen samenvallen met de magnetische as eener kleine, om zijn middelpunt draaibare declinatienaald (en dus met den magnetischen meridiaan), — *tangentenboussole* (fig. 356). Met behulp daarvan *kan men de sterkte van een stroom in (absolute) electromagnetische eenheden uitdrukken,* als men de horizontale componente der aardmagneetkracht op de plaats van waarneming kent.

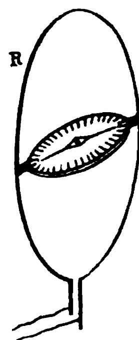


fig. 356.

De naald moet zoo klein zijn, dat op de plaatsen, welke door de afwijkende polen ingenomen worden, de krachtlijnen nog loodrecht op het stroomvlak gericht zijn (verg. fig. 354). Streng genomen geeft form. 398 dus slechts eene benaderde waarde der stroomsterkte, die des te minder van de juiste waarde verschilt, naarmate de naald kleiner is. Is $l < \frac{1}{8} r$, dan blijft de fout beneden $1^0/_0$. — Daar de draad niet, zoo als wij stilzwijgend aangenomen hebben, oneindig dun is, moet ook nog eene correctie wegens de dikte van den draad plaats hebben.

De draden, waardoor de stroom naar den toestel geleid en daarvan weggevoerd wordt, moet men zoo dicht mogelijk *naast elkander* leggen, om de werking van den eenen draad op de naald door die van den anderen te neutraliseeren. — Daar de naald *klein* moet zijn, bevestigt men haar aan een langen lichten wijzer van aluminium; de onder de naald aangebrachte schaalverdeeling, waarop men den hoek van afwijking afleest, kan dan grooter zijn.

Bestaat de geleider eener boussole niet uit éene, maar uit n van elkander geïsoleerde, in hetzelfde vlak gelegen draadwindingen, die een gemiddelden straal van r cM hebben, dat moet in de bovenstaande formule de lengte des geleiders $n \times 2\,\pi\, r$ gesteld worden; hierdoor wordt de formule voor de stroomsterkte

$$I = \frac{Hr}{2\,\pi\, n} \operatorname{tg} \alpha. \qquad 399$$

Met behulp van tangentenboussoles, die een houten ring bezitten, waarom

men den verbindingsdraad der polen van een element kan winden, toont men proefondervindelijk aan:

1°. *de tangenten der hoeken van afwijking bij dezelfde boussole zijn evenredig met het aantal malen, dat men den draad om den houten ring windt.* Daar *n* windingen dezelfde werking op de naald uitoefenen, als een *n*-maal zoo sterke stroom, verhouden zich de sterkten van *twee stroomen als de tangenten der hoeken van afwijking,* welke zij op dezelfde plaats der aarde in dezelfde tangentenboussole voortbrengen.

2°. Wordt de draad achtereenvolgens om de houten ringen van twee tangentenboussolen gewonden, waarvan de naalden ongelijke magnetische momenten hebben, terwijl de stralen der houten ringen gelijk zijn, dan zijn de hoeken van afwijking ook gelijk; *de aanwijzing der boussole is dus onafhankelijk van het magnetisch moment der naald.*

3°. Zijn de stralen der houten ringen echter ongelijk, dan verhouden zich de *tangenten* der door denzelfden stroom verkregen afwijkingen *omgekeerd als de stralen.*

4°. Dat de tangenten der afwijkingshoeken, die dezelfde stroom aan de naald van dezelfde tangentenboussole geeft, omgekeerd evenredig zijn met de horizontale componente van het aardmagnetisme, zou men door proeven op verschillende plaatsen der aarde kunnen aantoonen.

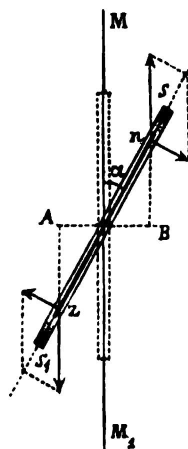


fig. 357.

1223. Men kan eene boussole zoo inrichten, dat het vlak van den stroomgeleider om eene met zijne verticale middellijn samenvallende as gedraaid kan worden, terwijl de hoek α, dien het verplaatste stroomvlak SS_1 met het vlak van den magnetischen meridiaan MM_1 (fig. 357) maakt, op een vasten horizontalen cirkel kan afgelezen worden. Draait men het stroomvlak eener tangentenboussole (dat met den magnetischen meridiaan samenvalt) in den zin van de afwijking der naald, totdat het stroomvlak weer met de magnetische as der naald samenvalt, dan is het stroomkoppel $\frac{2\pi I m l}{r}$, het aardkoppel $H m l \sin\alpha$, zoodat men de betrekking krijgt

$$I = \frac{H r}{2\pi} \sin\alpha. \qquad 400$$

Een aldus ingerichte toestel heet *sinusboussole.* Men kan daarmede echter niet, zooals met de tangentenboussole, stroomen van willekeurige sterkte meten. De sterkste stroom, die gemeten kan worden, is die, waarbij de hoek, dien het stroomvlak en de magnetische as der naald met den magnetischen meridiaan maakt, 90° is; d. i, een stroom van $\frac{H r}{2\pi}$ absolute electromagnetische eenheden.

Daar de naald bij de aflezing zich steeds in het stroomvlak bevindt, kan zij groot genomen worden; immers de krachtlijnen snijden het stroomvlak overal loodrecht. De sinusboussole geeft dus ook niet eene benaderde, maar de juiste waarde der stroomsterkte. Ook is zij gevoeliger dan de tangentenboussole, daar het stroomkoppel voor elken stand der naald even groot blijft.

1224. Toestellen, met behulp waarvan men de sterkte van een stroom door zijne werking op een magneet bepaalt, heeten *galvanometers*. Hiertoe behooren dus ook tangenten- en sinusboussole.

Om een *gevoeligen* galvanometer te verkrijgen kan men twee middelen toepassen. Ten eerste kan men een geïsoleerden draad een groot aantal malen om een klos winden, waarbinnen zich de magneetnaald bevindt. Aan den klos geeft men een zoodanigen vorm, dat de afstand van den draad tot de naald overal zoo klein mogelijk blijft. Liggen de windingen niet alle in hetzelfde vlak, dan kan men ze nagenoeg als gesloten windingen beschouwen, die in onderling evenwijdige vlakken liggen. De galvanometer heet dan *multiplicator*. Ten tweede kan men de enkele naald vervangen door een *astatisch stel naalden* (*a* = ontkennend voorzetsel; statos = gesteld, staand) *nz* en *n'z'* (fig. 358), die 1°. *gelijke magnetische momenten* hebben, en 2°. zoo met elkander verbonden zijn, dat de *magnetische assen der naalden in hetzelfde verticale* vlak liggen, terwijl de *ongelijknamige polen* van beide naalden zich *boven elkander* bevinden. Alleen de onderste naald bevindt zich binnen de draadwindingen; de bovenste beweegt zich over een verdeelden, boven de windingen geplaatsten cirkel.

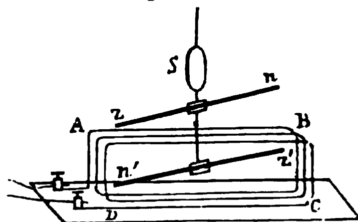


fig. 358.

Een volmaakt astatisch stelsel zou geene werking van het aardmagnetisme ondervinden. Was alleen aan de eerstgenoemde voorwaarde niet voldaan, dan zou het stelsel zich wel is waar in den magnetischen meridiaan plaatsen; bij afwijking zou de werking der aarde gelijk zijn aan het verschil der op beide naalden werkende koppels. Was alleen aan de tweede voorwaarde niet voldaan, dan zou het stelsel onder de werking der aarde een evenwichtsstand aannemen, waarbij het vlak, dat den kleinsten hoek tusschen de verticale door de magnetische assen der naalden gebrachte vlakken middendoor deelt, loodrecht op den magnetischen meridiaan staat (men ga dit na). In den regel zal de evenwichtsstand van het stelsel door beide omstandigheden, *en* door de torsie van den ophangdraad bepaald worden; men brengt dan de windingen van den geleidingsdraad zoo goed mogelijk evenwijdig met de assen der naalden. — Past men den regel van Ampère (§ 1219) toe, dan vindt men, dat de *tusschen* de beide naalden gelegen deelen (*AB*) van den geleider op de beide naalden in

denzelfden zin draaiend werken, de overige deelen (*BC*, *CD* en *DA*) in tegenovergestelden zin; de werking der laatstgenoemde op de onderste naald heeft echter de overhand (wegens den geringen afstand tot deze naald); zij *versterkt* de werking van *AB* op de beide naalden. Het astatisch naaldenstelsel biedt dus twee voordeelen aan: 1°. de werking van de aardmagneetkracht is geringer; 2°. de werking van den stroom is sterker. — Bij *spiegelgalvanometers* geschiedt de bepaling van den hoek van afwijking met behulp van een klein spiegeltje *S*, dat met het stelsel vast verbonden is. (§ 864, *f*).

In plaats van een astatisch naaldenstelsel kan men ook eene enkele kleine naald gebruiken, terwijl men met behulp van een richtmagneet de magnetische werking der aarde opheft op de plaats waar zich de naald bevindt (§ 1118).

Galvanometer van Thomson.

Eene eenvoudige betrekking, zooals wij ze tusschen de stroomsterkte en de aanwijzing der naald van eene tangenten- (en sinus-) boussole gevonden hebben, bestaat voor de overige galvanometers niet. Wil men een dezer galvanometers met eene in electromagnetische eenheden verdeelde schaal voorzien, dan moet deze proefondervindelijk volgens de aanwijzingen van eene tangentenboussole vervaardigd worden; zie § 1239.

1225. Als men eene Leidsche flesch van bekende capaciteit c, die tot een bepaalden potentiaal V geladen is, door den draad van een gevoeligen galvanometer ontlaadt, dan geven de $E = cV$ electrostatische eenheden, die door den draad stroomen, aan de naald een korten stoot, die deze α^0 uit den evenwichtsstand brengt; daarna keert de naald onmiddellijk terug, om na eenige schommelingen wederom haren evenwichtsstand in te nemen. Men kan nu door berekening vinden, hoeveel electrostatische eenheden van electriciteit per seconde door den draad moeten stroomen, om aan de naald eene *blijvende* afwijking van α^0 te geven. Daar bekend is, hoeveel electromagnetische eenheden dezelfde blijvende afwijking zouden teweeg brengen, kan men dus de verhouding der electrostatische tot de (absolute) electromagnetische eenheid van hoeveelheid electriciteit en van stroomsterkte vinden. De uitkomst is:

1 (*absolute*) *e.-m. eenheid van hoeveelheid* $= 3 \times 10^{10}$ *e.-s. eenheden van hoeveelheid.*

Door vergelijking der afwijking, die men verkrijgt, als men de uiteinden der windingen van een gevoeligen galvanometer met de beide conductoren eener Holtz'sche machine verbindt, met de afwijking, die de stroom van een galvanisch element, b. v. dat van Daniell, voortbrengt, vindt men, dat de hoeveelheid electriciteit, die een element in een bepaalden tijd leveren kan, vele duizende malen zoo groot is, dan de hoeveelheid, verkregen door draaiing eener krachtige electriseermachine.

1226. Het gebruik der electromagnetische eenheid van electriciteit eischt ook de invoering eener *electromagnetische eenheid van potentiaal*, daar men blijft aannemen, dat twee punten het (electromagnetische)

potentiaalverschil 1 hebben, als men 1 erg arbeid moet verrichten, om de (electromagnetische) eenheid van hoeveelheid electriciteit van het punt met lageren naar dat met hoogeren potentiaal te brengen. Hieruit volgt nu, dat de (absolute) electromagnetische eenheid van potentiaal 3×10^{10} maal zoo klein is als de electrostatische eenheid.

1 *(absolute) e.-m. eenheid van potentiaal* $= \frac{1}{3 \times 10^{10}}$ *e.-s. eenheid van potentiaal.*

Deze zelfde betrekking geldt ook voor de *e.-m.* en *e.-s. eenheden van electromotorische kracht.*

Later zal ons blijken, dat de electromotorische kracht van een element van Daniell $1{,}1 \times 10^8$ electromagnetische eenheden bedraagt; in electrostatische eenheden uitgedrukt zou dit zijn $\frac{1{,}1 \times 10^8}{3 \times 10^{10}} = 0{,}0037$. Daar men door metingen gevonden heeft, dat een potentiaalverschil van 15,5 electrostatische eenheden noodig is om eene vonk van slechts 1 mM lengte te verkrijgen (§ 1197), zou men hiervoor minstens 15,5 : 0,0037 of meer dan 4200 elementen van Daniell achter elkander moeten plaatsen (§ 1218).

Uit deze opgave en uit die der vorige paragraaf volgt, dat wij bij de electrostatische verschijnselen te doen hebben met geringe hoeveelheden electriciteit die een groot potentiaalverschil verkrijgen, terwijl de galvanische stroom zeer groote hoeveelheden met een gering potentiaalverschil in beweging brengt. De door galvanische elementen verkregen electriciteit kan dus niet gemakkelijk weerstand overwinnen. Hieruit volgt, dat lichamen, die wij in de Electrostatica als halfgeleiders hebben leeren kennen (b.v. hout), voor de galvanische electriciteit als niet-geleiders kunnen beschouwd worden.

1227. Een geleider heeft de (*absolute*) *electromagnetische eenheid van capaciteit*, als hij door de electromagnetische eenheid van hoeveelheid electriciteit tot de electromagnetische eenheid van potentiaal geladen wordt. Daar de *e.-m.* eenheid van hoeveelheid electriciteit 3×10^{10} maal zoo groot is als de *e.-s.* eenheid, de *e.-m.* eenheid van potentiaal echter 3×10^{10} maal zoo klein is als de *e.-s.*, volgt de betrekking:

1 *(absolute) e.-m. eenheid van capaciteit* $= 9 \times 10^{20}$ *e.-s. eenheden van capaciteit.*

De *e.-m.* eenheid van capaciteit is dus zeer groot. Een bol met een straal van 9×10^{20} cM zou door de *e.-m.* eenheid van hoeveelheid tot de *e.-m.* eenheid van potentiaal geladen worden. — De aarde (bol met straal van 637×10^6 cM) heeft 637×10^6 *e.-s.* eenheden en $\frac{637 \times 10^6}{9 \times 10^{20}}$ of $\frac{71}{10^{14}}$ *e.-m.* eenheden van capaciteit. Eéne *e.-m.* eenheid van hoeveelheid zou de aarde dus tot $\frac{10^{14}}{71}$ *e.-m.* eenheden van potentiaal (of ong. 47 *e.-s.* eenheden van potentiaal) laden.

HOOFDSTUK VIII.

Betrekking tusschen stroomsterkte, electromotorische kracht en weerstand

I. De wet van Ohm.

1228. Men verbindt de polen van een galvanische batterij door een sluitdraad, die uit verschillende achter elkander geplaatste stukken van ongelijke doorsnede en ongelijke stof bestaat, b.v. uit *a*) een koperdraad van 0,01 cM² doorsnede, *b*) een koperdraad van 0,04 cM² doorsnede en *c*) een ijzerdraad van 0,01 cM² doorsnede. Met behulp van den quadrant-electrometer vindt men nu, 1°. dat *het potentiaalverschil tusschen twee punten van hetzelfde draadstuk evenredig is met den onderlingen afstand dier punten;* 2°. dat voor *even lange stukken der draden* a *en* b *de potentiaalverschillen tusschen de uiteinden zich verhouden als* 1 : $^1/_4$, en 3°. voor *even lange stukken der draden* a *en* c *ongeveer als* 1 : 6.

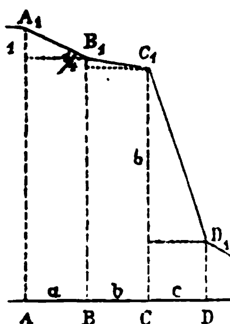


fig. 359.

In fig. 359 zijn deze verhoudingen graphisch voorgesteld voor even lange draadstukken *a*, *b* en *c*; de potentialen zijn evenredig met de ordinaten voor de afzonderlijke punten.

Bij de in § 1215, alinea 3, besproken proef met de Holtz'sche machine zou men overkomstige verhoudingen aantreffen, als het snoer bestond uit stukken van ongelijke dikte of van verschillende stoffen.

Het potentiaalverschil tusschen twee punten A en B van een geleider kan als naaste oorzaak van de strooming van electriciteit in het stuk AB beschouwd worden. Door het potentiaalverschil wordt de *weerstand* overwonnen, waarmede de geleider zich tegen eene beweging der electriciteit verzet.

Men kan dus de weerstanden van geleiders evenredig stellen met de potentiaalverschillen, die tusschen de uiteinden der geleiders moeten bestaan, om daarin stroomen van dezelfde sterkte te ver-

krijgen. Uit de aangehaalde proeven blijkt, dat de *weerstand* r van een geleiddraad is 1°. *evenredig met zijne lengte* l; 2°. *omgekeerd evenredig met zijne doorsnede* d; 3°. *evenredig met eene grootheid* s, die afhankelijk is van de soort van den geleider en die men *soortelijke geleidingsweerstand* noemt:

$$r = f\frac{l\,s}{d}. \qquad 401$$

Deze betrekkingen gelden eveneens voor vloeistofkolommen, die den stroom geleiden.

1229. Siemens heeft voorgesteld als eenheid van weerstand aan te nemen *den weerstand eener (in eene glazen buis opgesloten) kwikkolom van* 1 M *lengte en* 1 mM² *doorsnede bij* 0°, en den soortelijken weerstand van kwik = 1 te stellen. Voor eene kwikkolom van l M lengte en d mM² doorsnede zou dan de weerstand $\frac{l}{d}$ van deze eenheden zijn. Is de soortelijke weerstand van een metaal met betrekking tot kwik = s (d. w. z. is hij s-maal zoo groot als bij kwik van dezelfde afmetingen), dan heeft een van die stof vervaardigde draad van l M lengte en d mM² doorsnede een weerstand van

$$r = \frac{l\,s}{d} \text{ Siemens-eenheden.} \qquad 402$$

De waarde van s zou bepaald kunnen worden door de verhouding der potentiaalverschillen, die dezelfde stroom aan de uiteinden van een draad en aan de uiteinden eener kwikkolom van gelijke lengte en gelijke doorsnede teweegbrengt. Voor koper is $s = 0{,}017$, voor platina 0,097, voor zilver 0,016; voor vloeistoffen is de waarde van s zeer groot, b.v. voor eene oplossing van zinksulfaat (30%) ca 250000. — De bepaling der doorsnede van draden geschiedt door meting der dikte; *diktemeters.*

De Siemens-eenheid is eene willekeurige eenheid.

1230. *De (absolute) electromagnetische eenheid van weerstand is de weerstand van een geleider, indien het potentiaalverschil tusschen zijne uiteinden 1 electromagnetische eenheid moet bedragen, om in dien geleider een stroom van 1 electromagnetische eenheid van stroomsterkte op te wekken.*

Deze eenheid van weerstand is eene *C-G-S*-eenheid; zij is uiterst klein; een koperdraad van 1 M lengte en 1 mM² doorsnede b.v. heeft een weerstand van ongeveer 17×10^6 dezer eenheden.

1231. De absolute electromagnetische eenheden zijn voor het practisch gebruik òf te groot òf te klein. Daarom heeft men door

vermenigvuldiging met eene macht van 10 daaruit een stel *practische eenheden* afgeleid, die bij elkander passen, d. w. z. men heeft de grootte dezer eenheden zoo gekozen, dat de nieuwe eenheid van potentiaalverschil (electromotorische kracht) in een draad, die de nieuwe eenheid van weerstand heeft, een stroom voortbrengt gelijk aan de nieuwe eenheid van stroomsterkte, en dat de nieuwe eenheid van hoeveelheid electriciteit aan een geleider van de nieuwe eenheid van capaciteit een potentiaal geeft gelijk aan de nieuwe eenheid van potentiaal. De *practische eenheden* zijn:

1°. *hoeveelheid electriciteit*: 1 *Coulomb* $= 10^{-1}$ absolute *e.-m.* eenheden van hoeveelheid.

Daar 1 abs. e.-m. eenheid $= 3 \times 10^{10}$ e.-s. eenheden is (§ 1225), wordt 1 Coulomb $= 3 \times 10^{9}$ *e.-s.* eenheden van hoeveelheid.

2°. *stroomsterkte*: 1 *Ampère* $= 10^{-1}$ absolute eenheden van stroomsterkte.

1 Ampère ontstaat, als 1 Coulomb per seconde door eene doorsnede der geleiding stroomt. — 1 Milli-Ampère = 0,001 Ampère.

Daar de met behulp der tangentenboussole (sinusboussole) bepaalde stroomsterkte in absolute e.-m. eenheden uitgedrukt is, moet men de gevonden waarde met 10 vermenigvuldigen, om ze in Ampères uit te drukken.

3°. *potentiaalverschil of electromotorische kracht*: 1 *Volt* $= 10^{8}$ absolute eenheden van potentiaalverschil of electromotorische kracht.

1 *e.-s.* eenheid van potentiaalverschil $= 3 \times 10^{10}$ abs. *e.-m* eenh. $= \frac{3 \times 10^{10}}{10^{8}}$ of 300 Volts. — Het element van Daniell bezit de electromotorische kracht 1,1 Volt.

4°. *weerstand*: 1 *Ohm* $= 10^{9}$ absolute eenheden van weerstand.

1 Volt wekt in 1 Ohm een stroom van 1 Ampère op, daar $10^{-1} = \frac{10^{8}}{10^{9}}$ is. — Door meting heeft men gevonden: 1 Siemens-eenheid = 0,94 Ohm of 1 Ohm = 1,06 Siemens-eenheden. 1 Ohm is dus gelijk aan den weerstand eener kwikkolom van 1,06 M lengte en 1 mM^2 doorsnede. — 1 Microhm = 0,000001 Ohm; 1 Megohm = 1000000 Ohms (megas = groot).

5°. *capaciteit*: 1 *Farad* $= 10^{-9}$ absolute eenheden van capaciteit.

Een geleider heeft de capaciteit van 1 Farad, als hij door 1 Coulomb geladen wordt tot den potentiaal van 1 Volt. — Een bol met een straal van $\frac{9 \times 10^{20}}{10^{9}}$ of 9×10^{11} cM zou de capaciteit van 1 Farad hebben (§ 1227). — 1 Microfarad = 0,000001 Farad. Een geleider of condensator van 1 Microfarad wordt door 1 Coulomb geladen tot den potentiaal van 1000000 Volts. Een bol even groot als de aarde zou de capaciteit van ongeveer $\frac{71}{10^{14}}$ absolute *e.-m.*

eenheden van capaciteit $= \frac{71 \times 10^9}{10^{14}}$ Farads $= \frac{71 \times 10^{15}}{10^{14}}$ of 710 Microfarads hebben.

1232. Tusschen de *electromotorische kracht*, den *weerstand* en de *stroomsterkte* bestaat eene belangrijke betrekking, onverschillig of deze grootheden in absolute of in practische eenheden zijn uitgedrukt. De stroomsterkte is des te grooter, naarmate de electromotorische kracht eener keten grooter en haar weerstand kleiner is.

Om in een draad, waarvan de weerstand r eenheden bedraagt, een stroom van de sterkte van 1 eenheid te verkrijgen, moet het potentiaalverschil tusschen de uiteinden eveneens r eenheden van potentiaalverschil zijn. Wordt in dezen draad door een potentiaalverschil van e eenheden een stroom van de sterkte i eenheden opgewekt, dan bestaat de betrekking

$$r : 1 = e : i$$

of

$$i = \frac{e}{r}. \qquad 403$$

Zijn de weerstanden der enkele geleiders, waaruit de keten is samengesteld, r_1, r_2, enz. eenheden, dan bedraagt de daling van den potentiaal langs de geheele keten

$$e_1 + e_2 + \ldots\ldots = ir_1 + ir_2 + \ldots \qquad 404$$

De totale daling is gelijk aan de algebraïsche som der potentiaalsprongen in de contactplaatsen van het element ($\Sigma\, e$) of aan de electromotorische kracht E van het element (§ 1215). Men vindt dus

$$\Sigma e = i \Sigma r. \qquad 405$$

Deze formule bevat de *wet van Ohm: de stroomsterkte is het quotient van de electromotorische kracht E en van den totalen weerstand R der keten.* Deze laatste is samengesteld uit den weerstand binnen het element, den *inwendigen* weerstand r_1, en uit den weerstand in de draadgeleiding, den *uitwendigen* weerstand r_2, zoodat men de wet van Ohm kan uitdrukken door

$$i = \frac{E}{R} = \frac{E}{r_1 + r_2}. \qquad 406$$

1233. Proefondervindelijk kan men deze wet bewijzen met behulp eener tangentenboussole met houten ring.

a) Men windt den sluitdraad van een element één keer om den ring en vindt den hoek van afwijking der naald $= x^0$. Daarna lascht

men in de keten een metaaldraad in, zóó groot, dat men een hoek α_1 verkrijgt, die voldoet aan de vergelijking tg $\alpha_1 = \frac{1}{2}$ tg α.

Is nu de wet van Ohm juist, dan moet de bijgevoegde weerstand gelijk zijn aan den oorspronkelijken totalen weerstand der keten; bij onveranderlijke electromotorische kracht immers is de stroomsterkte twee maal zoo klein, en moet dus de weerstand twee maal zoo groot geworden zijn. Maar dan moet, als men nogmaals een even lang stuk van denzelfden draad bijvoegt, een hoek van afwijking α_2 verkregen worden, zóo dat tg $\alpha_2 = \frac{1}{3}$ tg α is. De uitkomst der proef bevestigt dit.

b) Verbindt men *n* volkomen gelijke elementen achter elkander, dan wordt de electromotorische kracht, maar ook de inwendige weerstand dezer batterij *n*-maal zoo groot als bij één element. Maakt men nu ook den uitwendigen weerstand *n*-maal zoo groot, door als sluitdraad een stuk van denzelfden draad maar van *n*-maal zoo groote lengte als bij één element te gebruiken, dan geeft de batterij van *n*-elementen dezelfde stroomsterkte als het enkele element. Hierbij is dus de *totale* weerstand *n*-maal zoo groot geworden. Had de electromotorische kracht geen invloed op de stroomsterkte, dan zou de stroomsterkte in het tweede geval *n*-maal zoo klein moeten zijn als in het eerste; het blijkt dus, dat de stroomsterkte evenredig verandert met de electromotorische kracht.

II. Combinatie van elementen.

1234. Verbindt men *n* gelijke elementen *achter elkander*, d. w. z. de negatieve pool[1]) van het eerste met de positieve van het tweede, enz. (zie fig. 361, 1), dan heeft men eene batterij, waarvan de electromotorische kracht, maar ook de inwendige weerstand *n*-maal zoo groot is als bij 1 element. Volgens de wet van Ohm wordt de stroomsterkte, als de uitwendige weerstand overanderd blijft,

$$i = \frac{nE}{nr_1 + r_2} = \frac{E}{r_1 + \frac{r_2}{n}}, \qquad 407$$

waarin E en r_1 de electromotorische kracht en den inwendigen weerstand van één element en r_2 den uitwendigen weerstand aanduiden.

[1]) Wij zullen een element voorstellen door twee concentrische cirkeltjes, waarvan het binnenste de positieve, het buitenste de negatieve pool aanwijst, of door twee evenwijdige streepjes, waarvan het kleinste (dikste) de positieve pool voorstelt.

De stoomsterkte is even groot, als die van één element, waarvan de polen door een draad met n·*maal zoo kleinen weerstand verbonden zijn.*

Verbindt men n gelijke elementen *naast elkander*, d. w. z. alle positieve polen onderling en alle negatieve onderling (zie fig. 361, 4), dan kan de batterij beschouwd worden *als één element* (met de electromotorische kracht $= E$), *waarvan nu echter de doorsnede door de vloeistoffen* n-*maal zoo groot en dus de inwendige weerstand* n-*maal zoo klein is gemaakt.* Dus is nu

$$i = \frac{E}{\frac{r_1}{n} + r_2}. \qquad 408$$

Als men de positieve pool eener batterij van n naast elkander geplaatste elementen verbindt met de positieve pool van een enkel element, en evenzoo de negatieve polen (fig. 360), dan gaat door de verbindingsdraden geen stroom, zooals men door middel van een galvanometer G kan aantoonen. Men leidt daaruit gemakkelijk af, dat de electromotorische kracht der batterij gelijk is aan die van het element.

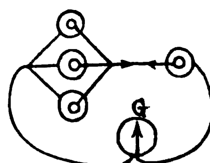


fig. 360.

Is *de uitwendige weerstand zóo groot*, dat de inwendige weerstand eener cel ten opzichte daarvan verwaarloosd kan worden, dan zal men door verbinding van n *cellen achter elkander* den stroom ongeveer n-*maal zoo sterk* maken als dien, welken ééne cel zou leveren; terwijl *bij plaatsing der cellen naast elkander de stroom nagenoeg niet zou versterkt worden.* Het tegenovergestelde is het geval, als de *uitwendige weerstand* zeer gering is en dus ten opzichte van den inwendigen kan verwaarloosd worden (*korte sluiting*).

Is b.v. $E = 2$, $r_1 = 1$, $r_2 = 10000$, dan wordt de stroomsterkte

bij 1 element: $i = \frac{2}{1 + 10000} = \frac{2}{10001}$;

bij 10 elementen achter elkander: $i = \frac{10 \times 2}{10 \times 1 + 10000} = \frac{2}{1001}$;

bij 10 elementen naast elkander: $i = \frac{2}{\frac{1}{10} + 10000} = \frac{2}{10000{,}1}$.

Is daarentegen $E = 2$, $r_1 = 1$, $r_2 = 0{,}001$, dan wordt de stroomsterkte

bij 1 element: $i = \frac{2}{1 + 0{,}001} = \frac{2}{1{,}001}$;

bij 10 elementen achter elkander: $i = \frac{10 \times 2}{10 \times 1 + 0{,}001} = \frac{2}{1{,}0001}$

bij 10 elementen naast elkander: $i = \frac{2}{\frac{1}{10} + 0{,}001} = \frac{2}{0{,}101}$.

1235. Men kan nog andere combinaties van elementen maken dan die, waarbij alle elementen achter of alle naast elkaar geplaatst zijn. In de formule voor de stroomsterkte wordt dan de electromotorische kracht n-maal zoo groot als die van één element, indien het aantal *achter* elkaar geplaatste elementen n bedraagt; de inwendige weerstand der combinatie wordt n-maal zoo groot als die van één element, indien het aantal *achter* elkaar geplaatste elementen n bedraagt, daarentegen n maal zoo klein, indien het aantal *naast* elkaar geplaatste elementen n bedraagt.

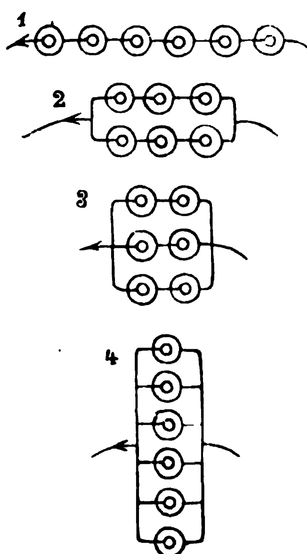


fig. 361.

Zes elementen kan men b.v. op de volgende wijzen combineeren (fig. 361):

1) alle 6 elementen achter elkaar:

$$i_1 = \frac{6E}{6r_1 + r_2};$$

2) 3 elementen achter en 2 naast elkaar:

$$i_2 = \frac{3E}{\frac{3}{2}r_1 + r_2};$$

3) 2 elementen achter en 3 naast elkaar:

$$i_3 = \frac{2E}{\frac{2}{3}r_1 + r_2};$$

4) alle 6 elementen naast elkaar:

$$i_4 = \frac{E}{\frac{r_1}{6} + r_2}.$$

1236. Men kan algemeen bewijzen, *dat die combinatie den sterksten stroom levert, waarvan de inwendige weerstand gelijk wordt aan, of zoo weinig mogelijk verschilt van den uitwendigen weerstand.* Nemen wij aan, dat wij uit een gegeven aantal elementen de combinatie gevormd hebben, waarvoor de inwendige weerstand r_1 van de batterij (niet van ééne cel!) gelijk is aan den uitwendigen weerstand r_2. De electromotorische kracht der *batterij* zij dan E. De stroomsterkte wordt

$$i = \frac{E}{r_1 + r_2} = \frac{E}{2r_1}.$$

Verandert men nu deze combinatie in eene andere, waarvan het aantal elementen *achter elkaar* n-maal zoo groot, en dus het aantal elementen *naast elkaar* n-maal zoo klein wordt, dan is de electromotorische kracht der nieuwe combinatie nE; de inwendige

weerstand wordt n-maal zoo groot, omdat er n-maal meer elementen achter elkander geplaatst zijn, en nogmaals n-maal zoo groot, omdat er n-maal minder elementen naast elkander staan. De inwendige weerstand wordt dus $n^2 r_1$ en de stroomsterkte

$$i_1 = \frac{nE}{n^2 r_1 + r_2} = \frac{nE}{n^2 r_1 + r_1} = \frac{E}{\left(n + \frac{1}{n}\right) r_1}.$$

Nu is de waarde van $\left(n + \frac{1}{n}\right)$ voor alle waarden van n, die grooter of kleiner zijn dan 1, grooter dan 2, d. i. grooter dan de bij de oorspronkelijke combinatie gevonden factor van r_1. Het blijkt dus dat door elke verandering dier combinatie de stroom zwaker wordt.

Dat $\left(n + \frac{1}{n}\right)$ voor elke positieve waarde van n, die niet $= 1$ is, grooter is dan 2, blijkt als men $\left(n + \frac{1}{n}\right)$ met 2 vermindert. Het verschil $n + \frac{1}{n} - 2 = \frac{n^2 - 2n + 1}{n} = \frac{(n-1)^2}{n}$ is positief voor elke positieve geheele of gebroken waarde van n.

1237. De electromotorische kracht der cellen doet dus niets ter zake bij de beantwoording der vraag, hoe men m gelijke elementen, waarvan elk een inwendigen weerstand r_1 heeft, moet combineeren, om bij een uitwendigen weerstand r_2 den sterksten stroom te verkrijgen. Stel, dat men x dezer elementen achter elkaar plaatst, dan komen er $\frac{m}{x}$ naast elkaar. De inwendige weerstand der batterij is dus $= \frac{x r_1}{\frac{m}{x}}$ of $\frac{x^2 r_1}{m}$. Stelt men deze waarde gelijk aan r_2, dan vindt men

$$x = \sqrt{\frac{m r_2}{r_1}}. \qquad 409$$

Ligt de voor x gevonden waarde tusschen twee geheele getallen, die voor de combinaties in aanmerking kunnen komen, dan moet men nog nagaan, welk dezer twee getallen voor x dient genomen te worden.

III. Stroomsplitsing.

1238. Als twee punten A en B (fig. 362) eener geleiding door meer dan één draad verbonden zijn, dan splitst de bij A aankomende stroom I zich in evenveel deelen i_1, i_2, enz., als er takken tusschen A en B zijn. Bij B komen de enkele stroomen weer samen. Men heeft dus

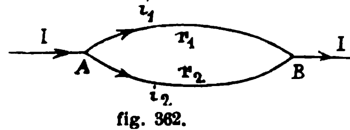


fig. 362.

$$I = i_1 + i_2 + \ldots . \qquad 410$$

Als n *naast elkander* geplaatste gelijke elementen in de buitengeleiding een stroom I voortbrengen, dan gaat door elk element een stroom $i = \frac{I}{n}$.

Stel de weerstanden der beide takken, waarin zich een geleider splitst, zijn r_1 en r_2, de stroomsterkten i_1 en i_2; daar beide takken aan de uiteinden hetzelfde potentiaalverschil e hebben, is $i_1 = \frac{e}{r_1}$ en $i_2 = \frac{e}{r_2}$, waaruit volgt

$$i_1 : i_2 = r_2 : r_1. \qquad 411$$

De stroomsterkten in de takken zijn omgekeerd evenredig met de weerstanden.

Uit de laatste formule volgt:

$$i_1 : (i_1 + i_2) = r_2 : (r_1 + r_2),$$

$$i_1 = I \times \frac{r_2}{r_1 + r_2}. \qquad 412$$

Evenzoo is

$$i_2 = I \times \frac{r_1}{r_1 + r_2}. \qquad 413$$

Vervangt men de beide takken met de weerstanden r_1 *en* r_2 *door een enkelen draad* van zoodanigen weerstand r, dat de stroom I in den niet gesplitsten draad niet verandert, dan moet ook de stroom in den nieuwen draad I zijn. Is het potentiaalverschil tusschen de punten van splitsing e, dan is dus $I = \frac{e}{r}$, en

$$\frac{e}{r} = \frac{e}{r_1} + \frac{e}{r_2} \text{ of } \frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}. \qquad 414$$

Noemt men de omgekeerde waarde van den weerstand het

geleidingsvermogen, dan moet dus het geleidingsvermogen van den nieuwen draad gelijk zijn aan de som van de geleidingsvermogens der enkele takken. Uit de laatste vergelijking volgt

$$r = \frac{r_1\, r_2}{r_1 + r_2}. \qquad 415$$

Met behulp dezer waarde kan men I, i_1 en i_2 in de electromotorische kracht en in de weerstanden uitdrukken (den weerstand der keten tot aan de punten van splitsing noeme men R):

$$I = \frac{E}{R+r} = \frac{E}{R + \frac{r_1\, r_2}{r_1 + r_2}} = \frac{E\,(r_1 + r_2)}{Rr_1 + Rr_2 + r_1\, r_2};$$

$$i_1 = \frac{r_2}{r_1 + r_2}\, I = \frac{Er_2}{Rr_1 + Rr_2 + r_1\, r_2};$$

$$i_2 = \frac{r_1}{r_1 + r_2}\, I = \frac{Er_0}{Rr_1 + Rr_2 + r_1\, r_2}.$$

1239. Eene belangrijke toepassing vindt de stroomsplitsing bij het *ijken van galvanometers.* Men vormt eene keten, waarin eene tangentenboussole T (fig. 363) en een galvanometer G opgenomen zijn; de beide uiteinden A en B van den galvanometerdraad zijn door eene *nevensluiting* S (*shunt*) van geringen weerstand verbonden, zóó dat slechts een klein deel, b.v. $^1/_{1000}$, van den bij A aankomenden stroom door den galvanometer gaat. Dit is het geval, als de verhouding der weerstanden in den galvanometerdraad en in de nevensluiting 999 : 1 is. Door weerstand in de niet vertakte geleiding bij te voegen of daaruit weg te nemen (door middel van een toestel R, dien wij in § 1243, fig. 367 zullen leeren kennen), kan men den niet gesplitsten stroom verschillende sterkten geven, waarvan het aantal eenheden (Ampères, § 1231) met behulp der tangentenboussole kan bepaald worden. Men leidt daaruit af, welke stroomsterkten overeenkomen met bepaalde afwijkingen der galvanometernaald.

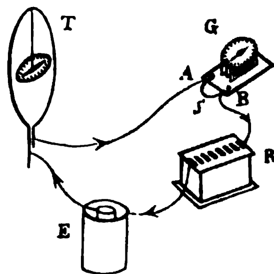


fig. 363.

1240. Meer algemeen worden de verschijnselen bij stroomsplitsing door twee wetten bepaald, welke Kirchhoff uit de wet van Ohm afgeleid heeft. *De wetten van Kirchhoff* zijn:

1°. *In elk splitsingspunt is de algebraïsche som der naar het*

punt toe loopende en der van het punt af loopende stroomen = nul. Worden de eerste als positief beschouwd, dan moet men de tweede negatief nemen. Deze wet wordt dus uitgedrukt door de formule

$$\Sigma i = 0. \qquad 416$$

Voor het punt A (fig. 362) geldt $I - i_1 - i_2 = 0$; voor B geldt $i_1 + i_2 - I = 0$. Men vergelijke formule 410.

2°. *In een door eenige geleiders gevormden kring is de algebraïsche som der producten van stroomsterkte en weerstand in de afzonderlijke geleiders gelijk aan de algebraïsche som der in den kring voorkomende electromotorische krachten.* Daarbij moet men stroomen en electromotorische krachten positief of negatief nemen, naarmate hunne richtingen samenvallen met of tegengesteld zijn aan de richting, waarin men den kring rondgaat. Deze wet wordt uitgedrukt door de formule

$$\Sigma i\,r = \Sigma E. \qquad 417$$

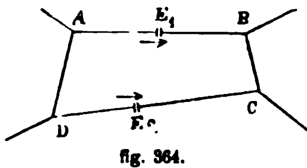


fig. 364.

Stel in den gesloten kring $ABCDA$ (fig. 364) zijn de potentialen in A, B, C en D resp. V_1, V_2, V_3 en V_4; ergens in den geleider AB werke eene electromotorische kracht E_1 in de richting van A naar B, en in den geleider CD eene electromotorische kracht E_2 in de richting van D naar C. Noemen wij in AB, BC, CD en DA de stroomsterkten i_1, i_2, i_3 en i_4, de weerstanden r_1, r_2, r_3 en r_4, dan is (form. 403):

$$
\begin{array}{ll}
(AB) & i_1 r_1 = V_1 + E_1 - V_2 \\
(BC) & i_2 r_2 = V_2 - V_3 \\
(CD) & i_3 r_3 = V_3 - E_2 - V_4 \\
(DA) & i_4 r_4 = V_4 - V_1 \\
\hline
 & \Sigma ir = E_1 - E_2.
\end{array} \qquad 418
$$

Is in den gesloten kring geen electromotorische kracht werkzaam, dan is

$$\Sigma i\,r = 0. \qquad 419$$

1241. De wetten van Kirchhoff geven ook bij meer samengestelde vertakkingen een voldoend aantal vergelijkingen, om de stroomsterkte in de afzonderlijke geleiders te berekenen. Nemen wij als voorbeeld eene vertakking, die bekend is als de *brug van Wheatstone.* Twee punten C en D (fig. 365) der takken ACB en ADB zijn nog verbonden door den draad CD (de brug), waarin een galvanometer G opgenomen is. In dezen draad zal een stroom i van

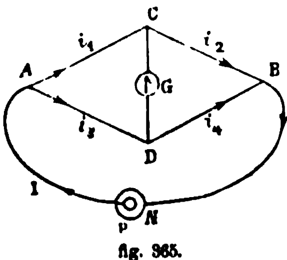


fig. 365.

C naar D of van D naar C loopen, naarmate de potentiaal in C grooter is dan die in D of omgekeerd. Wij onderstellen het eerste; de wetten van Kirchhoff geven dan de volgende formules, waarin i_1, i_2, i_3, i_4 en i de stroomsterkten, r_1, r_2, r_3, r_4 en r de weerstanden in de enkele takken voorstellen, terwijl E de electromotorische kracht van het element en R de inwendige weerstand van het element plus de weerstand in de niet gesplitste draden (PA en BN) is.

1e wet (splitsingspunt A) $I = i_1 + i_3$; (a)

" B) $i_2 + i_4 = I$; (b)

" C) $i_1 = i + i_2$; (c)

" D) $i_3 + i = i_4$. (d)

2de wet (gesloten kring $ACDA$) $i_1 r_1 + ir - i_3 r_3 = 0$; (e)

" " $CBDC$) $i_2 r_2 - i_4 r_4 - ir = 0$; (f)

" " $ACBDA$) $i_1 r_1 + i_2 r_2 - i_4 r_4 - i_3 r_3 = 0$; (g)

" " $ACBNPA$) $i_1 r_1 + i_2 r_2 + IR = E$; (h)

" " $ADBNPA$) $i_3 r_3 + i_4 r_4 + IR = E$; (i)

" " $ACDBNPA$) $i_1 r_1 + ir + i_4 r_4 + IR = E$; (k)

" " $ADCBNPA$) $i_3 r_3 - ir + i_2 r_2 + IR = E$. (l)

Vindt men uit zulke vergelijkingen voor i eene negatieve waarde, dan beteekent dit, dat de stroom in de brug van D naar C loopt.

1242. Uit bovenstaande vergelijkingen kan men de voorwaarde opmaken, *waaraan voldaan moet zijn, wil de stroom i in de brug nul worden* (C en D hebben dan denzelfden potentiaal). Men vindt in dit geval uit (e) en (f).

$$i_1 r_1 = i_3 r_3$$

en

$$i_2 r_2 = i_4 r_4;$$

daar nu volgens (c) en (d) $i_1 = i_2$ en $i_3 = i_4$ wordt, verkrijgt men door deeling

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_4}$$

of

$$r_1 : r_2 = r_3 : r_4. \qquad 420$$

Men leidt deze evenredigheid ook gemakkelijk af uit het feit, dat de potentiaal in C gelijk is aan die in D en dus de potentiaalverschillen tusschen A en C en tusschen A en D even groot zijn, en evenzoo die tusschen C en B en tusschen D en B.

IV. Metingen.

1243. De wet van Ohm stelt ons in staat eene der drie grootheden *i*, *E* en *r* te bepalen, als de beide andere gegeven zijn. De *sterkte van een stroom* vindt men in absolute eenheden met behulp eener tangentenboussole, en, door vermenigvuldiging der gevonden waarde met 10, in Ampères (§ 1231). Verder kan men, zooals later zal blijken, de lengte vinden, die een draad van bepaalde soort bij eene bekende doorsnede moet hebben, om een weerstand van 1 Ohm te bezitten (*Standaard-Ohm*). Met behulp van zulke weerstanden tracht men dan den *weerstand der keten* te vinden, en leidt men ten slotte uit de gevonden waarden de *electromotorische kracht* van het element af.

Galvanometers, die met eene proefondervindelijk verkregen schaalverdeeling in Ampères voorzien zijn (§ 1239) heeten *Ampèremeters*, Zulke toestellen, die voor practische doeleinden dienen, tracht men zooveel mogelijk onafhankelijk te maken van het aardmagnetisme. Men kan b. v. gebruik maken van de aantrekkende werking, welke een stroom, die door een om een hollen cilinder *C* (fig. 366) gewonden draad loopt, uitoefent op een boven de holle ruimte aan een spiraalveer opgehangen stuk ijzer *A* (§ 1285). Naarmate de stroom sterker is, wordt het ijzer dieper in den cilinder getrokken; een aan het ijzer bevestigde wijzer geeft op de schaal *S* de stroomsterkte in Ampères aan. — Men heeft ook een om een klosje gewonden draad tusschen de polen van een sterken magneet geplaatst, zóó dat het klosje onder de werking van den magneet eene draaiing maakt als er de te meten stroom doorgevoerd wordt (§ 1279, 1282). Een aan het klosje verbonden wijzer geeft de stroomsterkte aan. Zulke galvanometers kunnen zoo gevoelig gemaakt worden, dat de schaalverdeeling Milliampères aanwijst (Milliampèremeters); toch kunnen zij ook met een shunt voor de meting van sterkere stroomen dienen. Is nl. de weerstand der nevensluiting 9-, 99- of 999-maal zoo klein als die van den galvanometer, dan komt met het aantal Milliampères in den galvanometer een even groot aantal honderste, tiende of geheele Ampères van den *niet-gesplitsten* stroom overeen.

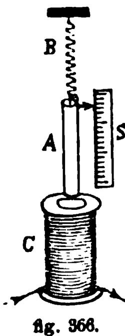


fig. 366.

Om gemakkelijk een *geheel aantal* Ohms in eene keten te kunnen inlasschen, heeft men *weerstandsbanken* of *rheostaten* (rheos = stroom) vervaardigd. Draden[1]) waarvan elk één of meer Ohms weerstand bezit, zijn op de in fig. 367 aangeduide wijze aan koperen blokjes *K* bevestigd, die van elkander geïsoleerd zijn, maar door kegelvormige stoppen *S* met elkander verbonden kunnen worden. Zijn alle op elkander volgende blokjes door stoppen verbonden, dan zal een bij *A* intredende stroom

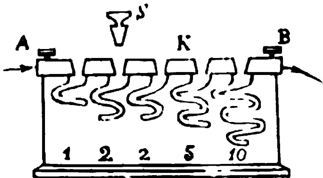


fig. 367.

1) Men kiest hiervoor legeeringen, waarvan de weerstand zeer weinig met de temperatuur verandert (§ 1244), b. v. Constantaan (nikkel en koper) of Manganin (nikkel, mangaan en koper).

nagenoeg geheel door de blokken en stoppen naar *B* gaan, daar deze een veel kleineren weerstand bieden dan de draden (form. 411). Verwijdert men echter een of meer der stoppen, dan moet de stroom de draden doorloopen, welke die blokjes verbinden, waartusschen men de stoppen heeft weggenomen. Men kiest de weerstanden der enkele draden zóó, dat men elk geheel aantal Ohms, van 1 tot een bepaald maximum, in de keten kan inlasschen; door combinatie der in fig. 367 aangenomen weerstanden 1, 2, 2, 5, 10 kan men b. v. van 1 tot en met 20 Ohms in de keten brengen.

Rheochord (chordē = snaar) heet een toestel, met behulp waarvan men ***willekeurige deelen van 1 Ohm*** in de keten kan inlasschen. Het uiteinde *A* (fig. 368) van een gespannen platinadraad *AB*, waarvan de weerstand juist 1 Ohm bedraagt, en een contact *C*, dat langs den draad verschuifbaar is, worden met de draadgeleiding eener keten verbonden. Op eene onder den draad *AB* aangebrachte schaal leest men af, welk gedeelte van de lengte der snaar door den stroom doorloopen wordt. — Brengt men een rheostaat en een rheochord in de keten, dan kan men elken willekeurigen weerstand (tot een zeker maximum) in de geleiding inlasschen.

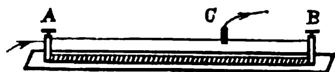


fig. 368.

1244. ***Twee geleiddraden bezitten gelijke weerstanden,*** **als men den eenen door den anderen kan vervangen, zonder dat de stroomsterkte eener keten daardoor verandert; stof, doorsnede en lengte kunnen bij beide draden verschillen. Door *substitutie* van onbekende weerstanden door bekende — zóó, dat daarbij de stroomsterkte niet verandert — kan men de *weerstanden van draden* bepalen. Met behulp van een rheostaat en een rheochord kunnen zoodoende door middel eener tangentenboussole de in § 1228 gevonden betrekkingen aangetoond worden. — Den weerstand van een draad van 1 cM lengte en 1 cM² doorsnede, uitgedrukt in Ohms of in Microhms, noemt men den *soortelijken geleidingsweerstand* of den *weerstandscoëfficient* (s) der stof, waaruit de draad vervaardigd is. Deze waarde dient men wel te onderscheiden van het onbenoemde getal, dat den soortelijken geleidingsweerstand eener stof met betrekking tot kwik voorstelt (§ 1229). — De weerstandscoefficient is ongeveer (bij 0°) voor zilver 0,0000015, koper 0,0000016, platina 0,0000092, ijzer 0,0000098, nieuwzilver 0,0000212, kwik 0,000094 Ohm, of 1,5, 1,6 enz. Microhm.**

De weerstand van een koperdraad, waarvan de lengte 1000 cM en de straal der doorsnede 0,05 cM is (0,1 cM dikte), bedraagt $r = \frac{l \times s}{d} = \frac{1000 \times 0{,}0000016}{\pi \times 0{,}05^2}$ $= \frac{16}{25\,\pi} = 0{,}2037$ Ohm.

De weerstand van vaste geleiders wordt bij verhooging der temperatuur grooter (behalve bij koolstof). Heeft men bij een geleider proefondervindelijk de ver-

meerdering van weerstand per graad temperatuursverhooging bepaald, dan kan men door de *meting van den weerstand* bij eene onbekende temperatuur deze vinden. — Als men de beide takken, waarin een stroom gesplitst is, in tegengestelden zin om eene magneetnaald gewonden heeft (*differentiaal-galvanometer*), dan kan men, zoo noodig door bijvoeging van weerstand in een der takken, de afwijking der naald op nul terugbrengen. Verwarmt men nu een deel van een der takken, dan wordt in dezen tak de weerstand grooter en de naald wijkt af in de richting, waarin zij door den stroom in den anderen tak zou afwijken. *Galvanische pyrometer.*

1245. Beter dan door substitutie kan men den weerstand van een draad bepalen met behulp van de *brug van Wheatstone* (fig. 362), Men neemt voor de weerstanden r_1 en r_2 twee even lange en even dikke draden van dezelfde stof, lascht den onbekenden weerstand als r_3 in, en als r_4 zooveel rheostaat-weerstand, dat de stroom in den galvanometer G nul wordt. Alsdan is r_3 gelijk aan het aantal Ohms van den ingelaschten weerstand r_4.

Deze methode is onafhankelijk van eventueele veranderingen van de electromotorische kracht der keten. — In plaats van voor r_1 en r_2 gelijke weerstanden te nemen, kan men ook r_1 n-maal zoo klein (groot) maken als r_2; dan is ook de onbekende weerstand r_3 n-maal zoo klein (groot) als de bijgevoegde rheostaat-weerstand r_4.

De *bolometer* (bolē = straal) is een kleine Wheatstone'sche brug, waarin een der vier weerstanden door een zeer dunnen, met lampzwart bedekten platinadraad vervangen is, terwijl de drie andere zoo gekozen zijn, dat de stroom in de brug nul wordt. Een geringe bestraling van den platinadraad verandert de verhouding (form. 420) der weerstanden, en de naald van den galvanometer in de brug wijkt af. Men kan zoodoende uiterst geringe temperatuursverschillen bepalen (0,000001° — 0,0000001°).

1246. Den *weerstand van vloeistofkolommen* kan men op dezelfde wijze bepalen als dien van draden, *mits* door contact der vloeistoffen met de electroden geene electromotorische kracht ontstaat; daardoor toch zou de stroomsterkte veranderen. Men giet de vloeistoffen in een bakje van prismatischen vorm (fig. 369) en neemt de electroden A en K even groot als de doorsnede van het bakje. — De weerstand van vloeistofkolommen, waarbij door contact met de electroden eene electromotorische kracht ontstaat wordt later besproken (§ 1273.)

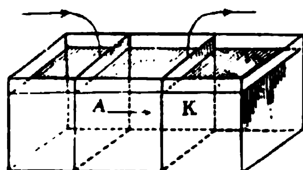


fig. 369.

De weerstandscoëfficient der vloeistoffen is zeer groot; voor de in de galvanische elementen gebruikte vloeistoffen bedraagt hij meestal eenige Ohms. — De *weerstand van vloeistoffen neemt bij verhooging der temperatuur af*, het *geleidingsvermogen* neemt dus toe.

1247. De *totalen weerstand eener (constante) keten* vindt men

als volgt. Zij α de afwijking, die de naald eener tangentenboussole door den stroom verkrijgt, en stellen wij in de formule (398) voor de stroomsterkte $\frac{Hr}{2\pi} = c$, dan is

$$I = \frac{E}{R} = c \operatorname{tg} \alpha.$$

Lascht men nog een bekenden weerstand, w Ohms, in, dan wordt de stroomsterkte

$$I' = \frac{E}{R + w} = c \operatorname{tg} \alpha_1.$$

Dus is

$$R : (R + w) = \operatorname{tg} \alpha_1 : \operatorname{tg} \alpha,$$

$$w : R = (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha_1) : \operatorname{tg} \alpha_1,$$

$$R = w \times \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha_1}. \qquad 421$$

Heeft men vooraf den uitwendigen weerstand r_2 der draden bepaald, dan vindt men den *inwendigen weerstand* r_1 *van de cel:*

$$r_1 = R - r_2.$$

1248. De *electromotorische kracht eener cel* leidt men af uit de stroomsterkte en den totalen weerstand:

$$E = IR = I(r_1 + r_2). \qquad 422$$

Zij is gelijk aan het potentiaalverschil tusschen de polen in de *open* keten, terwijl het potentiaalverschil tusschen de polen der *gesloten* keten, de *klemmenspanning*, kleiner is dan de electromotorische kracht. Immers dit bedraagt, als de weerstand der buitengeleiding r_2 is,

$$E' = I \times r_2. \qquad 423$$

Uit de form. 422 en 423 volgt

$$E' = E \times \frac{r_2}{r_1 + r_2}. \qquad 424$$

Hoe grooter dus de uitwendige weerstand eener keten is, des te meer nadert de waarde der klemmenspanning tot die der electromotorische kracht.

De electromotorische kracht bedraagt bij de gewone temperatuur in Volts voor de elementen van Daniell 1,1, Grove en Bunsen 1,95, Leclanché 1,46, Clark 1,435. De waarde der electromotorische kracht is namelijk afhankelijk van de temperatuur.

Ter bepaling van de klemmenspanning en in het algemeen van het potentiaalverschil tusschen twee punten A en B eener stroombaan verbindt men die punten met de uiteinden der windingen van een galvanometer van zoo grooten weerstand, dat slechts een uiterst klein (te verwaarloozen) deel van den tusschen A en B loopenden

stroom door den galvanometer gevoerd wordt. De sterkte van den door den galvanometer gaanden stroom is dan afhankelijk van het pontentiaalverschil in de punten A en B, dat nu ook door het aanleggen der galvanometerdraden niet merkbaar verminderd is. Eene empirisch verkregen schaalverdeeling geeft dit potentiaalverschil in Volts aan. *Voltmeter.*

De in § 1243 bedoelde Milliampèremeter kan als Voltmeter dienst doen. Stel dat de weerstand der galvanometerwindingen 40 Ohms is en dat men nog een *vóórweerstand* van 960 Ohms bijgevoegd heeft (niet als shunt, maar zóó, dat de vóórweerstand en de galvanometerwindingen eene doorloopende geleiding vormen, dus *achter elkander* geplaatst zijn). Als dan na aanlegging in de punten A en B eener stroombaan de galvanometer een stroom van n Milliampères aanwijst, dan geeft de wet van Ohm

$$n \times 0{,}001 = \frac{e}{40 + 960} \text{ of } e = n \text{ Volts.}$$

Door bijvoeging van een vóórweerstand van 9960 Ohms zou men krijgen $e = 10\,n$ Volts enz.

1249. Eene onbekende electromotorische kracht E_1 kan in eene bekende E_2 uitgedrukt worden, als men beide elementen verbindt zooals in fig. 370 aangeduid is (*methode van Bosscha*). In de brug AB is een galvanometer G ingelascht; in AN_1P_1B zijn de stroomsterkte I_1, de totale weerstand R_1; in BN_2P_2A zijn deze grootheden I_2 en R_2; in de brug I en R. Neemt men aan, dat de stroom in de brug van A naar B loopt, dan geven de wetten van Kirchhoff de volgende betrekkingen:

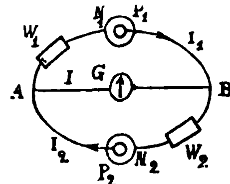


fig. 370.

voor de punten A en B is $I_1 + I = I_2$, (*a*)

voor den gesloten kring AN_1P_1BA is $I_1R_1 - IR = E_1$, (*b*)

voor den gesloten kring ABN_2P_2A is $IR + I_2R_2 = E_2$. (*c*)

Door een passende keuze van R_1 en R_2 kan men den stroom in de brug laten verdwijnen. Heeft dit plaats, dan volgt uit (*a*)

$$I_1 = I_2,$$

en uit (*b*) en (*c*) $\quad E_1 : E_2 = R_1 : R_2.$

De electromotorische krachten verhouden zich dus als de totale weerstanden in AN_1P_1B en BN_2P_2A. Zijn deze niet bekend, dan kan men bij R_1 en R_2 twee bekende weerstanden w_1 en w_2 voegen, zóó dat de stroom in de brug wederom nul wordt. Alsdan is:

$$E_1 : E_2 = (R_1 + w_1) : (R_2 + w_2).$$

Dus $\quad R_1 : R_2 = (R_1 + w_1) : (R_2 + w_2)$

en $\quad R_1 : R_2 = w_1 : w_2;$

dus ook $\quad E_1 : E_2 = w_1 : w_2.$

HOOFDSTUK IX.

Stroomenergie en warmteontwikkeling.

1250. Als tusschen de uiteinden van een draad een potentiaalverschil van e absolute eenheden bestaat, dan moet men, om i absolute eenheden van electriciteit van het uiteinde met den lageren tot dat met den hoogeren potentiaal over te brengen, $i\,e$ ergs arbeid verrichten. Even groot is de electrische energie, die deze hoeveelheid in het tweede punt ten opzichte van het eerste bezit. Stroomt de electriciteit in omgekeerde richting terug, dan gaat de electrische energie in eene aequivalente hoeveelheid kinetische energie over of zij verricht $i\,e$ ergs arbeid, om den weerstand te overwinnen, dien de stroombaan aan de beweging der electriciteit biedt.

Deze overgang *moet* steeds plaats hebben bij electrische strooming, onverschillig aan welke omstandigheden het ontstaan van den stroom moet toegeschreven worden. — Later zal blijken dat de beschikbare energie der door elementen verkregen stroomen aan de in de cellen verloren chemische energie aequivalent is.

Stellen wij ons nu voor, dat eene keten uit verschillende achter elkander geplaatste geleiders bestaat, dat de potentiaalverschillen tusschen de uiteinden der geleiders e_1, e_2 .... absolute eenheden zijn, en dat door de keten in een willekeurigen tijd eene hoeveelheid van i absolute eenheden stroomt, dan wordt daarbij een arbeid verricht van

$$A = i\,(e_1 + e_2 + \ldots.) = i\,E \text{ ergs},$$

waarin E het aantal absolute eenheden van electromotorische kracht der keten voorstelt.

Stroomen de i eenheden in ééne seconde door eene doorsnede van de keten, m. a. w. is de *stroomsterkte* i absolute eenheden, dan is de in t seconden in de keten verrichte arbeid

$$A = i\,(e_1 + e_2 + \ldots.)\,t = i\,E\,t \text{ ergs}.$$

Is de totale weerstand der keten R absolute eenheden, zoo kunnen wij E vervangen door iR (wet van Ohm); de door den stroom verrichte arbeid kan dus ook uitgedrukt worden door i^2Rt ergs, zoodat men de betrekking heeft

$$A = i\,E\,t = i^2 R\,t \text{ ergs.} \qquad 425$$

1251. Is het potentiaalverschil tusschen de uiteinden van een geleider 1 Volt, en zal 1 Coulomb van het uiteinde met lageren tot dat met hoogeren potentiaal overgebracht worden, dan wordt daarvoor een arbeid van $10^8 \times 10^{-1}$ of 10^7 ergs vereischt (§ 1231). Het arbeidsvermogen, dat de hoeveelheid electriciteit daardoor verkrijgt, wordt als *practische eenheid van electrische energie* aangenomen en *Volt-Coulomb* genoemd. Dus is

1 *Volt-Coulomb aequivalent met* 10^7 *ergs.*

Stroomt de hoeveelheid 1 Coulomb weer in omgekeerde richting terug — onverschillig hoe lang zij daarover doet — dan kan zij daarbij een arbeid van 10^7 ergs verrichten. De energie van 10^7 ergs neemt men aan als *practische eenheid van mechanische energie;* men noemt haar *Joule.* Men heeft dus:

1 *Volt-Coulomb is aequivalent met* 1 *Joule.*

Als i Coulombs over een potentiaalverschil van E Volts dalen, kan daardoor een arbeid verricht worden van

$$A = i\,E = i^2\,R \text{ Joules.} \qquad 426$$

Daar 1 KGM = 98120000 = $9{,}8 \times 10^7$ ergs is (§ 245), vindt men

$$1\ KGM = 9{,}812\ Joules;\ 1\ Joule = \frac{1}{9{,}812}\ KGM.$$

1252. De *electrische energie per seconde noemt men het effect.* Voert de electromotorische kracht van 1 Volt in elke seconde 1 Coulomb door eene doorsnede van de keten, m. a. w. is de stroomsterkte 1 Ampère, dan heeft de stroom de *eenheid van effect, Volt-Ampère* genaamd. 1 Volt-Ampère is 1 Volt-Coulomb *per seconde.* 1 Volt-Ampère is aequivalent met 10^7 ergs per seconde of met 1 Joule per seconde. Deze waarde heeft men als *practische eenheid van mechanisch effect* aangenomen; men noemt haar *Watt.* Dus:

1 *Watt* = 1 *Joule per seconde.*

Uit het bovenstaande volgt:

1 *Volt-Ampère is aequivalent met* 1 *Watt.*

Is de electromotorische kracht eener keten E Volts, de totale weerstand R Ohms, de stroomsterkte i Ampères, dan is het effect iE of $i^2 R$ Watts en de totale arbeid, dien de stroom in t seconden kan verrichten,

$$A = iEt = i^2 Rt \text{ Joules.} \tag{427}$$

Als *nuttigen* arbeid kan men alleen beschouwen den arbeid, welke dient om den *uitwendigen* weerstand te overwinnen. Is de klemmenspanning E' Volts, de uitwendige weerstand r_2 Ohms, de stroomsterkte i Ampères, dan is het *nuttig effect* iE' of $i^2 r_2$ Watts, en de nuttige arbeid in t seconden.

$$A = iE't = i^2 r_2 t \text{ Joules.} \tag{428}$$

Een paardekracht is 75 KGM per seconde $= 75 \times 9{,}812$ Joules per seconde. Men vindt dus

$$1 \textit{ paardekracht} = 75 \times 9{,}812 \textit{ Watts} = 736 \textit{ Watts};$$
$$1 \textit{ Watt} = \frac{1}{736} \textit{paardekracht.}$$

1253. Gaat de electrische energie rechtstreeks over in warmte, dan is het aantal absolute calorieën, die daarbij ontstaan, even groot als het aantal ergs, die bij de beschouwingen in § 1250—1252 voor de electrische energie in de plaats traden (§ 767). Men zal dus gemakkelijk de volgende betrekkingen voor de verkregen warmte (W) vinden.

Een stroom van i absolute eenheden, die door E absolute eenheden van electromotorische kracht in eene keten van R absolute eenheden van weerstand ontstaat, ontwikkelt in t seconden

$$\left.\begin{array}{ll} & W = iEt = i^2 Rt \text{ abs. cal.} \\ \text{of} & W = 0{,}000000024\, iEt = 0{,}000000024\, i^2 Rt \text{ G.-cal.} \end{array}\right\} \tag{429}$$

Bij het dalen van i Coulombs over een potentiaalverschil van E Volts (onverschillig in welken tijd dit plaats heeft) ontstaan

$$\left.\begin{array}{ll} & W = 10^7 iE = 10^7 i^2 R \text{ abs. cal.} \\ \text{of} & W = 0{,}24\, iE = 0{,}24\, i^2 R \text{ G.-cal.} \end{array}\right\} \tag{430}$$

Beschouwt men 10^7 absolute calorieën of 0,24 G.-calorieën als nieuwe *practische eenheid van warmte* en noemt men deze hoeveelheid eene *practische calorie*, dan is 1 Volt-Coulomb aequivalent met 1 practische calorie, en worden de beide laatste formules

$$W = iE = i^2 R \text{ pract. cal.} \tag{431}$$

1 practische calorie is aequivalent met 1 Joule.

De eenheid van electrisch effect, 1 Volt-Ampère, is aequivalent

met 1 practische calorie per seconde of, zooals men zeggen kan, met de *practische eenheid van calorisch effect.*

Deze is wederom aequivalent met 1 Watt.

Een stroom van i Ampères, die door eene electromotorische kracht van E Volts in eene keten van R Ohms ontstaat, heeft een calorisch effect van iE of $i^2 R$ practische eenheden. Hij ontwikkelt in t seconden

$$W = 10^7 \, i\,E\,t = 10^7 \, i^2\,R\,t \text{ abs. cal.}$$
of
$$W = 0{,}24\, i\,E\,t = 0{,}24\, i^2\,R\,t \text{ G.-cal.} \qquad 432$$
of
$$W = i\,E\,t = i^2\,R\,t \text{ pract. cal.}$$

De warmte, die een stroom in eene keten ontwikkelen kan, is evenredig met de stroomsterkte en de electromotorische kracht of met het vierkant van de stroomsterkte en met den weerstand der keten (en met den tijd). Deze betrekking heet de *wet van Joule.*

Volgens het bovenstaande geldt de wet van Joule ook voor elken geleider, die deel uitmaakt van de keten, afzonderlijk; in plaats van de electromotorische kracht E treedt echter het potentiaalverschil e tusschen de uiteinden des geleiders, en in plaats van den totalen weerstand R der keten de weerstand r des geleiders.

Hadden de chemische werkingen, die zich in een gesloten element voordoen, plaats zonder dat een stroom ontstaat, dus bij eene gewone chemische proef, dan zou de ontwikkelde warmte vrij komen op de plaats, waar de stoffen op elkaar inwerken. In eene keten is dit niet het geval; de door de chemische werking in de cel vrijkomende warmte *wordt over de geheele keten* (waartoe ook de vloeistoffen van het element behooren) *verdeeld naar gelang van den weerstand in de verschillende deelen der keten.*

1254. Joule bewees deze wet proefondervindelijk door een deel eener stroomgeleiding in een calorimeter te dompelen, die met eene niet-geleidende vloeistof (alcohol) gevuld was. Hij toonde aan: 1°. dat *bij gelijke stroomsterkte de warmteontwikkeling in geleiders evenredig is met hunne weerstanden* (stof, lengte en doorsnede der geleiders kunnen verschillend zijn); 2°. *dat bij gelijken weerstand de warmteontwikkeling evenredig is met het vierkant van de stroomsterkte.*

Door calorimetrische proeven kan men dus de lengte van een draad van bekende doorsnede en van eene bepaalde stof vinden, waarin door een stroom van 1 Ampère 0,24 G.-cal. ontwikkeld worden, m. a. w. men kan op deze wijze *Standaard-Ohms* bepalen (§ 1243).

Heeft men de warmte w gemeten, die in een stuk der keten (draad met weerstand $= r$) ontwikkeld wordt, dan is de in de geheele keten (totale weerstand $= R$) vrijkomende warmte

$$W = w \times \frac{R}{r}. \qquad 433$$

1255. Terwijl de warmte, die in een stroomgeleider ontwikkeld wordt, alleen bepaald wordt door stroomsterkte en weerstand, hangt de *temperatuur*, die de geleider daardoor verkrijgt, ook af van zijne

doorsnede, zijne *soortelijke warmte*, zijn *uitstralingsvermogen*, alsmede van *het geleidingsvermogen en de soortelijke warmte der omgeving.*

Dunne draden worden gemakkelijker gloeiend dan dikke draden van dezelfde stof. — Bij draden van dezelfde stof is de temperatuursverhooging door denzelfden stroom omgekeerd evenredig met de 4de macht der dikte; bij 2-maal zoo geringe dikte wordt de doorsnede 4-maal zoo klein, dus de weerstand en de ontwikkelde warmte 4-maal zoo groot; deze warmte behoeft echter slechts eene 4-maal zoo kleine massa te verwarmen; de temperatuursverhooging wordt dus 16- ($= 2^4$) maal zoo groot. — Platina heeft ongeveer een 6-maal zoo grooten geleidingsweerstand als zilver, eene 2-maal zoo kleine soortelijke warmte en een 2-maal zoo groot soortelijk gewicht. Door denzelfden stroom zou onder overigens gelijke omstandigheden de temperatuur in een platinadraad $\frac{6 \times 2}{2}$ maal zoo hoog stijgen als in een zilverdraad van dezelfde dikte. — De stroomsterkte noodig om een draad te doen gloeien is het geringst, als de draad zich in het luchtledige bevindt; zij is grooter in lucht en nog grooter in waterstof. Een in water geplaatste draad kan niet gloeien.

1256. Door het grootste deel van den totalen weerstand eener keten op een klein gedeelte der geleiding te concentreeren kan men in dit gedeelte ook het grootste deel der in de keten ontwikkelde warmte vrij maken. Men kan op deze wijze *electrisch licht* verkrijgen; bij de zoogenaamde *gloeilampjes* worden vezels van verkoolde stoffen (bamboes, papier) in luchtledige glazen vaten gloeiend, als men een stroom van voldoende sterkte door middel van ingesmolten platinadraden er door leidt. De electromotorische kracht der keten moet zoo groot zijn, dat het potentiaalverschil aan de beide polen der batterij minstens gelijk is aan de som der potentiaalverschillen tusschen de klemschroeven van alle *achter elkaar* geplaatste lampjes; terwijl de stroomsterkte n-maal zoo groot moet zijn als de voor één lampje vereischte stoomsterkte, indien het aantal *naast elkaar* geplaatste lampjes n bedraagt.

Een gloeilampje met een weerstand van 50 Ohms, dat een stroom van 0,8 Ampères vereischt, bezit tusschen de klemschroeven een potentiaalverschil van $e = I \times r = 0{,}8 \times 50 = 40$ Volts. Het stroomeffect in dit lampje (de daarin verbruikte energie per seconde) is $e\,I = 0{,}8 \times 40 = 32$ Volt-Ampères. De ontwikkelde warmte is $w = 32$ practische calorieën $= 0{,}24 \times 32$ G.-cal. (het uitgestraalde licht staat ongeveer gelijk met dat van 15 kaarsen).

De temperatuur der witgloeiende koolvezel in ca 1300°; wordt door te groote stroomsterkte hare temperatuur hooger, dan verstuift ze. In mindere mate gebeurt dit reeds bij de eerstgenoemde temperatuur, zoodat een gloeilampje na eenige honderd uren gebrand te hebben onbruikbaar wordt.

Van andere toepassingen vermelden wij, dat door een stroom gloeiend gemaakte platinadraden dienen tot het doen springen van mijnen en in de chirurgie tot het afsnijden van gezwellen.

1257. Als men de uiteinden der beide pooldraden eener open keten met elkander in aanraking brengt en ze daarna weer van elkander verwijdert, dan zal op het oogenblik der scheiding slechts in weinige punten aanraking plaats hebben. Dientengevolge wordt de weerstand daar ter plaatse zeer groot, zoodat de beide uiteinden (electroden) bij voldoende stroomsterkte gloeiend kunnen worden en verdampen. De gloeiende deeltjes, die van de eene electrode naar de andere overgaan, verbinden als het ware de op kleinen afstand van elkaar verwijderde electroden; zij geleiden den stroom beter dan de lucht. Daardoor ontstaat dan op de verbrekingsplaats een *electrische lichtboog* (Davy 1810). Meestal laat men den lichtboog tusschen koolstaafjes ontstaan; het *booglicht* wordt hoofdzakelijk door de gloeiend geworden spitse uiteinden der koolstaafjes uitgestraald.

De met de positieve pool der keten verbonden koolstaaf neemt door verbranding ongeveer *twee*maal zoo sterk af als de andere.

Bij het practisch gebruik moet men zorgen, dat door de verbranding de afstand tusschen de koolspitsen niet te groot wordt (en somtijds ook, dat de lichtboog ongeveer op dezelfde plaats blijft). Toestellen, waarmede dit verkregen wordt, heeten *electrische (boog-)lampen*; zij verplaatsen de koolstaafjes hetzij door middel van een uurwerk, hetzij door de werking van den stroom zelf. Tot de laatste soort behoort de *differentiaallamp* van Hefner-Alteneck (fig. 371). Een metalen hefboom *EF*, die om *D* kan draaien, draagt aan het ééne einde eene ijzeren staaf *GH*, aan het andere einde het met de positieve pool der batterij verbonden koolstaafje, waaronder het tweede koolstaafje geplaatst is. De aankomende stroom verdeelt zich bij *A* in twee takken; de ééne *B* wordt gevormd door een dikken draad van geringen weerstand, die in weinige windingen vrij om de onderste helft der ijzeren staaf loopt en verbonden is (met de as van) den hefboom; de andere *C* bestaat uit een dunnen draad van grooten weerstand, die in vele windingen om de bovenste helft der ijzeren staaf loopt en bij *K* verbonden is met het tweede koolstaafje. Raken de koolstaafjes elkander aanvankelijk niet, dan gaat de geheele stroom door den dunnen draad van *A* over *C* naar *K*; daardoor wordt de ijzeren staaf binnen de bovenste windingen (dus omhoog) getrokken (§ 1285), en de uiteinden der koolstaafjes komen in contact. Nu wordt de stroom bij *A* gesplitst; het grootste deel gaat langs den weg *ABDFK*; slechts een klein deel volgt den dunnen draad. Het magnetische veld der windingen *B* wordt nu sterker dan dat der windingen *C*; de ijzeren staaf wordt omlaag getrokken, de koolspitsen verwijderen zich van elkander en daartusschen ontstaat de lichtboog. De onderlinge afstand der koolspitsen kan echter een bepaald bedrag niet overschrijden, omdat anders de weerstand in *ABDFK* te veel zou toenemen, waardoor de stroomsterkte in den tak *C* grooter zou worden; dientengevolge zou de ijzeren staaf naar boven getrokken worden en het uiteinde *F* met het positieve koolstaafje weer dalen. Tusschen kleine grenzen blijft zoodoende de onderlinge afstand der koolstaafjes constant.

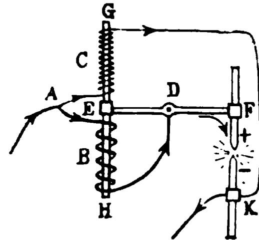


fig. 371.

Bij de *electrische kaarsen* van Jablochkoff zijn de beide koolstaafjes verticaal naast elkander geplaatst, gescheiden door eene dunne isoleerende laag kaolin. De ondereinden der beide staafjes zijn met de geleidingsdraden verbonden; door aanvankelijk de bovenste uiteinden door middel van een dun stukje kool te verbinden, zorgt men er voor, dat daar de stroom van het eene naar het andere staafje overgaat. Heeft zich de lichtboog gevormd, dan blijft de stroom aan den top der „kaars" overgaan; de isoleerende laag smelt door de hitte af. Men gebruikt deze eenvoudige inrichting voor stroomen, die voortdurend van richting veranderen (wisselstroomen).

De temperatuur in den lichtboog schat men op meer dan 2000°, die van de negatieve kool op 2500°, die van de positieve op 3000°—3500° (volgens Violle verdampt koolstof bij 3500°). — Om een booglicht te verkrijgen moet de electromotorische kracht van den stroomgever groot zijn, daar de weerstand in den lichtboog aanzienlijk is. Eene eenvoudige betrekking tusschen het in den lichtboog verbruikte aantal Volt-Ampères en de verkregen lichtsterkte is niet op te geven; men rekent op 1 paardekracht (736 Watts) een licht van 1200 kaarsen lichtsterkte. De lichtsterkte der gebruikelijke booglampen is niet meer dan een paar duizend kaarsen. Men heeft overigens booglicht verkregen, waarvan de lichtsterkte gelijk is aan die van eenige millioen kaarsen. — Het electrisch licht is bijzonder rijk aan violette en ultraviolette stralen.

Van de hooge temperatuur van den lichtboog maakt men gebruik bij het wellen van metalen, het reduceeren van metaal-oxyden (door kool), tot het smelten van klei bij de bereiding van aluminium enz. Electrische smeltoven van Moissan. Vorming van siliciumcarbid (carborundum), calciumcarbid enz.

HOOFDSTUK X.

Electrolyse.

I. De wetten van Faraday.

1258. Vloeistoffen, die den stroom geleiden, doen dit — met uitzondering van kwik en gesmolten metalen — slechts onder ontleding. Men noemt het verschijnsel *electrolyse* (lysis = scheiding) en deze vloeistoffen, die het karakter van zouten, zuren of basen hebben, *electrolyten*. De electrode, waardoor de stroom in de vloeistof treedt, heet *anode*, die, waarin hij weer uit de vloeistof overgaat, *kathode* (§ 1196). — Ten opzichte van de chemische ontleding kan men in 't algemeen zeggen, dat de ontledingsproducten zich alleen aan de electroden vertoonen, en dat de metalen (of waterstof) der zouten enz. aan de kathode, de resten aan de anode vrij komen. Men noemt de beide bestanddeelen van het electrolyt *ionen* (ion = het gaande, zich bewegende); het aan de kathode vrij komende ion heet *kation*, het aan de anode vrij komende *anion*. — Bij de electrolyse treden meestal zoogenoemde *secundaire* chemische werkingen op, indien namelijk de aan de electroden afgescheiden deelen chemisch op de electroden of op de vloeistof werken.

Bij de electrolyse eener oplossing van kopersulfaat ($CuSO_4$) komt koper (Cu) vrij aan de kathode, de rest (SO_4) aan de anode. De kathode wordt bedekt met koper; is de anode van platina, dan verbindt SO_4 zich secundair met de waterstof (H_2) van het water tot zwavelzuur (H_2SO_4), terwijl zuurstof (O) vrij wordt. Is de anode koper, zink of ijzer, dan ontstaat door verbinding van SO_4 met het metaal der anode een zout. — Bij de electrolyse van verdund zwavelzuur tusschen electroden van platina komt waterstof (H_2) als kation vrij, terwijl — op dezelfde wijze als in het vorige voorbeeld—zuurstof (O) aan de anode afgescheiden wordt: *schijnbare ontleding van water* (volkomen zuiver water geleidt den stroom niet en wordt niet ontleed). — Bij de ontleding eener oplossing van K_2SO_4 tusschen electroden van platina ontstaat door de werking der ionen op het water aan de anode H_2SO_4 en O; aan de kathode 2 KOH en H_2. Is de oplossing door een aftreksel van koolbladeren violet gekleurd, dan verandert de kleur aan de anode in rood, aan de kathode in groen.

1259. Faraday heeft de volgende naar hem genoemde wetten gevonden:

1°. *De hoeveelheid eener stof, die door electrolyse veranderingen ondergaat, is evenredig met de stroomsterke (en met den tijd).*

Bewijs van deze wet (en de volgende) door middel eener keten, waarin ontledingstoestellen, eene tangentenboussole en een rheostaat opgenomen zijn. Men bepaalt de massa der op de kathode neergeslagen stoffen door weging, of berekent de massa der gevormde gassen uit hunne volumina; zie § 1260 en 1261.

2°. Wordt dezelfde stroom achtereenvolgens door ontledingstoestellen met verschillende electrolyten geleid, dan *verhouden zich de massa's der stoffen, die door electrolyse veranderingen ondergaan, als de chemische aequivalenten dier stoffen.*

Aequivalent zijn hoeveelheden van stoffen, die zich met één atoom van een monovalent element verbinden. Het chemische aequivalent van een element is dus het quotient van zijn atoomgewicht en zijne valentie. De hoeveelheden waterstof, zilver, zuurstof, koper, zink, door gelijke stroomen in gelijke tijden verkregen, verhouden zich dus als $1:108:\frac{16}{2}:\frac{63{,}4}{2}:\frac{65}{2}$.

Men kan de tweede wet van Faraday ook aldus uitdrukken: ***dezelfde stroom maakt in verschillende electrolyten evenveel valenties vrij.*** Zijn de vrije valenties, die de ionen van twee electrolyten bezitten, ongelijk, dan is het aantal moleculen, die chemische veranderingen ondergaan, omgekeerd evenredig met het aantal vrije valenties der ionen van eene molecule. — Dezelfde stroom, die het koper van eene molecule kopersulfaat neerslaat, zou het zilver van twee moleculen zilvernitraat neerslaan. In Cu_2Cl_2 is koper monovalent, in $CuCl_2$ bivalent; dezelfde stroom maakt uit de eerste stof tweemaal zooveel koper aan de kathode vrij als uit de tweede stof. — Leidt men denzelfden stroom door drie ontledingstoestellen, waarin zich respectievelijk zoutzuur, verdund zwavelzuur en ammoniak bevinden, dan komen aan de drie kathoden gelijke volumina waterstof vrij; evengroot is het volumen chloor, dat aan de anode van den eersten toestel vrij komt; terwijl het volumen zuurstof de helft en het volumen stikstof een derde van dat van het chloor is.

1260. De hoeveelheid (massa) van elk electrolyt of van elk bestanddeel van het electrolyt, dat door een stroom, waarvan de sterkte i bedraagt, gedurende t seconden chemische werkingen ondergaat, is in grammen

$$H = a\,i\,t, \qquad 434$$

als a het aantal grammen van de stof (of van het bestanddeel) aanwijst, dat door een stroom van de eenheid van sterkte per seconde electrolytisch veranderd wordt. Men noemt a het *electrochemisch aequivalent* der stof. Voor zilver heeft men (door ontleding van zilvernitraat) gevonden $a = 0{,}001118$ G per Ampère en seconde (of per Coulomb), dus is het electrochemisch aequivalent

van waterstof $\frac{1}{108} \times 0{,}001118$ G of 0,00001036 G, voor water $\frac{9}{108} \times 0{,}001118$ G, voor koper $\frac{63{,}4}{2 \times 108} \times 0{,}001118$ G enz.

Voor de absolute stroomeenheid zijn deze getallen 10 maal zoo groot.

Bij de ontwikkeling van 1 G waterstof gaan $\frac{1}{0{,}00001036}$ of 96540 Coulombs door den ontledingstoestel. Even groot is het aantal Coulombs bij neerslag van 108 G zilver en van 31,7 G koper, bij de ontleding van 9 G water enz., kort bij de electrolytische bewerking van één „gramaequivalent" der verschillende stoffen.

1261. Is het electrochemisch aequivalent a eener stof bekend, dan kan formule 434 dienen, om door bepaling van H de stroomsterkte i te vinden. Toestellen, die daarvoor geschikt zijn, heeten *voltameters* (niet voltmeters, § 1248). Men heeft *metaalvoltameters en watervoltameters*. In den *zilvervoltameter* is de vloeistof een opgelost zilverzout; de electroden zijn *zilveren* platen; op de kathode wordt even veel zilver neergeslagen, als van de anode afgenomen wordt; de gemiddelde concentratie der oplossing verandert niet; de waarde H bepaalt men door de gewichtsvermeerdering der kathode of de gewichtsvermindering der anode. — In den *watervoltameter* wordt verdund zwavelzuur tusschen electroden van *platina* ontleed; de vrij komende gassen worden opgevangen en de massa H van het ontlede water uit het afgelezen volumen v van het knalgas bepaald. Men kan de beide gassen ook afzonderlijk opvangen. Zie fig. 372.

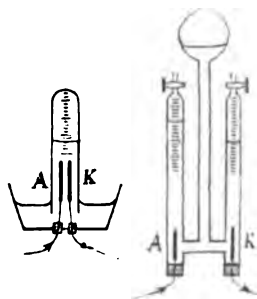


fig. 372.

Is de dichtheid van het knalgas met betrekking tot lucht D, de barometerstand B cM, het soortelijk gewicht van het verdunde zwavelzuur S, de temperatuur t^0, de hoogte van den vloeistofspiegel in het vat, waarin de gassen opgevangen zijn, **boven** (**beneden**) den vloeistofspiegel in het communiceerende vat h cM, de maximum-spanning van waterdamp bij t^0 s cM, de vochtigheidstoestand van het gas e (§ 733) en de uitzettingscoëfficient van gassen x, dan is

$$H = v \times 0{,}001293 \times D \times \frac{B \mp \frac{h \times S}{13{,}6} - e\,s}{76} \times \frac{1}{1 + x\,t} \text{ gram.} \qquad 435$$

Het volumen der ontwikkelde zuurstof blijkt iets minder te zijn dan de helft van dat der waterstof. De oorzaak vindt men in de ongelijke oplosbaarheid der beide gassen en in de vorming van ozon en waterstofdioxyde aan de anode. — 1 Coulomb ontwikkelt 0,174 cM^3 normaal knalgas, dus 0,116 cM^3 normaal waterstof.

De zilvervoltameter biedt twee voordeelen boven den watervoltameter: 1°. het aequivalentgewicht van zilver is 12 maal zoo groot als dat van water; 2°. de massa van het neergeslagen zilver kan door weging nauwkeuriger bepaald worden, dan die van het ontlede water door berekening met behulp van form. 435.

Terwijl men met de tangentenboussele de sterkte van een stroom van korten duur bepaalt, dienen de voltameters, om de *gemiddelde* sterkte van een langdurigen stroom te vinden.

1262. Grotthus nam aan, dat alle tusschen de kathode en de anode gelegen moleculen door den stroom ontleed worden, dat echter het kation van elke molecule zich terstond weer met het anion der volgende molecule verbindt, zoodat de ontledingsproducten zich alleen aan de electroden vertoonen. Nadat echter gebleken was, dat het voor deze ontleding vereischte arbeidsvermogen niet door den stroom kon geleverd worden, daar ook bij den zwaksten stroom in *alle* electrolyten afscheiding der ionen waargenomen wordt, is tegenwoordig de volgende theorie van Clausius-Arrhenius algemeen aangenomen.

In eene oplossing, die den stroom geleidt, zijn reeds een zeker aantal (of alle) moleculen (door de werking van het oplossingsmiddel) in deelen (ionen) gesplitst, die gelijke, doch ongelijknamige electrische ladingen bezitten; het anion heeft eene negatieve, het kation eene even groote positieve lading. Gaat geen stroom door de vloeistof, dan bevinden zich overal evenveel anionen als kationen, zoodat van deze ladingen geene werking naar buiten bespeurd wordt; ontstaat echter door den stroom een potentiaalverschil tusschen de electroden, dan bewegen zich de negatief geladen anionen naar de positief geladen anode en de positief geladen kationen naar de negatief geladen kathode. Ook nu bevinden zich in de vloeistof nog evenveel anionen als kationen, zoodat geene werking naar buiten bemerkbaar wordt. Bij de electroden gekomen, deelen de ionen aan deze hunne lading mede; de electroden worden daardoor ontladen, maar op hetzelfde oogenblik herstelt de stroom de potentialen der electroden weer. Door het verlies hunner ladingen verliezen de afgescheiden deeltjes ook hun karakter als ionen en worden gewone atomen of atoomgroepen. — Aan elke electrode worden in denzelfden tijd door de ionen gelijke (en tegengestelde) ladingen medegedeeld. De stroom in het electrolyt is dus een *convectiestroom*; de hoeveelheid electriciteit, die door den stroom in beweging gebracht wordt, is gelijk aan de som van de positieve ladingen der kationen en van de negatieve ladingen der anionen.

In oplossingen (b. v. suiker), welke de wetten van Van 't Hoff en Raoult volgen (§ 726 e. v.) heeft geen dissociatie plaats; zij ***geleiden den stroom niet***, zij zijn dus geen electrolyten. ***Electrolyten zijn alleen die vloeistoffen, waarbij zich het in § 731 besproken verschijnsel van dissociatie voordoet.*** Men moet dus aannemen, dat alleen die moleculen, welke reeds gedissocieerd zijn, voor het vervoer van electriciteit dienen, niet echter de overige en het oplossingsmiddel. — Daar alleen van de temperatuur en van den graad van concentratie eener oplossing afhangt, welk gedeelte der opgeloste moleculen gedissocieerd is, worden in niet sterk verdunde oplossingen wederom evenveel moleculen gedissocieerd, als het aantal ionen bedraagt, die aan elke electrode hunne ladingen afstaan en daarna secundaire chemische werkingen ondergaan; het geleidingsvermogen blijft dus gedurende geruimen tijd constant. — ***Het percentgehalte aan gedissocieerde moleculen neemt met de temperatuur toe***; ***evenzoo dus het geleidingsvermogen*** (§ 1246). — Arrhenius berekende in de onderstelling, dat het geleidingsvermogen bepaald wordt door de verhouding van het aantal gedissocieerde moleculen tot het geheel aantal moleculen, ***uit het geleidingsvermogen*** van electrolyten van verschillende concentratie het percentgehalte der gedissocieerde moleculen en vond daarvoor dezelfde uitkomsten, die men ***uit de verlaging van het vriespunt en de verhooging van het kookpunt der oplossingen verkrijgt*** (§ 731). — Dat de ionen niet de gewone chemische werkingen vertoonen (dat b. v. het ion SO_4 niet chemisch op het water werkt, ***zoolang*** het een ion is), beschouwt men als een gevolg hunner ladingen. — Om de wetten van Faraday te verklaren, behoeft men slechts aan te nemen, dat de kationen van één gramaequivalent van het electrolyt eene positieve lading van $\frac{1}{2} \times 96540$ of 48270 Coulombs en de anionen eene negatieve lading van 48270 Coulombs vervoeren. Hierbij bezitten alle (gelijksoortige en ongelijksoortige) ionen ladingen, die evenredig zijn met hunne vrije valenties, zoodat aan elke vrije valentie van een willekeurig ion eene ***standvastige lading*** toekomt. De grootte dezer lading heeft Thomson bepaald op eene wijze, die wij hier niet kunnen bespreken; hij vond daarvoor $3{,}4 \times 10^{-10}$ e.-s. eenheden [1]) $= 1{,}13 \times 10^{-19}$ Coulomb. — Volgens deze hypothese behoeft dus de stroom geen arbeid te verrichten om moleculen te ontleden, wel echter, om den wrijvingsweerstand te overwinnen, dien de ionen bij de beweging door de vloeistof ondervinden.

1263. Van de veelvuldige *toepassingen* der electrolyse noemen wij:

1°. de *galvanostegie* (stego = ik bedek), d. i. het bekleeden van een metaal met een laagje zilver, goud, nikkel, enz. Om b. v. koper te verzilveren, plaatst men het *als kathode* in eene oplossing

---

[1]) Daar de ionen-lading van 1 G waterstof 48270 Coulombs is, bedraagt de lading van 1 cM³ (= 0,000089 G) normaal waterstof $0{,}000089 \times 48270$ of 4,296 Coulomb $= 4{,}296 \times 3 \times 10^9$ of $1{,}29 \times 10^{10}$ e.-s. eenheden. Had men deze en de even groote bij de electrolyse verkregen lading der aequivalente hoeveelheid SO_4-ionen op twee geleiders gebracht, die 100 M van elkander verwijderd zijn, dan zouden deze beide elkander aantrekken met eene kracht van $\frac{1{,}29^2 \times 10^{20}}{10000^2}$ dynes of 1700000 KG. — Nog zij opgemerkt, dat men uit deze gegevens het aantal waterstofmoleculen (n) in 1 cM³ afleiden kan. Men heeft nl.

$$n \times 3{,}4 \times 10^{-10} = 1{,}29 \times 10^{10},$$

waaruit $n = 3{,}8 \times 10^{19}$.

van een zilverzout, terwijl eene plaat van zuiver zilver als anode dient. Van de laatste wordt door secundaire werking evenveel zilver opgelost als op de kathode neergeslagen wordt.

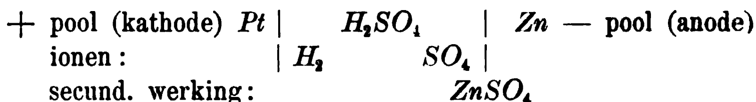
2°. de *galvanoplastiek*, d. i, het vervaardigen van volkomen gelijkende afbeeldingen van munten, medailles, gravures, enz. Een afdruksel van het voorwerp in gips of caoutchouc (matrijs) wordt met (geleidend) bronspoeder of potlood bedekt en als kathode in eene oplossing van een zout gebracht; als anode dient wederom eene plaat van het in het zout aanwezige metaal. Nadat de neergeslagen laag eene voldoende dikte verkregen heeft, licht men ze van de matrijs af. *Galvano's*; *clichés.*

3°. de afscheiding in zuiveren toestand van tal van metalen aan de kathode: kalium, natrium, barium, lithium, magnesium, aluminium enz.

Bij de bereiding van kalium gebruikt men als kathode kwikzilver, waarmede het afgescheiden metaal een amalgaam vormt.

II. Chemische werking in het element.

1264. Ook voor de chemische werkingen, welke binnen een galvanisch element plaats grijpen, gelden de wetten der electrolyse. Daar de stroom bij de negatieve pool *in* de cel en bij de positieve pool *uit* de cel treedt, is voor de vloeistof der cel de negatieve pool de anode en de positieve pool de kathode. De chemische veranderingen in de cel van Smee b. v. zijn dus:



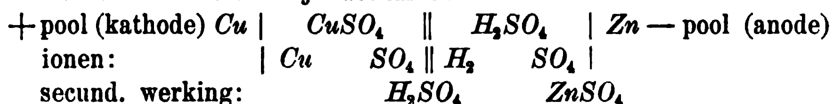
+ pool (kathode) Pt |	H_2SO_4	| Zn	— pool (anode)
ionen:	| H_2	SO_4 |	
secund. werking:		$ZnSO_4$	

Aan de platinaplaat wordt H_2 vrij; aan de zinkplaat wordt $ZnSO_4$ gevormd; H_2SO_4 verandert langzamerhand in $ZnSO_4$.

Is het zink zuiver, dan zal in de *open* keten geen chemische werking ontstaan; slechts als het onzuiver is, vertoont zich de bekende werking, namelijk vorming van zinksulfaat en ontwikkeling van waterstof ***aan de zinkplaat.*** Ook deze gewone chemische werking brengt men in verbinding met de electrolyse: onzuiver zink bevat meestal ijzerdeeltjes, waarvan elk met het naburige zink en met het zwavelzuur een kort gesloten elementje vormt; de uiterst zwakke stroom, die daardoor ontstaat, lost zink op en maakt waterstof — schijnbaar aan het zink, in werkelijkheid echter aan het ijzerdeeltje — vrij. Het verloren chemisch arbeidsvermogen dezer „lokale" werking verandert ***binnen het glas*** geheel in warmte, welke met het ontstaan van den stroom, dien het element na sluiting levert, niets te maken heeft. — Komt ***door sluiting der keten*** (waarin

het zink zuiver of geamalgameerd is, § 1216) de stroom tot stand, dan wordt waterstof *aan de platinaplaat* vrij; het verloren chemisch arbeidsvermogen doet eene aequivalente hoeveelheid electrische energie (Volt-Ampères) ontstaan, die door den stroom *in de geheele keten* in warmte omgezet wordt.

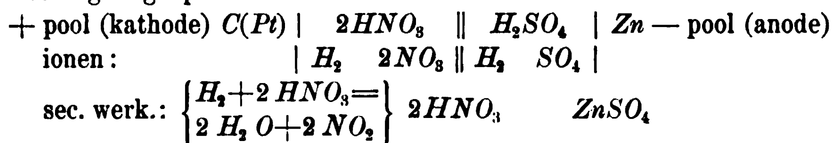
1265. Zijn er twee door een poreuzen wand gescheiden vloeistoffen in de cel, dan zijn de stoffen, waarmede elke vloeistof in aanraking is, anode en kathode voor deze vloeistof. In de cel van Daniell b. v. is voor het zwavelzuur de zinkpool de anode en het kopersulfaat de kathode; voor het kopersulfaat is het zwavelzuur de anode en de koperpool de kathode. De chemische veranderingen in de cel van Daniell zijn derhalve:



+ pool (kathode) Cu | $CuSO_4$ || H_2SO_4 | Zn — pool (anode)
ionen: | Cu SO_4 || H_2 SO_4 |
secund. werking: H_2SO_4 $ZnSO_4$

Er ontstaat dus $ZnSO_4$ aan de zinkplaat, H_2SO_4 aan den poreuzen wand en neerslag van Cu op de koperplaat, terwijl H_2SO_4 langzamerhand in $ZnSO_4$ en $CuSO_4$ in H_2SO_4 verandert.

Ook van de cel van Bunsen (Grove) geven wij de chemische werking nog op:



+ pool (kathode) $C(Pt)$ | $2HNO_3$ || H_2SO_4 | Zn — pool (anode)
ionen: | H_2 $2NO_3$ || H_2 SO_4 |
sec. werk.: $\left\{\begin{matrix} H_2+2\,HNO_3= \\ 2\,H_2\,O+2\,NO_2 \end{matrix}\right\}$ $2HNO_3$ $ZnSO_4$

1266. De chemische werking in de cel van Daniell komt hierop neer, dat per stroomeenheid (Ampère) en tijdseenheid zooveel gram zink in zwavelzuur opgelost en zooveel gram koper uit kopersulfaat neergeslagen wordt, als de electrochemische aequivalenten dezer stoffen aangeven. Deze waarden zijn voor zink 0,000328 G en voor koper 0,000336 G. Uit thermochemische onderzoekingen (§ 759 e.v.) volgt, dat de warmte, die door verbinding van 0,000328 G zink met zwavelzuur vrij komt, 0,55 G.-cal. bedraagt, terwijl bij het afscheiden van 0,000336 G koper uit kopersulfaat 0,29 G.-cal. verdwijnen. Bijgevolg worden in de cel van Daniell per Ampère en seconde beschikbaar 0,55 — 0,29 = 0,26 G.-cal. Volgens form. 429 heeft men dus

$$0{,}26 = 0{,}24\ E,$$

waaruit voor de electromotorische kracht der cel volgt

$$E = \frac{0{,}26}{0{,}24} = 1{,}1 \text{ Volt (ong.)}.$$

Deze waarde is in overeenstemming met de vroeger (§ 1248) gevonden waarde.

Men heeft nu volgens form. 433 de warmte bepaald, die in eene geheele keten vrij komt, en daarvoor werkelijk per Ampère en per seconde 0,26 G.-cal. gevonden. Dit bewijst, dal inderdaad de *chemische energie,* die in de cel van Daniell verloren gaat, *aequivalent is met de electrische energie van den stroom.* — Bij andere elementen is dit niet het geval; er kunnen b.v. chemische werkingen plaats hebben, die alleen warmte binnen de cel, maar geen stroom voortbrengen; in andere gevallen vindt een gedeelte der stroomenergie zijn aequivalent in de later te bespreken thermo-electrische verschijnselen. In 't algemeen kan dus de electromotorische kracht eener cel niet uit de thermochemische werkingen *berekend* worden.

Voor elementen (Daniell), waarbij de stroomenergie aequivalent is met de verloren chemische energie der cel, is dit verlies per seconde aequivalent met het stroomeffect iE of i^2R Voltampères. Hieruit blijkt, dat de hoeveelheid zink, die in de cel opgelost wordt, samengesteld evenredig is met de stroomsterkte en de electromotorische kracht of met het vierkant der stroomsterkte en den totalen weerstand. Dit geldt ook voor de combinatie van zulke elementen tot batterijen.

1267. De electrolytische verschijnselen hebben Nernst tot de volgende verklaring van het ontstaan van den galvanischen stroom geleid. Men schrijft aan een vast lichaam, dat in aanraking is met eene vloeistof, eene kracht toe, die de oppervlaksdeeltjes in de vloeistof tracht te drijven; men noemt deze kracht *oplossingsdruk.* De opgeloste deeltjes gedragen zich echter in vele opzichten als gasdeeltjes; zij oefenen een druk uit, dien wij als osmotischen druk hebben leeren kennen; deze tracht de opgeloste deeltjes weer neer te slaan en werkt dus den oplossingsdruk tegen. Bij het indompelen van een metaal in eene vloeistof worden nu metaaldeeltjes — al is hunne massa soms onmeetbaar gering — opgelost, die echter volgens Nernst niet als gewone moleculen, maar als positief geladen ionen in de vloeistof treden (de metaalionen zijn steeds kationen). Daardoor wordt de vloeistof positief, het metaal negatief geladen. De electrostatische aantrekking, die het negatief geladen metaal op de kationen uitoefent, werkt in denzelfden zin als de door de oplossing ontstane osmotische druk; beide maken spoedig evenwicht met den oplossingsdruk van het metaal. Alsdan heeft zich een bepaald potentiaalverschil gevormd tusschen de vloeistof en het metaal. Zoo geeft het zink in het element van Daniell ionen

af aan het verdunde zwavelzuur en laadt zich daarbij negatief. De tegenovergestelde werking heeft aan de koperelectrode plaats; daar de osmotische druk der kopersulfaatoplossing grooter is dan de oplossingsdruk van het koper, treden koper-kationen tot de koperelectrode en laden deze positief. Eindelijk vindt de overgang van waterstofkationen aan de aanrakingsplaats zijn grond in het verschil in osmotischen druk der beide vloeistoffen en in het door Hittorf ontdekte verschil in snelheid der kationen en anionen. Ten slotte resulteert in de open keten een positief potentiaalverschil tusschen koper en zink, dat in den verbindingsdraad een stroom opwekt; de daardoor bewerkte verandering in de potentialen der electroden bestendigt de verschuiving der ionen.

Hoe geringer de osmotische druk der gevormde zinksulfaatoplossing en hoe grooter die der kopersulfaatoplossing is, des te meer ionen zullen in zekeren tijd kunnen overtreden. Dit is in overeenstemming met het feit dat de electromotorische kracht van een Daniell'sch element grooter wordt bij vermindering der concentratie van het gevormde zinksulfaat en bij vermeerdering der concentratie van het kopersulfaat.

III. Polarisatiestroom.

1268. Brengt men tusschen eene batterij B, een watervoltameter V en een galvanometer G de in fig. 373 voorgestelde draadverbindingen aan, waarbij aanvankelijk de draad d geen der draden d_1 en d_2 raakt, dan kan men den batterijstroom sluiten door het uiteinde van den draad d in aanraking te brengen met het uiteinde van d_1 (*enkele* pijlspitsen). In den Voltameter heeft „waterontleding" plaats en de galvometernaald vertoont eene afwijking. — Verbreekt men nu de aanraking van d en d_1 en brengt het uiteinde van d in aanraking met het uiteinde van d_2, dan wordt de batterijstroom verbroken en vertoont de galvanometernaald de tegenovergestelde afwijking; hierdoor wordt een stoom aangewezen, die alleen in den Voltameter kan ontstaan zijn, en die door dezen in tegenovergestelde richting loopt (*dubbele*

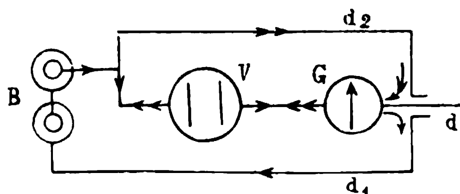


fig. 373.

pijlspitsen) als de batterijstroom. Dezen stroom, waarvan men het ontstaan vroeger aan een eigenaardigen, „gepolariseerden" toestand der electroden toeschreef, heeft men *polarisatiestroom* genoemd. Men verklaart zijn ontstaan als volgt. Door de ontwikkeling van zuurstof en waterstof aan de electroden is de voltameter een element geworden van de samenstelling: (+) platina-zuurstof-zwavelzuur-waterstof-platina (—); voor den polarisatiestroom is dus de electrode, welke met waterstof in aanraking is, de anode, de andere de kathode; de nu aan de anode vrij komende SO_4-ionen verbinden zich, na hunne ladingen afgegeven te hebben, met de daar aanwezige waterstof tot H_2SO_4; terwijl de aan de kathode vrij komende H_2-ionen met de zuurstof weer water vormen. Als zoodoende de hoeveelheid der gassen vermindert, wordt ook de kracht, waardoor de ionen aangetrokken worden (en dus de electromotorische kracht van den polarisatiestroom) kleiner; met het verdwijnen der gassen houdt de stroom op.

Gasbatterij van Grove, bestaande uit eenige achter elkander geplaatste watervoltameters, waarvan de buisjes met vooraf bereide waterstof en zuurstof gevuld zijn. Het platina, dat zich in het met zuurstof gevulde buisje bevindt, is de positieve pool van het gas-element.

1269. Ook terwijl de batterijstroom door den voltameter gaat, bestaat de polarisatie der electroden, en daar de hierdoor opgewekte electromotorische kracht E_1 de tegengestelde richting van de electromotorische kracht E der batterij heeft, wordt de batterijstroom verzwakt. De sterkte van den stroom wordt dus uitgedrukt door

$$i = \frac{E - E_1}{R}, \qquad 436$$

als R den weerstand van batterij, verbindingsdraden en voltameter voorstelt.

Als men op de in § 1249 besproken wijze de electromotorische kracht eener keten van n cellen van Daniell, waarin een watervoltameter V is opgenomen, vergelijkt met die van ééne cel (zie fig. 374), dan vindt men de electromotorische kracht der baterij niet n-maal zoo groot als die van ééne cel, maar zooveel minder, als de electromotorische kracht van den voltameter bedraagt. Deze laatste wordt bepaald door de soort van de electroden, van het electrolyt en van de (door secundaire werking) aan de electroden ontwikkelde stoffen, verder ook van de stroomsterkte. Zoolang in verschillende gevallen de waarde $(E - E_1)$ Volts en dus de stroom-

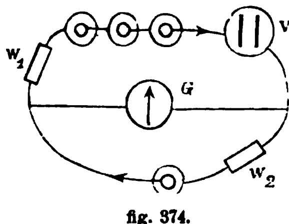


fig. 374.

strekte, i Ampères, gelijk is, wordt wel is waar steeds evenveel knalgas ontwikkeld, maar daar de electromotorische kracht E_1 der polarisatie verschillende waarden kan hebben, zal de in verschillende voltameters gewonnen chemische energie (aequivalent met iE_1 Watts) zelfs bij ontwikkeling van gelijke hoeveelheden knalgas ongelijk kunnen zijn. Men schrijft dit toe aan secundaire reacties, vorming van ozon en waterstof-dioxyde. — Kent men het aantal G.-cal., dat 1 G waterstof bij oxydatie levert, dan kan men met behulp van het electrochemisch aequivalent van waterstof de electromotorische kracht der polarisatie berekenen (verg. § 1266); men vindt daarvoor ongeveer 1,7 Volts. Deze waarde moet als minimum voor de electromotorische tegenkracht bij de waterontleding aangemerkt worden; door proeven heeft men gevonden, dat zij een zeker maximum, afhankelijk van de bovengenoemde omstandigheden, n.l. ongeveer 2,7 Volts, kan bereiken.

1270. Hieruit volgt, dat door middel eener cel, waarvan de electromotorische kracht minder dan 1,7 Volts bedraagt (b. v. Daniell $= 1,1$ Volt) eene (zichtbare) ontleding van water onmogelijk is. Men heeft minstens twee cellen van Daniell noodig; daarentegen kan met ééne cel van Bunsen of Grove (1,95 Volt) waterontleding verkregen worden.

In eene keten, samengesteld uit één element van Daniell, een voltameter en een galvanometer, blijkt na sluiting een kortstondige stroom te ontstaan; de galvanometernaald keert echter terstond naar den evenwichtsstand terug. De (onzichtbare) gassen, die onmiddellijk na sluiting van de keten op de electroden gevormd worden, doen eene tegenwerkende electromotorische kracht ontstaan, waarvan het bedrag met de dikte der gaslaag zoo lang aangroeit, totdat zij gelijk geworden is aan die van het element. Daarna kan geen strooming meer plaats hebben.

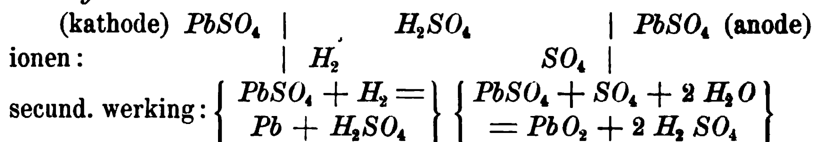
1271. Niet slechts bij de ontleding van water ontstaat polarisatie, maar door elke electrolyse, waarbij door de werking der ontledingsproducten op de electroden en het electrolyt eene electromotorische kracht opgewekt wordt. Blijkbaar is dit niet het geval bij ontleding van een metaalzout tusschen twee electroden van hetzelfde metaal (kopersulfaat tusschen koperen electroden); zulke ontledingen kunnen door de geringste electromotorische kracht verkregen worden.

De polarisatie door ontwikkeling van gassen (waterstof) op de positieve poolplaat is ook de oorzaak, dat sommige elementen niet constant zijn (§ 1216). Bij de *constante elementen* wordt de vorming van waterstof verhinderd, b. v. door de aanwezigheid van kopersulfaat (Daniell), door de oxydeerende werking van salpeterzuur (Grove en Bunsen), van bruinsteen (Leclanché) of van kaliumbichromaat (Bunsen). Verg. § 1265.

1272. Op den polarisatiestroom berusten de *secundaire elementen* of *accumulatoren* (ophoopers).

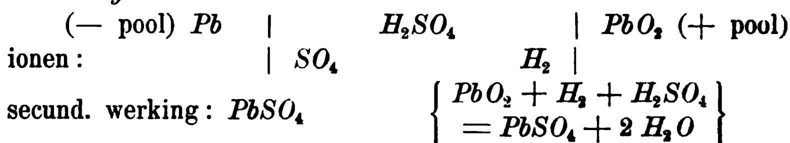
Twee met menie of loodsulfaat bedekte loodplaten dienen als electroden, verdund zwavelzuur als electrolyt. Wordt een batterijstroom door den toestel geleid, dan wordt aan de anode door het anion (SO_4) loodperoxyd (PbO_2) gevormd; aan de kathode wordt door het kation (H_2) lood verkregen. Hierdoor wordt de accumulator „geladen"; hij vormt een element $PbO_2 \mid H_2SO_4 \mid Pb$, waarin *de met loodperoxyd bedekte plaat de positieve, het (poreuze) lood de negatieve pool is.* Verbindt men de polen door een draad, dan ontstaat een „ontladingsstroom", die des te langer duurt, naarmate de lagen PbO_2 en Pb dikker zijn; immers de ontladingsstroom brengt in den accumulator chemische werkingen voort, die tegengesteld zijn aan die van den ladingsstroom: Pb wordt weder geoxydeerd en PbO_2 gereduceerd. Men kan de chemische werkingen aldus voorstellen:

Lading:



(kathode) $PbSO_4 \mid$ H_2SO_4 $\mid PbSO_4$ (anode)
ionen: $\mid H_2$ $SO_4 \mid$
secund. werking: $\left\{ \begin{array}{c} PbSO_4 + H_2 = \\ Pb + H_2SO_4 \end{array} \right\}$ $\left\{ \begin{array}{c} PbSO_4 + SO_4 + 2\,H_2O \\ = PbO_2 + 2\,H_2SO_4 \end{array} \right\}$

Ontlading:



(— pool) $Pb \mid$ H_2SO_4 $\mid PbO_2$ (+ pool)
ionen: $\mid SO_4$ $H_2 \mid$
secund. werking: $PbSO_4$ $\left\{ \begin{array}{c} PbO_2 + H_2 + H_2SO_4 \\ = PbSO_4 + 2\,H_2O \end{array} \right\}$

Men kan een accumulator beschouwen als eene cel, waarin de chemische processen *omkeerbaar* zijn. Ook een element van Daniell. dat eenigen tijd gesloten is geweest, kan men weer tot den oorspronkelijken toestand terugbrengen, indien men den stroom van een ander element (met grootere electromotorische kracht) door de cel voert, zóó dat hij bij de koperplaat in- en bij de zinkplaat uittreedt. — Men vergelijke de gasbatterij.

De inwendige weerstand der accumulatoren is wegens de groote afmetingen der electroden zeer gering; de electromotorische kracht bedraagt ongeveer 2 Volts. De lading moet dus geschieden door middel eener batterij, waarvan de electromotorische kracht meer dan 2 Volts is. — Men is gewoon, hetgeen men de *„capaciteit"* van een accumulator noemt, op te geven in *Ampère-uren;* een accumulator van 12 Ampère-uren kan gedurende 12 uren een stroom van 1 Ampère of gedurende 6 uren een stroom van 2 Ampères enz. leveren.

1273. Bij de bepaling van den *weerstand van vloeistofkolommen* dient men rekening te houden met eene mogelijke polarisatie, die de stroom aan de in de vloeistof gedompelde electroden te weeg brengt. Is dit het geval, dan zal de substitutie van de vloeistof-

kolom door een draad van bekenden weerstand (§ 1246) eene verkeerde uitkomst geven, omdat de electromotorische kracht in beide gevallen niet dezelfde is. — Men stelt eene keten samen, waarin zich de vloeistofkolom in een vat van regelmatigen vorm (fig. 369) bevindt, benevens een rheostaat en een galvanometer. Wordt de verkregen stroomsterkte i behouden, nadat men de beide electroden l cM dichter bij elkander heeft gebracht en r Ohms weerstand ingelascht heeft, dan is deze weerstand gelijk aan dien eener vloeistofkolom, waarvan de doorsnede die van het bakje en de lengte gelijk aan de vermindering van den onderlingen afstand der electroden is. In beide gevallen toch is de electromotorische kracht $E - E_1$.

Eene andere bepaling van den weerstand van vloeistofkolommen, waarbij zich polarisatie voordoet, zullen wij bij de bespreking der inductiestroomen leeren kennen.

HOOFDSTUK XI.

Thermostroomen.

1274. Dat in eene keten, uitsluitend uit metalen samengesteld, geen electrische stroom kan ontstaan (§ 1212), is alleen waar, indien de temperatuur van alle contactplaatsen dezelfde blijft. Als men uit twee ongelijksoortige metaaldraden, b. v. koper en ijzer, eene gesloten figuur vormt, dan ontstaat door verwarming of afkoeling van eene der contactplaatsen eene electromotorische kracht; de daardoor voortgebrachte stroom loopt bij verwarming der contactplaats van het koper naar het ijzer, bij afkoeling van het ijzer naar het koper. Bij gelijke verwarming of afkoeling van beide contactplaatsen ontstaat geen stroom. Men noemt deze stroomen, die hun ontstaan aan de warmte te danken hebben, *thermo-electrische stroomen* (Seebeck, 1822).

Thermo-electrisch element; een binnen de gesloten figuur geplaatste magneetnaald wijst het bestaan en de richting van den stroom aan.

1275. De *thermo-electromotorische* kracht is afhankelijk:

1°. *van de soort der elkander aanrakende metalen;*

Men kan alle metalen in eene *thermo-electrische reeks* rangschikken, zóo dat in eene verwarmde contactplaats van twee termen dezer reeks de stroom van het voorgaande tot het volgende metaal loopt (bij afkoeling van het volgende naar het voorgaande). Zulk eene reeks is b. v. (bij de gewone temperatuur)

bismuth, nikkel, nieuwzilver, platina, lood, koper, zink, ijzer, antimonium.

Voor de thermo-electrische reeks geldt de *wet der potentiaalverschillen*; de electromotorische kracht tusschen twee willekeurige metalen der reeks is gelijk aan de algebraïsche som der electromotorische krachten van alle mogelijke combinaties van de tusschen deze beide liggende metalen. Noemt men de combinaties A-B, B-C en A-C in ééne keten op, dan kan men deze wet met behulp van een geijkten galvanometer aantoonen, als men telkens ééne der contactplaatsen tot eene bepaalde temperatuur verwarmt, terwijl men de overige op eene standvastige temperatuur (b.v. 0°) houdt. — Zijn in eene contactplaats de metalen A en B door soldeering verbonden, zoo oefent dit geen invloed uit op de electromotorische kracht, die bij verwarming of afkoeling der contactplaats opgewekt wordt.

2°. *van het verschil der temperaturen in de verwarmde en de niet verwarmde contactplaatsen;* bij kleine temperatuursverschillen is de thermo-electromotorische kracht evenredig met dit verschil.

Het proefondervindelijk bewijs wordt op overeenkomstige wijze geleverd als bij 1°.

3°. *van de gemiddelde waarde der temperaturen van de verwarmde en van de niet verwarmde contactplaats.* Is b.v. de temperatuur der verwarmde contactplaats 20°, die der niet verwarmde 0° (gemiddeld 10°) dan heeft de electromotorische kracht eene andere waarde, dan voor temperaturen van 40° en 20° in de verwarmde en niet-verwarmde contactplaatsen (gemiddeld 30°).

Overschrijdt deze gemiddelde temperatuur eene bepaalde waarde, dan keert de richting der electromotorische kracht om, zoodat ook de volgorde van de termen der reeks afhankelijk is van de gemiddelde temperatuur. In de combinatie koper-ijzer b.v. loopt de stroom beneden eene gemiddelde temperatuur van ongeveer 280° van het koper naar het ijzer; boven deze temperatuur van het ijzer naar het koper. Is de gemiddelde temperatuur juist 280°, dan ontstaat er geen stroom.

1276. De electromotorische kracht der thermo-elementen is meestal zeer gering, zoodat men vele elementen tot eene *batterij* moet vereenigen, om een stroom van eenige sterkte te verkrijgen. De contactplaatsen moeten dan *om de andere* verwarmd worden, daar immers door verwarming van twee op elkander volgende contactplaatsen geen stroom zou ontstaan (verg. fig. 376).

Bij eene gemiddelde temperatuur van 15° is de electromotorische kracht der combinatie nieuwzilver-ijzer per graad temperatuursverschil 0,000027 Volt, die der combinatie bismuth-antimonium 0,00012 Volt. — De *thermo-electrische batterij van Gülcher* bestaat uit nikkel en eene legeering van antimonium; de verwarming geschiedt door kleine Bunsen'sche branders; eene batterij van 50 dergelijke elementen heeft eene electromotorische kracht van ongeveer 3 Volts; zij kan in vele gevallen in de plaats van galvanische elementen treden.

De electromotorische krachten van verschillende combinaties kan men vergelijken, door al deze combinaties in ééne keten op te nemen en telkens ééne contactplaats tot eene standvastige temperatuur te verwarmen, terwijl alle andere op eene lagere standvastige temperatuur gehouden worden. De totale weerstand der keten kan dan bij alle proeven als even groot beschouwd worden; dus verhouden zich de electromotorische krachten (nagenoeg) als de verkregen stroomsterkten.

1277. Toen Peltier een *batterij*stroom door de contactplaats van bismuth en antimonium leidde, vond hij dat daar afkoeling plaats had, als de batterijstroom van het bismuth naar het antimonium liep, daarentegen verwarming, als de stroom de tegenovergestelde

richting had. De thermostroomen, die daardoor in de keten opgewekt worden, hebben eene zulke richting, dat zij in beide gevallen *den batterijstroom verzwakken*, daar de thermostroom bij afkoeling der contactplaats van het antimonium naar het bismuth, bij verwarming van het bismuth naar het antimonium loopt.

Peltier soldeerde een staafje bismuth BB_1 (fig. 375) en een staafje antimonium AA_1 in den vorm van een kruis op elkander, verbond de uiteinden B en A met de polen eener batterij E en de uiteinden B_1 en A_1 met een galvanometer G. Voerde hij den batterijstroom in de richting BCA, dan wees de galvanometer een thermostroom in de richting A_1CB_1 aan. Hieruit blijkt dat de contactplaats C *afgekoeld* wordt. Voerde hij echter den batterijstroom in de richting ACB, dan ging door den galvanometer een thermostroom in de richting B_1CA_1; in dit geval wordt dus de contactplaats *verwarmd*. (De stroom in den galvanometer kan niet afkomstig zijn van de batterij; de staafjes A_1C en B_1C zijn als het ware in hetzelfde punt C der geleiding ACB aangelegd; zij kunnen dus niet verschillende potentialen bezitten.)

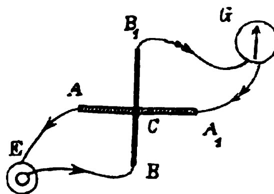


fig. 375.

De »Peltier'sche warmte" mag niet verward worden met de in § 1253 besproken »Joule'sche warmte." De eerste vertoont zich alleen in de contactplaatsen; zij kan positief of negatief zijn naar gelang van de richting van den stroom, en zij blijkt evenredig te zijn met de stroomsterkte. De tweede wordt overal in de keten ontwikkeld, is onafhankelijk van den richting van den stroom en evenredig met het vierkant der stroomsterkte.

Dit verschijnsel blijkt omkeerbaar te zijn: wordt eene der contactplaatsen van een thermo-elestrisch element bismuth-antimonium verwarmd, dan ontstaat in de verwarmde contactplaats een stroom, die van het bismuth naar het antimonium loopt, dus afkoeling te weeg brengt, d. w. z. warmte *verbruikt*; wordt de contactplaats afgekoeld, dan ontstaat daarin een stroom, die van het antimonium naar het bismuth loopt, dus verwarming te weeg brengt. Ook hier heeft elke verandering het optreden der tegenovergestelde verandering ten gevolge (verg. § 724.)

In een thermo-electrisch element, waarvan de beide contactplaatsen ongelijke temperaturen hebben, wordt dus in de warmere contactplaats warmte *verbruikt;* de thermostroom, die daaraan zijn ontstaan te danken heeft, loopt in de koudere contactplaats zoo, dat hij deze verwarmt. De hier verkregen warmte blijkt echter minder te zijn, dan de in de warmere contactplaats verbruikte. Het verschil der beide hoeveelheden is aequivalent met de energie van den thermostroom, die ten slotte in de geheele keten in Joule'sche warmte overgaat.

Hetzelfde geldt als twee ongelijksoortige metaaldraden slechts ééne contactplaats hebben, terwijl de andere uiteinden door eene geleiding van een derde metaal of van meer achter elkander gevoegde metalen (galvanometer) met elkander verbonden zijn.

1278. *Toepassingen.* De sterkte van den stroom, die door verwarming van ééne der contactplaatsen eener keten ontstaat, kan dienen om de temperatuur te bepalen, welke deze contactplaats aangenomen heeft; men behoeft vooraf slechts de afwijkingen na te gaan, welke de naald van een ingelaschten galvanometer vertoont, als men de contactplaats tot bekende temperaturen verwarmt.

Bij de *thermo-electrische naald* geeft men aan de contactplaats den vorm eener scherpe spits; men kan daardoor de temperatuur van plaatsen bepalen, waar men den bol van een thermometer niet kan brengen (b. v. knoppen van planten). — Als *thermo-electrische pyrometer* gebruikt men eene combinatie van ijzer en platina of van platina en platinarhodium — voor het meten van zeer *lage temperaturen* dient eene contactplaats ijzer-constantaan.

De *thermo-electrische zuil* is uit staafjes van bismuth en antimonium (Melloni) of van ijzer en constantaan (Rubens) samengesteld, zóo dat alleen de soldeerplaatsen van oneven rang of die van even rang door de stralen eener warmtebron kunnen getroffen worden (fig. 376). Zoo wordt de door de warmtestralen opgewekte electromotorische kracht evenredig met het aantal elementen grooter. De stroom wordt door een gevoeligen galvanometer geleid; uit de waargenomen stroomsterkte besluit men tot de sterkte der verwarming. *Thermomultiplicator.*



fig. 376.

De gevoeligste toestel voor het meten van warmtestralen is de *radiomicrometer* (Boys), een gesloten thermo-element van geringe massa, dat tusschen de polen van een magneet aan een dunnen kwarts-draad opgehangen is. De werking van den magneet op den stroom, die door bestraling eener soldeerplaats van het element opgewekt wordt, doet het element afwijken (hoofdstuk XII).

Bij proeven over warmtegeleiding in staven bedient men zich van den *thermo-electrischen knijper*, twee (in eene geleiding achter elkander geplaatste) thermo-elementen (ijzer- en nieuwzilverdraad) van zoodanigen vorm, dat men tusschen de contactplaatsen 1 en 3 eene verwarmde staaf kan klemmen. De daardoor verkregen thermostroomen veroorloven de temperaturen van deze staven op verschillende plaatsen te vergelijken.

HOOFDSTUK XII.

Electromagnetisme.

1279. De in formule 395 gevonden waarde k stelt de kracht voor, waarmede een stroom van I *absolute* eenheden, die door een cirkelvormigen geleider (straal $= r$ cM) gaat, op de eenheid van magnetisme in het middelpunt van den cirkel werkt. Zij stelt dus eveneens de intensiteit van het electromagnetische veld daar ter plaatse voor, of het aantal magnetische krachtlijnen, dat door 1 cM^2 van het stroomvlak gaat. Laat men den stroom I achtereenvolgens door twee op elkander liggende even groote geleiders gaan, dan wordt de magnetische kracht, de intensiteit van het veld of het aantal krachtlijnen twee maal zoo groot. Hetzelfde zou het geval zijn, als men door *één* geleider een stroom van $2\,I$ eenheden gevoerd had. — Windt men een geïsoleerden (met zijde omsponnen) draad in den vorm eener spiraal, dan zal een stroom I, die door de N windingen der spiraal gaat, het aantal krachtlijnen N-maal zoo groot maken als bij ééne winding, daar de spiraal bij benadering beschouwd kan worden als bestaande uit N cirkelvormige windingen, die in evenwijdige vlakken liggen. De krachtlijnen van dit samengestelde veld vormen gesloten figuren (fig. 377); zij treden bij het eene einde Z *in* de spiraal en bij het andere einde N *uit* de spiraal; zij loopen door de omringende ruimte juist als de krachtlijnen van een magneet (verg. fig. 326). Het veld binnen de spiraal is — als hare doorsnede niet te groot is — homogeen. De spiraal draagt den naam van *solenoïde* (solēn = buis); zij komt in hare magnetische werkingen geheel overeen met die van een ijzeren cilinder, welke zoo gemagnetiseerd is, dat *alle* krachtlijnen door zijne eindvlakken in-

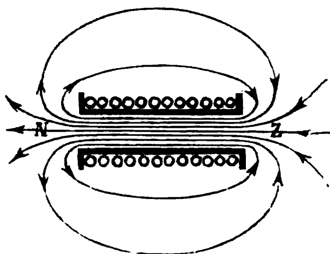


fig. 377.

en uittreden; de doorsnede, waar de krachtlijnen intreden (uittreden) vormt de zuidpool (noordpool) der solenoïde.

Met behulp van eene kleine, geheel vrije magneetnaald kan men het electromagnetische veld binnen en buiten de solenoïde (den loop der krachtlijnen, de ligging van noordpool en zuidpool van de solenoïde) onderzoeken. Beschouwt men het zuidpoolvlak (noordpoolvlak) der solenoïde, dan is de richting van den stroom dezelfde (tegengesteld aan die), waarin de wijzers van een uurwerk zich bewegen. — *Legt men de rechterhand op de solenoïde, zóo dat de stroom van de palm naar de vingertoppen gericht is, dan wijst de uitgestrekte duim de ligging van den noordpool der solenoïde (en de richting der krachtlijnen binnen de solenoïde) aan.*

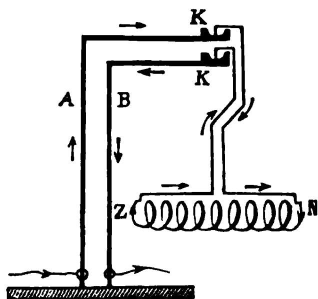


fig. 378.

Men kan eene solenoïde beweeglijk maken door middel van het *statief van Ampère* (fig. 378). Twee van elkander geïsoleerde metalen staven A en B zijn met ijzeren kwikbakjes K voorzien, die verticaal onder elkaar geplaatst zijn. De uiteinden van den draad der solenoïde zijn omgebogen, zóo dat zij in de kwikbakjes kunnen geplaatst worden; de as der solenoïde kan dan in een horizontaal vlak draaien. Aan zich zelf overgelaten, plaatst zich de solenoïde onder de werking van een stroom met de cilinderas in den magnetischen meridiaan, het noordpoolvlak naar het Noorden. Nadert men tot de solenoïde met eene andere (door een stroom doorloopen) solenoïde of met een magneet, dan constateert men afstooting tusschen gelijknamige en aantrekking tusschen ongelijknamige polen.

1280. Gauss heeft aangetoond, dat het magnetisch veld eener enkele winding geheel overeenkomt met dat eener even groote magnetische schaal (§ 1220) met hetzelfde aantal krachtlijnen, en dat de potentialen in twee oneindig dicht bij de beide oppervlakken der schaal gelegen punten $+ 2\pi I$ en $-2\pi I$ zijn. Het potentiaalverschil tusschen deze punten is dus $4\pi I$; men moet dus een arbeid van $4\pi I$ ergs verrichten, om de eenheid van magnetisme van het punt met lageren tot dat met hoogeren potentiaal te verplaatsen. — Tusschen de uiteinden eener solenoïde van N windingen bestaat een potentiaalverschil van $4\pi IN$; de arbeid, dien men verrichten moet, om de eenheid van magnetisme in eene richting tegengesteld aan die der krachtlijnen van het eene eindvlak der solenoïde naar het andere te brengen, is dus

$$A = 4\pi IN \text{ ergs.} \qquad 437$$

Is de lengte der solenoïde l cM, dan is de daarvoor noodige kracht

$$k = \frac{A}{l} = \frac{4\pi IN}{l} \text{ dynes.} \qquad 438$$

Deze waarde stelt ook de *intensiteit* H van het magnetisch veld binnen de solenoïde voor of het aantal *krachtlijnen* per cM^2 van een windingsvlak. Is de grootte van een windingsvlak O cM^2, dan zijn er dus in het geheel

$$n = \frac{4 \pi I N O}{l} \text{ krachtlijnen.} \qquad 439$$

Bedraagt het aantal magnetische eenheden in elke pool der solenoïde M, dan is $n = 4 \pi M$ (form. 357), en dus de *poolsterkte*

$$M = \frac{I N O}{l} \text{ magnetische eenheden.} \qquad 440$$

Als de stroomsterkte in practische eenheden is opgegeven (i Ampères), dan worden deze betrekkingen, daar i Ampères $= \frac{i}{10}$ absolute eenheden zijn:

$$k = \frac{4 \pi i N}{10 l} \text{ dynes;} \qquad 441$$

$$n = \frac{4 \pi i N O}{10 l} \text{ krachtlijnen;} \qquad 442$$

$$M = \frac{i N O}{10 l} \text{ magnetische eenheden.} \qquad 443$$

$\frac{N}{l}$ is het aantal windingen per cM van de lengte der solenoïde: en daar $\frac{4 \pi}{10} = 1{,}257$ of nagenoeg $= \frac{5}{4}$ is, verkrijgt men het aantal krachtlijnen, die door 1 cM^2 van een windingsvlak gaan, door het product van het aantal windingen per cM en de stroomsterkte in Ampères (of zooals men zegt, het aantal *Ampère-windingen*) met $^5/_4$ te vermenigvuldigen. Komen b.v. op 1 cM 10 windingen, en bevat het door eene winding omsloten vlak 3 cM^2, dan zal een stroom van 2 Ampères $^5/_4 \times 2 \times 10 \times 3$ of 75 krachtlijnen binnen de solenoïde ontwikkelen.

1281. De overeenkomst tusschen solenoïden en magneten bracht Ampère tot de hypothese, dat om de „elementairmagneetjes" voortdurend electrische stroomen in gesloten banen loopen; dat deze stroomen behooren tot het wezen der stof en daarom niet door eene electromotorische kracht behoeven voortgebracht te worden; zij zullen bij hunne beweging geen weerstand ondervinden en dus ook niet in warmte kunnen overgaan. Worden de vlakken, waarin de hypothetische stroomen van Ampère loopen, door het richten der elementairmagneetjes evenwijdig, dan ontstaat een magneet; in elke doorsnede (loodrecht op de magnetische as) kunnen de stroomen van Ampère vervangen worden door een enkelen stroom,

die om den magneet loopt even als door eene winding van eene solenoïde.

Past men dit toe op de aarde, dan loopen de Ampère'sche stroomen van Oost naar West.

Maxwell nam aan, dat de elementairmagneetjes van nature electrische ladingen bevatten en om eene as (de magnetische as) wentelen. Zijn de elementairmagneetjes gericht, dan vallen hunne assen in krachtlijnen; eene krachtlijn heeft men dus te beschouwen als eene as, waarom de daarop geplaatste elementairmagneetjes wentelen. Deze wenteling veroorzaakt nu eene soort van wervelbeweging van den aether om de (gesloten) krachtlijnen als assen; ongeveer als de beweging van tabaksrook in de bekende kringetjes, welke rookers kunnen voortbrengen. De beide eigenschappen der magnetische krachtbuizen: verkorting in de richting der krachtlijnen en uitzetting in richtingen loodrecht daarop, kunnen als een direct gevolg van de wentelende beweging van den aether beschouwd worden.

Dat de oorzaak van het electromagnetische veld alleen in de *beweging* der electriciteit te zoeken is, heeft Rowland aangetoond; hij bracht een geïsoleerden ringvormig gesloten draad, die eene electrische lading bevatte, in snelle beweging om eene as, die loodrecht op het vlak van den ring door zijn middelpunt ging, en verkreeg zoodoende een electromagnetisch veld, even alsof de ring in rust bleef, maar de lading zich met dezelfde snelheid langs den ring bewoog. Bedroeg de lading per cM draadlengte 1 *e.-s.* eenheid, dan zou het electromagnetische veld even sterk zijn, alsof een stroom van 1 *absolute e.-m.* eenheid door den stilstaanden ring ging, *mits elk punt van den ring eene snelheid had, gelijk aan die van het licht* (3×10^{10} kines). Verg. § 1225.

1282. De magnetische velden, die ontstaan door magneten of stroomen, welke in elkaars nabijheid gebracht worden, kunnen tot *één* veld samengesteld worden, waarin de samenstellende velden elkander op sommige plaatsen versterken, op andere plaatsen verzwakken; immers de beide magnetische krachten kunnen in elk punt tot eene resulteerende kracht samengesteld worden (volgens het parallelogram van krachten). De spanningen en drukkingen (§ 1119), die in het samengestelde veld heerschen, trachten de veldvormende lichamen te bewegen; beweeglijke stroomgeleiders worden daardoor steeds van die plaats, waar de intensiteit (het aantal krachtlijnen) van het samengestelde veld grooter is, gedreven naar die plaats, waar zij kleiner is (de krachtlijnen trachten elkander en den stroomgeleider weg te dringen); beweeglijke magneet-

polen van die plaatsen, waar de intensiteit kleiner is, naar die, waar zij grooter is (de polen trachten zooveel mogelijk krachtlijnen in zich op te nemen). Deze *ponderomotorische* werkingen, waarvan wij sommige reeds hebben leeren kennen (beweging van magneten ten opzichte van elkander, afwijking eener galvanometernaald door de werking van den stroom), doen zich ook voor, als de beide velden door stroomen voortgebracht worden; zij worden dan wel *electrodynamische* werkingen genoemd; zij berusten echter geheel op de ongelijke intensiteiten in een samengesteld electromagnetisch veld.

Voorbeelden. 1°. *nz* (fig. 379) is eene magneetnaald, die in het homogene veld der aarde uit den evenwichtsstand gebracht is; *N* en *Z* wijzen het (geographische) Noorden en Zuiden aan. Door het veld van den magneet wordt het veld der aarde versterkt in *A* en in *B*, verzwakt in *C* en in *D*; de naald zal draaien in de richting, waarin de wijzers van een uurwerk zich bewegen.

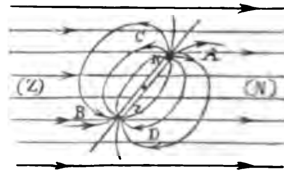


fig. 379.

2°. *A* (fig. 380) stelt een rechtlijnigen stroomgeleider voor, die loodrecht op het vlak van teekening staat, en waarin de stroom van den beschouwer af loopt. De stroomgeleider is in het homogene veld tusschen de polen *N* en *Z* van een hoefmagneet geplaatst. De intensiteit van het samengestelde veld is beneden *A* (tusschen *A* en *B*) grooter dan boven *A* (tusschen *A* en *C*); de (beweeglijke) stroomgeleider zal zich naar *C* bewegen. — Had de stroom de omgekeerde richting, dan zou ook de richting der beweging omgekeerd worden.

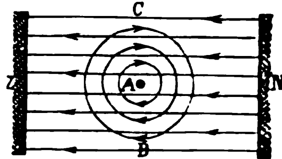


fig. 380.

3°. *A* en *B* (fig. 381) stellen twee rechtlijnige, loodrecht op het vlak van teekening geplaatste stroomgeleiders voor, waarin de stroomen naar den beschouwer toeloopen. De intensiteit van het samengestelde veld is het grootst links van *A* en rechts van *B*, het kleinst tusschen *A* en *B*; de geleiders trachten zich naar elkander toe te bewegen. Hetzelfde zou gebeuren als de richting der stroomen in beide geleiders omgekeerd was. — Liep daarentegen de stroom in *A* naar den beschouwer toe, in *B* van den beschouwer af, dan zou de richting der krachtlijnen om *B* omgekeerd zijn; men zal gemakkelijk vinden, dat de stroomgeleiders zich dan van elkander trachten te verwijderen.

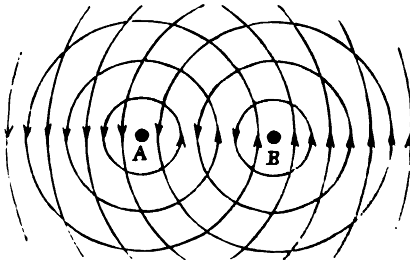


fig. 381.

4°. *N* (fig. 382) stelt een magnetische noordpool voor, *A* een rechtlijnige, loodrecht op het vlak van teekening geplaatste stroomgeleider, die om eene

door de noordpool *N* gaande as evenwijdig met zich zelf kan draaien. Loopt de stroom naar den beschouwer toe, dan is de intensiteit van het samengestelde veld bij *C* het grootst, bij *B* het kleinst, de geleider *A* zal zich naar *B* bewegen. Loopt de stroom van den beschouwer af, dan heeft het omgekeerde plaats. Men ziet gemakelijk in, dat de geleider zal *blijven draaien.* — Is de stroomgeleider vast en kan de magneetpool om *A* draaien, dan zal *N* zich in de richting *ND* bewegen, daar de intensiteit van het samengestelde veld in *D* het grootst en in *E* het kleinst is.

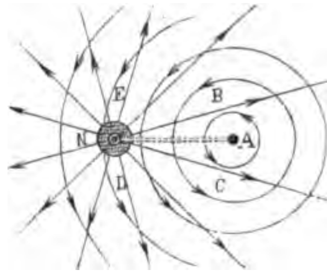


fig. 382.

Voor de bewegingsrichting van een stroomgeleider in een vast magnetisch veld geldt de *linkerhandregel*: legt men de linkerhand aan de stroombaan, zóó dat de vingers in de richting van den stroom wijzen en de krachtlijnen van het veld in de binnenvlakte der hand intreden, dan wijst de uitgestrekte duim de richting aan, waarheen de geleider zich beweegt. — Voor de bewegingsrichting van eene magneetpool in het veld van een vasten stroom geldt de *rechterhandregel*: legt men de rechterhand aan de stroombaan, zóó dat de vingers in de richting van den stroom wijzen en de krachtlijnen van de pool in de binnenvlakte der hand treden, dan wijst de uitgestrekte duim de richting aan, waarheen de pool zich beweegt.

1283. Op deze wijze heeft men de volgende uitkomsten verkregen, die men door proeven kan bevestigen, als men magneten of vaste stroomgeleiders op stroomgeleiders van passenden vorm laat werken, die men beweeglijk maakt door ze in het statief van fig. 378 te hangen (*wetten van Ampère*):

1°. *Evenwijdige en gelijk gerichte stroomen trekken elkander aan.*

2°. *Evenwijdige en tegengesteld gerichte stroomen stooten elkander af.*

3°. *Gekruiste stroomen trachten zich zoo te bewegen, dat zij evenwijdig en gelijk gericht worden.*

4°. *Op elkander volgende deelen van een stroom stooten elkander af.*

De werking van magneten op beweeglijke stroomgeleiders kan men terugbrengen tot die van stroomen op stroomen, mits men zich den magneet door eene solenoïde vervangen denkt. Plaatst men een in den vorm van een cirkel of een rechthoek gebogen geleider in het statief van Ampère (fig. 383), en steekt men een magneet door het vlak van den geleider, dan zal deze zich loodrecht op de magnetische as plaatsen en wel zóo, dat de stroom evenwijdig loopt met de hypothetische

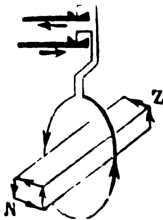


fig. 383.

stroomen van Ampère. Ook onder de werking van het aardmagnetisme zou zulk een geleider een vasten stand innemen, zóo dat zijn vlak loodrecht op den magnetischen meridiaan geplaatst is, en de stroom aan den westkant van beneden naar boven loopt.

Voor de bewegingen, ten gevolge van de onderlinge werkingen van gesloten stroombanen en magneten, geldt dat een magneet of eene solenoïde (ook eene enkele winding) zich zoo bewegen, dat het aantal krachtlijnen, die door het zuidpoolvlak intreden en door het noordpoolvlak uittreden, zoo groot mogelijk wordt.

Men heeft verschillende toestellen vervaardigd, waarbij magneten om stroomen, of stroomen om magneten, of stroomen om stroomen roteeren; een voorbeeld zie fig. 382.

Weber heeft de werking van een vasten op een beweeglijken stroom toegepast bij het meten van stroomsterkten. De toestel, *electrodynamometer* genoemd, bestaat uit twee draadklossen (in fig. 384 door enkele windingen voorgesteld), waarvan de eene A beweeglijk is. Deze is namelijk bifilair d. i. door middel van twee dunne evenwijdige draden, D en D_1, die tevens dienen om den stroom aan- en af te voeren, opgehangen aan een toestel S, zooals voor het ophangen der magneetstaaf in eene torsiebalans gebruikt wordt (fig. 316). De vaste klos B is binnen den beweeglijken geplaatst; men stelle zich voor, dat de windingen der beide klossen in verticale vlakken liggen, die elkander loodrecht snijden. Leidt men een stroom achtereenvolgens door beide klossen in de richting der pijlen, dan zal de beweeglijke klos, van boven gezien naar links draaien. De hoek, dien men den knop K naar rechts moet draaien, om den beweeglijken klos weer in den vorigen stand terug te brengen, dient als maat voor de werking der beide klossen op elkander. Deze werking is evenredig met het *vierkant* der stroomsterkte; immers als de stroom twee maal zoo sterk wordt, is dit in *beide* klossen het geval. — Ook kan deze toestel dienen om stroomen, die voortdurend snel van richting veranderen (wisselstroomen), te meten, omdat de omkeering van den stroom in beide klossen plaats heeft, de zin der afwijking dus door de omkeering niet verandert.

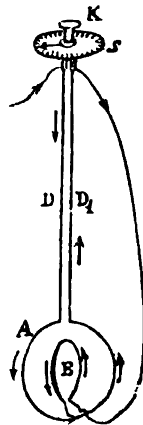


fig. 384.

1284. Zulke bewegingen kunnen niet plaats hebben zonder dat door de magnetische krachten arbeid verricht wordt, of zonder dat het stel lichamen potentiëele energie verliest. Wij willen voor een enkel voorbeeld nagaan, hoe deze arbeid kan berekend worden. — In § 1221 hebben wij gevonden, dat een gebogen geleider, lang L cM, waardoor een stroom van I *absolute* eenheden gaat, op een magneetpool van M eenheden, die r cM van elk punt des geleiders verwijderd is, eene kracht uitoefent van $k = \frac{L\,I\,M}{r^2}$ dynes, loodrecht op het vlak, dat door de pool en den geleider bepaald wordt.

Omgekeerd zal de pool eene gelijke en tegengesteld gerichte kracht op den geleider uitoefenen. De kracht wordt door dezelfde formule uitgedrukt, als de geleider rechtlijnig is, maar zoo klein, dat hij met alle van de pool uitgaande krachtlijnen, die hem treffen, nagenoeg rechte hoeken maakt. Nu stelt $\frac{M}{r^2}$ de intensiteit H van het magnetische veld voor ter plaatse, waar de geleider zich bevindt, of het aantal krachtlijnen, waardoor 1 cM^2 van een niveauvlak getroffen wordt, zoodat de op den geleider werkende kracht kan uitgedrukt worden door

$$k = L I \frac{M}{r^2} = L I H \text{ dynes.} \qquad 444$$

Deze formule geldt ook voor een langeren geleider, die in een homogeen veld van de intensiteit H loodrecht op de richting der krachtlijnen geplaatst is. Wordt zulk een geleider evenwijdig aan zich zelf en tegengesteld aan de richting, waarin de magneetpool hem zou doen bewegen, d cM verplaatst, dan wordt daarbij een arbeid verricht van

$$A = k s = L I H d \text{ ergs.} \qquad 445$$

De geleider beschrijft daarbij een vlak van $L d$ cM^2; hij snijdt dus

$$n = L d H \text{ krachtlijnen,} \qquad 446$$

zoodat men voor den *arbeid* vindt

$$A = I n \text{ ergs;} \qquad 447$$

d. i. *zooveel ergs, als het product van de stroomsterkte en van het aantal der door den geleider gesneden krachtlijnen aanwijst.* Deze uitkomst geldt algemeen.

Is de stroomsterkte in practische eenheden gegeven (i Ampères), dan wordt de formule voor den arbeid

$$A = \frac{i}{10} \times n \text{ ergs.} \qquad 448$$

1285. IJzer, dat in een electromagnetisch veld gebracht is, wordt door inductie magnetisch; het sterkst daar, waar de intensiteit van het veld het grootst is, d. i. binnen eene solenoïde. Men noemt daarom eene solenoïde, waarvan de inwendige ruimte met week ijzer in plaats van met lucht gevuld is, een *electromagneet.* Zoodra men een stroom door de windingen der solenoïde voert,

wordt het ijzer sterk magnetisch; bij beschouwing der eindvlakken is dat, om welk de stroom tegen de richting (in de richting) der wijzers van een uurwerk loopt, noordpool (zuidpool); bij verbreking van den stroom verdwijnt het magnetisme weer onmiddellijk (behoudens het *blijvende* magnetisme, § 1286). Is de lengte der ijzeren „*kern*" gelijk aan die der solenoïde, en mag men aannemen, dat *alle* krachtlijnen door de beide eindvlakken van het ijzer in- en uittreden, dan blijkt het *magnetisch moment van het ijzer evenredig te zijn*

1°. met de *stroomsterkte*;

2°. met *het aantal windingen der solenoïde;*

3°. met de *doorsnede van het ijzer* (in een windingsvlak);

4°. met eene grootheid, die wij vroeger (§ 1114) *de permeabiliteit van het ijzer* genoemd hebben.

Eene ijzeren staaf, die men nabij de holle door de windingen eener solenoïde ingesloten ruimte brengt, wordt in die ruimte getrokken met eene kracht, die afhankelijk is van de sterkte van den door de solenoïde gevoerden stroom (fig. 366).

Zij de intensiteit van het electromagnetisch veld binnen de solenoïde vóór het inbrengen der ijzeren kern H en de doorsnede van de windingen (en van de kern) O cM², dan gaan door de solenoïde OH krachtlijnen. Nadat de ijzeren kern in de solenoïde gebracht is, kan men het aantal ***magnetische eenheden***, dat in elke pool van het ijzer opgewekt wordt, uitdrukken door

$$m = \varkappa\, O\, H, \qquad 449$$

waarin $\varkappa$ de ***susceptibiliteit*** (vatbaarheid) van het ijzer voorstelt, d. i. het aantal magnetische eenheden voortgebracht door één krachtlijn van het electromagnetische veld. Het ***geheel aantal krachtlijnen*** van den electromagneet wordt dus (verg. form. 354)

$$n = O\,H + 4\,\pi\, m = O\,H + 4\,\pi\,\varkappa\, O\,H = O\,H(1 + 4\,\pi\,\varkappa). \qquad 450$$

Men kan dit aantal ook uitdrukken door de formule

$$n = \mu\, O\, H, \qquad 451$$

als μ de ***permeabiliteit*** van het ijzer voorstelt, d. i. het getal, dat aanwijst hoeveel maal meer krachtlijnen in een magnetisch veld door ijzer dan door lucht gaan. Uit de beide laatste vergelijkingen volgt

$$\mu = 1 + 4\,\pi\,\varkappa. \qquad 452$$

Substitueert men de waarde van H (uit form. 438) in form. 450 resp. 451, dan wordt

$$n = O \times \frac{4\,\pi\, I N}{l}(1 + 4\,\pi\,\varkappa) = O \times \frac{4\,\pi\, I N}{l} \times \mu. \qquad 453$$

Het ***aantal magnetische eenheden in elk der polen van den electromagneet*** is

$$M = \frac{n}{4\pi} = \frac{O\, I\, N}{l}(1 + 4\,\pi\,\varkappa) = \frac{O\, I\, N\, \mu}{l}, \qquad 454$$

en het *magnetisch moment van den electromagneet*

$$Ml = OIN(1 + 4\pi\varkappa) = OIN\mu. \qquad 455$$

Bepaalt men het magnetisch moment volgens de in § 1091—1093 besproken methode, dan kan men door de formule 455 de waarden van $\varkappa$ en μ vinden. Het blijkt dan, dat beide grootheden afhankelijk zijn van de soort der paramagnetische stof; voor week ijzer b.v. zijn ze grooter dan voor gietijzer, en hiervoor weer grooter dan voor staal, zoodat men met eene kern van week ijzer een sterkeren electromagneet verkrijgt, dan met eene van gietijzer. Maar ook bij hetzelfde paramagnetische lichaam zijn zij niet contant, maar afhankelijk van de sterkte H van het induceerende veld; wil men dus het aantal krachtlijnen of het aantal magnetische eenheden van een electromagneet berekenen, dan moet men de bij eene bepaalde waarde van H behoorende waarde van μ uit proefondervindelijk verkregen tabellen ontnemen. Zoo is b.v. bij het in § 1280, slot, aangenomen geval, waarin $H = 25$ (krachtlijnen per cM² in de lucht) is, $\mu = 576$, dus het aantal krachtlijnen per cM² van de weekijzeren kern $\mu H = 14400$; terwijl als $H = 200$ wordt, $\mu = 89$ en $\mu H = 17800$ bedraagt. Het magnetisme der kern bereikt hij toenemende waarde van het induceerende veld H een maximum.

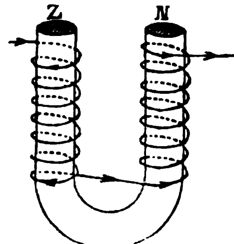


fig. 385.

Wil men een electromagneet in hoefvorm verkrijgen, dan is het voldoende, den stroomgeleider alleen om de beide beenen te winden (niet om het gebogen gedeelte); men moet er echter op letten, den draad zoo om de beenen te winden, dat deze ongelijknamige magnetismen verkrijgen, verg. fig. 385 en § 1279, tweede alinea.

1286. Wordt een solenoïdestroom gesloten, dan bereikt de weekijzeren kern niet plotseling zijne volle magnetische sterkte; het ijzer heeft daartoe een wel is waar zeer korten tijd noodig. De oorzaak van dit verschijnsel is, dat ook ijzer eene geringe coërcitiefkracht bezit, die bij de magnetiseering (draaiing der moleculairmagneetjes, § 1074) overwonnen moet worden. Neemt de sterkte van den induceerenden stroom toe of af, dan blijkt gedurende deze verandering in elk oogenblik de magnetiseering der kern niet te beantwoorden aan de op dit oogenblik geldende waarde der stroomsterkte, maar aan eene waarde die een zeer korten tijd vóór het bedoelde oogenblik gold. De verandering der magnetiseering blijft dus regelmatig iets ten achter bij de verandering der stroomsterkte. Men noemt dit verschijnsel *hysterēsis* (vertraging); het heeft o.a. ten gevolge, dat bij het verbreken van den stroom het paramagnetische lichaam zijn magnetisme niet geheel verliest. Week ijzer verliest dit *blijvend* magnetisme echter na korten tijd weer nagenoeg geheel, terwijl staal wegens zijn groote coërcitiefkracht den magnetischen toestand, dien het bij het verbreken van den stroom had,

behoudt; men kan *permanente staalmagneten* vervaardigen, door het staal als kern in eene solenoïde te brengen.

Bij snelle en herhaalde veranderingen van sterkte en richting van den induceerenden stroom wordt door het voortdurende draaien en terugdraaien der ijzer-moleculen *warmte* ontwikkeld.

1287. *Toepassingen.* De beide feiten 1) dat het electromagnetisme bij het sluiten van den stroom bijna plotseling ontstaat en bij het verbreken bijna plotseling verdwijnt, en 2) dat men door een electromagneet ponderomotorische werkingen op willekeurige afstanden van de stroomgevende batterij kan verkrijgen, hebben tot eene reeks van belangrijke toepassingen geleid, waarvan wij slechts enkele kort zullen bespreken.

De *zelfwerkende stroomverbreker* bestaat uit een electromagneet *E* (fig. 386), een anker *A* van week ijzer, dat aan een veerend metalen staafje *V* bevestigd is, en een contact *C*, d. i. een stiftje van platina, dat de veer aanraakt, zoo lang geen stroom door den toestel gaat. Wordt de stroom gesloten (door b.v. de beide vrije uiteinden van de draden bij *D* tegen elkander te drukken), dan gaat hij door het contact *C* over op de veer *V* en van daar naar den electromagneet; daardoor wordt het anker *A* aangetrokken en de stroom weer verbroken (bij *C*). Door de veerkracht van *V* gaat het anker weer terug; de stroom wordt op nieuw gesloten enz.

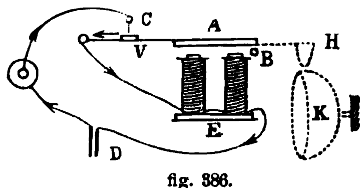


fig. 386.

Zal het anker bij verbreking van den stroom onmiddellijk weer teruggaan, dan mag het de ijzeren kern niet raken; men plaatst daarom op de poolvlakken een stukje karton of ivoor of men beperkt de beweging van het anker door een blokje *B*.

Bevestigt men aan het anker een hamertje *H*, dat bij aantrekking van het anker op een klokje *K* slaat, zoo heeft men eene *electrische schel*. Deze blijft zoo lang in werking, als de draden bij *D* met elkander in aanraking gehouden worden.

1288. Op zeer verschillende wijze heeft men *electromagnetische motoren* geconstrueerd, d. z. toestellen, waarin de aantrekking en afstooting der opgewekte polen in eene draaiende beweging overgebracht wordt, zóó dat daardoor arbeid kan verricht worden. Een eenvoudig toestel is in fig. 387 geschetst.

Een horizontale electromagneet *nz* kan om eene verticale as A draaien, zóó dat zijne polen beurtelings dicht bij de polen van een vasten electromagneet voorbijgaan. De uiteinden der windingen van den beweeglijken electromagneet zijn bevestigd aan twee halfcirkelvormige metalen platen 1 en 2, die met de as wentelen, daar zij met deze en met elkander isoleerend verbonden zijn. De rand dezer platen glijdt langs twee tegenover elkander geplaatste contactveeren C_1 en C_2. De stroom doorloopt achtereenvolgens de windingen om het been N, de contactveer C_1, het plaatje 1, de windingen van den beweeglijken electromagneet, het plaatje 2, de contactveer C_2 en de windingen van het been Z. Nu wordt *z* door N aangetrokken en door Z afgestooten; *n* wordt door Z aangetrokken en door N afgestooten; zoodat de beweeglijke electromagneet van boven gezien begint te draaien in de richting waarin zich de wijzers van een uurwerk bewegen. Zoodra echter *n* boven Z en *z* boven N gekomen zijn, komt de veer C_1 in contact met het plaatje 2 en de veer C_2 met het plaatje 1. Daardoor worden stroomrichting en polen in den *beweeglijken* electromagneet omgekeerd; de aantrekkingen (afstootingen) veranderen in afstootingen (aantrekkingen) en de draaiing blijft doorgaan. Deze omkeering heeft bij elke omdraaiing twee maal plaats. De plaatjes met de contactveeren dragen den naam van *stroomwisselaar* of *commutator*. Men heeft verschillende soorten van stroomwisselaars vervaardigd; zij worden steeds gebruikt, als men de richting van een stroom in *een gedeelte der geleidingen* wil omkeeren, zonder den stroom geruimen tijd te verbreken.

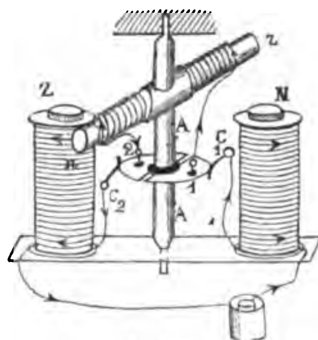


fig. 387.

1289. Van *electromagnetische telegrafen* noemen wij alleen de telegraaf, die het meest gebruikt wordt, nl. die van Morse (1837). Een anker A (fig. 388) van week ijzer, dat aan het eene einde van een tweearmigen hefboom bevestigd is, bevindt zich boven de polen van een hoefvormigen electromagneet E, zoodat het door den stroom opgewekte magnetisme het anker naar de ijzeren kern trekt, terwijl bij het verbreken van den stroom eene veer V het weer terug trekt. Over het andere scherpe uiteinde van den hefboom loopt een strook

papier p, door twee rollen van een uurwerk U eenparig voortbewogen. Zoolang men den stroom gesloten houdt, wordt de strook papier tegen een draaibaar rolletje I aangedrukt, dat aan zijn smallen rand steeds met drukinkt voorzien is. Door den stroom korteren of langeren tijd gesloten te houden verkrijgt men op het papier korte en lange strepen; door (voor alle talen gelijke) combinaties van deze strepen stelt men letters en leesteekens voor.

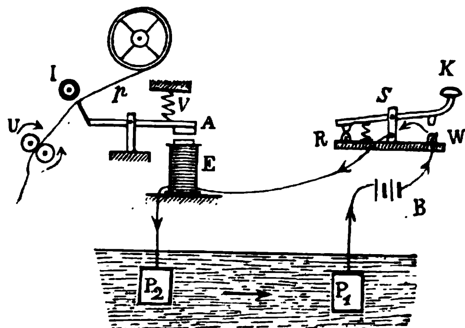


fig. 388.

Voor het sluiten en verbreken van den stroom dient de *sleutel* S, een tweearmige koperen hefboom, waarvan het eene uiteinde door eene veer op een metalen blokje R, het *rustcontact*, neergedrukt wordt. Door den knop K omlaag te drukken wordt het andere uiteinde van den hefboom met het metalen blokje W, het *werkcontact*, in aanraking gebracht. De stroom eener batterij B is gesloten, als de hefboom het werkcontact raakt; hij wordt weer verbroken, als deze aanraking opgeheven wordt.

De „*lijnbatterij*" en de sleutel bevinden zich op het seingevende station; de „*schrijftoestel*" op het seinontvangende station. Een geïsoleerd bevestigde geleidingsdraad verbindt den sleutel S met een van de uiteinden der windingen van den electromagneet; op het seingevende station is de positieve pool der lijnbatterij met het werkcontact W van den sleutel verbonden en de negatieve pool met eene groote, in de vochtige aarde gegraven koperen plaat P_1; ook op het seinontvangende station is het tweede uiteinde der windingen van den electromagneet met eene „*aardplaat*" P_2 verbonden. De aarde leidt den stroom, die bij het neerdrukken van den knop K van de batterij B over W, S, de lijn, de windingen van den electromagneet naar P_2 loopt, terug naar P_1 en vàn daar naar de batterij; de aarde kan hierbij beschouwd worden als een geleider met oneindig kleinen weerstand (Steinheil).

De in het seinontvangende station aankomende lijnstroom moet krachtig genoeg zijn, om den schrijftoestel in beweging te kunnen brengen. Bij grooten afstand der beide stations zal men dus eene

batterij van vele *achter elkander* geplaatste elementen noodig hebben. Men kan dit aantal verminderen door het gebruik van een *relais R* (fig. 389); dit bestaat uit een kleinen electromagneet, waarvan het anker *A* zeer gemakkelijk bewogen kan worden. De lijnstroom doorloopt de windingen van het relais en gaat van daar naar de aardplaat P_2. Wordt het anker van het relais aangetrokken, dan stoot het tegen een contact *C*, waardoor eene op het seinontvangende station geplaatste „*lokaalbatterij*" B_1 gesloten wordt. De stroom der lokaalbatterij gaat dan door den schrijftoestel *St*, zoolang de sleutel op het werkcontact staat; daar de lokaalstroom geringen weerstand heeft, behoeft de lokaalbatterij slechts uit enkele elementen te bestaan. Vermelding verdient, dat men in lateren tijd den electromagneet van den schrijftoestel zoo gevoelig heeft gemaakt, dan men het relais kan missen.

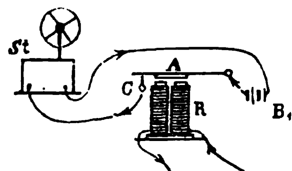


fig 389.

Gebruik van het relais voor het overnemen van telegrammen door andere lijnen.

De wijze, waarop twee stations met elkander verbonden worden, is in fig. 390 aangegeven. Hierin wordt aangenomen, dat in het linksche station de sleutel op het werkcontact gebracht is. De enkele pijlen wijzen de richting aan, welke de stroom der (linksche) lijnbatterij *B* volgt; de dubbele pijlen die van den stroom de rechtsche lokaalbatterij B'_1; de rechtsche lijnbatterij *B'* en de linksche lokaalbatterij B_1 zijn niet gesloten.

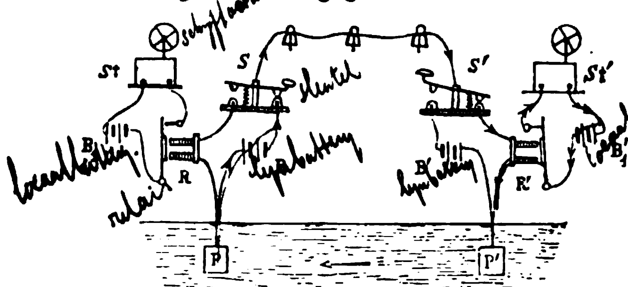


fig. 390.

Andere electromagnetische telegrafen zijn de *wijzertelegraaf* (Bréguet) en de *typendruktelegraaf* (Hughes). — Bij de *transatlantische telegraphie* wordt als seinontvanger een gevoelige galvanometer gebruikt (Thomson). Door middel van een op het seinende station geplaatsten stroomwisselaar kan men den stroom in de eene of andere richting door den *kabel* zenden. De daardoor verkregen afwijkingen der naald in den eenen of in den anderen zin combineert men, evenals de strepen en punten bij den telegraaf van Morse, om letters voor te stellen. — Chemische telegrafen (*pantelegraaf*, Caselli).

1290. Het electromagnetisme kan goede diensten bewijzen, om trillingen langen tijd te doen voortduren. Fig. 391 wijst (van boven gezien) aan, hoe dit geschiedt met eene stemvork (*chronograaf*). Op de beenen der stemvork zijn twee kleine electromagneten e_1 en e_2 bevestigd, waarvan de buitenste poolvlakken tegenover die van twee vaststaande electromagneten E_1 en E_2 staan. Op een der beenen bevindt zich een geïsoleerd plaatje van platina, dat met een op geringen afstand daarvoor geplaatst stiftje van hetzelfde metaal een contact C kan vormen. Brengt men de stemvork met de hand in trilling, dan wordt door het contact — als de beenen nagenoeg de grootste afwijking naar buiten bereikt hebben — eene keten gesloten; de stroom doorloopt achtereenvolgens de windingen van E_1 en e_1, de stemvork en de windingen van e_2 en E_2, zóo dat aan de naar elkander toegekeerde vlakken van een vasten en een beweeglijken electromagneet gelijknamige polen ontstaan. Bij elke trilling ontvangen dan de beenen op het oogenblik der grootste afwijking naar buiten een stoot naar binnen enz. — De trillingen worden door eene stift opgeteekend op eene met lampzwart bedekte trommel T, die om hare as kan draaien en tegelijk in de richting der as eenparig voortbewogen wordt. (Door eene tweede stift, die naast de eerste geplaatst is, wordt het begin en het einde van den te meten tijd op T aangewezen),

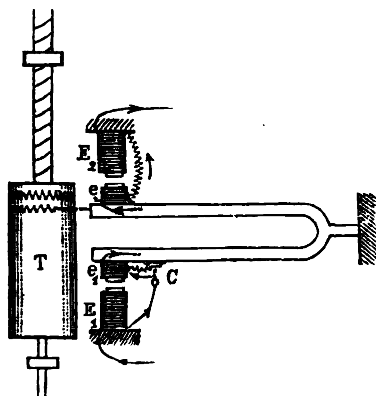


fig. 391.

1291. Met behulp van sterke electromagneten heeft men gevonden, dat *alle* lichamen, ook vloeistoffen en gassen, in een magnetisch veld magnetische inductie ondergaan. Sommige lichamen (b.v. ijzer) worden ten gevolge van de inductie door eene magneetpool aangetrokken, andere (b.v. bismuth) afgestooten.

Een tusschen de polen van een hoefvormigen electromagneet opgehangen staafje ijzer plaatst zich met zijne lengteas *axiaal*, d.i. *in* de verbindingslijn der beide polen; men heeft deze lichamen daarom paramagnetisch genoemd; een staafje bismuth daarentegen

plaatst zich *aequatoriaal*, d. i. *loodrecht op* de genoemde lijn; men noemt zulke lichamen *diamagnetisch* (dia = midden dóór).

Vloeistoffen sluit men voor deze proef in een glazen buisje met dunne wanden of men giet ze in een vlak glazen schaaltje, dat op de beide polen steunt. Gassen kan men in zeepbellen tusschen de polen brengen en de verandering van den vorm der bel waarnemen.

Of een lichaam zich axiaal of aequatoriaal plaatst, hangt niet alleen af van de soort zijner stof, maar ook van den aard der middelstof, waarin het lichaam zich bevindt. Een glazen buisje met eene zwakke oplossing van ijzerchloride plaatst zich axiaal, als het door lucht omgeven is, daarentegen aequatoriaal, als het zich binnen eene sterke oplossing van ijzerchloride bevindt. Het onderzoek dezer verschijnselen heeft geleerd, dat een lichaam van langwerpigen vorm den axialen of den aequatorialen stand inneemt, naarmate zijne permeabiliteit grooter of kleiner is dan die der omringende stof. Daar nu de lichamen meestal door lucht omgeven zijn, noemt men paramagnetisch die lichamen, waarvan de permeabiliteit grooter is dan die van lucht (welke = 1 gesteld wordt), en diamagnetisch die, waarvan de permeabiliteit kleiner is dan die van lucht. Nu kan volgens form. 452 μ alleen kleiner worden dan 1, als men de susceptibiliteit $\varkappa$ kleiner dan nul (dus negatief) stelt. Diamagnetische lichamen zijn dus lichamen, waarin de door inductie opgewekte poolsterkte kleiner is, dan zij in lucht zou zijn, en waarvan het naar de veldvormende pool toegekeerde einde dus minder sterk aangetrokken wordt dan lucht; zoodoende ontstaat eene *schijnbare* afstooting; de daardoor veroorzaakte beweging is analoog met die van den luchtballon (van de aarde af).

Bevindt zich een diamagnetisch lichaam in een magnetisch veld, dan worden de krachtlijnen niet, zooals in fig. 328 aangewezen is, in het lichaam getrokken, maar zij loopen zoo veel mogelijk daarom heen.

Paramagnetisch zijn o. a. ijzer, nikkel, kobalt, mangaan, platina, aluminium, vele zouten dezer elementen, zuurstof; de waarde van $\varkappa$ is echter (behalve bij ijzer) gering. Diamagnetisch zijn o. a. bismuth, antimonium, zink, tin, kwik, lood, zilver, koper, goud, tellurium, selenium, zwavel, phosphor, glas, kalkspaath, aluin, suiker, waterstof.

HOOFDSTUK XIII.

Inductiestroomen.

I. Ontstaan van inductiestroomen.

1292. Faraday ontdekte (1831), dat in eene gesloten geleiding, waarin geen stroomgever is opgenomen, een stroom ontstaat, als de geleider in een magnetisch of electromagnetisch veld op bepaalde wijze bewogen wordt, of als het veld ter plaatse, waar de geleider zich (in rust) bevindt, van intensiteit verandert, ontstaat of verdwijnt. Men noemt dit verschijnsel *inductie* en den opgewekten stroom *inductiestroom*. Naarmate het bedoelde veld voortgebracht wordt door een magneet of door een stroom, spreekt men van *magneet-inductie* of van *stroom-inductie*. In het laatste geval heet de geleiding, waarin de *induceerende* stroom loopt, de *primaire*, die, waarin de inductiestroom ontstaat, de *secundaire*.

Als voorbeeld diene het volgende. Het stuk AB eener keten zij rechtlijnig; de stroom loope daarin van A naar B; CD zij een rechtlijnig, evenwijdig met AB loopend stuk eener gesloten geleiding, waarin een galvanometer G is opgenomen. Nadert men met CD tot AB (of met AB tot CD), dan ontstaat in CD een inductiestroom, die van D naar C loopt, d. i. in eene richting tegengesteld aan die van den induceerenden stroom. Verwijdert men CD van AB (of AB van CD), dan ontstaat in CD een inductiestroom, die van C naar D loopt, d. i. in eene richting gelijk aan die van den induceerenden stroom. De inductiestroom bestaat slechts gedurende de beweging; zoolang CD zich in rust bevindt ten opzichte van AB, ontstaat geen inductiestroom.

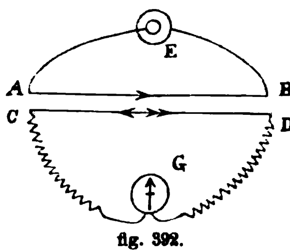


fig. 392.

Men merke op, *dat de richting van den inductiestroom zoodanig is,*

dat de ponderomotorische (electrodynamische) werking, die de induceerende stroom en de inductiestroom op elkander uitoefenen, de beweging, waardoor de inductiestroom ontstaat, tracht tegen te gaan; bij het naderen stooten de beide stroomen elkander af (tegengestelde richtingen), bij het verwijderen trekken zij elkander aan (gelijke richtingen).

1293. Men kan de inductie sterker maken, als men beide geleiders, den primairen *AB* en den secundairen *CD*, op holle klossen windt, zóo dat men den eenen klos in den anderen kan brengen; zoodoende kunnen langere draden gemakkelijk dicht bij elkander gebracht worden. Loopt de stroom in den primairen klos *P* (fig. 393) in de richting aangewezen door de pijlspits, dan loopt de inductiestroom in den secundairen klos *S* bij nadering in de richting door de enkele pijlspits, en bij verwijdering in de richting door de dubbele pijlspits aangewezen (de richting van den inductiestroom wordt gevonden door op de galvanometernaald den regel van Ampère toe te passen).

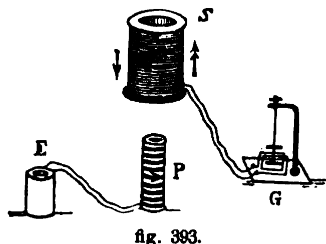


fig. 393.

Vervangt men den primairen klos *P* door een magneet, dan ontstaan bij beweging van den secundairen klos ten opzichte van den magneet eveneens inductiestroomen, die bij het naderen de tegenovergestelde en bij het verwijderen dezelfde richting hebben als de in § 1281 besproken Ampère'sche stroomen.

De werking van den primairen klos in fig. 393 komt overeen met die van een magneet met de noordpool boven.

Versterkt men het electromagnetische veld door in den klos *P* eene ijzeren kern te plaatsen, dan worden daardoor de inductiestroomen in *S* veel sterker.

Men constateert op deze wijze door proeven het volgende:

1°. Bij het *naderen van een stroom*, bij het *sterker worden van een stroom*, bij het *ontstaan (sluiten) van een stroom* in de nabijheid der secundaire geleiding, bij het *naderen van een magneet* en bij het *ontstaan van een electromagneet* in de nabijheid der secundaire geleiding ontstaat een inductiestroom, waarvan de richting *tegengesteld* is met die van den induceerenden stroom, of

met die der Ampère'sche stroomen, waarvan men zich voorstelt, dat zij om den magneet loopen.

2°. Bij het *verwijderen van een stroom*, bij het *zwakker worden van een stroom*, bij het *ophouden* (*verbreken*) *van een stroom* in de nabijheid der secundaire geleiding, bij het *verwijderen van een magneet* en bij het *verdwijnen van electromagnetisme* in de nabijheid der secundaire geleiding ontstaat een inductiestroom, waarvan de richting *dezelfde* is als die van den induceerenden stroom of als die van de Ampère'sche stroomen, waarvan men zich voorstelt, dat zij om den magneet loopen.

De inductiestroom duurt slechts zoo lang, als de beweging van den secundairen geleider (*of van den induceerenden stroom of magneet*) *duurt, of zoolang de stroomsterkte van den induceerenden stroom of de poolsterkte van den induceerenden magneet verandert.* Bij het ophouden dier veranderingen keert de galvanometernaald weer in den evenwichtsstand terug.

1294. Door de genoemde bewegingen of veranderingen wordt dus in den secundairen geleider eene *electromotorische kracht* opgewekt. Faraday vond, dat *de electromotorische kracht opgewekt in een geleider, welke eene gesloten vlakke figuur begrenst, evenredig is met het verschil van het aantal krachtlijnen, die bij het einde en die bij het begin der beweging of verandering in denzelfden zin door het genoemde vlak gaan.* Beweegt zich de gesloten geleider door het magnetische veld zóó, dat het aantal krachtlijnen, die door het vlak gaan, even groot blijft, dan ontstaat geen inductiestroom, b. v. als een gesloten geleider evenwijdig met zich zelf in een homogeen veld bewogen werdt.

1295. Tot opheldering stellen wij ons het volgende geval voor. Een in den vorm van een rechthoek gebogen geleider $BCDE$ (fig. 394) is in een homogeen magnetisch veld zoo geplaatst, dat de zijden BC en DE evenwijdig met de krachtlijnen zijn. De geleider kan om eene door BE gaande horizontale as AA draaien en bevindt zich ten opzichte van deze as in indifferent evenwicht. Hij vormt een deel eener keten, waarin eene batterij E en een galvanometer G opgenomen zijn. Wordt de geleider vastgehouden, dan is de stroomsterkte

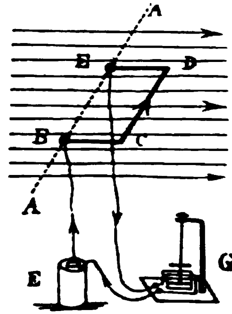


fig. 394.

$$I_0 = \frac{E}{R} \text{ absolute eenheden,}$$

als E de electromotorische kracht der batterij in absolute eenheden en R den totalen weerstand der keten in absolute eenheden voorstelt. Het draadstuk CD bevindt zich dan in het reeds vroeger (§ 1282, fig. 380) besproken geval; wordt de geleider vrij gelaten, dan zal het stuk CD evenwijdig met zich zelf naar beneden bewogen worden (de werkingen op de stroomdeelen BC en DE kunnen buiten beschouwing blijven, daar zij bij elken stand van den geleider eene resultante nul hebben). Wij stellen ons voor, dat de draaiing van den geleider een zoo kleinen tijd (t sec.) duurt, dat men den kleinen weg, door elk punt van CD doorloopen, als rechtlijnig en loodrecht op de krachtlijnen kan beschouwen. Gedurende de beweging wijst nu de galvanometer eene kleinere stoomsterkte I_1 aan (wij onderstellen, dat de beweging eenparig is); de stroomenergie is dan $I_1 E t$ absolute eenheden (aequivalent met een even groot aantal ergs); zij dient om in de keten $I_1{}^2 R t$ absolute calorieën (aequivalent met een even groot aantal ergs) voort te brengen en bovendien nog een arbeid van $I_1 n$ ergs te verrichten (form. 447), als nl. n het aantal krachtlijnen voorstelt, die door den geleider BC gedurende de beweging gesneden worden, of ook het aantal krachtlijnen, die bij de draaiing van den geleider in het door den geheelen geleider bepaalde vlak $BCDEB$ treden. Nu is dus

$$I_1 E t = I_1{}^2 R t + I_1 n. \qquad 456$$

Uit deze vergelijking volgt

$$I_1 = \frac{E - \frac{n}{t}}{R}.$$

Door de beweging wordt dus de electromotorische kracht der batterij *verminderd*; er gaat nl. een *inductiestroom* door de geleiding in eene richting tegengesteld met die van den batterijstroom. De sterkte van dezen inductiestroom is

$$I = I_0 - I_1 = \frac{\frac{n}{t}}{R} \text{ absolute eenheden,} \qquad 457$$

en zijne electromotorische kracht (wet van Ohm)

$$e = \frac{n}{t} \text{ absolute eenheden.} \qquad 458$$

Draait men den geleider weer met dezelfde snelheid, tot dat hij in den aanvankelijken stand terugkeert, dan moet men zelf arbeid verrichten. De galvanometer zal gedurende de beweging eene grootere stroomsterkte I_2 aanwijzen; de stroomenergie $I_2 Et$ en de arbeid $I_2 n$ der uitwendige kracht brengen in de keten $I_2^2 Rt$ absolute calorieën voort. Men heeft dus

$$I_2 Et + I_2 n = I_2^2 Rt, \qquad 459$$

$$I_2 = \frac{E + \frac{n}{t}}{R}.$$

Door de beweging wordt dus de electromotorische kracht der batterij *vermeerderd;* er gaat een inductiestroom door de geleiding in de richting van den batterijstroom. De sterkte van den inductiestroom is

$$I' = I_2 - I_1 = \frac{\frac{n}{t}}{R} \text{ absolute eenheden,} \qquad 460$$

en zijne electromotorische kracht

$$e' = \frac{n}{t} \text{ absolute eenheden.} \qquad 461$$

1296. Daar de beide inductiestroomen alleen door de beweging van den geleider in het magnetisch veld voortgebracht worden, ontstaan zij ook, als men, na de batterij uit de geleiding verwijderd te hebben, den geleider naar boven of naar beneden draait; de afwijkingen der galvanometernaald wijzen deze stroomen aan. Dus: als een gesloten geleider in een magnetisch veld bewogen wordt, ontstaat in den geleider een inductiestroom, indien door de beweging het aantal krachtlijnen, die het door den geleider ingesloten vlak snijden, vermeerderd of verminderd wordt; de electromotorische kracht van den stroom (in absolute eenheden) is gelijk aan de vermeerdering of de vermindering van dit aantal per seconde. De richting van den inductiestroom kan gevonden worden door den regel van Maxwell: *ziet men door de gesloten figuur in de richting der krachtlijnen, dan loopt de stroom in de richting, waarin de wijzers van een uurwerk zich bewegen, als het aantal krachtlijnen, die de figuur snijden, afneemt, en in tegengestelde richting, als het aantal toeneemt.*

Men heeft gevonden, dat het bovenstaande algemeen geldt, onverschillig of een gesloten geleider, een induceerende magneet of een stroom bewogen wordt; het geldt eveneens bij het ontstaan en en verdwijnen van den induceerenden stroom of het induceerend magnetisme, daar bij het ontstaan (verdwijnen) van het magnetisch veld een even groot aantal krachtlijnen door de gesloten figuur gaat (daaruit verdwijnt), alsof de secundaire geleider van oneindigen afstand tot zijne plaats in het veld gebracht werd (van zijne plaats in het veld tot op oneindigen afstand verwijderd werd). Eindelijk geldt het ook voor niet-eenparige bewegingen in een homogeen en zelfs in een niet-homogeen magnetisch veld; in deze gevallen geeft de waarde $\frac{n}{t}$ echter slechts de *gemiddelde* electromotorische kracht aan.

In fig. 395 is de richting van den inductiestroom aangewezen in een gesloten cirkelvormigen geleider, die in een homogeen magnetisch veld om eene middellijn, welke de krachtlijnen loodrecht snijdt, gedraaid wordt, zóó dat zijne standen achtereenvolgens door 1, 2, enz. worden voorgesteld. In 1, 5 en 9 is het aantal krachtlijnen, *die door „het stroomvlak" gaan*, het grootst, maar er ontstaat geen inductiestroom, daar in deze standen eene geringe draaiing van den geleider dit aantal krachtlijnen, niet verandert; in de standen tusschen 1 en 3 neemt het aantal krachtlijnen af tot nul; tusschen 3 en 5 neemt het weer toe, maar

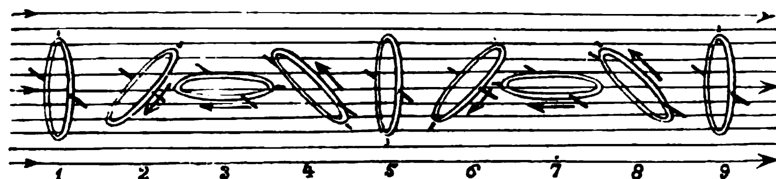


fig. 395.

de krachtlijnen treden nu van de andere zijde in het vlak; tusschen 5 en 7 neemt het aantal weer af tot nul; tusschen 7 en 9 treden de krachtlijnen weer in dezelfde richting in het vlak als in den aanvang, en haar aantal neemt weer toe. Door toepassing van den regel van Maxwell vindt men, dat omkeering der stroomrichting plaats heeft bij 1, 5 en 9 (als de inductiestroom de sterkte nul heeft); de *verandering in het aantal* krachtlijnen is het grootst bij 3 en bij 7; in deze standen hebben de beide stroomen het maximum van sterkte. Daar bij eenparige draaiing de verandering in het aantal krachtlijnen, die in het vlak treden, evenredig is met den sinus van den draaiingshoek, kunnen wij de verandering der stroomsterkte — evenals de verandering der afwijking van een trillend punt — graphisch voorstellen door een sinuslijn (fig. 140). Zulke stroomen, die niet slechts periodiek van richting veranderen, maar ook regelmatig van nul tot een maximum aangroeien en weer tot nul afnemen, noemt men *wisselstroomen*.

1297. De electromotorische kracht, in een *gesloten* geleider opgewekt, wordt 1 *absolute e.-m. eenheid, als het aantal krachtlijnen, die*

het door den geleider begrensde vlak in denzelfden zin snijden, bij het einde eener seconde 1 *meer of minder bedraagt dan bij het begin der seconde.* — Bij de berekening der electromotorische kracht moet men in aanmerking nemen, dat het uittreden van een aantal krachtlijnen uit een zijvlak van eene gesloten figuur gelijk staat met eene gelijke vermindering der in hetzelfde zijvlak intredende krachtlijnen.

Een geleider vormt eene figuur van 1000 cM^2. die zich in een verticaal vlak loodrecht op den magnetischen meridiaan bevindt. Is de horizontale intensiteit der aardmagneetkracht $H = 0{,}184$, dan gaan door de figuur 184 krachtlijnen. die aan de zuidzijde in-, en aan de noordzijde uittreden. Draait men nu de figuur om eene verticale as 180°, dan wordt bij de draaiing van 0° tot 90° het aantal krachtlijnen, die aan de aanvankelijk naar het Noorden gekeerde zijde *uit*treden, tot nul verminderd; bij de draaiing van 90° tot 180° zal het aantal krachtlijnen, die aan dezelfde zijde *in*treden, aangroeien van nul tot 184; het verschil is dus $n = 2 \times 184$ krachtlijnen. Heeft de draaiing $t = 0{,}05$ seconden geduurd, dan is de in den geleider opgewekte electromotorische kracht $e = \frac{n}{t} = \frac{2 \times 184}{0{,}05} = 7360$ absolute eenheden (7360×10^{-8} Volt). — Bevindt zich dezelfde geleider aanvankelijk in een horizontaal vlak, en wordt hij om een horizontale, in den magnetischen meridiaan liggende as met dezelfde snelheid 180° gedraaid, dan is de opgewekte electromotorische kracht evenredig met de verticale intensiteit der aardmagneetkracht. — Wordt de gesloten geleider (in de nabijheid der as) doorgesneden en worden de beide uiteinden met een galvanometer verbonden, dan verhouden zich de door de afwijkingen der naald in beide gevallen aangewezen stroomen als de horizontale en de verticale componente der aardmagneetkracht. Daar men op deze wijze de inclinatie kan bepalen (verg. fig. 320), heet de bedoelde toestel *inductie-inclinatorium*.

Faraday heeft opgemerkt, dat ook in een *niet-gesloten* geleider eene electromotorische kracht opgewekt wordt, die evenredig is met het aantal krachtlijnen, die de geleider bij zijne beweging snijdt. *Zij is éène absolute eenheid, als de geleider per seconde éène krachtlijn snijdt.* De (*absolute*) *eenheid van electromotorische kracht* is dus die, welke in een rechtlijnigen geleider van 1 cM lengte opgewekt wordt, als de geleider, die in een magnetisch veld van de intensiteit $H = 1$ loodrecht op de krachtlijnen geplaatst is, gedurende 1 seconde in eene richting loodrecht op zijne lengte en op de krachtlijnen met eene snelheid van 1 kine bewogen wordt.

De richting der electromotorische kracht wordt bepaald door de rechterhandregel: legt men de rechterhand op den geleider, zóo dat de krachtlijnen in de binnenvlakte der hand intreden, en de uitgestrekte duim de richting van de beweging des geleiders aanwijst, dan wijzen de vingers in de richting der opgewekte electromotorische kracht. Verg. § 1282, slot.

In een rechtlijnigen (niet-gesloten) geleider van 10 cM lengte, die in een

homogeen magnetisch veld van de intensiteit 10000 met eene snelheid van 20 kines in de aangegeven richting bewogen wordt, outstaat dus eene electromotorische kracht van 10 × 20 × 10000 absolute eenheden; het potentiaalverschil tusschen zijne uiteinden wordt dus 2000000 absolute eenheden (= 0,02 Volt).

1298. Uit § 1295 en 1297 volgt, dat de electromotorische kracht en dus de sterkte van den inductiestroom, die in een gesloten geleider ontstaat, als deze in een magnetisch veld van de plaats A naar de plaats B bewogen wordt, omgekeerd evenredig zijn met den duur der verplaatsing. De *hoeveelheid electriciteit*, die in den geleider in beweging gebracht wordt, is echter wegens de betrekking „hoeveelheid = stroomsterkte × tijd" *bij alle snelheden even groot.* Zij bedraagt, als de weerstand van den geleider R absolute eenheden is (verg. form. 457 en 460),

$$H = It = \frac{n}{R} \text{ absolute eenheden } \left(= \frac{n}{R} \times 10 \text{ Coulombs}\right). \qquad 462$$

Men zal zich gemakkelijk overtuigen, dat ook de weg, dien men tusschen A en B volgt, geen invloed heeft op die hoeveelheid; het verschil van het aantal krachtlijnen, die bij het einde en bij het begin der beweging door het stroomvlak gaan, is steeds even groot. — Hetzelfde geldt, als door sluiting of verbreking van een primairen stroom een electromagnetisch veld ontstaat en verdwijnt, zóo dat krachtlijnen in het door den geleider ingesloten vlak treden of daaruit verdwijnen. De opgewekte electromotorische kracht is omgekeerd evenredig met den duur der sluiting of verbreking; de hoeveelheid electriciteit, die in de secundaire geleiding in beweging gebracht wordt, is onafhankelijk van dien duur en wordt alleen bepaald door het aantal krachtlijnen, dat in of uit de meergenoemde figuur treedt.

1299. Door heen- en weergaande beweging of door sluiten en verbreken der primaire geleiding ontstaan inductiestroomen, waarvan de richting telkens omkeert. Zulke stroomen kunnen, indien zij snel op elkander volgen, geene afwijking der naald van een in de secundaire geleiding ingelaschten galvanometer voortbrengen; evenmin kunnen zij — wegens de voortdurende omkeering der stroomrichting — blijvende chemische veranderingen in electrolyten te weeg brengen (verg. § 1307). Daarentegen veroorzaken zij wel eene afwijking van den beweeglijken klos van den electrodynamometer (§ 1283) en brengen zij, door het menschelijk lichaam geleid, sterke physiologische werkingen voort.

1300. In alle gevallen, waarin een inductiestroom tengevolge van beweging van gesloten geleiders, stroomen of magneten ontstaat, kan zijne richting gevonden worden door de *wet van Lenz: de inductiestroom, die tengevolge eener beweging ontstaat, heeft zoodanige richting, dat hij de beweging, waardoor hij ontstaat, tegenwerkt*, (door zijne electromagnetische werking op den primairen stroom of den veldvormenden magneet).

Wordt de geleider *CD* (fig. 394), na verwijdering der batterij uit de gesloten geleiding, met de hand naar boven (beneden) bewogen, dan heeft de voortgebrachte inductiestroom de richting *CD* (*DC*); deze stroom zou, indien hij als batterijstroom van *C* naar *D* liep, den geleider naar beneden (boven) bewegen (§ 1282). — Draait men eene koperen plaat tusschen de beide dicht bij elkander liggende polen van een electromagneet (hoefvorm) snel om hare as, dan ontstaan in de plaat inductiestroomen, die de beweging tegenwerken; bij het ophouden der draaiende kracht komt de plaat onmiddellijk tot rust. Overwint men den weerstand, dien de beweging ondervindt, door met grootere kracht te draaien, dan wordt de plaat warm. — Een koperen bolletje, dat aan een zijden draad tusschen dezelfde polen opgehangen is, brengt men, alvorens den stroom door de windingen der electromagneten te laten gaan, door aan den draad torsie te geven, in snelle rotatie. Bij sluiting van den stroom komt het bolletje bijna onmiddellijk in rust. — Demping der schommelingen van galvanometernaalden, die zich in een koperen omhulsel bevinden.

De wet van Lenz leert ons ook het arbeidsvermogen kennen, waaraan de stroomenergie van den inductiestroom haar ontstaan te danken heeft.

Bij het naderen van den secundairen klos tot den primairen klos of tot een magneet ontstaat afstooting; de inductiestroom heeft dus de tegengestelde richting van den induceerenden stroom of van de Ampère'sche stroomen (§ 1283). De arbeid, dien het overwinnen dezer afstooting vereischt, levert de stroomenergie van den inductiestroom. — Verwijdert men den secundairen klos van den primairen of van een magneet, dan ontstaat aantrekking; de inductiestroom heeft dezelfde richting als de induceerende stroom of de Ampère'sche stroomen. De arbeid dien het overwinnen dezer aantrekking vereischt, levert wederom de stroomenergie van den inductiestroom.

Verder verklaart de wet van Lenz het verband, dat bestaat tusschen de electro-dynamische werkingen (§ 1282 en 1283) en de wet van het behoud van arbeidsvermogen.

Als een beweeglijke stroomgeleider tengevolge van de aantrekking tot een vasten geleider nadert (bij gelijke richting der beide stroomen), dan ontstaan in beide geleiders inductiestroomen, die de nadering tegenwerken; hunne richting is dus tegengesteld met die der aanwezige stroomen. Bij het naderen worden dus beide stroomen verzwakt, en de vermindering der stroomenergie is aequivalent met den arbeid, dien de beweging vereischt. — Zijn de richtingen der beide stroomen tegengesteld, en verwijderen zij zich tengevolge van

de afstooting van elkander, dan ontstaat in elken geleider een inductiestroom, die dezelfde richting heeft als de andere stroom. Ook hier worden dus beide stroomen verzwakt enz.

1301. Inductiestroomen, die in massieve (niet draadvormige) geleiders ontstaan, noemt men *Foucault'sche stroomen*. Eenige voorbeelden daarvan hebben wij reeds besproken in § 1300. Wij wijzen hier nog op de stroomen, welke binnen de ijzeren kernen der electromagneten ontstaan, als de stroom in de solenoïde gesloten of verbroken wordt. In het eerste geval is hunne richting tegengesteld aan die van den batterijstroom, zóo dat het eenigen tijd (een klein deel eener seconde) duurt, eer het electromagnetische veld zijne volle intensiteit bereikt. In het tweede geval is hunne richting gelijk aan die van den batterijstroom; wordt deze verbroken, dan zal het wederom eenigen tijd duren, eer het electromagnetische veld geheel verdwenen is. Wil men een plotseling ontstaan en een plotseling verdwijnen van het veld verkrijgen, b.v. als men in eene secundaire geleiding inductiestroomen van groote electromotorische kracht wil voortbrengen, dan moet men de massieve ijzeren kern vervangen door een bundel van onderling geïsoleerde (geverniste) ijzerdraden of platen van ijzerblik; de Foucault'sche stroomen kunnen dan niet tot stand komen, omdat in de richting, welke zij zouden nemen, geene doorloopende geleiding bestaat. Men verhindert zoodoende bovendien, dat een deel der energie van den stroom verloren gaat, om in de ijzeren kern nuttelooze warmte voort te brengen.

Eene horizontale koperen schijf kan in snelle rotatie gebracht worden. Zoo dicht mogelijk boven deze schijf bevindt zich eene glazen plaat, waarop eene korte spil bevestigd is, welke eene declinatienaald draagt. De glazen plaat dient om de door de draaiende schijf in beweging gebrachte lucht van de naald af te houden. Wordt de schijf gedraaid, dan vertoont de naald eene afwijking in den zin der rotatie, en bij voldoende omwentelingssnelheid draait de naald mede rond (Proef van Arago). Dit is een gevolg van de Foucault'sche stroomen, die in de schijf bij hare beweging in het magnetisch veld der naald ontstaan, en die volgens de wet van Lenz de beweging tegenwerken. De naald tracht dus de deelen der schijf, die onder haar doorgaan, terug te houden; daar zij hiertoe niet in staat is, moet zij zelf volgen.

1302. Het electromagnetisch veld bezit even als het electrisch veld eene hoeveelheid energie. Deze energie kan haar ontstaan alleen te danken hebben aan den stroom; bij het sluiten van een stroom moet een gedeelte der stroomenergie verdwijnen, om de

spanningen en drukkingen van den aether in het veld voort te brengen. Daaruit volgt, dat de stroom eenigen tijd (een klein deel eener seconde) behoeft om het veld te vormen, en dat hij eerst daarna zijne blijvende sterkte verkrijgt. Bij het sluiten van den stroom (d. i. zoolang de vorming van het veld duurt) heeft dus eene verzwakking van den stroom plaats. — Verbreekt men den stroom, dan wordt het arbeidsvermogen van het verdwijnende veld wederom in stroomenergie omgezet; de stroomsterkte wordt, zoo lang het verdwijnen van het veld duurt, grooter.

Men kan zich de zaak ook zoo voorstellen, dat bij het sluiten en bij het verbreken van een stroom in de geleiding een inductiestroom wordt opgewekt, die bij het sluiten in tegengestelde, bij het verbreken in dezelfde richting loopt als de induceerende stroom. Deze inductie, die in den stroomgeleider zelf plaats heeft, noemt men *zelfinductie*, en den geïnduceerden stroom *extrastroom* (Faraday).

Ook elke vermeerdering (vermindering) van stroomsterkte geeft aanleiding tot het ontstaan in eene keten van een inductiestroom, die de tegenovergestelde (gelijke) richting heeft als de stroom zelf.

Het door een stroom voortgebrachte electromagnetische veld is niet onder alle omstandigheden even sterk; de intensiteit van het veld hangt af van den *vorm*, dien men aan den geleider geeft. In een in het midden omgebogen en dubbel geslagen draad is de zelfinductie nagenoeg nul, daar de krachtlijnen, voortgebracht door de op elkander liggende tegengesteld gerichte stroomdeelen elkander overal verzwakken; in een rechtlijnigen draad is zij veel geringer dan in eene solenoïde, die men van dien draad windt; het sterkst is zij, als in de solenoïde nog eene ijzeren kern geplaatst wordt.

Door de draden in rheostaten „*bifilair*" te winden, verhindert men de vorming van extrastroomen in deze toestellen.

1303. De stroomenergie, die bij het sluiten door de vorming van het electromagnetisch veld verloren gaat, is natuurlijk even groot als de vermeerdering der stroomenergie bij het verbreken door het verdwijnen van het veld. Toch zijn de beide extrastroomen niet even sterk. Het verbreken kan namelijk in korteren tijd geschieden dan het sluiten; de extrastroom bij het verbreken duurt dus minder lang en is bijgevolg sterker dan die bij het sluiten. De eerste kenmerkt zich door de vonk, die bij het verbreken eener keten optreedt (vooral indien eene solenoïde in de geleiding opge-

nomen is) en die op eene sterke vermeerdering der electromorische kracht in de keten wijst; of ook door de physiologische werking, die men waarneemt, als men de geleiding aan weerszijden van de solenoïde aanraakt en daarna den stroom ergens buiten het tusschen de aanrakingspunten gelegen deel der keten verbreekt. De extrastroom bij het sluiten kan op deze wijze niet aangetoond worden; er ontstaat geen vonk, daar de electromotorische kracht van den stroomgever door den extrastroom verzwakt wordt, en physiologische werking wordt nagenoeg niet waargenomen, daar de extrastroom voor het grootste gedeelte zijn weg door de (gesloten) keten neemt.

De vonk, die bij het snelle openen eener keten ontstaat, vormt als het ware eene brug, waardoor de openingsextrastroom tot stand kan komen. Zonder dit zou bij verbreking wel eene vermeerdering der electromotorische kracht plaats grijpen; een stroom zou echter niet tot stand kunnen komen.

Edlund heeft het bestaan van beide extrastroomen op de volgende wijze aangetoond. Eene stroomgeleiding wordt tusschen de beide punten A en C (fig. 396) in twee takken gesplitst; in den eenen tak is eene solenoïde S opgenomen, in den anderen tak een weerstand R, gevormd door een heen- en weer gebogen draad. De beide takken zijn in tegengestelde richtingen om eene magneetnaald NZ gelegd (differentiaalgalvanometer); de weerstand R is zoo groot genomen, dat de naald geene afwijking vertoont, indien de beide stroomtakken — niet verzwakt of versterkt door extrastroomen — om de naald loopen. Nu is de zelfinductie in S veel grooter dan in R; wij behoeven dus alleen de in S gevormde extrastroomen te beschouwen. Wordt de stroom bij P gesloten, dan wijkt de naald inderdaad af, om dadelijk weer in den evenwichtsstand terug te keeren; de afwijking wordt veroorzaakt door den extrastroom, die, voor zoo ver hij niet door de batterij loopt, den weg $SARFGCEDS$ volgt, dus door beide takken in gelijken zin om de naald gaat. Wordt de stroom bij P weer verbroken, dan wijkt de naald in tegengestelde richting af, daar de extrastroom nu den weg $SDECGFRAS$ neemt.

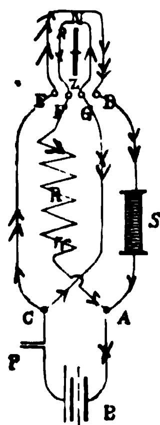


fig. 396.

1304. Is het aantal windingen eener solenoïde (welke slechts uit ééne laag bestaat) N, hare lengte l cM, hare doorsnede O cM^2, dan is het aantal krachtlijnen, dat bij het ontstaan of verbreken van

een stroom van I absolute eenheden in den tijd t sec. (duur van den extrastroom) ontwikkeld wordt of verdwijnt, (form. 439)

$$n = \frac{4 \pi I N O}{l}.$$

In *elk* windingsvlak ontstaan of verdwijnen in t seconden n krachtlijnen; in elke winding wordt dus eene electromotorische kracht van $\frac{n}{t}$ absolute eenheden opgewekt (form. 458); de geheele electromotorische kracht van den extrastroom is dus

$$e = \frac{N n}{t} = \frac{4 \pi I N^2 O}{l t} \text{ absolute eenheden.} \qquad 463$$

Duidt men den (voor deze solenoïde) constanten factor $\frac{4 \pi N^2 O}{l}$ aan door L, dan verkrijgt men

$$e = \frac{L I}{t} \text{ absolute eenheden.} \qquad 464$$

Het getal L wordt genoemd *coëfficient van zelfinductie* voor deze solenoïde. Voor $I = 1$ en $t = 1$ wordt $e = L$; *de coëfficient van zelfinductie wijst dus de electromotorische kracht (in absolute eenheden) aan van den extrastroom, die in de solenoïde ontstaat, als de batterijstroom in ééne seconde met* 1 *absolute eenheid aangroeit of afneemt.*

Ook voor den coëfficient van zelfinductie heeft men eene practische eenheid ingevoerd; hare getalwaarde is gelijk aan die der electromotorische kracht in Volts van den extrastroom, die ontstaat, als de batterijstroom in ééne seconde met 1 Ampère aangroeit of afneemt. Deze practische eenheid heet *Henry*; zij is $\frac{10^8}{10^{-1}} = 10^9$ absolute eenheden. $\left(L = \frac{e}{I}\right)$.

Voor eene solenoïde met eene enkele laag van 120 windingen, 12 cM lengte en 3 cM² doorsnede is de coëfficient van zelfinductie $L = \frac{4 \pi \times 120^2 \times 3}{12 \times 10^9} =$ 0,00004525 Henry, en de electromotorische kracht van den extrastroom, als in de solenoïde een stroom van 2 Ampères in 0,01 seconde ontstaat of verdwijnt, 0,00905 Volt. — Bevatte deze solenoïde een ijzeren kern, dan zou volgens de gegevens in het voorbeeld van § 1285 de electromotorische kracht 576 maal zoo groot, of 5,2 Volt zijn.

1305. Maxwell heeft op grond van de denkbeelden, door Faraday uitgesproken, langs wiskundigen weg eene theorie der stroominductie ontwikkeld, die geheel op zuiver mechanische beginselen berust.

Hij verklaart de spanningen en drukkingen in het (door een stroom voortgebrachte) magnetische veld door wervelbewegingen van den aether om de krachtlijnen (verg. § 1281.) Een stroom heeft volgens Maxwell tweeërlei arbeid te verrichten: 1°. in de geleiding de electrische stof in beweging te brengen, die geen massa bezit, maar wel weerstand ondervindt; door het overwinnen van dezen weerstand zou dan de warmte in de keten ontstaan; 2°. bij het ontstaan de genoemde wervelbewegingen in het geheele veld voort te brengen; aan de in rotatie te brengen deeltjes schrijft hij wel massa toe, maar de beweging ondervindt geen waarneembaren weerstand. Is na de sluiting van den stroom deze beweging ten koste van de stroomenergie tot stand gebracht, dan bezitten de roteerende deeltjes dus arbeidsvermogen van beweging (*electrokinetische energie*), welks behoud geen verdere arbeid van den stroom eischt; zoolang de intensiteit van den stroom onveranderd blijft, wordt dus de geheele stroomenergie volgens de wet van Joule omgezet in warmte. Maar het electrokinetisch arbeidsvermogen der wervelbeweging werkt ook weer terug op den stroom in de keten; wordt de stroom plotseling verbroken, dan zal het dienen om nog eenige electriciteit door de keten te drijven, totdat het geheel in de daarbij ontstaande warmte is overgegaan. — Het is duidelijk, dat de onderlinge werking tusschen de in de keten bewogen electrische stof en de deeltjes van den in wervelbeweging verkeerenden aether het ontstaan van de extrastroomen en de inductiestroomen kan verklaren op grond van de wet van het behoud van arbeidsvermogen.

II. Toepassingen.

Inductor van Ruhmkorff.

1306. Toestellen, waarbij van het sluiten en verbreken van een door de windingen van een *electromagneet* loopenden stroom gebruik gemaakt wordt, om in eene secundaire geleiding, die als solenoïde om de windingen van den electromagneet gelegd is, inductiestroomen te verkrijgen, heeten *inductietoestellen* of *inductoren*.

Zijn de afmetingen en het aantal windingen der primaire solenoïde

zooals in § 1304 is aangenomen, dan is het aantal krachtlijnen, dat bij het sluiten of verbreken van een primairen stroom van I absolute eenheden ontstaat of verdwijnt, (form. 453)

$$n = \frac{4 \pi I N O \mu}{l}.$$

Mocht men nu aannemen, dat deze krachtlijnen, die uit de noordpool van het ijzer treden en buiten de primaire solenoïde van haar noordpoolvlak naar haar zuidpoolvlak gaan, ook *alle buiten* de N_1 windingen der secundaire solenoïde door de lucht gaan, dan zou bij het sluiten of verbreken van den primairen stroom in elke winding der secundaire solenoïde eene electromotorische kracht van $\frac{n}{t}$ absolute eenheden opgewekt worden (§ 1295). De geheele electromotorische kracht van den inductiestroom zou dus zijn

$$e = \frac{N_1 n}{t} = \frac{4 \pi I N N_1 O \mu}{l t} \text{ absolute eenheden.} \qquad 465$$

De omstandigheden zijn echter meestal niet zoo eenvoudig als wij aangenomen hebben. Bestaat de primaire geleiding uit meer dan eene laag, dan is de doorsnede (O) der verschillende lagen niet even groot; ook zal een gedeelte der krachtlijnen — vooral indien de secundaire solenoïde uit vele lagen bestaat — *binnen* de ruimte, die door de meer naar buiten gelegen secundaire windingen ingesloten wordt, heen *en terug* loopen en daarom tot het ontstaan eener electromotorische kracht niet volledig medewerken; eindelijk verandert ook de waarde van μ met de sterkte van den primairen stroom (§ 1285). Men kan dus de electromotorische kracht van den inductiestroom niet op dezelfde wijze berekenen als die van den extrastroom. Toch blijkt uit form. 465, aan welke voorwaarden moet voldaan worden, om de electromotorische kracht der inductiestroomen zoo sterk mogelijk te maken.

1307. Bij den *inductor van Ruhmkorff* (fig. 397) wordt dit doel door de volgende inrichting bereikt.

1°. De primaire geleiding P bestaat uit een gering aantal windingen van een dikken draad. Wel is waar wordt zoodoende N klein, maar de sterkte van den primairen stroom I wordt door den weerstand der geleiding slechts weinig verzwakt.

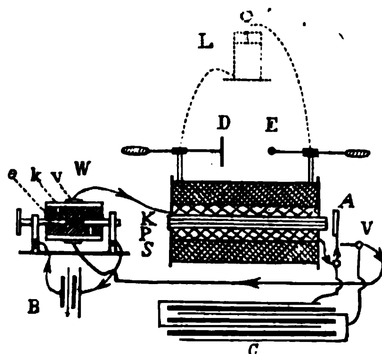


fig. 397.

2°. De secundaire geleiding S, waarvan de uiteinden met de verplaatsbare conductoren D en E verbonden zijn, bestaat uit een zeer groot aantaal (N_1) goed van elkander geïsoleerde windingen van een dunnen draad. Natuurlijk wordt daardoor ook de weerstand der secundaire solenoïde (inwendige weerstand) groot; daar echter de weerstand in de geleiding, welke de uiteinden der secundaire windingen verbindt (uitwendige weerstand), meestal groot is, hindert dit niet.

Is r_1 de weerstand van ééne winding, dan is de inwendige weerstand van N_1 windingen $N_1 r_1$. Bij een uitwendigen weerstand r_2 wordt de (gemiddelde) stroomsterkte van den inductiestroom

$$I_1 = \frac{e}{N_1 r_1 + r_2} = \frac{\frac{e}{N_1}}{r_1 + \frac{r_2}{N_1}}, \qquad 466$$

d. i. even groot alsof slechts ééne winding aanwezig was, maar de uitwendige weerstand N_1-maal zoo klein was (verg. § 1234).

3°. Om het ontstaan der schadelijk werkende Foucault'sche stroomen te beletten neemt men als kern een bundel van ijzeren draden K, die (door lak of vernis) van elkander geïsoleerd zijn.

4°. De verbreking en sluiting van den primairen stroom geschiedt door een zelfwerkenden stroomverbreker V (§ 1287), waarvan het ijzeren anker A dicht bij een der uiteinden van de ijzeren kern geplaatst is. Hoe sneller de veerende plaat, waaraan het anker bevestigd is, trilt, des te grooter is het aantal verbrekingen en sluitingen per seconde.

Beter werken de verbreker van Deprez, de kwikverbrekers (Foucault), de verbreker in een vacuum (Mac Farlan Moore), de motorverbreker, de turbineverbreker en de electrolytische verbreker (Wehnelt).

5°. Door de beide bekleedsels van een condensator C van groote capaciteit te verbinden met twee punten der primaire geleiding, gelegen aan weerskanten van de plaats, waar de primaire stroom

gesloten en verbroken wordt, kan men den duur *t* van den verbrekingsstroom, die toch reeds kleiner is dan die van den sluitingsstroom, nog aanmerkelijk bekorten (Fizeau). De vonk namelijk, die bij het verbreken der primaire geleiding ten gevolge van den extrastroom optreedt, onderhoudt nog gedurende korten tijd de verbinding tusschen de vrij geworden uiteinden der primaire geleiding, zoodat het verbreken langer duurt, dan zonder den extrastroom het geval zou zijn. De positieve en negatieve ladingen, die op het oogenblik, dat de primaire stroom verbroken wordt, in beweging worden gebracht door de electromotorische kracht der zelfinductie, worden nu door den condensator opgenomen en gaan niet in de vonk over; daardoor duurt het verbreken slechts zeer korten tijd en kan dientengevolge de electromotorische kracht van den (verbrekings-)inductiestroom zoo groot worden, dat zich tusschen de vrije uiteinden *D* en *E* der secundaire solenoïde lange vonken (bij krachtige inductoren tot meer dan 1 M lengte) kunnen vertoonen. Nadat de verbreking van den primairen stroom geëindigd is, vereenigen zich de ongelijknamige ladingen van den condensator weer door de windingen der (primaire) keten.

De condensator bestaat uit verschillende bladen bladtin, die door geparaffineerd papier of gewaste taf gescheiden zijn; om beurten worden die bladen met het eene en het andere van twee punten der primaire geleiding in aanraking gebracht, waartusschen de primaire stroom gesloten en verbroken wordt. De condensator wordt in den voet van den inductor geplaatst.

In de primaire geleiding is meestal nog een stroomwisselaar *W* opgenomen, om den stroom in de primaire solenoïde gemakkelijk te kunnen omkeeren. De figuur vertoont den stroomwisselaar op grootere schaal dan den inductor. Een cilinder van eboniet *e* kan om eene as gedraaid worden, die uit twee van elkander gescheiden metalen deelen bestaat. Elk dier deelen is verbonden met eene van de polen der batterij *B* en met een van twee koperen platen *k*. die tegenover elkaar op den cilinder bevestigd zijn. Men geeft aan den cilinder zoodanigen stand, dat de koperen platen in aanraking komen met twee contactveeren *v*, die met de primaire windingen en den stroomverbreker verbonden zijn. Draait men den cilinder 180°, dan wordt de stroom in de primaire solenoïde omgekeerd. — De stroomwisselaar kan ook dienst doen, als men den primairen stroom voor goed wil verbreken (draaiing van 90°).

1308. In § 1298 hebben wij gezien, dat de ***hoeveelheid electriciteit***, die in den secundairen geleider verplaatst wordt, niet afhankelijk is van den duur van het sluiten of verbreken, maar alleen van het aantal krachtlijnen, dat door het „stroomvlak" gaat. Daar nu het aantal krachtlijnen, dat bij het sluiten in de secundaire solenoïde ontstaat, even groot is als het aantal, dat bij het ver-

breken daaruit verdwijnt, moeten de sluitings- en de verbrekingsstroom gelijke hoeveelheden electriciteit in beweging brengen. Het sluiten van het primairen stroom duurt echter veel langer dan het verbreken, daar de extrastroom, die bij het sluiten den batterijstroom verzwakt, de oorzaak is, dat deze niet onmiddellijk zijn volle sterkte kan bereiken. De inductiestroom, die bij het sluiten van den primairen stroom ontstaat, heeft daarom eene geringe electromotorische kracht en een geringe stroomsterkte, zoodat zelfs bij een kleinen afstand der electroden *D* en *E* het overspringen van eene vonk onmogelijk wordt; de naar de uiteinden *D* en *E* gedreven ladingen vereenigen zich weer door de secundaire solenoïde. Zijn echter de uiteinden *D* en *E* met elkaar geleidend verbonden, dan komt de sluitingsstroom even goed tot stand als de verbrekingsstroom.

Verbindt men de electroden van een koper-voltameter met de uiteinden *D* en *E* der secundaire solenoïde, dan gaan beide inductiestroomen door het electrolyt; schijnbaar ondergaan de vloeistof en de electroden geen verandering. — Leidt men door middel van een toestel, ***disjunctor*** (splitser) genoemd, waarvan wij de beschrijving achterwege laten, alleen den sluitingsstroom of alleen den verbrekingsstroom door den voltameter, dan blijken de door een gelijk aantal inductiestroomen verkregen chemische werkingen even groot te zijn. — Verbreekt men de secundaire buitengeleiding zóo, dat de vrij geworden uiteinden op eenigen (zelfs geringen) afstand van elkander verwijderd zijn (Funkenstrecke), dan kan alleen de verbrekingsstroom tot stand komen. Eerst bij eene bepaalde verdunning der lucht kan ook de sluitingsstroom in de verbrekingsplaats overgaan. — De physiologische werking van den verbrekingsstroom is veel sterker dan die van den sluitingsstroom. — In een electrolyt, waardoor de ***beide*** inductiestroomen gevoerd worden, kan volgens het voorstaande ook geen polarisatie der electroden plaats hebben. Hiervan heeft men gebruik gemaakt, om den ***weerstand van vloeistofkolommen*** te bepalen, waarin een batterijstroom ***polarisatie*** zou doen ontstaan (verg. § 1273). In een der vier geleiders (*AC* fig. 365) eener Wheatstone'sche brug wordt de vloeistofkolom (in een bakje van regelmatigen vorm, fig. 369) ingelascht en de weerstand in de overige geleiders zoo geregeld, dat de stroom in de brug *CD* nul wordt, als men de secundaire stroomen van een inductor door den toestel leidt. Men kan dan den weerstand der vloeistofkolom in *AC* gelijkstellen met den in *AD* bijgevoegden rheostaatweerstand. Dat de stroom in de brug nul wordt, kan men niet door middel van een galvanometer constateeren (§ 1299); men gebruikt daarvoor den electrodynamometer of nog beter den telephoon. dien wij later zullen leeren kennen.

1309. De (verbrekings-) inductievonk vertoont wegens het groote potentiaalverschil tusschen de uiteinden (electroden) *D* en *E* (fig. 397) dezelfde verschijnselen en uitwerkingen als de ontladingsvonk eener Holtz'sche machine; zij overtreft deze echter door de groote

hoeveelheid electriciteit, die daarin overgaat; daarom is hare physiologische werking bij gelijk potentiaalverschil veel sterker. Prachtige lichtverschijnselen vertoonen zich, als men de verbrekingsvonk laat overgaan in de *Geissler'sche buizen*, d. z. glazen die verdunde gassen (spanning 1—3 mM kwikdruk) bevatten. Aan de kathode vertoont zich een lichtverschijnsel van anderen vorm en andere kleur als aan de anode; het kathodelicht beperkt zich tot de ruimte onmiddellijk bij de kathode; het anodelicht vult nagenoeg de geheele buis, is echter van het kathodelicht door eene *donkere ruimte* gescheiden. Het anodelicht heeft in elk gas eene eigenaardige kleur (lijnenspectrum, § 1030). Daar de temperatuur in deze buizen vrij laag blijft, kan het licht geen gevolg van verwarming van het gas zijn; het wordt toegeschreven aan eene werking der electriciteit op den aether (electroluminiscentie, § 1038). Dit licht bevat veel van die stralen, welke fluorescentie voortbrengen. — Naarmate de spanning der gassen geringer wordt, vermindert het licht in de nabijheid der anode, terwijl de donkere ruimte zich uitbreidt; bij eene spanning van ongeveer 0,001 mM (*buizen van Hittorf* en *Crookes*) verkrijgt de ontlading een eigenaardig karakter. Terwijl de ontlading in een Geissler'sche buis den weg van de eene electrode naar de andere volgt, gaan de „*kathodestralen*" in eene buis van Crookes rechtlijnig voort in richtingen, loodrecht op de oppervlakte der kathode; zij laten het inwendige der buis nagenoeg donker, waar zij echter den wand der buis (of in de buis ingesloten mineralen) treffen, brengen zij fluorencentie en warmte voort; zij kunnen warmte-schaduw veroorzaken, lichte voorwerpen, die zij treffen, in beweging brengen, en gehoorzamen in een magnetisch veld aan dezelfde werkingen, als andere stroomgeleiders. Door glas kunnen zij zich niet voorplanten, wel door een dun metaalplaatje (Lenard). Al deze verschijnselen laten zich verklaren als men aanneemt, dat men bij de kathodestralen te doen heeft met uiterst kleine stoffelijke deeltjes, die met groote snelheid van de kathode weggeslingerd worden. — De van de anode uitgaande positief geladen stralen heeten *kanaalstralen* (Goldstein).

Men heeft gevonden dat de snelheid van een zulk deeltje $^1/_3$ van de snelheid van het licht kan zijn, dat zijne massa ongeveer $^1/_{2000}$ van die van waterstofatoom bedraagt, en dat zijne (negatieve) lading gelijk is aan de lading van een electrolytisch ion, $3{,}4 \times 10^{-10}$ *e.-s.* eenheden of $1{,}13 \times 10^{-19}$ Coulomb.

Röntgen ondekte (1895), dat vaste lichamen, die door kathode-

stralen getroffen worden (wand der Crookes'sche buis of metaalplaat binnen de buis), *onzichtbare* stralen, de zoogenoemde *X-stralen*, uit zenden, die zich steeds rechtlijnig voortplanten, niet teruggekaatst of gebroken worden en door ondoorschijnende lichamen heen dringen, waarbij zij door deze lichamen naar gelang van hunne dichtheid geabsorbeerd worden. Vallen de Röntgen-stralen op fluoresceerende stoffen, dan ziet men deze (in een donker vertrek) lichten; vallen zij op een electrisch geladen geleider, dan wordt deze ontladen; eindelijk werken zij sterk op eene photographische plaat. — Plaatst men een met platinbariumcyanuur bedekt karton met de niet bedekte zijde naar de plaats, van waar de stralen uitgaan (Crookes'sche buis), een brengt men een niet-homogeen ondoorschijnend lichaam tusschen karton en buis, dan neemt men, naar de bedekte zijde van het karton ziende, een schaduwbeeld van het lichaam waar. In dit beeld doen zich de dichtere deelen van (of binnen) het lichaam donkerder voor. Vervangt met het karton door eene photographische plaat, die zich in eene cassette van karton of hout bevindt, dan verkrijgt men eene photographie van het schaduwbeeld. — Toepassing der X-stralen in de geneeskunde.

De eigenschap, geladen geleiders te ontladen, hebben de Röntgenstralen met de Becquerel-stralen (radium, § 1038) en met het ultraviolette licht (§ 1334) gemeen. Terwijl de lucht voor niet al te groote potentiaalverschillen een volkomen isolator is, wordt zij na den doorgang dezer stralen geleidend, zóo dat zij positief en negatief geladen deeltjes bevat, die evenals de ionen van een electrolyt electrische ladingen kunnen vervoeren (convectie.) Men zegt dan ook, dat de gassen door de genoemde stralen *geïoniseerd* worden. Deze gasionen zijn echter niet identisch met de atomen, waaruit eene gasmolecule is samengesteld, want ook éénatomige gassen (argon, helium) kunnen geïoniseerd worden. Na splitsing der moleculen in atomen splitsen zich deze nog verder in negatief geladen deeltjes, die dezelfde geringe massa en dezelfde lading hebben als de deeltjes, die in een kathodestraal weggeslingerd worden, en in de positief geladen rest. Men noemt deze deeltjes *electronen*. Volgens deze beschouwing zou dus een atoom niet onveranderlijk zijn, daar het een negatief electron kan afgeven. Vele natuurkundigen echter beschouwen de „massa" van een negatief electron slechts als schijnbaar en voorgespiegeld door de traagheid, die de electronenlading bij hare beweging ten gevolge van electromagnetische weerstanden vertoont. De positieve resten daarentegen kunnen aangezien worden als geladen gasatomen. De kanaalstralen schijnen door een stroom dezer positieve atomen gevormd te worden. Ook de gewone geleiding der electriciteit heeft men reeds getracht te verklaren door afsplijting van negatieve electronen van de metaalatomen.

1310. Verbindt men een der beide zuiltjes, waarin de electroden D en E bevestigd zijn, met het binnenbekleedsel, en het andere met het buitenbekleedsel eener Leidsche flesch L (fig. 397), dan wordt deze geladen, alvorens de vonk tusschen D en E kan over-

springen. De verkregen vonk wordt korter maar schitterender en vertoont de door Feddersen opgemerkte oscillaties (§ 1201), mits de weerstand der verbindingsdraden *LD* en *LC* gering is. De in het glas der Leidsche flesch opgewekte diëlectrische veerkracht tracht de electriciteit door deze draden van het positief geladen naar het negatief geladen bekleedsel te stuwen. Beschouwen wij nu het eerste vonkje, dat deel uitmaakt van de vonk, die wij tusschen *D* en *E* zien overspringen. Zoodra de overgang van electriciteit in dit vonkje begonnen is, bestaat een electrische stroom, die wegens den geringen weerstand der geleiding in hoofdzaak alleen den tweeden in § 1305 genoemden arbeid heeft te verrichten. De snelheid der voortgebrachte wervelbeweging zal dus van het begin van dit vonkje af toenemen en een maximum bereiken op het oogenblik, dat het potentiaalverschil tusschen de beide bekleedsels de waarde nul bereikt. Dan gebeurt echter hetzelfde, wat bij een slinger plaats heeft; de electrokinetische energie van het medium zal nog meer electriciteit in dezelfde richting bewegen. daar zij op de beweging der electriciteit in den draad terugwerkt; dit houdt eerst op bij het einde van het eerste vonkje, als nl. de bekleedsels een potentiaalverschil verkregen hebben, dat bijna even groot is als het aanvankelijke, maar tegengesteld van teeken. Iets kleiner dan de eerste moeten deze tweede ladingen zijn, omdat eenige arbeid moet verricht worden bij de beweging der electriciteit door de verbindingsdraden, welker weerstand niet volkomen nul is. Nu herhaalt zich in het tweede vonkje hetzelfde in omgekeerde richting enz., totdat het potentiaalverschil tusschen de bekleedsels zoo gering geworden is, dat eene verdere overgang niet meer kan plaats hebben.

De duur (periode) der enkele ontladingen is uiterst klein (verg. § 1201).

1311. Tesla heeft zulke oscilleerde ontladingen eener Leidsche flesch geleid door eene solenoïde *p* (fig. 398), die uit een gering aantal windingen van een dikken draad bestaat. Door den korten duur dezer stroomen (b. v. 0,000001 sec.) worden nu in eene secundaire solenoïde *s*, die uit vele windigen bestaat en die *p* omgeeft, inductiestroomen van gelijken duur en van buitengewoon groote electromotorische kracht opgewekt. Om te verhinderen,

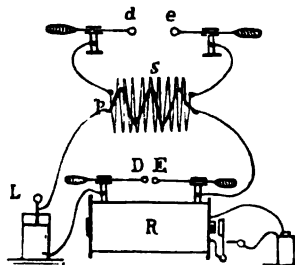


fig. 398.

dat bij het groote potentiaalverschil, dat tusschen naburige windingen van *s* bestaat, electriciteit van de eene winding op de andere overgaat, plaatst men de beide solenoïden in een bakje met olie, waardoor eene betere isolatie verkregen wordt dan door lucht.

Verbreekt men de secundaire geleiding *s*, door de electroden *d* en *e* van elkander te verwijderen, dan ontstaan daartusschen lange vonken. — Laat men deze vonken overspringen op twee stukken metaal, waarvan men elk in ééne hand houdt en waarmede men tot de beide electroden *d* en *e* nadert, dan bespeurt men trots het zeer groote potentiaalverschil geen physiologische werking; men verklaart dit door de onderstelling, dat stroomen van zeer kleine periode slechts weinig in het lichaam dringen. Toch kan dezelfde stroom, als hij, na het lichaam van den proefnemer doorloopen te hebben, nog door een gloeilampje geleid wordt, dit lichtend maken. — Vervangt men de knoppen der electroden door twee groote metaalplaten, die op eenigen afstand van elkander verwijderd zijn, dan ontstaat tusschen de platen een voortdurend veranderend electrostatisch veld, waarin buizen van Geissler, zelfs zulke zonder ingesmolten platina-electroden, lichtend worden. Tusschen evenwijdig naast elkander geplaatste draden, die men met de electroden verbonden heeft, vertoonen zich prachtige lichtverschijnselen.

In elken geleider, waardoor eene oscilleerende ontlading plaats heeft (of waardoor de later te bespreken wisselstroomen met zeer kleine periode geleid worden), kan de electromotorische kracht der zelfinductie zeer groot worden. Een nauwkeurige beschouwing leert, dat de stroomsterkte zoodoende aanmerkelijk verzwakt wordt. De zelfinductie werkt, alsof de *schijnbare weerstand* (Impedanz) van den geleider veel grooter was, dan zijn eigenlijke weerstand. Daardoor kan het gebeuren dat voortdurend van richting verwisselende stroomen minder gemakkelijk door een goed geleidenden draad van geringen werkelijken weerstand gaan dan door eene geleiding van grooten weerstand, die echter geene of geringe zelfinductie bezit.

Zijdelingsche ontlading door de lucht, verg. § 1205. — Is een beugel van dikken koperdraad met een gloeilampje als nevensluiting verbonden, dan maakt de Teslastroom den koolvezel van het lampje gloeiend, terwijl door den koperbeugel haast geen stroom gaat.

Magneto-electrische werktuigen.

1312. Ook de beweging van gesloten geleiders ten opzichte van magneten heeft men toegepast om inductiestroomen voort te brengen. Toestellen, die daarvoor dienen, noemt men *magneto-electrische machines* of kort *magneto's*. Van de oudere toestellen van deze soort (Clarke, Stöhrer e. a.) kunnen wij ons eene voorstelling maken met behulp van fig. 387. Wordt op de in § 1288 aangegeven wijze

een stroom door dezen toestel geleid, dan verkrijgt men eene draaiing van den electromagneet *n z*; verbindt men daarentegen de uiteinden der windingen, die om den vasten electromagneet *N Z* loopen, met elkander (niet zoo als in fig. 387 met de contactveeren), zóo dat de stroom alleen door de windingen van den vasten electromagneet geleid wordt (of vervangt men dezen door een krachtigen staalmagneet, waardoor de batterij overbodig wordt), dan wordt eene electromotorische kracht in de windingen der beweeglijke solenoïde opgewekt, als men deze door eene uitwendige kracht draait. Door draaiing van *n z* verkrijgt men dus inductiestroomen, als men de contactveeren C_1 en C_2 door eene „buitengeleiding" met elkander verbindt. Bevinden zich de uiteinden van de ijzeren kern der beweeglijke solonoïde boven de beide polen *N* en *Z*, dan is het aantal krachtlijnen, *dat door de kern gaat*, het grootst. Draait men van dezen stand uitgaande de beweeglijke selenoïde van 0° tot 90°, dan neemt het aantal af; bij de draaiing van 90° tot 180° neemt het weer toe, maar de krachtlijnen hebben nu binnen de kern de omgekeerde richting; bij verdere draaiing van 180° tot 270° blijft deze richting der krachtlijnen behouden, maar het aantal neemt weer af; tusschen 270° en 360° wordt de richting wederom de eerste en het aantal neemt weer toe enz. Past men nu hierop den regel van Maxwell (§ 1296) toe, dan vindt men, dat de inductiestroomen telkens van richting veranderen op het oogenblik, waarop de uiteinden der ijzeren kern de polen van den vasten magneet voorbijgaan (*wisselstroomen*). — Door den stroomwisselaar worden deze inductiestroomen steeds in gelijke richting door de buitengeleiding gevoerd; wil men ook in de buitengeleiding heen- en weergaande stroomen verkrijgen, dan dient men den stroomwisselaar te vervangen door twee koperen ringen, die met de uiteinden der windingen verbonden zijn, en die geïsoleerd van elkander en van de draaiingas op deze bevestigd zijn, zóo dat elke contactveer steeds met denzelfden ring in aanraking blijft. Verg. fig. 399, R_1 en R_2.

Meestal geeft men aan het beweeglijk gedeelte den vorm van een hoefvormigen electromagneet.

Wisselstroomen doen de naald van een galvanometer niet afwijken; wel echter den beweeglijken klos van een electrodynamometer; ook brengen zij physiologische werkingen voort.

1313. Eene krachtigere werking heeft de *magneto-electrische machine* van *Siemens*. De „inductor" heeft eene weekijzeren kern

van den in fig. 399 afgebeelden vorm, nl. van een cilinder C, die aan twee tegenover elkaar gelegen zijden evenwijdig met de cilinderas gootvormig is uitgehold. In deze goten liggen zooveel windingen [1]) van een met zijde omsponnen koperdraad, dat de cilindervorm weer hersteld is (*cilinder-inductor*); de uiteinden van den draad zijn met twee, geïsoleerd op de draaiingsas AA geplaatste ringen R_1 en R_2 verbonden; over deze ringen glijden bij de draaiing twee contactveeren V_1 en V_2, die met de buitengeleiding verbonden zijn. De draaiing van den inductor heeft plaats in eene cilindervormige ruimte, gevormd door de uitgeholde uiteinden der beenen van eenige achter elkander geplaatste hoefmagneten. Fig. 400 stelt eene doorsnede van den toestel voor in een vlak loodrecht op de draaiingsas van den inductor.

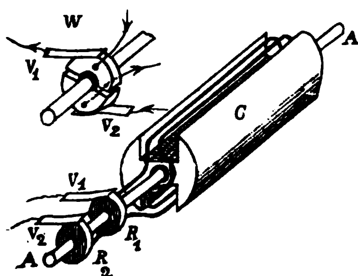


fig. 399.

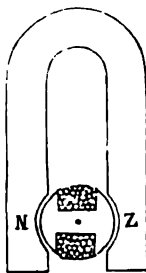


fig. 400.

Ofschoon het veld, waarin de inductor draait, niet homogeen is (de ijzeren kern, *anker*, verandert door de verschillende standen, die zij kan innemen, den loop der krachtlijnen), zoo zullen toch bij elke halve omdraaiing de inductiestroomen van nul tot een maximum aangroeien en weer tot nul afnemen. De omkeering der richting moest plaats hebben op de oogenblikken, waarop de beide gebogen poolvlakken van het anker naar de beide polen N en Z van den „veldmagneet" gekeerd zijn; d. i. waarop het aantal der door het anker gaande krachtlijnen het grootst, maar de verandering van dit aantal het kleinst en dus de stroomsterkte nul is (verg. § 1296, slot). Wegens de hysteresis (§ 1286) echter is de stand van den inductor, waarbij de richting van den stroom omgekeerd wordt, niet de genoemde, maar iets daarvan verwijderd in de richting der draaiing.

Vervangt men de beide ringen door een stroomwisselaar W, waardoor op hetzelfde oogenblik, waarop de richting van den inductiestroom omkeert, de verbinding van elke contactveer met

[1]) In de figuur zijn slechts twee windingen geteekend.

het ééne uiteinde der windingen verbroken en die met het andere uiteinde verkregen wordt, dan loopt door de buitengeleiding een stroom van standvastige richting. Deze onderscheidt zich echter van een batterijstroom door de voortdurende verandering zijner sterkte.

In plaats van staalmagneten kan men ook electromagneten gebruiken, waarvan de kernen uit ijzeren platen bestaan. De holle ruimte, waarin de inductor draait, bevindt zich dan in sluitstukken van week ijzer, die men aan de kern der electromagneten bevestigt.

Bij deze en bij alle andere magneto-electrische machines wordt de electrische energie van den inductiestroom verkregen uit mechanische energie. Bij de draaiing moet men meer arbeid verrichten, als de contractveeren door de buitengeleiding verbonden zijn, dan wanneer dit niet het geval is. In het laatste geval komt de inductiestroom niet tot stand en behoeft alleen de wrijving overwonnen te worden.

1314. Inductiestroomen, die met (nagenoeg) *standvastige sterkte* door de buitengeleiding loopen, en die dus de batterijstroomen kunnen vervangen, verkrijgt men met den *ring-inductor* van *Gramme* en den *trommel-inductor* van *Hefner-Alteneck.* Wij zullen alleen den eersten bespreken.

Op een ring (fig. 401), bestaande uit eenige van elkander geïsoleerde reepen ijzerblik (§ 1301), bevinden zich een groot aantal gelijke inductieklosjes (in de figuur is elk klosje voorgesteld door ééne winding). De windingen van al deze klosjes vormen *ééne doorloopende geleiding.* De ring kan om eene door zijn midden gebrachte as, waarop hij bevestigd is, snel ronddraaien. Op dezelfde as is een koperen cilinder geschoven en daarop geïsoleerd bevestigd; deze cilinder is door sneden evenwijdig met de as in evenveel gelijke (van elkander geïsoleerde) stukken verdeeld, als het aantal inductieklosjes bedraagt. Elk dier reepen is geleidend verbonden met het einde der windingen van een klosje en met het begin der windingen van het volgende klosje. Deze toestel heet *collector* (verzamelaar). —

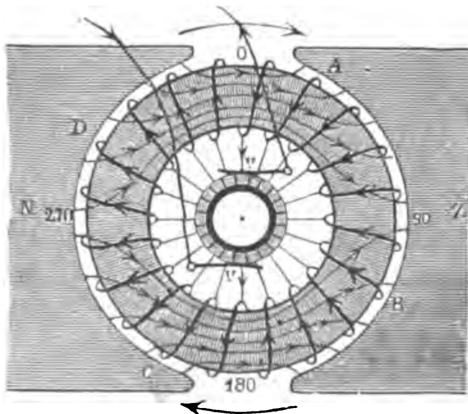


fig. 401.

De ring is geplaatst in de ruimte tusschen de tegenover elkaar staande, uitgeholde poolvlakken *N* en *Z* van een krachtigen staalmagneet (op elkander gelegde bladvormige magneten) of van een electromagneet.

1315. Door de aanwezigheid van den ijzeren ring wordt het (homogene) veld tusschen de polen *N* en *Z* zoo veranderd, dat (bij geringen afstand tusschen de poolvlakken en den inductor) nagenoeg alle krachtlijnen door het ijzer gaan. Wordt de ring (in de richting van den grooten pijl) gedraaid, dan blijven de krachtlijnen hare plaats in het veld behouden; zij snijden dus de windingsvlakken der inductieklosjes, die met den ring mede draaien. Men kan zich dus voorstellen, dat de ring in rust blijft, maar dat de inductieklosjes zich over den ring voortbewegen. Beschouwen wij een klosje, dat zich juist bij 0 bevindt, en gaan wij op dezelfde wijze als in § 1296, richting en sterkte van den in dit klosje gedurende eene geheele omdraaiing opgewekten inductiestroom na, dan vinden wij, dat in de standen 0 en 180 geen inductiestroom opgewekt wordt; dat tusschen de standen 0 en 180 de inductiestroom steeds dezelfde (door de pijlen aangewezen) richting heeft, maar dat zijne sterkte tusschen 0 en 90 toeneemt en tusschen 90 en 180 afneemt; dat tusschen 180 en 0 de inductiestroom de omgekeerde richting heeft, en dat zijne sterkte van nul (bij 180) tot een maximum bij 270 toeneemt en weer tot nul (bij 0) afneemt. Men kan zeggen, dat de stroomsterkte in eene winding achtereenvolgens alle *phasen* van nul tot een positief maximum, van dit maximum tot nul, van nul tot een negatief maximum en eindelijk van dit negatief maximum weer tot nul doorloopt.

Op hetzelfde oogenblik bezitten de inductiestroomen, die in de afzonderlijke klosjes opgewekt worden, dus verschillende sterkten: maar rechts en links van eene door 0 en 180 gebrachte lijn loopen alle inductiestroomen van 180 naar 0. Laat men nu den collector over twee contactveeren *V* glijden, die zoo geplaatst zijn, dat zij door middel van de reepjes van den collector steeds in verbinding zijn met die klosjes, welke juist de plaatsen 0 en 180 passeeren, dan gaat door de met de contactveeren verbonden buitengeleiding steeds in dezelfde richting een stroom, die samengesteld is uit de in alle klosjes opgewekte stroomen. Deze som is voor alle standen van den ringinductor even groot, indien het aantal klosjes niet te gering is. *Gelijkstroom-machines.*

De collector werkt dus niet alleen als verzamelaar der enkele stroomen, maar ook als stroomwisselaar. — Op elk oogenblik gaat door elke winding de som van alle in de ééne helft der klosjes opgewekte inductiestroomen, derhalve is de stroomsterkte in alle klosjes even groot en wel gelijk aan de helft van de stroomsterkte in de buitengeleiding. Men vergelijke de inductieklosjes met eene batterij van twee aan twee *naast elkander* geplaatste elementen, waarvan elke twee naast elkaar geplaatste elementen gelijke electromotorische kracht hebben, terwijl de electromotorische krachten der achter elkaar geplaatste elementen afnemen, naarmate zij verder van het midden der reeks verwijderd zijn.

1316. De krachtlijnen loopen door den ijzeren ring slechts bij het begin der draaiing zóo, als zij in fig. 401 geteekend zijn. Zoodra de inductiestroomen ontstaan, vormen zij eveneens een (electro-)magnetisch veld, waarin de krachtlijnen binnen den ring in beide helften van 0 tot 180 loopen (fig. 402). Was dit magnetische veld alleen aanwezig, dan kon de ring immers beschouwd worden als te bestaan uit twee halfcirkelvormige magneten, die bij 0 met de zuidpolen en bij 180 met de noordpolen op elkander liggen. Den werkelijken loop der krachtlijnen in den *draaienden* ring vindt men door samenstelling van het door den vasten magneet NZ en van het door de opgewekte inductiestroomen in den ring gevormde veld. Ook zonder voor elk punt van den ring de richting der resulteerende krachtlijn te construeeren, overtuigt men zich gemakkelijk, dat bij A en bij C de beide velden elkander versterken, terwijl zij bij B en D elkander verzwakken. De beide plaatsen 0 en 180, waar het aantal krachtlijnen in den ring het grootst en *de inductie nul* is, worden dus verschoven naar A en C. De beide contactveeren moeten dus ook *in den zin der draaiing* verschoven worden, zóo dat zij door middel van den collector in verbinding gebracht worden met die klosjes, welke juist de plaatsen A en C voorbijgaan. — Fig. 403 geeft eene voorstelling van den loop der resulteerende krachtlijnen bij draaiing van den ring.

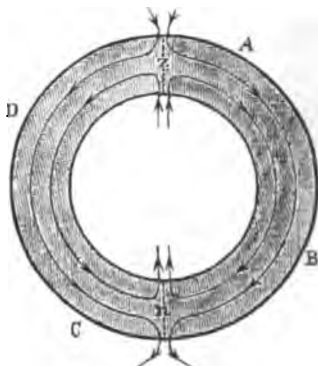


fig. 402.

1317. Wij willen de machine van Gramme als voorbeeld nemen om aan te toonen, van welke omstandigheden de electromotorische kracht en de stroomsterkte bij eene magneto-electrische machine

afhankelijk zijn, als de stroomen in de buitengeleiding gelijk gericht blijven. — Als elk der poolvlakken van den staal- of electromagneet een werkzaam oppervlak (waardoor de krachtlijnen, die door de kern van den inductor loopen, uit- of intreden) van O cM² heeft, en als de gemiddelde intensiteit van het magnetische veld tusschen de poolvlakken en de kern van den inductor H is, dan treden in 't geheel OH krachtlijnen in de kern. Daar deze krachtlijnen zich in twee groepen verdeelen (fig. 401 en 403), loopen door elke helft van den ring slechts $\frac{1}{2}\, OH$ krachtlijnen. Bij eene geheele omwenteling verandert het aantal krachtlijnen, dat één winding treft, vier maal tusschen deze waarde en nul; bedraagt dus het aantal omwentelingen van den ring per seconde n, dan is de opgewekte electromotorische kracht in elke winding

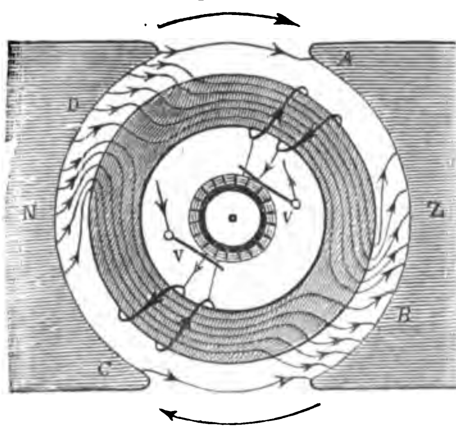


fig. 403.

$$e = 4 \times \tfrac{1}{2}\, OH \times n \text{ absolute eenheden.} \qquad 467$$

Is het geheel aantal windingen op den ring N, dan is — daar de windingen als twee aan twee *naast elkander* geplaatst dienen beschouwd te worden — de geheele electromotorische kracht

$$E = 4 \times \tfrac{1}{2}\, OH \times n \times \frac{N}{2} \text{ absolute eenheden.} \qquad 468$$

of $$E' = 10^{-8} \times 4 \times \tfrac{1}{2}\, OH \times n \times \frac{N}{2} \text{ Volts.} \qquad 469$$

Is de weerstand in elke winding r absolute eenheden, dan is de weerstand in den inductor (inwendige weerstand)

$$R_1 = \frac{\frac{1}{2} N \times r}{2} = \frac{Nr}{4} \text{ absolute eenheden of } R'_1 = 10^{-9} \times \frac{Nr}{4} \text{ Ohms.}$$

Bedraagt de weerstand der buitengeleiding R_2 absolute eenheden of R'_2 Ohms, dan wordt de stroomsterkte

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} \text{ absolute eenheden} \qquad 470$$

of

$$I' = \frac{E'}{R'_1 + R'_2} \text{ Ampères } (= 10\, I \text{ Ampères}). \qquad 471$$

Noemt men het ***potentiaalverschil tusschen de klemschroeven der contactveeren*** E'_1 Volts, dan bestaat de betrekking (§ 1248).

$$E'_1 : E' = R'_2 : (R'_1 + R'_2) \qquad 472$$

Dynamo-electrische werktuigen.

1318. Wordt bij magneto-electrische machines het magnetische veld door electromagneten verkregen, dan kan het gebruik eener batterij, die den stroom levert, welke door de windingen der electromagneten gaat, vermeden worden. Heeft men nl. een stroom door de windingen van den electromagneet eener gelijkstroommachine laten gaan, dan blijft na verwijdering van den stroomgever altijd in de kern een geringe hoeveelheid magnetisme terug, die bij draaiing van den inductor in dezen een zwakke electromotorische kracht zou opwekken. Verbindt men nu de windingen van den inductor, die van den electromagneet en de buitengeleiding *B* achter elkander tot ééne geleiding (fig. 404, 1), dan zal de opgewekte stroom het magnetisme in den electromagneet versterken; daardoor wordt de inductiestroom wederom versterkt enz. Na zeer korten tijd bereikt de stroom een *maximum* van sterkte, dat bij een bepaald aantal omwentelingen per seconde verkregen wordt. Zulke machines, die elke mechanische energie (zonder hulp van eene batterij) in electrische kunnen omzetten, heeten *dynamo-electrische* of kort *dynamo's* (Siemens, Wheatstone). Verbindt men, zooals in fig. 404, 1, de windingen van den electromagneet en de buitengeleiding *achter* elkander, dan heet de toestel een *hoofdstroom-* of *seriën-dynamo*; men kan echter ook de windingen van den electromagneet als nevensluiting met de klemschroeven der contactveeren verbinden (fig. 404, 2); de toestel heet dan *shunt-dynamo.*

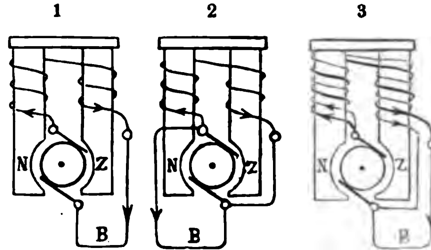


fig. 404.

Bij de nieuwere dynamo's heeft men het tot stroomen van verscheidene hon-

derdduizend Volt-Ampères kunnen brengen, waarbij ca 90 % van de verbruikte mechanische energie in electrische energie omgezet wordt.

1319. Bij *magneto*-electrische machines met ring- of trommelinductoren, onverschillig of zij met staalmagneten of met electromagneten voorzien zijn, blijft bij standvastige omwentelingssnelheid van den inductor het magnetische veld en de opgewekte electromotorische kracht (nagenoeg) standvastig, zoodat bij verandering van weerstand in de buitengeleiding de stroomsterkte volgens de wet van Ohm verandert.[1]) — Bij *dynamo's* is dit anders. Wordt bij een *seriën-dynamo* de weerstand in de buitengeleiding grooter, dan wordt, wegens de daardoor verkregen vermindering van stroomsterkte, ook de sterkte van den „veldmagneet" en de *electromotorische kracht kleiner;* hierdoor wordt weer de stroomsterkte verminderd ; de stroomsterkte neemt dus bij vermeerdering van den weerstand der buitengeleiding *in sterkere mate* af dan bij magneto-electrische machines. Wordt de weerstand in de buitengeleiding zeer klein (*korte sluiting*), dan kan de stroom zoo sterk worden, dat de ontwikkelde warmte op de windingen van den electromagneet een nadeeligen invloed uitoefent; wordt de buitengeleiding verbroken, dan houdt de werking van den toestel geheel op. Een seriën-dynamo kan dus alleen gebruikt worden, indien de veranderlijkheid van den weerstand in de buitengeleiding gering is (b.v. voor booglicht.) — Bij een *shunt-dynamo* daarentegen zal bij vermeerdering van den weerstand in de buitengeleiding een grooter deel van den stroom door de windingen van den electromagneet gaan; de sterkte van den veldmagneet en de *electromotorische kracht wordt dus grooter;* daardoor wordt de stroomsterkte weer vermeerderd. Eerst bij eene sterkere vermeerdering van den weerstand der buitengeleiding wordt de stroomsterkte geringer. Bij een bepaalden weerstand der buitengeleiding wordt dus de stroomsterkte een maximum. Bij korte sluiting der buitengeleiding wordt de stroom in de windingen van den electromagneet nagenoeg nul; bij verbreking der buitengeleiding gaat de geheele stroom door de windingen; het magnetisme van den veldmagneet verdwijnt niet en de machine kan, als men de buitengeleiding herstelt, direct weer werken. Shunt-dynamo's kunnen dus gebruikt worden, indien de

---

1) De stroomsterkte is het quotient van de electromotorische kracht en van de som der weerstanden van den inductor en van de buitengeleiding, of het quotient van de klemmenspanning en van den weerstand der buitengeleiding. Verg. § 1248.

weerstand in de buitengeleiding nogal aanzienlijk verandert (b. v. bij verlichting door gloeilampjes, waarvan niet steeds hetzelfde aantal ingeschakeld behoeft te zijn).

Door bij de magneet-windingen van den shunt-dynamo een veranderlijken weerstand (shunt-regulator) in te lasschen, kan men de klemmenspanning bij veranderlijken weerstand der buitengeleiding constant houden.

1320. Om de voordeelen, die de beide stelsels bieden, te vereenigen, legt men tweeërlei windingen om de beenen der electromagneten: 1°. windingen van dikken draad, waardoor dezelfde stroom loopt, die ook door de buitengeleiding gaat; 2°. windingen van dunnen draad bij wijze van nevensluiting. De toestel heet dan *compound-dynamo* (fig. 404, 3). Bij eene passende keuze van het aantal windingen en den weerstand der beide om de beenen gelegde geleiddraden wordt het potentiaalverschil tusschen de klemschroeven der contactveeren zelfs bij vrij belangrijke wijzigingen in den weerstand der buitengeleiding constant gehouden.

Wisselstroomen.

1321. De stroom, die in de windingen der draaiende inductoren bij magneto- en dynamo-electrische machines opgewekt wordt, is oorspronkelijk een *wisselstroom*; wil men door de buitengeleiding den stroom in constante richting zenden, dan moet men bij den cilinderinductor een stroomwisselaar aanwenden; bij den ringinductor (en den trommelinductor) wordt hetzelfde door middel van den collector verkregen. In sommige gevallen (b.v. bij verlichting door middel van de kaarsen van Jablochkoff, § 1257) maakt men echter ook in de buitengeleiding gebruik van wisselstroomen. Bij eene magneto-electrische machine van Gramme kan men wisselstroomen in de buitengeleiding verkrijgen, door den collector en de verbindingsdraden, welke de reepen van den collector met de inductieklosjes verbinden, te verwijderen en twee tegenover elkander gelegen punten P en Q (fig. 405) der geleiding te verbinden met twee ringen, welke geïsoleerd van elkander en van de as op deze bevestigd zijn (verg. fig. 399). Over deze ringen glijden dan de met de buitengeleiding verbonden contactveeren V_1 en V_2.

Met behulp van fig. 405 zal men gemakkelijk vinden, dat de stroom zijne grootste sterkte in de ééne richting bereikt, als het punt P zich bij A bevindt.

en in de tegenovergestelde richting, als P zich bij C bevindt; terwijl de stroomsterkte nul wordt, als P zich bij B of bij D bevindt.

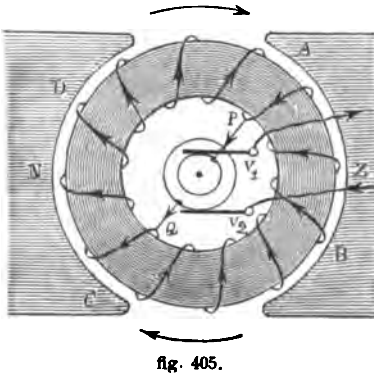


fig. 405.

Eene machine van Gramme met electromagneten, waarmede men wisselstroomen wil verkrijgen, kan ook als dynamo ingericht worden, mits men door het aanbrengen van een stroomwisselaar zorgt, dat de stroom door de windingen van den electromagneet steeds in dezelfde richting loopt.

Onder ***stroomsterkte van een wisselstroom*** verstaat men de stroomsterkte van een gelijkstroom, die in de geleiding evenveel warmte zou ontwikkelen. Zij kan gemeten worden door een electrodynamometer (§ 1283).

1322. Verbindt men (na verwijdering van den collector) elk van drie punten der geleiding, P, Q en R (fig. 406), die 120° van elkander verwijderd zijn, met een van drie geïsoleerd op de as bevestigde ringen, dan kan men door middel van drie contactveeren, die over deze ringen glijden, drie wisselstroomen verkrijgen. Bij de draaiing wordt in elke der drie tusschen PQ, QR en RP gelegen groepen I, II en III, waarin de inductieklosjes verdeeld zijn, een inductiestroom opgewekt, waarvan de stroomsterkte achtereenvolgens alle waarden (nul-positief maximum-nul-negatief maximum-nul) doorloopt, terwijl *op hetzelfde oogenblik* de *phasen* van elke twee naast elkander gelegen groepen $^1/_3$ (of 120°) verschillen. Bij den in de figuur geteekenden stand der groepen b.v. heeft de stroom in I eene positieve richting en neemt toe, die in II is nul, die in III heeft eene negatieve richting en neemt af. Stelt men — aannemende, dat de verandering van richting en sterkte op overeenkomstige wijze plaats heeft als die der richting en afwijking van een slingerend of trillend punt — de verandering der stroomsterkte graphisch voor (fig. 407), dan blijkt, dat op elk oogenblik de algebraïsche som der stroomsterkten nul is. Dit is dus ook het geval in drie geleiddraden, die met de contactveeren ver-

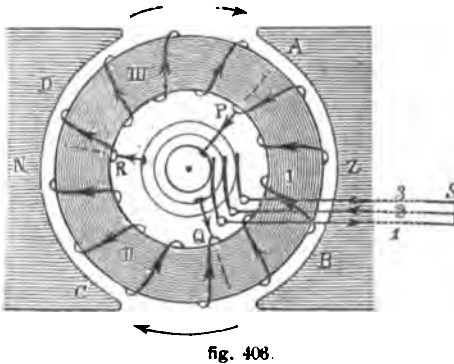


fig. 406.

bonden zijn, en die men nog in een punt S met elkander verbindt (fig. 406). Men kan zich dus voorstellen dat de stroom, die door een of twee dezer draden naar S geleid wordt, door twee of een der draden weer naar den toestel terugvloeit. Men heeft deze drie stroomen samen een *driephasenstroom* genoemd of ook, wegens eene later te bespreken eigenschap, een *draaistroom*.

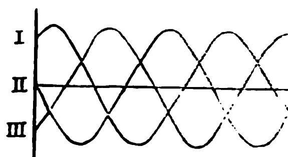


fig. 407.

Men kan ook de inductieklosjes van den ring in drie van elkander gescheiden groepen (elk van 120°) verdeelen en het begin der windingen eener groep met een der drie ringen verbinden, terwijl men de uiteinden van de windingen der drie groepen in een punt doet samenkomen.

De machines, die driephasenstroomen leveren, kunnen eveneens met behulp van een stroomwisselaar als dynamo's ingericht worden.

1323. *Wisselstroommachines* in eigenlijken zin noemt men magneto-electrische werktuigen, waarin vele inductieklossen langs de polen van een even groot aantal electromagneten bewogen worden (of ook omgekeerd), en waardoor wisselstroomen van groote electromotorische kracht opgewekt worden. Fig. 408 zal de inrichting daarvan duidelijk maken. De electromagneten E bevinden zich op den buitenkant van een ijzeren ring R, die met groote snelheid om zijne as kan gedraaid worden. Op deze as zijn twee geïsoleerde koperen ringen geschoven, waarover twee contactveeren glijden, die met de polen van eene batterij of van eene gelijkstroommachine verbonden zijn. Aan de ringen zijn de uiteinden P en Q van den draad bevestigd, die achtereenvolgens om al de ijzeren kernen (bestaande uit geïsoleerde lagen van ijzerblik) der electromagneten gewonden is, zóó dat de naar buiten gekeerde poolvlakken der electromagneten om beurten ongelijknamig magnetisch zijn. De inductieklossen I zijn aan de binnenzijde van een vaststaanden ijzeren ring R_1 geplaatst. Ook om de uit ijzerblik bestaande kernen dezer klossen zijn draden afwisselend in tegengestelde richting gewonden; de uiteinden P_1 en Q_1 van den draad zijn met de buitengeleiding verbonden. Terwijl de richting van den stroom, die door de win-

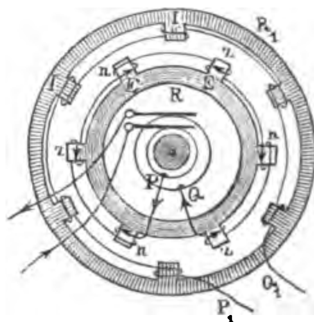


fig. 408.

dingen der veldmagneten geleid wordt, niet verandert, heeft in de windingen van alle inductieklossen omkeering der stroomrichting plaats, telkens als de kernen der inductieklossen die der electromagneten voorbijgaan.

Ook wisselstroommachines kan men als *dynamo's* inrichten, indien men om *één* der inductieklosjes eene afzonderlijke geleiding windt (niet den doorloopenden draad, die om de overige klosjes loopt) en den daarin verkregen stroom met behulp van een passend ingerichten stroomwisselaar steeds in dezelfde richting door de windingen der electromagneten leidt.

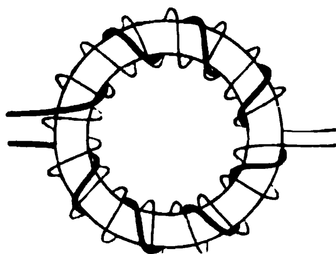
Bij groote machines van deze soort heeft men het aantal inductieklossen (en electromagneten) gebracht tot op 60 en het aantal omkeeringen der stroomrichting op ongeveer 100—150 per seconde; het potentiaalverschil, dat men aan de uiteinden (P_1 en Q_1) van de windingen der inductieklossen heeft kunnen verkrijgen, is verscheidene duizend Volts.

Wisselstroomen kunnen niet worden gebruikt voor electrolytische werkingen (galvanostegie, laden van accumulatoren).

Door de inductieklosjes in drie groepen te verdeelen, verandert men eene wisselstroommachine gemakkelijk in een draaistroommachine.

1324. Wil men met wisselstroomen electrisch licht voortbrengen, dan is de groote electromotorische kracht niet gewenscht; bovendien zou daardoor bij toevallige aanraking der draden gevaar kunnen ontstaan. Men heeft echter het middel gevonden, zulke stroomen te gebruiken, om andere wisselstroomen te doen ontstaan, waarvan de electromotorische kracht veel kleiner en de stroomsterkte in dezelfde reden grooter is dan bij de eerste. Toestellen, die hiervoor dienen, heeten *transformatoren* (vervormers).

Om een ijzeren ring — bestaande uit geïsoleerde stukken blik of draad (§ 1301) — zijn twee geleiddraden gewonden, een dikke draad met weinig windingen en een dunne met vele windingen (fig. 409). Leidt men een wisselstroom door den dunnen draad, dan ontstaat een voortdurend veranderend magnetisch veld, welks krachtlijnen nagenoeg alle door het ijzer loopen. Daar de krachtlijnen ook door de windingsvlakken van den dikken draad gaan, ontstaan in dezen eveneens wisselstroomen van dezelfde periode. Nu is de gemiddelde electromotorische kracht evenredig met het aantal windingen; derhalve wordt zij in den dikken draad *n*-maal zoo klein als die van den induceerenden wisselstroom, indien de dikke draad *n*-maal zoo weinig windingen heeft als de dunne. De energie van den geïndu-


fig. 409.

ceerden stroom, $E_1 I_1 t$, moet echter, zoo als men kan aantoonen, nagenoeg gelijk zijn aan de door den induceerenden wisselstroom verloren energie $E I t$. Hieruit volgt, dat de (gemiddelde) sterkte van den geïnduceerden stroom n-maal zoo groot is als die van den induceerenden stroom. De uitkomst is dus dezelfde, alsof de oorspronkelijke wisselstroom veranderd was in een stroom met kleinere electromotorische kracht en grootere stroomsterkte.

Had men den oorspronkelijken wisselstroom door den dikken draad van den transformator geleid, dan zou men in den dunnen draad een wisselstroom verkrijgen, waarvan de electromotorische kracht grooter, daarentegen de stroomsterkte geringer is, dan die van den oorspronkelijken stroom.

Men verkrijgt ook een transformator, als men de beide geleidingen op eene rechte ijzeren staaf windt. De transformatie heeft echter bij een ringvormigen transformator met gunstiger gevolg plaats, omdat daarbij geene krachtlijnen voor de werking verloren gaan, zooals bij een staaf-transformator. Alleen door de ontwikkeling van warmte, door het ontstaan van Foucault'sche stroomen in het ijzer en door den arbeid, die verricht moet worden, om de elementairmagneetjes van het ijzer voortdurend om te keeren, gaat energie verloren. In goede ring-transformatoren bedraagt de energie van den geïnduceerden wisselstroom 95—96 $^0/_0$ van die van den induceerenden. — Ook de beide solenoïdes *p* en *s* (fig. 398), die bij de proeven van Tesla gebruikt worden, vormen een transformator, maar *zonder* ijzeren kern (bij wisselstroomen van zeer korte periode zou het verlies van energie bij het gedurige omkeeren der elementairmagneetjes — of zooals men zegt, het verlies door hysteresis — te groot zijn).

Behalve transformatoren voor wisselstroomen heeft men ook transformatoren voor draaistroomen geconstrueerd.

Overbrengen van energie door stroomen.

1325. Leidt men door de windingen eener magneto-electrische of dynamo-electrische gelijkstroom-machine een stroom van onveranderlijke richting, dan ontstaat eene draaiing van den inductor (het anker). Als voorbeeld kan ons weer de machine van Gramme dienen. Verbinden wij de onderste der beide contactveeren (fig. 401 en 403) met de positieve en de bovenste met de negatieve pool van een stroomgever, dan verdeelt zich de stroom bij C in twee takken, waarvan elk de helft der inductieklosjes in de richting van C naar A doorloopt; bij A ontstaat in den ring eene zuidpool, bij C eene noordpool. De loop der krachtlijnen in het veld, dat ontstaat uit het homogene veld van den magneet NZ en het door den stroom voortgebrachte veld, is wederom die van fig. 403. De spanningen, waardoor de krachtlijnen zich trachten te verkorten, zullen ten gevolge hebben, dat het deel A van den ring naar N en het deel C naar Z getrokken wordt; de ring draait dus in eene richting

tegengesteld aan die van de wijzers van een uurwerk. Door de draaiing komen telkens andere reepjes van den collector in aanraking met de contactveeren; daardoor behouden de krachtlijnen van het samengestelde veld hare plaatsen in de ruimte en de ring blijft draaien. — Had men den stroom in omgekeerde richting door de ankerwindingen geleid, dan zou ook de draaiing van den ring in omgekeerde richting plaats hebben.

Men kan de draaiingsrichting van het anker ook afleiden uit de aantrekking tusschen de ongelijknamige en de afstooting tusschen de gelijknamige polen in anker en veldmagneet.

1326. De omstandigheid, dat alle magneto-electrische en dynamo-electrische machines *omkeerbaar* zijn, d. w. z. dat zij ook *als electromotoren gebruikt kunnen worden*, maakt het mogelijk, mechanische energie in electrische, en deze weer in mechanische om te zetten. Tot dit doel behoeft men slechts den stroom, die door de draaiing van eene van twee gelijkstroom-machines verkregen wordt, door de windingen der andere te leiden; in de eene *G* (fig. 410), *generator* (voortbrenger) genoemd, wordt door mechanischen arbeid (draaien van het anker) de stroom opgewekt; deze stroom, door de windingen van den tweeden toestel *M*, den *motor*, geleid, doet diens anker draaien, zoodat het weer mechanischen arbeid kan verrichten.

Uit het voorbeeld in § 1325 blijkt, dat hierbij de wet van Lenz geldt: door de draaiing der ankerwindingen in het magnetische veld van den generator wordt een stroom opgewekt van zoodanige richting, dat hij de tegengestelde draaiing tracht voort te brengen (er moet dus arbeid verricht worden, om dezen weerstand bij de draaiing te overwinnen); deze stroom, door de ankerwindingen van den motor geleid, veroorzaakt eene draaiing, die een tegengesteld gerichten stroom tracht voor te brengen (de daardoor veroorzaakte vermindering der electrische energie is æquivalent met de verkregen mechanische energie).

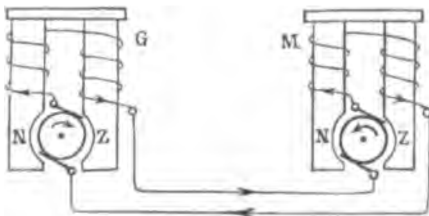


fig. 410.

Door toepassing dezer wet vindt men de richting, waarin het anker van den motor zal gaan draaien. Zijn beide machines magneto-electrische, dan is de draaiingsrichting in den motor tegengesteld aan die in den generator, indien de bovenste veer van de eene machine met de onderste veer van de andere verbonden is; daarentegen zijn beide draaiingsrichtingen gelijk, als de beide bovenste veeren onder-

ling en evenzoo de beide onderste veeren onderling verbonden zijn. — Bij twee seriën-dynamo's (fig. 410) zijn de draaiingsrichtingen der beide ankers steeds tegengesteld aan elkander.

1327. Noemen wij de in den generator voortgebrachte electromotorische kracht E Volts, de in het draaiende anker van den motor opgewekte (kleinere) electromotorische tegenkracht E_1 Volts en den totalen weerstand der geleiding (windingen van generator, motor en verbindingsdraden) R Ohms, dan ontstaat (als wij het geringe verlies van energie wegens het ontstaan van Foucault'sche stroomen, wegens ontwikkeling van Joule'sche warmte en door hysteresis in den generator en den motor verwaarloozen) een stroom, waarvan de sterkte

$$I = \frac{E - E_1}{R} \text{ Ampères} \qquad 473$$

bedraagt. Van het electrisch effect van den generator

$$A = I\,E \text{ Voltampères} \qquad 474$$

worden in den motor

$$A_1 = I\,E_1 \text{ Voltampères} \qquad 475$$

in arbeid omgezet; de rest,

$$A_2 = I\,(E - E_1) = I\,e \text{ Voltampères,} \qquad 476$$

(als wij $E - E_1 = e$ stellen) wordt in de geheele geleiding in warmte omgezet. Daar deze warmte volgens de wet van Joule aequivalent is met I^2R Voltampères, volgt

$$e = \frac{I^2R}{I} = I\,R \text{ Volts.}$$

De motor ontvangt $\frac{A_1}{A}$ van de in den generator ontwikkelde energie, de overbrenging heeft dus des te gunstiger resultaat, naarmate dit quotient tot 1 nadert. Nu is

$$\frac{A_1}{A} = \frac{E_1}{E} = \frac{E - e}{E} = 1 - \frac{e}{E} = 1 - \frac{I}{E} \times R. \qquad 477$$

Het verlies bij de overbrenging wordt dus des te kleiner naarmate I kleiner en E grooter is. Bij groote afstanden tusschen generator en motor — als men b. v. van de energie van een waterval gebruik wil maken, om op eene ver afgelegen plaats arbeid

te verrichten — worden dus *stroomen van geringe sterkte en groote electromotorische kracht voordeeliger overgebracht dan stroomen van groote sterkte en geringe electromotorische kracht.*

In de practijk gaat men uit van de klemmenspanning van den generator (E') en van den motor (E'_1). Zij de eerste 1800 Volts, de tweede 1500 Volts en de stroomsterkte (I) in de geheele geleiding 10 Ampères. De generator geeft dan aan de buitengeleiding 10×1800 of 18000 Watts; de motor ontvangt 10×1500 of 15000 Watts. Het verlies in de verbindingsdraden bedraagt dan 3000 Watts. De weerstand der verbindingsdraden is dus $r = 30$ Ohms. Van de door den generator aan de buitengeleiding afgegeven electrische energie verkrijgt de motor $\frac{15000}{18000}$ of $83^1/_3$ %. Maakte men echter de klemmenspanning van den generator 3-maal zoo groot en de stroomsterkte 3-maal zoo klein, dus $E' = 5400$ Volts en $I = 3^1/_3$ Ampères, zoodat de generator wederom 18000 Watts aan de buitengeleiding afstaat, dan zou het verlies in de verbindingsdraden slechts $I^2r = 333^1/_3$ Watt bedragen, en ontvangt de motor dus $17666^2/_3$ Watt, d. i. meer dan 98% van den door den generator afgegeven energie. — De verhouding van de nuttige mechanische of calorische energie, die de motor kan leveren, tot het arbeidsvermogen, dat de generator verbruikt, is natuurlijk geringer, dan de genoemde waarden; een gedeelte van dit arbeidsvermogen immers dient om den (schadelijken) arbeid bij de beweging der machines te verrichten; van de rest, die in den generator de electrische energie IE voortbrengt, gaat een deel verloren in den generator zelf. (Foucault'sche stroomen, hysteresis en Joule'sche warmte), zoodat slechts de energie IE' aan de buitengeleiding medegedeeld wordt. Verder ontvangt de motor een nog kleiner bedrag IE'_1, waarvan wederom een deel in den motor verbruikt wordt (Foucault'sche stroomen enz.); het overblijvende eindelijk gaat over in den (nuttigen *en* schadelijken) arbeid, dien de motor leveren kan.

1328. Het overbrengen van energie op groote schaal heeft ten doel, eene op eene bepaalde plaats voorhanden bron van arbeidsvermogen (waterval, stoommachine enz.) te benuttigen, om arbeid te doen verrichten op plaatsen, waar de bron van het arbeidsvermogen niet is of niet kan gebracht worden (trams, lifts enz.). De verschillende soorten van electrische machines verkeeren daarbij in verschillende omstandigheden, die wij met een enkel woord willen aanduiden.

Wil men de overbrenging door middel van *gelijkstroommachines* verkrijgen, dan gebruikt men alleen dynamo's. Zoodra de generator werkt, begint het anker van den motor te draaien, ook al is de motor nu eens meer, dan eens minder „belast.” De omwentelingstijden der beide ankers behoeven niet gelijk te zijn. Daar men de electromotorische kracht niet zoo groot kan en mag nemen als bij wisselstroommachines, moet de stroomsterkte nog al aanzienlijk zijn; gelijkstroommachines zijn dus niet geschikt voor het overbrengen

van energie over zeer lange leidingen. Verdeeling of splitsing van het verkregen arbeidsvermogen is gemakkelijk te verkrijgen, indien men den stroom door verschillende motoren laat gaan, die achter elkander of naast elkander geplaatst zijn.

Bij electrische spoorwegen gebruikt men «seriën-motoren"; in bijna alle andere gevallen echter zijn «shunt-motoren" gebleken doelmatiger te zijn.

Wisselstroommachines worden meestal als magneto-electrische gebruikt, d. w. z., men verkrijgt de stroomen, die door de windingen der electromagneten van den generator en den motor gaan, door afzonderlijke gelijkstroommachines. Voordat men den motor arbeid laat verrichten, dient gezorgd te worden, dat de omwentelingstijd van het beweeglijke deel van den motor volkomen samenvalt met dien van het beweeglijke deel van den generator; immers indien de stroom in de windingen der inductieklosjes van den motor niet op hetzelfde oogenblik van richting verandert, waarop de kernen der electromagneten die der inductieklosjes voorbijgaan, dan zou de motor spoedig stil blijven staan. Verdeeling der energie over verschillende motoren is niet zoo gemakkelijk als bij gelijkstroom. Een voordeel dezer machines is, dat de stroom, dien de generator levert, (als hij niet de groote electromotorische kracht bezit, welke voor de overbrenging op groote afstanden wenschelijk is) met behulp van een transformator veranderd kan worden in een stroom van geringere sterkte maar van grootere electromotorische kracht. Deze stroom wordt dan, eer hij in den motor geleid wordt, wederom met behulp van een tweeden transformator veranderd in een stroom van geringe electromotorische kracht en groote sterkte.

1329. Vooral echter heeft men in de laatste jaren met het beste gevolg den *driephasenstroom* voor het overbrengen van energie gebruikt. De motor is in dit geval zeer eenvoudig. Verbindt men de draden 1, 2 en 3 van den generator (fig. 406) met drie, 120° van elkander verwijderde punten p, q, r (fig. 411) eener gesloten geleiding, die om een vast staanden ijzeren ring R gewonden is, dan gaan door deze windingen de drie wisselstroomen, die een verschil in phase van $^1/_3$ (of 120°) hebben. In

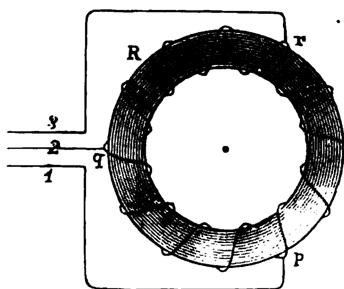


fig. 411.

de op elkaar volgende windingen worden achtereenvolgens door den stroom alle phasen doorloopen, zóo dat de magneetpolen in den ijzeren ring zich van de ééne winding naar de volgende verplaatsen. Men verkrijgt dus een *draaiend magnetisch veld* (daarom noemt men den driephasenstroom ook *draaistroom*). Brengt men nu in de ruimte, die door den ring omsloten is, eene draaibare koperen schijf, dan wordt deze ten gevolge van de Foucault'sche stroomen, die door het draaiende veld daarin opgewekt worden, mede aan het draaien gebracht (omkeering der proef van Arago, § 1301). Hetzelfde gebeurt met een ijzeren ring (anker), waarom eene gesloten geleiding gewonden is, en die binnen den eersten ring *R* (fig. 411) draaien kan; aan dit anker wordt dan het arbeidsvermogen ontleend.

Ook hier kan men de windingen in drie van elkander gescheiden groepen (elke van 120°) verdeelen, het begin der windingen van elke groep in dezelfde volgorde als bij den generator, § 1322, met een der geleidingsdraden 1, 2, 3 verbinden en de andere uiteinden van de windingen der drie groepen in één punt doen samenkomen.

Het voordeel van transformeerbaarheid heeft de draaistroom met den gewonen wisselstroom gemeen; hij is dus geschikt voor het overbrengen van energie over groote afstanden. De drie uit den generator komende stroomen worden in een drievoudigen transformator geleid en als stroomen met groote electromotorische kracht en geringe stroomsterkte in de lijn gezonden, om op de plaats van aankomst in een tweeden transformator de omgekeerde verandering te ondergaan, voordat zij in den motor toegelaten worden. — In den motor behoeft de omwentelingstijd volstrekt niet gelijk te zijn aan dien van den generator; de motor werkt evenals de gelijkstroommotor bij verschillende „belasting." Verdeeling der verkregen energie over verschillende naast elkander geplaatste motoren is gemakkelijk.

Wij laten hier eenige gegevens volgen omtrent de eerste overbrenging van dien aard tusschen Lauffen en Frankfurt a. M. (1891). De afstand van beide plaatsen is 175 KM. Te Lauffen werd door stroomend water eene turbine van 300 paardenkrachten in beweging gebracht, die op een draaistroom-generator werkte. Daardoor werden drie wisselstroomen verkregen, elk van 50 Volts en 1400 Ampères, dus eene electrische energie van $3 \times 50 \times 1400$ Volt-Ampères. Deze stroomen werden door transformatoren veranderd in stroomen van 15000 Volts (en eene evenredig kleinere stroomsterkte) en als zoodanig geleid naar Frankfurt langs drie koperdraden (dikte 4 mM), die door middel van (door olie geïsoleerde) porseleinen vaten (klokjes) aan telegraafpalen bevestigd waren. Te Frankfurt werden deze stroomen eerst weer door transformatoren veranderd in stroomen van 100 Volts; deze dienden dan, om meer dan 1000 gloeilampjes in werking te stellen en om eenige motoren arbeid te doen verrichten. Het nuttig effect bleek ongeveer 75% te zijn.

Telephonie.

1330. De *telephoon* (Bell, 1876) is een uit een magneet en een inductieklosje bestaand toestel, waardoor op kleine schaal eene bepaalde vorm van arbeidsvermogen met behulp van den electrischen stroom wordt overgebracht; nl. de energie der luchttrillingen, die bij het spreken ontstaan, wordt omgezet in electrische energie en deze weer in mechanische energie van trillende lucht. Een inductieklosje I (fig. 412) met vele windingen van een dunnen geïsoleerden draad is op een der uiteinden eener magneetstaf M geschoven, of beter op eene kern van week ijzer K, die op de magneetpool bevestigd is (ijzermoleculen kunnen gemakkelijker gedraaid worden dan staalmoleculen).

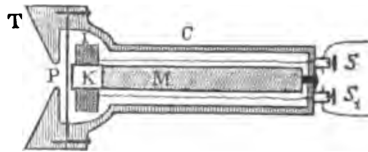


fig. 412.

Onmiddellijk vóór het klosje bevindt zich een dun plaatje van ijzerblik P, vastgeklemd tusschen den rand van een houten koker C, waarin de magneet en het klosje geplaatst zijn, en tusschen den rand van een mondstuk met trechtervormige opening T. De beide uiteinden der windingen zijn met twee klemschroeven S verbonden.

Wordt door het mondstuk gesproken, dan trilt het ijzeren plaatje met de samengestelde bewegingen der lucht, welke overeenkomen met de verschillende klanken, nauwkeurig mede; door het naderen van het plaatje tot de pool en door het verwijderen daarvan ontstaan in het magnetische veld veranderingen van dezelfde periode, die de trilling van het plaatje (en van de lucht) vertoont; bij het naderen (verwijderen) van het plaatje wordt het aantal krachtlijnen, dat door de vlakken der draadwindingen gaat, grooter (kleiner). Wordt S met S_1 verbonden, dan wekken deze veranderingen in de windingen van het klosje heen en weergaande inductiestroomen op, die wederom dezelfde periode hebben. Verbindt men de (vrije) uiteinden der windingen (S, S_1) met die van een tweeden toestel, die geheel gelijk is aan den eersten, dan worden de in den eersten toestel opgewekte inductiestroomen door de windingen van het klosje van den tweeden toestel geleid; zij versterken of verzwakken — naarmate zij in de eene of in de andere richting loopen — het magnetisme in de kern van het tweede klosje; daardoor wordt het ijzeren plaatje van den tweeden toestel beurtelings naar den magneet

bewogen of het verwijdert zich daarvan; ten slotte ontstaan door de trillingen van het tweede ijzeren plaatje in de omringende lucht trillingen, die alleen in amplitude verschillen van de luchttrillingen, welke door het spreken tegen het plaatje van den eersten toestel voortgebracht zijn. M. a. w. houdt men den tweeden toestel aan het oor, dan hoort men het in den eersten toestel gesproken woord.

Elk der beide telephonen kan als seingever en seinontvanger gebruikt worden. — Evenals bij de telegraphie kan men een der beide verbindingsdraden vervangen door de aarde. — Het gebruik van de telephoon bij de bepaling van den weerstand van vloeistofkolommen is reeds in § 1308 besproken.

1331. De telephoonstroomen zijn te zwak, om over groote afstanden voortgeleid te worden. Betere resultaten verkrijgt men, indien men de *seingevende* telephoon vervangt door een *microphoon* (Hughes, 1878). Op een dun plankje van dennenhout P (fig. 413) zijn twee stukjes kool, A en B, gelijmd; een derde stukje C steekt met zijne toegespitste uiteinden los in twee kuiltjes, die in de beide eerste stukjes geboord zijn. Wordt tegen het plankje gesproken, dan trilt dit met de lucht mede en veroorzaakt daardoor een periodieke vermeerdering en vermindering van het aantal punten, waarin de koolstaafjes elkander aanraken. Leidt men nu een batterijstroom door de drie koolstaafjes en door een telephoon T, dan wordt door eene vermeerdering (vermindering) van het aantal aanrakingspunten eene vermindering (vermeerdering) van den weerstand der keten verkregen; daardoor wordt de batterijstroom versterkt en verzwakt in dezelfde periode, waarin het plankje (en de lucht) trilt. De veranderingen van den stroom werken in de telephoon op dezelfde wijze, als de inductiestroom op de seinontvangende telephoon in § 1330; men hoort daarin het tegen het „trilplankje" gesproken woord.

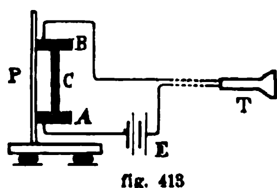


fig. 413

Men heeft verschillende vormen van microphonen geconstrueerd; zij berusten echter alle op hetzelfde beginsel, nl. dat door de trillingen van een plankje of plaatje het aantal aanrakingspunten van los op elkander liggende of tegen elkander steunende geleiders gewijzigd wordt.

Kool-rheostaat van Edison.

1332. Wil men het geluid op zeer groote afstanden overbrengen, dan laat men den batterijstroom alleen door een microphoon en door de primaire windingen van een kleinen inductor (Ruhmkorff)

gaan, terwijl men de secundaire windingen van dezen verbindt met de lijn, die naar eene telephoon op het seinontvangende station leidt. De inductor werkt zoodoende als transformator; er ontstaan inductiestroomen van groote electromotorische kracht en kleine stroomsterkte, derhalve stroomen, die voor lange leidingen geschikt zijn (§ 1327).

In fig. 414 is de inrichting en verbinding van twee stations voorgesteld. Is de toestel niet in werking, dan hangt in elk der beide stations de (seinontvangende) telephoon *T* aan een der armen van een tweearmigen koperen hefboom *H*, die om het punt *O* kan draaien. Het gewicht van de telephoon geeft aan dit uiteinde van den hefboom zijn laagsten stand; het andere uiteinde is daarbij in aanraking met het koperen contactblokje *B*, waarvan eene geleiding naar een kleinen cilinder-inductor *I*, naar eene electrische schel *S* [1]) en ten slotte naar de aardplaat *P* gaat. De assen der beide hefboomen zijn op beide stations met de „lijn" *L* verbonden. — Wil men van station *1* naar station *2* telephoneeren, dan draait men op *1* het anker van den inductor *I*; de opgewekte stroomt volgt den weg *IBOLO'B'I'S'P'PSI* (of omgekeerd); op beide stations geraakt de schel in werking. De opgeroepene op station *2* geeft daarna hetzelfde teeken terug ten bewijze dat hij aanwezig is. Daarna nemen beide telephonisten de telephoon van den haak; eene veer *V* trekt het uiteinde van den hefboom, waaraan de telephoon gehangen heeft, omhoog; het andere uiteinde komt nu in aanraking met het koperen

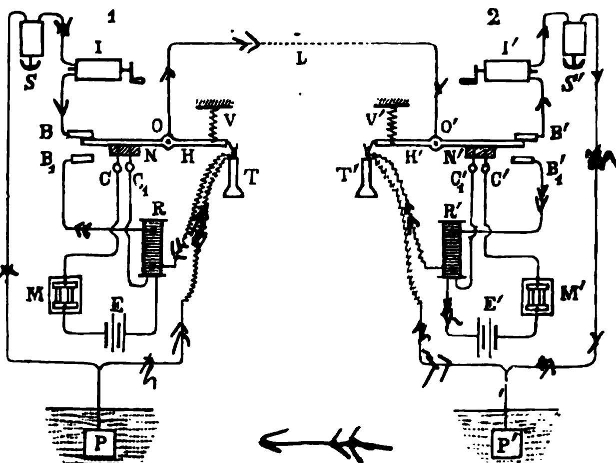


fig. 414.

[1]) Bij gebruik eener gewone electrische schel dient de cilinderinductor ingericht te zijn voor gelijkstroom. Schellen. die met wisselstroom werken. worden minder gebruikt. Men kan overigens den cilinderinductor vervangen door eene galvanische batterij met Morse-sleutel.

blokje B_1. Terwijl daardoor de verbinding der inductoren en schellen met de lijn L opgeheven is, wordt deze door B_1 met de secundaire windingen van een inductieklos van Ruhmkorff R, met den telephoon en met de aardplaat P verbonden. Tegelijkertijd wordt door deze beweging van den hefboom eene keten gesloten, bestaande uit de batterij E, den microphoon M en de primaire windingen van den inductieklos. De beide contactveeren C en C_1 nl., die — zoolang de telephoon aan den hefboom hangt — met hare uiteinden op een aan den hefboom bevestigd niet-geleidend plaatje N rusten, komen bij den veranderden stand van den hefboom met dezen zelf in aanraking en worden daardoor in geleidende verbinding met elkander gebracht. Spreekt men nu nabij den microphoon, dan doen de veranderingen in sterkte van den batterijstroom ($EMCC_1RE$) in den secundairen draad van R inductiestroomen ontstaan, die in de gesloten geleiding $RB_1OLO'B'_1R'T'P'PTR$ heen- en weer loopen.

Centraal-bureau's. — Men kan tegenwoordig reeds over afstanden van meer dan 1500 KM telephoneeren. — Intercommunaal telephoonverkeer.

HOOFDSTUK XIV.

Electrische straling.

1333. Zoodra eene verschuiving van electriciteit plaats heeft, worden in de omgeving magnetische en electrische krachten opgewekt, die in verwijderde geleiders de bekende werkingen (inductie enz.) voortbrengen. De vraag, of deze werkingen des te later intreden, naarmate de geleider verder van de plaats der verschuiving verwijderd is, m. a. w. of eene electrische evenwichtsverstoring tijd behoeft om zich voort ze planten, heeft Maxwell door theoretische onderzoekingen bevestigend beantwoord (1865). Hij vond, dat zulke verstoringen zich — evenals het geluid en het licht — als golven in de ruimte verspreiden. Zijne beschouwingen leidden hem tot eene *electromagnetische theorie van het licht.* Deze theorie leert:

dat in diëlectrische stoffen electrische trillingen kunnen bestaan, die van dezelfde soort zijn als de trillingen van het licht;

dat deze trillingen evenals die van het licht transversale aethertrillingen zijn;

dat de snelheid, waarmede deze trillingen zich voortplanten, gelijk aan de voortplantings-snelheid van het licht is;

dat het licht niet door elastische, maar door electromagnetische evenwichtsverstoringen voortgebracht en voortgeplant wordt; *dat dus lichtstralen „electrische stralen" van zulke (kleine) golflengten zijn, dat wij ze door ons oog kunnen waarnemen.*

Is de theorie van Maxwell juist, dan is daarmede een groot bezwaar weggenomen. Zoolang men de lichttrillingen als *elastische* trillingen beschouwde, moest men aan den aether de eigenschappen van een vast lichaam toekennen (§ 506 en 834), daar bewezen is, dat de lichttrillingen transversaal zijn (§ 1053). Omdat én de magnetische én de electrische krachten, die tengevolge eener verschuiving van electriciteit optreden, in richtingen loodrecht op die der verschuiving werken, moeten de electrische trillingen transversaal zijn.

1334. Deze theorie geeft eene ongedwongen verklaring van sommige feiten en verschijnselen, die op een verband tusschen licht en electriciteit wijzen, en waarvan wij eenige kort zullen aanstippen.

Faraday heeft gevonden, dat bij vele (doorschijnende) stoffen het polarisatievlak in een magnetisch veld gedraaid wordt (§ 1066) in de richting der veldvormende (of Ampère'sche) stroomen, zóo dat de draaiingshoek evenredig is met de intensiteit van het veld.

Weber en Kohlrausch hebben getracht de snelheid te bepalen, waarmede twee gelijknamige ladingen zich evenwijdig naast elkander in de luchtledige ruimte zouden moeten bewegen, om eene electrodynamische aantrekking op elkander uit te oefenen (§ 1283), even groot als de kracht, waarmede zij elkander electrostatisch afstooten. Maxwell toonde aan, dat deze snelheid gelijk aan die van het licht moet zijn, en dat hare getalwaarde even groot is als de verhouding tusschen de (absolute) electromagnetische en electrostatische eenheden van hoeveelheid electriciteit. (Verg. § 1281, slot.)

Uit de theorie van Maxwell volgt, dat goede geleiders der electriciteit ondoorschijnend moeten zijn, en dat de brekingsaanwijzers van doorschijnende stoffen evenredig zijn met de vierkantswortels uit de diëlectrische constanten dier stoffen. Proeven hebben deze gevolgtrekking voor de brekingsaanwijzers van stralen met groote golflengte bevestigd.

Nog vermelden wij een in nieuweren tijd ontdekt feit, dat lichtstralen, die op de kathode eener »Funkenstrecke" (§ 1308) vallen, de ontlading der geleiders bevorderen. Bestaat de kathode uit gemakkelijk oxydeerbare metalen (kalium, natrium), dan heeft de ontlading reeds bij bestraling door gewone (zichtbare) stralen plaats; bij de overige metalen wordt de ontlading door ultraviolette stralen bewerkt.

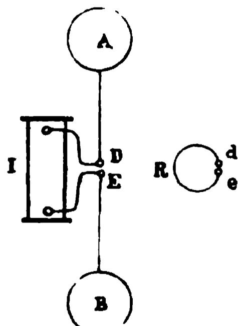


fig. 415.

1335. Eerst in 1888 gelukte het Hertz, door eene reeks van vernuftig uitgedachte proefnemingen niet slechts ***het bestaan van electrische golven aan te toonen, maar ook hare lengten te bepalen.*** Hij verbond de uiteinden der secundaire windingen van een inductor van Ruhmkorff I (fig. 415) door dikke draden met twee op geringen afstand van elkander verwijderde bolletjes D en E, en deze wederom met twee zijdelings geplaatste bolvormige of cilin-

dervormige conductoren A en B van voldoende capaciteit (die de Leidsche flesch van fig. 397 moesten vervangen). Bij elke verbreking van den primairen stroom verkrijgt men tusschen D en E eene oscilleerende ontlading [1]; wij zullen daarom dezen toestel ($ADEB$) *oscillator* noemen. Zooals Thomson aangetoond heeft, is de duur eener geheele schommeling

$$t = 2\pi\sqrt{Lc} \text{ seconden,} \qquad 478$$

waarin L den coëfficient van zelfinductie en c de capaciteit van den oscillator voorstellen. De schommeltijd kan dus door verandering der capaciteit (der afmetingen van A en B) gewijzigd worden; bij eene der proeven van Hertz bedroeg hij ongeveer $3{,}2 \times 10^{-8}$ seconde.

Ontstaan er tengevolge van de electrische trillingen in den oscillator golven, die zich in de omringende ruimte verspreiden, dan zullen deze, als zij een geleider treffen, daarin eveneens electrische schommelingen van dezelfde periode trachten voort te brengen. Hertz gebruikte als geleider een cirkelvormig gebogen draad R, waarvan de uiteinden d en e op geringen (veranderlijken) afstand van elkander verwijderd waren (vonkenmicrometer); wordt deze door de golven bereikt, dan springt tusschen d en e eene vonk over, *mits* men door eene passende keuze van de afmetingen van den geleider R er voor gezorgd heeft, *dat de schommeltijd daarin even groot is als in den oscillator.* Het geval is volkomen analoog met het medetrillen, dat wij in de leer van het Geluid hebben leeren kennen; ook daarbij wordt vereischt, dat de trillingstijd van het medetrillende lichaam gelijk is aan dien van het geluidgevende lichaam. Hertz noemde daarom den geleider R een *electrischen resonator;* met behulp daarvan kon hij het bestaan van electrische golven aantoonen, alsmede de vermindering harer intensiteit bij vergrooting van den afstand tot den oscillator (vermindering der slagwijdte bij $d\,e$).

1336. Niet-geleidende lichamen laten de „electrische stralen" door, evenals doorschijnende lichamen de lichtstralen; de werking van den resonator hield niet op, indien hij achter eene glazen of houten plaat geplaatst werd. Vallen de electrische stralen echter

---

[1] Dat deze heen- en weergaande ontladingen eer door de Funkenstrecke DE, dan door de secundaire windingen van den inductor plaats hebben, is een gevolg van de sterke zelfinductie in deze windingen (verg. § 1311).

op metalen platen, dan worden zij teruggekaatst evenals de lichtstralen door een spiegel. Men kan dit aantoonen door den resonator in den gang der teruggekaatste stralen te plaatsen. — Van de terugkaatsing van stralen, die hij loodrecht op eene metalen plaat liet vallen, maakte Hertz gebruik, om *interferentie* der heengaande en teruggekaatste stralen te verkrijgen; m. a. w. hij bracht in de ruimte tusschen den oscillator en de metalen plaat *staande electrische golven* voort. Bewoog hij den resonator langs dezen afstand, dan verkreeg hij een maximum werking in punten, die 480 cM van elkander verwijderd waren (buiken); midden tusschen twee zulke op elkander volgende punten werkte de resonator niet (knoopen); bij deze proeven bedroeg de golflengte l dus $2 \times 480 = 960$ cM; en daar de schommeltijd t (berekend volgens form. 478) $3,2 \times 10^{-8}$ seconde was, verkreeg hij voor de voortplantingssnelheid der electrische golven

$$c = \frac{l}{t} = 3 \times 10^{10} \text{ kines},$$

d. i. dezelfde waarde, die men voor de voortplantingssnelheid van het licht vindt.

De lengte der electrische golven kan zeer verschillende waarden hebben; zij is echter veel grooter dan die der lichtgolven. Van de kleinste, die men heeft kunnen verkrijgen, bedraagt de lengte 0,6 cM, terwijl die der lichtgolven ligt tusschen 0,000076 cM en 0,0000396 cM. — Men heeft berekend, dat de capaciteit van twee ongelijknamig geladen conductoren ongeveer even groot moest zijn als die, welke met de vermoedelijke grootte der atomen (§ 780) overeenkomt, om bij oscilleerende ontlading trillingsgetallen te verkrijgen, die met die van het licht overeenkomen; het licht zou dus zijn ontstaan kunnen te danken hebben aan oscilleerende ontladingen tusschen de atomen.

1337. Wij willen slechts met een enkel woord er op wijzen, dat ook het bestaan van breking en polarisatie der electrische stralen door Hertz aangetoond is. — Hij liet de door een parabolischen spiegel evenwijdig gemaakte stralen op een groot prisma van pik vallen en toonde met behulp van den resonator den gang der gebroken stralen aan; hij kon zelfs uit zijne proeven den brekingsaanwijzer afleiden. — Door een stel van evenwijdig in een vlak gespannen koperdraden worden bij bepaalden stand der draden de stralen geheel doorgelaten; bij een stand, waarin de draden loodrecht op den eersten stand geplaatst waren, werden zij niet doorgelaten; het stel draden heeft dus eene overeenkomstige uit-

werking op de electrische stralen als eene plaat van tourmalijn op lineair gepolariseerd licht.

1338. Gemakkelijker dan met den resonator van Hertz kan men het bestaan van electrische golven aantoonen met behulp van een toestel, waarin fijn verdeeld metaalpoeder zich tusschen twee in eene glazen buis ingesmolten electroden bevindt (Branly). Het poeder biedt een uiterst grooten weerstand aan een stroom, dien men door den toestel wil leiden. Treffen echter electrische golven het poeder, dan oefenen zij daarop eene eigenaardige werking uit; de deeltjes schikken zich op eene bepaalde wijze (daarom heeft men den toestel *coherer* genoemd), zóó dat de weerstand klein wordt; het poeder blijft dezen nieuwen toestand behouden, totdat door kloppen tegen de buis de schikking der deeltjes verdwijnt. — Om de van een oscillator uitgaande golven aan te toonen, vormt men uit een element, den coherer en een galvanometer eene keten. Nadat men zoo noodig door kloppen tegen de buis bereikt heeft, dat geen (of slechts een uiterst zwakke) stroom doorgelaten wordt, treedt de bovengenoemde toestand van het poeder in, zoodra men den oscillator in werking stelt; de stroom komt tot stand en de galvanometernaald wijkt af.

Marconi heeft van den coherer gebruik gemaakt om over vrij groote afstanden „zonder geleiddraden te telegrapheeren." In het seingevende station kan men met behulp van een sleutel van Morse, die in de primaire geleiding van een inductor van Ruhmkorff opgenomen is, een oscillator gedurende langeren of korteren tijd laten werken. De van den oscillator (radiator) uitgaande golven treffen in het seinontvangende station den coherer C (fig. 416); daardoor wordt eene batterij B gesloten en de stroom in den schrijftoestel St geleid. Zoodra daarin het anker A door den electromagneet E in beweging geraakt, wordt door middel van een contact D eene tweede batterij B_1 gesloten, die een stroom door den electromagneet E_1 zendt. Ten gevolge van de aantrekking van het anker A_1 slaat een hamertje H tegen den coherer; door de schudding verkrijgt het poeder weer zijn grooten weerstand, en de stroom van B en dus ook die van B_1 wordt verbroken. Bij de volgende golf, die den coherer bereikt, begint dan de werking opnieuw. Naarmate men den sleutel in het seingevende station korteren of langeren tijd neergedrukt houdt, is het aantal verbrekingsvonken, waardoor golven uitgezonden worden, kleiner of grooter; men kan dus op het papier van den schrijftoestel kortere of langere groepen van teekens verkrijgen.

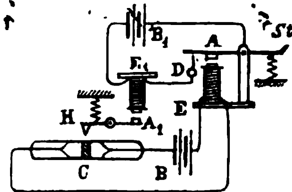


fig. 416.

